



Pontificia Universidad  
Católica del Ecuador | Sede  
Ambato

**UNIDAD ACADÉMICA  
OFICINA DE POSTGRADOS**

**Tema:**

**APLICACIÓN DEL MÉTODO PÓLYA PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE OCTAVO AÑO DE EGB. DE  
BAÑOS.**

**Proyecto de investigación previo a la obtención del título de Magister en Pedagogía,  
Mención Educación Técnica y Tecnológica**

**Línea de Investigación:**

**IDENTIDADES, EDUCACIÓN, CULTURAS, COMUNICACIÓN Y VALORES**

**Autora:**

**MAYRA ISABEL VILLACÍS TORRES**

**Director:**

**MG. SANTIAGO ALEJANDRO ACURIO MALDONADO**

**Ambato – Ecuador**

**Marzo 2021**

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR SEDE AMBATO**

**HOJA DE APROBACIÓN**

Tema:

**APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE OCTAVO AÑO DE EGB. DE  
BAÑOS.**

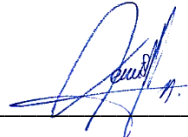
**Línea de Investigación:**

IDENTIDADES, EDUCACIÓN, CULTURAS, COMUNICACIÓN Y VALORES

**Autora:**

MAYRA ISABEL VILLACÍS TORRES

Santiago Alejandro Acurio Maldonado Ing. Mg.  
CALIFICADOR

f. 

Carlos Rodrigo Moreta Herrera Ps. Mg.  
CALIFICADOR

f. 

Edison Roberto Valencia Núñez Ing. Mg.  
CALIFICADOR

f. 

Padre. Juan Carlos Acosta Teneda Msc.  
COORDINADOR DE LA OFICINA DE POSGRADOS

f. 



Hugo Rogelio Altamirano Villarroel Dr.  
SECRETARIO GENERAL PUCESA

f. 

Ambato – Ecuador

Marzo 2021

## DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo: **MAYRA ISABEL VILLACIS TORRES**, con **CC. 1804537007**, autora del trabajo de graduación intitulado: "APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE OCTAVO AÑO DE EGB DE BAÑOS ", previa a la obtención del título profesional de **MAGISTER EN PEDAGOGÍA MENCIÓN EDUCACIÓN TECNICA Y TECNOLÓGICA**, Oficina de **POSGRADOS**.

1.- Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tiene la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, de conformidad con el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de graduación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2.- Autorizo a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador a difundir a través de sitio web de la Biblioteca de la PUCE Ambato, el referido trabajo de graduación, respetando las políticas de propiedad intelectual de Universidad.

Ambato, marzo 2021



**MAYRA ISABEL VILLACIS TORRES**

**CC. 1804537007**

## DEDICATORIA

Con todo mi amor, este trabajo va dedicado a mi hijo que de una u otra manera apoyó mi superación, por todas las noches que se quedó despierto acompañándome en la realización de mis trabajos, especialmente por su comprensión, por impulsarme a seguir adelante en los momentos donde parecía que todo se tornaba difícil, a él dedico todo mi esfuerzo.

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios, por brindarme salud, fortaleza y sabiduría para poder alcanzar un logro más en mi vida profesional.

Un enorme agradecimiento a dos personas que incondicional me brindaron su apoyo, por todo el tiempo, especialmente por la paciencia, por creer en mi en todo momento, a ustedes les quedo eternamente agradecida.

A la Pontificia Universidad Católica del Ecuador Sede Ambato, por la calidad humana de todos sus docentes y por hacerme partícipes de todos sus conocimientos.

## RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo identificar el nivel de eficiencia de la aplicación del Método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de E.G.B. El estudio posee una perspectiva experimental, de tipo cuasi-experimental inter-sujetos con dos grupos equivalentes y un alcance descriptivo-comparativo. La muestra objeto de investigación estuvo conformada por 46 estudiantes, 23 hombres y 23 mujeres, los cuales, fueron divididos en dos grupos de estudio, uno de control con 23 participantes y otro en el que, se aplicó el método Pólya considerado como grupo experimental con 23 participantes. Para la recolección de los datos, se utilizó la técnica de la encuesta mediante la prueba TIMSS que tiene preguntas de base estructura con opciones de respuesta de selección múltiple. La aplicación, se la realiza en los dos grupos, en el pre-test y pos-test. Los resultados obtenidos arrojan un incremento en el estudio entre el pre-test y post-test de 22.6%, correspondiente al grupo experimental, con una diferencia significativa  $p = ,000$ . Así se confirma la hipótesis planteada en la investigación. La implementación del método Pólya como herramienta de educación permite ofrecer un modelo de aprendizaje válido que ayuda a la resolución de problemas matemáticos en el contexto propuesto.

Palabras claves: Método Pólya, modelo de aprendizaje, octavo año, problemas matemáticos.

## ABSTRACT

This study aims to identify the level of efficiency of the application of the Pólya Method in order to improve the resolution of mathematical problems in students of eighth grade in E.G.B. This study has an experimental perspective of a quasi-experimental type, internal-subjects with two equivalent groups and a descriptive-comparative scope. The sample of this study was made up of 46 students, 23 girls and 23 boys, which were split into two study groups, the control group with 23 participants, and the experimental group also with 23 students to whom the Pólya method was applied. For data collection, the survey technique was used, applying the TIMSS test that has structured questions with multiple-choice response options. Its application was carried out in the two groups, in the pre-test and the post-test. The obtained results show that the experimental group got an increase of 22.6% in their scores between the pre-test and the post-test, with a significance difference  $p = .000$ . Thus, the raised hypothesis in the study is confirmed. The implementation of the Pólya method as an educational tool that offers a valid learning model that helps solve mathematical problems in the proposed context.

Keywords: Pólya Method, learning model, eighth grade, math problems.

## ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
RESUMEN.....	vi
ABSTRACT.....	vii
ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS.....	viii
ÍNDICE DE TABLAS.....	ix
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE Y LA PRÁCTICA.....	8
1.1. Resolución de problemas matemáticos.....	8
1.2. Método Pólya.....	15
1.3. Estudio documental de la aplicación del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos.....	19
CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO.....	22
1.4. Diseño investigación.....	22
1.5. Validez y confiabilidad de instrumentos.....	24
1.6. Caracterización y propuesta de la investigación.....	25
CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN.....	40
1.7. Análisis descriptivo de los resultados del Pre-test y Post-test.....	40
1.8. Comprobación de hipótesis.....	49
CONCLUSIONES.....	57
RECOMENDACIONES.....	59
BIBLIOGRAFÍA.....	60
ANEXOS.....	69

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Dimensiones del pensamiento matemático .....	11
Tabla 2. Bosquejo de la investigación .....	22
Tabla 3. Detalle de la muestra.....	23
Tabla 4. Escala de calificaciones.....	24
Tabla 5. Planificación curricular con el método Pólya .....	30
Tabla 6. Planificación primera sesión.....	32
Tabla 7. Planificación segunda sesión .....	34
Tabla 8. Planificación tercera sesión .....	36
Tabla 9. Planificación cuarta sesión.....	38
Tabla 10. Género de la muestra .....	41
Tabla 11. Género por grupos.....	41
Tabla 12. Calificaciones obtenidas en el pre-test .....	44
Tabla 13. Calificaciones obtenidas en el post-test.....	47
Tabla 14. Prueba de normalidad resultados del pre-test.....	50
Tabla 15. Comparaciones medias del pre-test.....	51
Tabla 16. Prueba t-student para muestras independientes.....	51
Tabla 17. Prueba de normalidad resultados post-test.....	52
Tabla 18. Comparaciones medias del post-test.....	52
Tabla 19. Prueba t-student para muestras independientes.....	53
Tabla 20. Prueba de normalidad comparación de resultados pre-test y post-test.....	54
Tabla 21. Comparaciones medias pre-test y post-test grupo control.....	54
Tabla 22. Prueba paramétrica T-Student para muestras relacionadas grupo control.....	55
Tabla 23. Comparaciones medias del pre-test y post-test del grupo experimental.....	55
Tabla 24. Prueba paramétrica t-student para muestras relacionadas grupo experimental.....	56
Tabla 25. Tamaño del efecto entre pre-test y post-test.....	56

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1. Pensamiento lógico matemático según Piaget. Fuente.....	10
Figura 2. Pasos del Método Pólya Fuente.....	17
Figura 3. Procesos del Método Pólya Fuente.....	28
Figura 4. Enfoques metodológicos Fuente. ....	29
Figura 5. Método tradicional versus método Pólya Fuente.....	29
Figura 6. Puntaje por secciones pre-test Fuente.....	42
Figura 7. Puntaje por secciones post-test Fuente.....	43
Figura 8. Resultados pre-test grupo experimental Fuente.....	45
Figura 9. Resultados pre-test grupo experimental Fuente.....	46
Figura 10. Resultados post-test grupo experimental Fuente.....	48
Figura 11. Resultados post-test grupo control Fuente. ....	49

## INTRODUCCIÓN

Entre los antecedentes hallados previos a la investigación, se menciona a: Casimiro (2017) sobre el método de Pólya dentro del tema de ecuaciones con problemas específicos, desarrollado en Guatemala que realizó un estudio a una población de 62 estudiantes con diseño cuasi experimental con dos grupos, 32 de grupo control con el uso del método tradicional y 30 con el grupo experimental mediante la utilización de los cuatro pasos del método Pólya como estrategia de intervención para recabar la información, se usó un instrumento anterior y posterior a la aplicación de los métodos a los dos grupos.

Para el análisis de resultados de los promedios, se lo realizó mediante la t-student, la cual, arrojó que los estudiantes del grupo experimental tuvieron una media favorable de 24,47/30 que dentro de la escala cualitativa en educación corresponde al nivel satisfactorio, que cumple con el objetivo de mejorar la habilidad de resolver problemas. Y concluye que el método Pólya mejora el desarrollo del razonamiento y aporta organización al proceso de aprendizaje con efectos significativos al aplicarse como una metodología innovadora dentro del aula de clases.

Sáenz, Patiño, y Robles (2017) en su publicación mencionan que la mejora de las competencias y capacidades matemáticas que se centra en el pensamiento geométrico, que tiene como principal característica la utilización del método heurístico de Pólya, fue desarrollada en Colombia con el objetivo de conocer el nivel de eficiencia del método Pólya en cuanto al pensamiento geométrico, el trabajo fue realizado desde un enfoque cuantitativo de diseño cuasi experimental con la participación de dos grupos de estudiantes, uno de control y otro como experimental, para recoger la información, se utilizó una prueba antes y después de la aplicación de la estrategia didáctica con el método Pólya los resultados, se analizaron con la t-student, se comprobó que existió una mejora significativa, concluye que el método Pólya (entender, explicar, resolver y responder), permite crear habilidades y competencias matemáticas para dar solución a cualquier problema.

Quispe y Altamirano (2020) en su investigación, se realizó en Perú y estableció como objetivo determinar el nivel que el Método Pólya logra mejorar la resolución de problemas de ecuaciones y polinomios, con enfoque cuantitativo de diseño cuasiexperimental correlacionado. Se contó

con una población de 40 estudiantes, 20 que corresponden al grupo “A” que son el grupo control y 20 estudiantes del grupo “B” del grupo experimental. El instrumento para recolectar la información mediante encuesta pre-test antes de la intervención y post-test después de desarrollo de las fases del método Pólya, en base a los resultados concluyó que existe una mejoría estadísticamente significativa en 11 puntos, es decir, el grupo experimental alcanzó un promedio final de 18,10/20.

Dentro de los estudios realizados en Ecuador está el de Ramos (2017) que investigó el método de Pólya en las funciones lineales y cuadráticas, modelo de aprendizaje que dirigió su estudio hacia los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado de un colegio de bachillerato de la ciudad de Loja, con el objetivo de mejorar el aprendizaje, con un trabajo de diseño pre experimental con cuatro fases que son: entendimiento, diagnóstico, de aplicación y de valoración, en tal estudio se aplicó una evaluación pre-test para encontrar las dificultades, se utilizó el método Pólya y se aplicó un post-test en los resultados, se concluye que con el uso del método Pólya, se evidencia un progreso significativo en el aprendizaje en la resolución de problemas.

Tinoco y Quevedo (2019) por otra parte en un estudio que realizaron en la ciudad de Machala aplicaron el método de Pólya con problemas de geometría para mejorar el aprendizaje significativo en estudiantes de educación básica, con el objetivo de analizar el método Pólya la muestra fue con estudiantes de octavo grado. La metodología utilizada fue el ensayo argumentativo, de acuerdo con resultados encontrados en la investigación concluye que, el método Pólya es una alternativa favorable en el proceso de enseñanza, porque permite establecer una relación entre el concepto matemático y aplicación, además, plantea una secuencia perfectamente organizada.

Los autores se concentran en los cuatro pasos del método Pólya: comprender el problema, crear un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva con la finalidad de llegar al objetivo de aprendizaje, refieren que el método es una estrategia exitosa en el proceso de enseñanza, se evidenció que en todos los estudios revisados para esta investigación, existió en la resolución de problemas matemáticos una mejoría significativa, los estudiantes mostraron un razonamiento

más minucioso en los procesos, organización, además, una actitud más positiva en torno a las matemáticas lo que dio como resultado una mejoría en las calificaciones.

Mediante la experiencia en el aula, se ha podido observar que en los estudiantes de octavo año de E.G.B. de una institución pública de la ciudad de Baños, en la clase de matemática que reciben durante 6 horas a la semana según el acuerdo ministerial (Falconí, 2018) ; desde el punto de vista educativo existen las siguientes dificultades en la resolución de problemas: a) No comprenden textos; b) Conflicto para razonar; c) Inadecuada transformación del lenguaje verbal al algebraico; d) Desconocen conceptos matemáticos para jerarquizar operaciones; e) Inconvenientes en los procesos para resolver problemas. Estos indicadores son síntomas evidentes de falta de dominio matemático especialmente en la resolución de problemas. Se entiende que el dominio es una destreza adquirida, que en matemática permite resolver problemas sin dificultad como una actividad cognitiva del pensamiento para encontrar soluciones (Cedeño et al., 2019).

Se evidencian en los trabajos de Barros y otros (2018) y Arteaga y otros (2020), que entre los conflictos en la resolución de problemas que se presentan en matemática por el uso de la metodología de enseñanza, los métodos educativos con características tradicionales como: roles marcados, educación memorista, aprendizajes de ejercicios de forma repetitiva; que son incompatibles con el desarrollo del aprendizaje significativo. Según estudios referenciales consideran al método tradicional como un método que es contrario a la realidad, que es similar a un espejismo, que ofrece un conocimiento formulado previamente y la única responsabilidad del alumnado es la de asimilar el contenido (Santaella et al., 2017). En el método tradicional el docente mantiene su papel habitual de clase monótona, que fomenta los aprendizajes memorísticos y mecanicistas (Moreno, 2003). El factor actitudinal asociado al contexto educativo, también, incide en el deseo o no de aprender debido a la capacidad de autoeficacia que posee el estudiante (Moreta-Herrera, Lara-Salazar, Camacho-Bonilla, & Sánchez-Guevera, 2019).

Para la resolución de problemas matemáticos, se presentan la perspectiva del investigador en el área educativa basado en el método Pólya. Schoenfeld consideró que enseñar a los estudiantes mediante el uso de estrategias ordinarias no provoca resultados favorables. Para que los

estudiantes puedan encontrar la solución a problemas matemáticos, es aconsejable enseñarles a utilizar estrategias concretas que tengan relación con otros problemas y que se añada la enseñanza de estrategias metacognitivas e incentivar el pensamiento de los estudiantes de forma positiva sobre sus capacidades (Figuroa González y Hernández Rodríguez, 2017). El autor considera que los problemas no se aprendían como un razonamiento si no como un concepto, además, plantea animar al estudiante para llegar hasta llegar a la resolución de problemas, y mantener el interés en el aprendizaje.

Ante esta situación, los estudios actuales (Yangali et al., 2016; Saucedo et al., 2019; Fernández et ál. 2019), señalan que las técnicas del Método Pólya son mejores que el método tradicional porque los estudiantes desarrollan habilidades, pensamiento crítico y razonamiento, que facilita el descubrimiento de soluciones; por lo que arroja mejores resultados en la resolución de problemas matemáticos en adolescentes. Se entiende como método Pólya a una estrategia para la solución de problemas que se basa en cuatro etapas: Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan, Mirar hacia atrás, con la finalidad de facilitar o reducir la complejidad del problema. (Ríos et ál., 2016). Para Piñeiro y otros (2015), la metodología basada en el Método Pólya, es una actividad matemática que forma parte de la actividad científica y ha sido aplicado en países como Perú, México, Brasil, Guatemala.

Aparentemente la aplicación del método Pólya mejorar la resolución de problemas matemáticos en un grupo de estudiantes de octavo año de educación general básica de la ciudad de Baños. Para comprobar esta hipótesis, se propone desarrollar una propuesta de intervención educativa con estrategias para incentivar al razonamiento basada en el método Pólya, a posterior poner a prueba por medio de un diseño cuasiexperimental inter-sujetos con dos grupos equivalentes en una muestra de los estudiantes ya indicados. De verificarse la hipótesis, los resultados esperados podrían indicar que existen beneficios educativos con el uso del método Pólya mediante los cuatro pasos en resolución de problemas matemáticos. Lo cual podría ayudar complementariamente con las metodologías de enseñanza actuales aprobadas por el Ministerio de Educación en otras instituciones educativas y aportaría con conocimiento científico sobre la aplicación de nuevas metodologías para la mejora del aprendizaje de conocimientos en adolescentes.

Para la presente investigación, se plantea como objetivo general: Identificar el nivel de eficiencia de la aplicación de método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de E.G.B.

Para alcanzar el objetivo general, se disertan los objetivos específicos:

Fundamentar teóricamente los aspectos de la aplicación del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos en adolescentes.

Diagnosticar el nivel actual en la resolución de problemas en matemática en los estudiantes del grupo control y experimental.

Aplicar el método Pólya previamente diseñado en el grupo experimental y la estrategia del método tradicional de aprendizaje en el grupo control en la resolución de problemas.

El cuarto objetivo es evaluar la eficiencia de la resolución de problemas en los dos grupos objeto de estudio ulterior a la aplicación del modelo manifestado, para realizar un análisis estadístico comparativo inter-sujetos de los datos obtenidos sobre la eficiencia del método Pólya.

Para la lograr los objetivos indicados, se diseña la metodología que se encuentra dentro de un enfoque cuantitativo, se efectúa la recolección de información de forma numérica, es decir, que se adquieren cantidades, para un análisis a través de métodos estadísticos con la finalidad de desarrollar las posibles respuestas a la hipótesis. El tipo de investigación tiene un enfoque cuasi-experimental porque manipula el método educativo fundamentado en la teoría de Pólya para explorar las incidencias en la resolución de problemas en la asignatura de matemática. Los estudiantes ya se encuentran definidos en cada grupo antes del experimento lo que es conveniente indicar que se trata de los paralelos A y B. Además, hay que tomar en cuenta, que se declaran específicamente la variable independiente y la dependiente (Hernández Sampieri, Fernández Collado, y Baptista Lucio, 2014).

La investigación se basa en un alcance de carácter descriptivo comparativo, como primera instancia indaga específicamente las características y peculiaridades del fenómeno objeto de investigación, por lo tanto, esta investigación, se realiza para encontrar e identificar las dificultades que tienen los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos (Abreu,

2012). Además, presenta un alcance comparativo porque busca diferencias anterior y posterior en los grupos de estudio, una vez que aplica el método de aprendizaje propuesto, es decir, identificar si existen diferencias significativas después de desarrollar las actividades de la investigación.

Por el carácter de la investigación la técnica que permite conseguir datos de los estudiantes, es la encuesta a través de un instrumento como es el cuestionario (Torres, Salazar, y Paz, 2019). El cuestionario estandarizado TIMSS desarrollado con preguntas de opción múltiple de base estructurada, el mismo tiene cuatro opciones de respuesta en donde los encuestados escogen la respuesta construida que consideren verdadera, apropiadas para evaluar la resolución de problemas matemáticos (Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan, y Preuschoff, 2012).

Es así que la presente investigación tiene como línea de investigación el desarrollo e innovación curricular, que es transcendental para el desarrollo de la educación y se usa para organizar, planificar y construir el pensamiento, dentro de su respectiva línea de acción están los procesos innovadores y de intervención educativa, lo que contribuye a la guía de actividades relacionadas con el eje principal, además, es pertinente porque permite investigar temas de interés en una serie de pasos específicos para ayudar a los niños con sus problemas o dificultades de aprendizaje para potencializar sus habilidades en todos los niveles de educación.

Con lo antes mencionado, se aclara que la búsqueda de un modelo educativo para la resolución de problemas matemáticos es adecuada con la finalidad de que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea más eficiente, además, en el contexto de la unidad educativa es de gran relevancia la investigación del tema propuesto, es así que permite desarrollar las habilidades de comprensión, razonamiento y generar un aprendizaje significativo en la asignatura de matemática; dentro de la institución no se ha aplicado el método Pólya como estrategia metodológica para alcanzar el conocimiento de las asignatura, por lo que se cumple con el objetivo de innovación y como una propuesta educativas a repetir dentro de enfoque de desarrollo de la habilidad del razonamiento matemático.

La mejora en las habilidades de razonamiento en el área de matemática en los estudiantes es esencial, para una adecuada enseñanza donde sea posible ir más allá de solo aprender conceptos

u operaciones numéricas, esto es posible realizarlo por medio del pensamiento lógico que estimula la comprensión a través de la metodología adecuada, de ahí la importancia de desarrollar este tipo de investigación, constantemente las personas están expuestas a toda clase de problemas en el contexto diario, razón por la que es una necesidad evidente resolver problemas matemáticos desde el entorno del aula de clases que un aspecto clave en la preparación para la vida.

La presente propuesta es novedosa por la manera de su aplicación en matemática, al fundamentarse en método Pólya, una forma de trabajo organizado porque lleva a cabo un proceso específico que es mejorar habilidad de resolución de problemas. Además, pretende que las resoluciones realizadas sean un referente para futuros problemas y alcanzar así el desarrollo de las de destrezas con criterio de desempeño. Todos los aspectos mencionados son un aporte metodológico para el mejoramiento de la calidad educativa en el área de matemática y es factible desarrollarlo porque se cuenta con el apoyo de toda la comunidad educativa y especialmente de los estudiantes con una disposición positiva de trabajo en las clases, dentro del marco de la práctica de valores como el respeto en todos los momentos, los principales beneficiarios son los estudiantes de octavo año, paralelo “A” de la Unidad Educativa “Palomino Flores”

Los aportes que presenta este estudio están enfocados en el diseño y aplicación de una metodología en el contexto educativo con especificaciones claras basado en los pasos del método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos. Esto a su vez refiere que aumentará el récord académico por lo que es evidente que menos estudiantes tengan que rendir evaluaciones suplementarias, por lo tanto, llegar a un nivel aceptable en las evaluaciones internacionales.

## **CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE Y LA PRÁCTICA**

### **1.1. Resolución de problemas matemáticos**

La resolución de problemas matemáticos se refiere al escenario en el que un estudiante afronta un problema que comprende, porque tiene conocimientos previos, pero en el momento desconoce la forma de resolverlo; no obstante, intenta averiguar la solución (Cruz, 2017). La resolución de problemas pertenece a una actividad de la percepción y conceptualización; dentro de este ámbito intervienen varias líneas de investigación para producir cambios cognitivos, metodológicos, procedimentales, conceptuales, con procesos para generar soluciones de forma eficaz (Ayllón, Gómez, y Ballesta-Claver, 2016). Tener los conocimientos y poder aplicarlos en la resolución de problemas en la asignatura de matemática es indispensable, por tal razón, se usa ese conocimiento previo en situaciones conocidas o similares siempre con pertinencia, si bien durante el proceso existen equivocaciones que corregir hasta llegar a explotar todo su potencial al momento de resolver problemas (Montero y Mahecha, 2020).

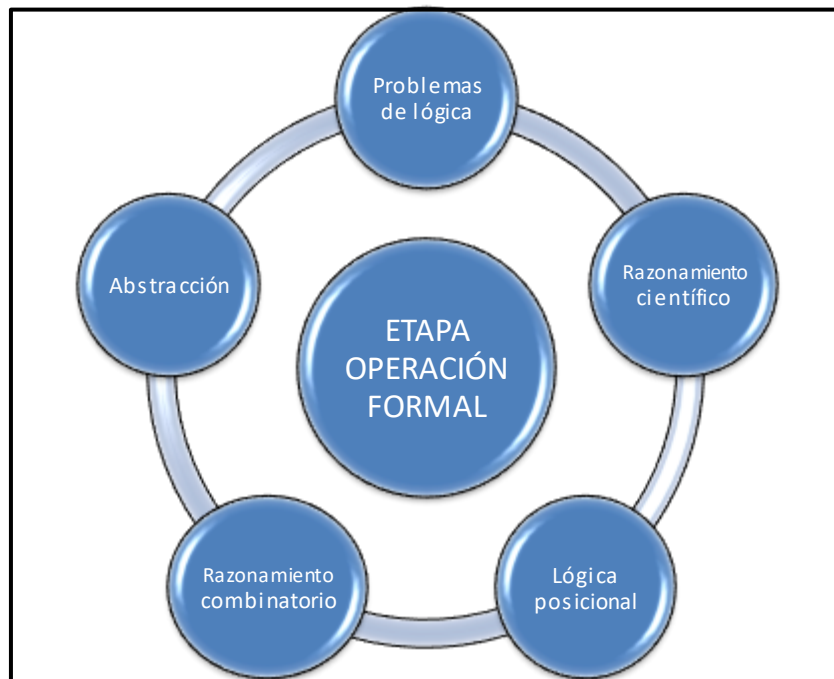
El principal desafío que afronta la educación en la asignatura de matemática en la actualidad es que no tiene una línea de enseñanza definida en el estudio de la resolución de problemas (Donoso Osorio, Valdés Morales, y Cisternas Núñez, 2020). En Ecuador en el ámbito de la resolución de problemas matemáticos, se distingue un desfaz evidente en comparación con otros países, en 2017 se aplicaron las evaluaciones del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), dirigido a estudiantes de 15 años, quienes presentaron grandes dificultades para resolver problemas, alcanzaron un nivel 2 que se encuentra dentro de la categoría de desempeño básico, esto de acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Pese a que en matemática la resolución de problemas tiene gran relevancia dentro la educación, existe una brecha entre la enseñanza y el aprendizaje, por lo que es importante realizar cambios al diseño metodológico (Fernández-Gago, Carrillo Yáñez, y Conde Fernández, 2018).

La educación en matemática es mucho más que desarrollar ejercicios de forma mecánica y con la misma estructura, para la resolución de problemas es de gran importancia para el desarrollo del raciocinio, con condiciones de interrogantes que generan como consecuencia la

investigación de una solución, es un entorno que evoca al aprendizaje para el discente y es el docente quien encamina ese modelo de aprendizaje, si no se utiliza una metodología educativa pertinente, esto produce mayores repercusiones que producen frustración e innumerables barreras que son necesarias superarlas (Díaz y Díaz, 2018). Los resultados obtenidos en la evaluación PISA, es debido a que se ha forzado una educación memorista, para la enseñanza de matemática, es necesario que se guíe al estudiante hacia el desarrollo de la creatividad, a la inferencia, al uso del razonamiento en la resolución de problemas e interrelacione con la aplicación de una adecuada metodología (Restrepo y Tapia, 2020).

En comparación con las evaluaciones aplicadas a otros países de América Latina, Ecuador de acuerdo al nivel de competencia matemáticas se encuentra ubicado debajo de Guatemala y Honduras, y arriba de Paraguay (Rojas, 2020). En nuestro país en el 2016, se presentó el Plan Decenal de Educación 2016–2025, donde la Política 1 se enfoca en: Crear condiciones necesarias para un llegar a un proceso educativo de calidad, con equipo docente técnicamente formado e infraestructura adecuada, que garantice un perfil de salida de los estudiantes acorde al desarrollo global (Ávila y Freire, 2019). El gran problema que existe en matemática para resolver problemas es que no hay una articulación entre los diferentes niveles de educación, los estudiantes no vinculan la teoría con la práctica y aprenden de forma aislada, todos estos aspectos reflejan la falta de dominio en el análisis de problemas, por lo tanto, una baja preparación que obtienen cada año escolar (Zambrano, 2017).

Jean Fritz Piaget epistemólogo suizo, nacido en 1896 y fallecido en 1980, es reconocido por los períodos de desarrollo cognitivo en la construcción del conocimiento, explica que cada etapa no en un efecto intelectual separado, sino que tienen un nexo. Para Piaget y Inhelder (1972) entre la clasificación de los estadios están las operaciones formales (12 años en adelante), para que el estudiante sea capaz de resolver problemas matemáticos con el uso de la lógica y el dominio cognitivo que varía y se reorganiza, con el uso de procesos de aprendizaje como: abstraer, problemas de lógica, razonamiento científico, lógica posicional y razonamiento de forma combinada ([ver figura 1](#)):



*Figura 1.* Pensamiento lógico matemático según Piaget. Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Dentro del proceso de aprendizaje es indispensable desarrollar la capacidad de razonamiento, como parte de un proceso educativo para adquirir estos conocimientos, se lo realiza mediante estructuras que son esquematizadas para construir su lógica; para lo cual es importante seguir pasos mentales en matemática para resolver los problemas como activar la memoria, la comprensión, el análisis y la reflexión para la toma de decisiones (Uicab-Ballote, Rubio-Barrios, y Pérez-Ceballos, 2017). Por tal razón, mientras más se aprende, más se desarrollan funciones cognitivas de la lógica para resolver problemas.

Para Wang (2015) el pensamiento matemático forma parte del proceso de resolución de problemas, para desarrollar el pensamiento lógico, el estudiante aprende la matemática mediante el uso de métodos activos que pasen por todas las dimensiones y aplicarlas en los procesos matemáticos para la solución de un problema. A continuación, se describen los niveles de procesos del pensamiento ([ver tabla 1.](#)):

**Tabla 1.***Dimensiones del pensamiento matemático*

<b>DIMENSIONES</b>	<b>DEFINICIÓN</b>
<b>Nivel Conocimiento</b>	Interviene la memoria de largo plazo, es la capacidad de recordar lo que se ha aprendido, evocar información relevante que depende de la situación que se presente.
<b>Nivel comprensión</b>	Se refiere a la capacidad del individuo de comprender un contenido, de expresar las ideas explícitamente con sus propias palabras.
<b>Nivel aplicación</b>	Es la capacidad de aplicar todos los conocimientos aprendidos en problemas nuevos o similares.
<b>Nivel análisis</b>	Este el nivel corresponde a la relación de datos, clasificar o desintegrar, separar el problema en partes para aplicar el razonamiento en la comprensión y buen alcance del contexto.
<b>Nivel síntesis</b>	En este punto el estudiante es capaz de crear estrategias, probar varias alternativas y experimentar para crear nuevos modelos de solución.
<b>Nivel evaluación</b>	Hace referencia a la capacidad del estudiante de discernir sobre las soluciones encontradas y la confiabilidad, con el análisis de los métodos o estrategias empleadas para tomar una decisión determinada sobre la solución.

**Nota.** Fuente: Modificado a partir de (Wang, 2015)

Es necesario que exista la revisión del resultado en todas las etapas, de esa manera se comprueba que todo el proceso se lleva de forma correcta, con la comprensión y organización resolutive de los problemas matemáticos se desarrolla el razonamiento, es fundamental la identificación de información, desagregar por medio de interrogantes, análisis de operaciones, organización, solución. Desarrollar estas habilidades durante el proceso de aprendizaje permite resolver

problemas matemáticos, desde comprender el enunciado, hasta llegar a la solución pertinente, este proceso forma parte de una educación que brinda las herramientas para tomar decisiones en cualquier contexto (Penagos, Mariño, y Hernández, 2017).

Existen varios aportes de las teorías de aprendizaje desde la perspectiva constructivista y significativa para resolver problemas matemáticos, de los cuales, destacan autores como Vygotsky y Ausubel:

Lev Vygotsky, nacido Rusia en 1896 y fallecido en 1934, psicólogo destacado del desarrollo y precursor de la neuropsicología. Vygotsky (1978) centra en tres mecanismos del aprendizaje matemático y para la resolución de problemas, inicia en la zona de desarrollo real que da tratamiento a lo que sabe el estudiante, continúa hasta la zona de desarrollo próximo que es el lapso entre lo que hace el estudiante y que llega a conseguir con la orientación que le proporciona el docente y logra llegar a la zona de desarrollo potencial, es decir, llega a la meta, encontrar la solución de un problema ([ver figura 4](#)). El diagnóstico, se lo realiza mediante instrumentos de evaluación para conocer el nivel en la zona de desarrollo real y en base a la información diseñar la planificación para llegar a la zona de desarrollo próximo en la resolución de problemas (Orellana Méndez y Vilcapoma Ignacio, 2018).

David Paul Ausubel nació en Estados Unidos en 1918 y falleció en 2008, psicólogo y pedagogo que aportó a la teoría del constructivismo, su principal aporte es sobre el aprendizaje significativo que piensa al estudiante como personaje con un rol activo y no únicamente memorista. Ausubel (1963) manifiesta que el docente es el encargado de motivar a los estudiantes para construir un aprendizaje significativo, desde ese punto de resolver problemas matemáticos complejos de manera consciente con procesos sistémicos, destaca la importancia de un conocimiento previo y experiencias del estudiante (Moreira, 2017).

Como modelo epistemológico dentro del Currículo de Matemática, existe una perspectiva pragmática constructivista de Vygotsky (1985) cuando es capaz de resolver problemas matemáticos reales el estudiantes, es cuando logra llegar al aprendizaje significativo, utiliza conocimientos y herramientas; y desde un punto de vista pedagógico reconoce la importancia de trabajar de manera ordenada dentro en la enseñanza, el estudiante es el centro del ámbito

educativo y destaca los procesos en torno al que giran para la resolución de problemas: comprender el problema, pensar en una forma de resolver, realizar las operaciones necesarias y comprobar la respuesta (Ministerio de Educación, 2016). Por ejemplo, se le plantea un problema para su resolución con diferentes esquemas de complejidad, el estudiante lo comprende e interpreta, lo traduce al lenguaje matemático, aplica procedimientos, conceptos y argumentos para llegar a la resolución del problema y, además, es capaz de comprobar el resultado.

Los textos que generalmente se utilizan en el proceso de enseñanza no guardan relación entre el conocimiento anterior y nuevo, desde un enfoque pedagógico guardan relación con situaciones conocidas sin embargo en la realidad los problemas matemáticos no están contextualizados. Para resolver problemas se inicia con un proceso de análisis desde una perspectiva científica y una correcta comprensión del contexto del problema, la comprensión desde que inicia con la lectura es la vía para entender los datos principales y relacionarlas con aquellas que ya se conoce o datos faltantes, proponer en lenguaje matemático y finalmente encontrar la solución (Cedeño Llor, Muñoz Muñoz, Alay Giler, Caballero Vera, y Cedeño Briones, 2019)

Los autores concuerdan en el sentido de que la resolución de problemas matemáticos es compleja y más, si es que tienen una aversión innata natural a la asignatura por lo que requiere de un sistema de operaciones cognoscitivas que permita de manera sencilla encontrar una solución, para el desarrollo de los procesos, el docente centrará al estudiante como un protagonista del aprendizaje y descartar el uso de métodos tradicionales. Para los autores es de gran importancia desarrollar procesos mentales, para llegar a un auténtico aprendizaje y significativo, las habilidades, las destrezas y cualidades de razonamiento, los algoritmos, son las habilidades claves para lograr resolver problemas de forma más eficaz, la metacognición es uno de los procesos mentales más relevantes para desarrollar la capacidad de reflexionar, de tal manera que entienda, analice, aplique conocimientos, se evalúe.

Dentro de las heurísticas resolutivas de problemas se encuentran el método Pólya para la asignatura de matemática y a partir de estas ideas se destacan Mason, Burton, Stacey, Schoenfeld:

Pólya (1965) propone cuatro pasos en el proceso de resolución de problemas, que consisten en: el entendimiento del problema, trazar un plan, elaboración de la resolución y visión retrospectiva

que se basa en el análisis de la respuesta obtenida. Lo que Pólya pretende con el método es focalizar el procedimientos en aspectos claros del enunciado, además, permite el monitoreo y valoración de cada uno de los pasos, por lo tanto, reconocer las dificultades en los estudiantes para afianzar en los temas que requieran mayor atención, todas estas acciones permiten que el estudiante desarrolle habilidades de experimentación, observación (Vílchez y Teodoro, 2018).

Para Mason, Burton, y Stacey (1989) una manera de resolver problemas de forma eficiente es que estudiante desarrolle un agrado por la matemática. Un paradigma propuesto para lograr resolver problemas matemáticos de forma efectiva y afectiva durante todo el proceso que genera confianza en el estudiantes, además, esta vinculados a varios aspectos: el primer aspecto, se enfoca en atacar los problemas, el segundo es la reflexión a partir de las experiencias para mejorar el razonamiento, el tercero enlazar los pensamientos con la acción para mezclar sorpresas en el desarrollo, el cuarto es analizar minuciosamente los pasos de la resolución para reconocer la interrogante, reto y reflexión, y como último paso es identificar como se acopla lo aprendido con la experiencia, es así que el razonamiento lógico matemático ayuda a entender y resolver problemas matemáticos (Versga-Bravo, 2018).

Schoenfeld nacido en Estados Unidos en 1947 es un matemático reconocido por su investigación que permite que los discentes obtengan bastos conocimiento es por medio de los métodos heurísticos en el área de la matemática brindan las herramientas para resolver un problema y, además, saber discernir la utilidad y momento de utilizarlos, comprende que el proceso de resolución no es recto, sino al contrario existen varias formas de llegar como caminos en zigzag e ir hacia adelante y atrás o viceversa (Soto-Hernández, 2019). Schoenfeld (1994) exponente de las heurísticas propone cinco fases que permiten resolver y comprobar un problema: dentro de la primera fase, se enfoca en el análisis y entendimiento explorar una y otra vez hasta descubrir los datos e incógnitas y reformular el problema para minimizar la complejidad, la segunda fase tiene como objetivo crear un plan sobre los cálculos a desarrollar. La tercera fase es de exploración, permite analizar diversas formas de resoluciones cuando el plan en el segundo paso aun no es claro. En la cuarta fase, se resuelven las operaciones y en la quinta fase, se procede a verificar la solución y pertinencia.

Esta investigación enfoca su atención en el método Pólya orientada en los todos los puntos de vista expuestos, por ser desarrollado concretamente sobre la resolución de problemas, además, que presenta la dificultad como algo que exige el descubrimiento, que activa la lógica, brinda un modelo formal para el docente y estudiante, tiene en cuenta los ritmos de aprendizaje y los procesos, facilita diferentes fases de alcance dentro de resolución y en consideración que se desea fomentar las habilidades de razonamiento, también, es necesario el uso de diversas estrategias y propuestas pedagógicas, con orientaciones para mejorar el tema presentado; en tal sentido, a continuación, se presenta detalles de este método.

## **1.2. Método Pólya**

George Pólya fue un científico matemático húngaro, que realizó funciones como docente en la universidad de Suiza, realizó estudios de estadística combinatoria, en su libro más destacado sobre matemática *Cómo plantear y resolver problemas* publicado en 1965 describió cómo se enseña y aprende el proceso para encontrar la solución de problemas matemáticos, en tal sentido para Pólya no bastaba con desarrollar un ejercicio, el planteaba que el estudiante debía estar involucrado con el problema y la resolución, con lo cual surgió el famoso método que lleva su nombre; conjuntamente en sus más de 256 documentos técnicos, trata de descubrir la sistematización en el desarrollo de ejercicios y problemas (Plaza y González, 2019).

Entre sus más destacadas obras, se recogen los diez mandatos para los docentes de matemática:

- Provocar el interés en la asignatura.
- Conocimiento profundo de la asignatura.
- Conocer a los estudiantes, sus perspectivas y problemas.
- Investigar, despertar el ser curioso, permitir la exploración.
- Incentivar las actitudes cognitivas y el ejercicio del trabajo mediante procesos organizados que facilitan el aprendizaje.
- Enseñar de manera analítica y aprender a elaborar conjeturas.
- Permitir realizar comprobaciones.
- Buscar ventajas mediante la caracterización del problema, o que poseen otros problemas en otro contexto con el mismo camino de solución.

- Sugestionar para que los estudiantes elaboraren conjeturas conjuntamente con los estudiantes antes de dar pistas del proceso de resolución.
- Llevar el proceso a un ritmo adecuado con los estudiantes, no forzar la comprensión.

(Escalante, 2015)

El método Pólya es un proceso reflexivo, que consiste en una secuenciación de pasos interactivos en la resolución con bases de teoría y práctica que inician con la comprensión de problemas matemáticos, hasta la retrospectiva de los resultados para identificar congruencias o debilidades en el proceso (Saucedo, Espinosa, y Herrera, 2019).

Este método, se usa para generar en los estudiantes habilidades en la resolución de problemas dentro del sistema de enseñanza-aprendizaje y en la asignatura de matemática, , además, ayuda a ampliar su potencial, porque permite el desarrollo de la creatividad y brinda herramientas de análisis en cada uno de los pasos (Yangali y Rodríguez, 2016).

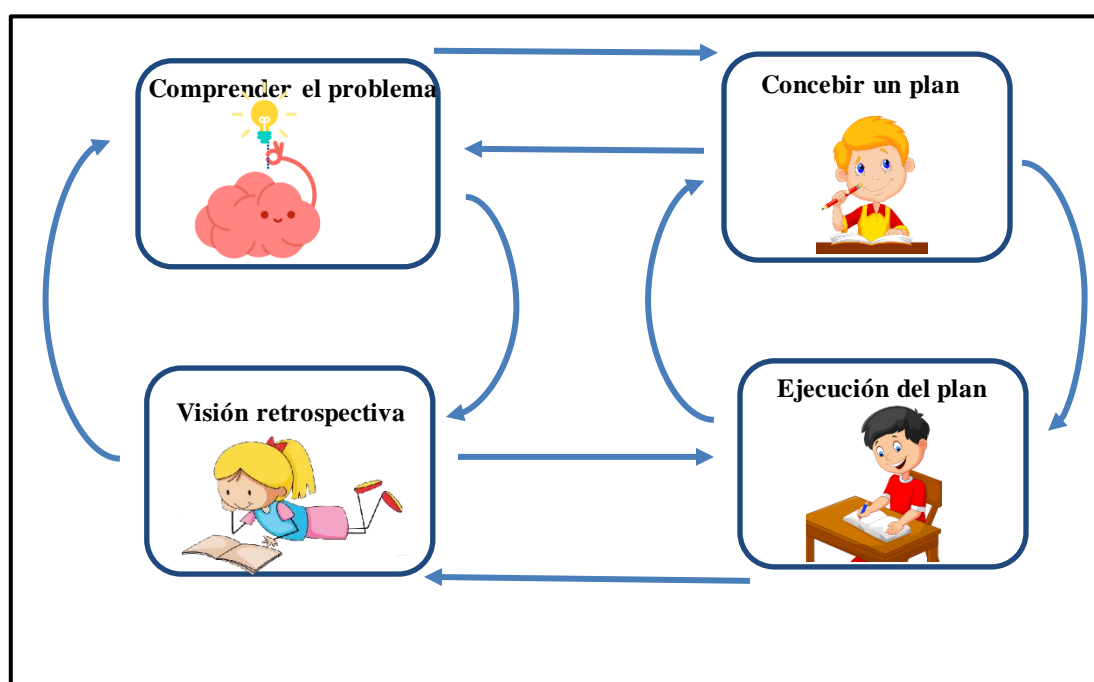
El método Pólya propone el descubrimiento para la enseñanza, ir más allá que el simple desarrollo de ejercicios y su rutinaria aplicación, enfatiza un método que involucra a los estudiantes en la resolución de problemas, lo que conlleva un tiempo para reflexionar, incluso aplicar procesos que inicialmente no son considerados para hallar la respuesta, brinda la oportunidad de que el estudiante pueda ser creativo en la solución, sin importar la complejidad del problema (May, 2017).

Es importante aclarar que para aplicar el método Pólya, la edad mental es fundamental, hay que tener en los conocimientos con que cuenta el discente que va a encontrar la solución, para los niños de educación básica preparatoria es un problema encontrar la respuesta de cuánto es  $4 + 3$ ; mientras que para los niños de educación básica media responder la pregunta ¿Cómo repartes 68 zanahorias entre 17 conejos de tal manera que cada uno reciba una porción de comida que sea igual? Los dos aspectos representan un problema, si se considera el análisis del primer ejemplo, aunque aparentemente se trata de un ejercicio rutinario por sí mismo no lo es, expresa un problema debido al nivel de educación al que va dirigido (dos Santos, 2020).

Es indispensable generar confianza en los estudiantes, relacionar los problemas con contextos sociales reales, el docente tiene la obligación de presentar los problemas matemáticos de manera

sencilla, contextualizados con la vida real, para que el estudiante pueda notar que todo tiene relación entre sí y todo tiene solución (Munayco-Mesias y Solís-Trujillo, 2021).

Para Pólya (1965) el método propuesto tiene la intención de aprendizaje y autonomía, se enfoca en la importancia el procedimiento para el hallazgo, o cómo es que se encuentran las soluciones en los problemas matemáticos. Para comprender de mejor manera la teoría, para que los estudiantes se involucren y usen el método, éste fue generalizado en cuatro pasos que son: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva ([ver figura 2](#)).



*Figura 2.* Pasos del Método Pólya Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

1) Entender el problema. En el primer paso, se consideran varios aspectos como identificar la incógnita, extraer los datos, entender la condición, si los datos obtenidos son suficientes, redundantes o extraños para encontrar la incógnita; con la intención de que el problema, se contextualice que pueda ser planteado con palabras propias. Para el estudiante esta etapa del proceso es el más complejo debido a que muchas veces, se piensa en la solución sin analizar otros aspectos o caminos de verificaciones, fallar en este paso conlleva dificultades en la resolución de problemas, por lo que es conveniente centrar toda la atención en el problema planteado (Mass, Garcés, y González, 2017).

2) Concebir un plan. En el segundo paso, el método Pólya sugiere aplicar distintas estrategias, para hallar la solución como: reconocer un problema parecido o familiar, identificar un teorema que sea útil, incluir algún elemento complementario, expresar o plantear el problema de manera diferente, buscar y resolver problemas similares, pero menos complejos, resolver el problema por partes. En esta etapa, se consideran las posibles opciones antes de encontrar el plan que lleve a un proceso definido y apropiado para dar solución al problema.

3) Ejecución del plan. El plan está definido de forma clara y coherente, para ser ejecutado y monitoreado en todo el procedimiento de la resolución del problema. May (2017) sostiene que: “el lapso de tiempo necesario para resolver un problema no está definido en ningún escrito, en muchos momentos, es inevitable un ir y venir entre la idea inicial y la ejecución del plan para conseguir soluciones favorables” (p. 1). Desde la perspectiva del modelo matemático, los problemas no tienen un tiempo definido para su resolución, depende mucho de las diferencias individuales de la persona que ofrece la solución.

4) Visión retrospectiva. Esta etapa sirve para revisar el procedimiento, volver a analizar el problema y descubrir otras formas de resolverlo, cerciorarse de que la solución hallada sea coherente, lógica o si es necesario buscar otras formas de solución. La intención del autor con este paso es más relevante, porque pretende ampliar la solución de un problema, ampliar la perspectiva a algo más importante como la posibilidad emplear el resultado o método en otros problemas futuros.

La utilización del método Pólya en matemática es muy valiosos en la resolución de problemas matemáticos es muy interesante en el proceso educativo porque refuerza los conceptos, y procedimientos.

Un buen profesor comprende y hace comprender a sus alumnos, que ningún problema se considera completamente terminado. Siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, para mejorar cualquier solución, y en todo caso, siempre mejorar la comprensión de la solución. (Pólya, 1965, p. 35)

Pero el método de George Pólya no se centra solo en la sistematización de problemas o en teorías específicas, se basa más en la exploración, el descubrimiento, en las observaciones, en buscar

de similitudes, en encontrar estrategias matemáticas que se vuelvan generales y que sean aplicables a cualquier problema, de tal modo que los procesos son flexibles, es decir, que el método que presenta Pólya no tiene la rigurosidad de desarrollarse de manera secuencial, sino de forma en que parezca conveniente para llegar a la solución con el uso de experiencias del entorno y de la lógica para orientar a la resolución.

### **1.3. Estudio documental de la aplicación del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos**

En esta parte del documento, se realiza la revisión bibliográfica a investigaciones de trabajos relacionadas al mismo hilo de estudio de investigación, se obtienen los siguientes estudios:

Una investigación de Gopinath y Lertlit (2017) realizada en Tailandia en una escuela internacional que expone un estudio sobre los tropiezos matemáticos que afrontan los estudiantes en la resolución de problemas y cuyo objetivo del trabajo fue desarrollar las habilidades de resolución con el método Pólya: 1) entender el problema, 2) pensar en una estrategia, 3) aplicar la estrategia, 4) revisar la respuesta obtenida; con estudiantes de séptimo grado, con diseño experimental y un enfoque cuantitativo en una muestra de diez estudiantes; como instrumento de evaluación, se tomó un test antes de la intervención, y otro test después de la intervención; entre la evaluación previa y posterior, se compararon los resultados obtenidos de acuerdo a la investigación, se informa que se incrementaron las calificaciones en un 20%, y que la mayoría de estudiantes objeto de experimento alcanzaron una categoría sobresaliente, y que ninguno obtuvo bajas calificaciones.

Por otra parte en una investigación en Indonesia por Royani y Agustina (2019) muestra que, en una institución primaria, en las pruebas matemáticas aplicadas demostraron que los estudiantes tenían pocas habilidades en la resolución de problemas y bajo rendimiento, esto en base a los estándares educativos. El objetivo de la investigación fue la aplicación de los pasos del método Pólya mediante el aprendizaje basado en problemas. La investigación estuvo direccionada al enfoque cuantitativo con 26 estudiantes de séptimo año como parte de la muestra. Se aplicaron dos evaluaciones un pre-test para recoger la información de la muestra con un resultado de 59.39% en habilidades de resolución, se desarrollaron cuatro sesiones con el proceso del método

Pólya: entender el problema, crear un plan, ejecutar el plan y revisar la respuesta, para posteriormente aplicar un post-test que arrojó como resultados el 76.94%, que representa una mejoría de 17.55%, es decir, que la capacidad aumentó significativamente en la resolución de problemas en la asignatura de matemática.

En Perú en estudios desarrollados por Laguna y Rodríguez (2019) con estudiantes de segundo de secundaria, el cual, el propósito fue la aplicación del método Pólya para determinar la mejoraría en la resolución de problemas matemáticos, cuya metodología fue de diseño-cuasi experimental con un grupo de 53 estudiantes, divididos de la siguiente manera: 25 pertenecieron al grupo control y 28 al grupo que fue monitorizado de forma experimental; como instrumento de recolección, se utilizó una prueba con cuatro dimensiones, que analizados los datos recolectados mostraron un mayor grado de dificultad en la en la comprensión del problemas y con una media general de 6.28/20; para lo cual se desarrollaron seis sesiones de aprendizaje con la aplicación del método ya expuesto que consta de cuatro pasos que son: entender el problema para interiorizar la información, configurar un plan en busca de varios caminos de solución, ejecutar el plan y reflexión sobre el desarrollo; después, se aplicó un post-test que arrojó como resultados una media de 14,52/20. Así, se demostró que con la aplicación del método Pólya hubo una mejoría significativa de 8.24 puntos.

En Ecuador, también, se llevó a cabo un estudio con la aplicación del método Pólya por Cedeño Loo y otros (2019) para optimizar el entendimiento de los problemas en un sistema de ecuaciones en universitarios, con el objetivo evaluar la eficiencia del método Pólya, con un enfoque cuantitativo la investigación que se desarrolló tuvo un diseño cuasi experimental, para lo cual fue necesario trabajar con dos grupos, con una muestra de análisis 172 estudiantes, 86 equivalen al grupo control y 86 del grupo experimental, se realizó un test de inicio, se desarrollaron las intervenciones y un test de salida aplicado posterior a las intervenciones con los cuatro pasos del método Pólya, los resultados obtenidos evidenciaron que los estudiantes del grupo experimental tuvieron una media en el pre-test de 4.89 y en el post-test fue de 8.52, lo que quiere decir que después de la intervención mejoraron de forma significativa al resolver problemas matemáticos.

Actualmente la mayor prioridad en el aspecto educativo en Ecuador está centrada en matemática, fundamentalmente en cómo mejorar un proceso considerado difícil y complejo en la enseñanza de la resolución de problemas, esto debido a la sistematización que se requieren (Benavides-Solís, Quiñonez-Arroyo, y Bermúdez-Zuleta, 2020). Por tal razón nace la idea de aplicar en las clases el Método Pólya, que busca de mejorar significativamente la resolución de problemas matemáticos, debido al bajo nivel académico en las calificaciones de las pruebas internacionales.

## CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

En el capítulo se detallan los procedimientos necesarios, con la finalidad de responder a hipótesis planteada de manera clara y oportuna, con información donde se detallan las etapas y se explica el diseño, el tipo, enfoque, población y muestra de la investigación. Con ello se busca realizar un aporte significativo en el contexto educativo actual para su mejora en el Ecuador (Moreta-Herrera et al., 2019). Además, para conocer sobre la validez del instrumento de evaluación, se realiza un análisis sobre las pruebas TIMSS, también, se presenta la propuesta innovadora con el uso del método Pólya.

### 1.4. Diseño investigación

La modalidad usada en presente proyecto se trabaja desde el tipo de investigación aplicada porque se refiere al estudio científico que busca resolver problemas prácticos (Navarro, Jiménez, Rappoport, y Thoilliez, 2017). Bajo un enfoque cuantitativo en razón de que se encarga de obtener datos matemáticos y permite analizarlos estadísticamente en situaciones definidas con una hipótesis verificable (Gil, 2015). Es de diseño cuasiexperimental porque se comparan resultados entre dos grupos que no han sido elegidos al azar de acuerdo con (Hernández Sampieri et al., 2014), está dirigida para la aplicación con dos grupos no equivalentes, uno experimental y otro de control, la intención es analizar y comparar los resultados efectuados mediante la recolección de datos a través de una evaluación pretest y después de aplicar el método un post test que permita comprobar la eficiencia del mismo, Cuyo bosquejo es el siguiente:

**Tabla 2.**

*Bosquejo de la investigación*

Grupos	Siglas	Numeración	Tipo	Intervención		
Experimental	<b>GE</b>	01	Pre-test	01	Y	02
		02	Post-test			
Control	<b>GC</b>	03	Pre-test	03	–	04
		04	Post-test			

**Nota.** Fuente: Modificado a partir de (Guevara, 2017)

## Población

Debido a que octavo año forma parte del subnivel de básica superior dentro del currículo de educación, se considera como población a los 91 estudiantes matriculados para el año lectivo 2020–2021 en octavo, noveno y décimo año de la Unidad Educativa Palomino Flores del cantón Baños de Agua Santa.

## Muestra

La muestra está conformada por 45 estudiantes de octavo año de educación general básica con 23 estudiantes del paralelo “A” que corresponde al grupo experimental y 22 del “B” para el grupo control. Los adolescentes tienen una edad promedio de 12 años que pertenecen a la jornada matutina.

**Tabla 3.**

*Detalle de la muestra*

Grupos	Género		Total Grupo
	Masculino	Femenino	
Experimental	11	12	23
Control	12	11	23
Total estudiantes	23	23	46

**Nota.** Fuente: elaboración propia datos de la Unidad Educativa (Villacis, 2020)

El grupo objeto de experimento está compuesto por 23 estudiantes, 11 son hombres y 12 mujeres en el grupo control hay 23 estudiantes, 12 son hombres y 11 mujeres.

## Tipo de recolección de la información

El método usado para la recolección de información es el científico debido a que tiene un conjunto procesos que se desarrollan de forma organizada y coherente para la creación del conocimiento. Para conseguir el conocimiento científico es primordial que se sigan los pasos en forma ordenada en todas las fases: observación, hipótesis, experimentación, conclusiones y teorías para el establecimiento de un nuevo conocimiento o ley (Deiana, Granados, & Sardella, 2018).

Mediante procesos generalizados de preguntas abiertas o cerradas para la recolección de información la técnica que se utilizó fue la encuesta, porque permite obtener datos precisos para mediciones cuantitativas en una muestra de la población (Torres, Paz, y Salazar, 2019).

El instrumento aplicado es el cuestionario estandarizado del Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) ([anexo 2](#)), compuesto de veinticuatro preguntas divididas en cuatro secciones: bloque numérico, figuras geométricas y medidas, representación de datos y álgebra (TIMSS Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias, 2013). Las pruebas TIMSS fueron desarrolladas por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA) en 1959, permite comparar el logro en el desempeño educativo de los estudiantes de diferentes países (Correa Fonnegra, 2016).

Cada pregunta tiene 4 opciones de respuesta y la correcta está valorada sobre un punto, con un puntaje final de 24 puntos, para el análisis de datos se ha considerado realizar una regla de 3, para que la calificación final sea sobre 10, que es la escala numérica establecida por el Ministerio de Educación.

**Tabla 4.**

Escala de calificaciones

Escala Cualitativa	Escala Cuantitativa
Domina los aprendizajes requeridos	9 – 10
Alcanza los aprendizajes requeridos	7 – 8,99
Próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos	4,01 – 6,99
No alcanza los aprendizajes requeridos	≤ 4

**Nota.** Fuente: Tomada a partir del Ministerio de Educación, (2017, p. 8)

Después de la aplicación de las evaluaciones, las calificaciones obtenidas del pre test y post test fueron procesadas en el programa estadístico SPSS 23.

### 1.5. Validez y confiabilidad de instrumentos

El cuestionario internacional TIMSS fue creado mediante la colaboración de expertos de los países participantes. En la asignatura de matemática, a partir un enfoque tradicional de la medición se realizó el proceso de validación por los jueces, quienes realizaron un análisis de los

ítems para comprobar la consistencia de la prueba y reflexionar sobre la aplicación de la evaluación en el aula de educación básica desde una perspectiva del entorno social, donde constantemente se realizan diagnósticos mediante pruebas objetivas. Para la validación por jueces se organizó mediante reuniones quienes consideraron que los esquemas y los pasos de las pruebas TIMSS son válidas para evaluar el conocimiento matemático porque genera datos confiables y verificables.

En pruebas estandarizadas para estimar el nivel de confiabilidad es mediante el índice de consistencia interna, en este caso se trata de la prueba estandarizada TIMSS, por lo que se ha realiza con datos obtenidos aplicado a una muestra de estudiantes de manera internacional, se analiza mediante el coeficiente del Alpha de Cronbach y su interpretación se realiza mediante el porcentaje de diferencias individuales que es imputable a la varianza de sus puntos verdaderos, para conocer la confiabilidad hay que revisar el rango de valores entre 0 y 1, se considera deseable el valor de 0.85 (Abarzúa, 2015).

## **1.6. Caracterización y propuesta de la investigación**

- **Objetivo general**

Identificar el nivel de eficiencia de la aplicación de método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de E.G.B.

- **Objetivos específicos**

1. Fundamentar teóricamente los aspectos de la aplicación del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos en adolescentes.
2. Diagnosticar el nivel actual en la resolución de problemas en matemática en los estudiantes del grupo control y experimental.
3. Aplicar el método Pólya previamente diseñado en el grupo experimental y la estrategia del método tradicional de aprendizaje en el grupo control en la resolución de problemas.
4. Evaluar la eficiencia de la resolución de problemas en los dos grupos objeto de estudio ulterior a la aplicación del modelo manifestado, para realizar un análisis estadístico comparativo inter-sujetos de los datos obtenidos sobre la eficiencia del método Pólya.

La Unidad Educativa “Palomino Flores”, es una institución de sostenimiento fiscal, está ubicada en la parroquia Ulba, perteneciente al cantón Baños de Agua Santa de la provincia de Tungurahua, cuenta con el nivel educativo desde inicial hasta décimo año de EGB., la planta docente está conformada por 14 docentes y en el presente año lectivo están legalmente matriculados 212 estudiantes.

Para el procesamiento y análisis de la información como primera instancia se realizó una reunión con la directora de la Unidad Educativa “Palomino Flores”, donde mediante un diálogo se le dio a conocer la propuesta para la aplicación del método Pólya, posteriormente se envió un oficio de solicitud ([anexo 1](#)), con su autorización se procedió a ejecutar el proyecto de investigación. Luego se continuó con la aplicación de instrumento de evaluación correspondiente al pre-test, se aplicó la intervención con los pasos de método Pólya para la resolución de problemas matemáticos, posteriormente se aplicó el post-test a los grupos control y experimental; ya aplicados los instrumentos se procedió a la tabulación de los datos en el software estadístico Producto de Estadística y Solución de Servicio (SPSS). El software es altamente usado porque admite un enfoque en pruebas de hipótesis en investigaciones de tipo cuantitativas. Después de tabulados los datos se procedió a analizar los resultados, para tal acción se consideró importante comenzar el procedimiento de comparación de equivalencias mediante un análisis del pre-test de los grupos de control y experimental.

### **Descripción de la estrategia**

La descripción que se realiza en el marco teórico es la que se toma en consideración, las evaluaciones matemáticas aplicadas para conocer el grado de conocimientos de los estudiantes, el diseño estrategias metodológicas de enseñanza apoyadas en el método Pólya en la resolución de problemas, para lo cual, a continuación, se inicia con la caracterización.

El Método Pólya es una heurística metodológica de resolución, en la enseñanza matemática para los problemas planteados, tiene mayor énfasis en el proceso de descubrimiento, más que el desarrollo de ejercicios rutinarios, donde las experiencias y conocimientos previos permiten una comprensión del contexto problemático, por medio de una organización que facilita el entendimiento, la aplicación de conceptos y procesos; fue publicada por George Pólya en 1945

en el libro, el cual, toma como referencia la investigación: como plantear y resolver problemas que se basa en la enseñanza, elaboración y resolución de textos en varios países.

En el mundo de la educación, aprender matemática para los estudiantes es complejo, debido a que la enseñanza tradicional se centra en la repetitividad y memorización de ejercicios, sin tomar en cuenta situaciones reales, motivo por el que los estudiantes presentan dificultades como: no comprenden textos, tienen conflicto para razonar, inadecuada transformación del lenguaje verbal al algebraico, inconvenientes en los procesos para resolver problemas.

Ante esta situación, los estudios actuales (Yangali et al., 2016; Saucedo et al., 2019; Fernández et al. 2019), señalan que los pasos del Método Pólya desarrollan habilidades, pensamiento crítico y razonamiento, facilita el descubrimiento de soluciones; por lo que arroja mejores resultados en la resolución de problemas matemáticos en adolescentes. Por lo expuesto se ha considerado ejecutar la propuesta de investigación, que está enfocada en mejorar la capacidad de resolución de problemas matemáticos mediante el desarrollo de habilidades de razonamiento, utilización de diversos materiales educativos, mediante la aplicación del Método Pólya basado en cuatro pasos estratégicos: entender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva ([ver figura 5](#)).

Cabe mencionar que para dar inicio con el proceso de la planificación didáctica micro curricular (Ver tabla 2) se tomó en cuenta el formato emitido por el Ministerio de Educación, que está diseñado para su aplicación de manera virtual debido a que, en Ecuador la Ministra de Educación Monserrat Creamer, el 12 de marzo de 2020, según acuerdo MINEDUC-MINEDUC-2020-00013-a decretó la suspensión de clases de manera presencial en las todas las instituciones educativas del país, debido a la emergencia sanitaria provocada por la propagación del COVID-19; actualmente sigue en vigencia el decreto, razón por que el proceso de educación se desarrolla de manera virtual con el plan “Aprendamos juntos en casa”.

### **Diseño curricular con método Pólya**

El proceso de enseñanza de matemática es un proceso que si se lleva con organización facilita la resolución de problemas que es la columna del método Pólya que consta de cuatro pasos que son: Comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y finalmente la visión retrospectiva, los pasos de forma individual atraviesan por varias cuestiones que ayudan a

facilitar el proceso, además, de que se basa en enfoques pedagógicos probados que se detallan, a continuación ([ver figura 3](#)):

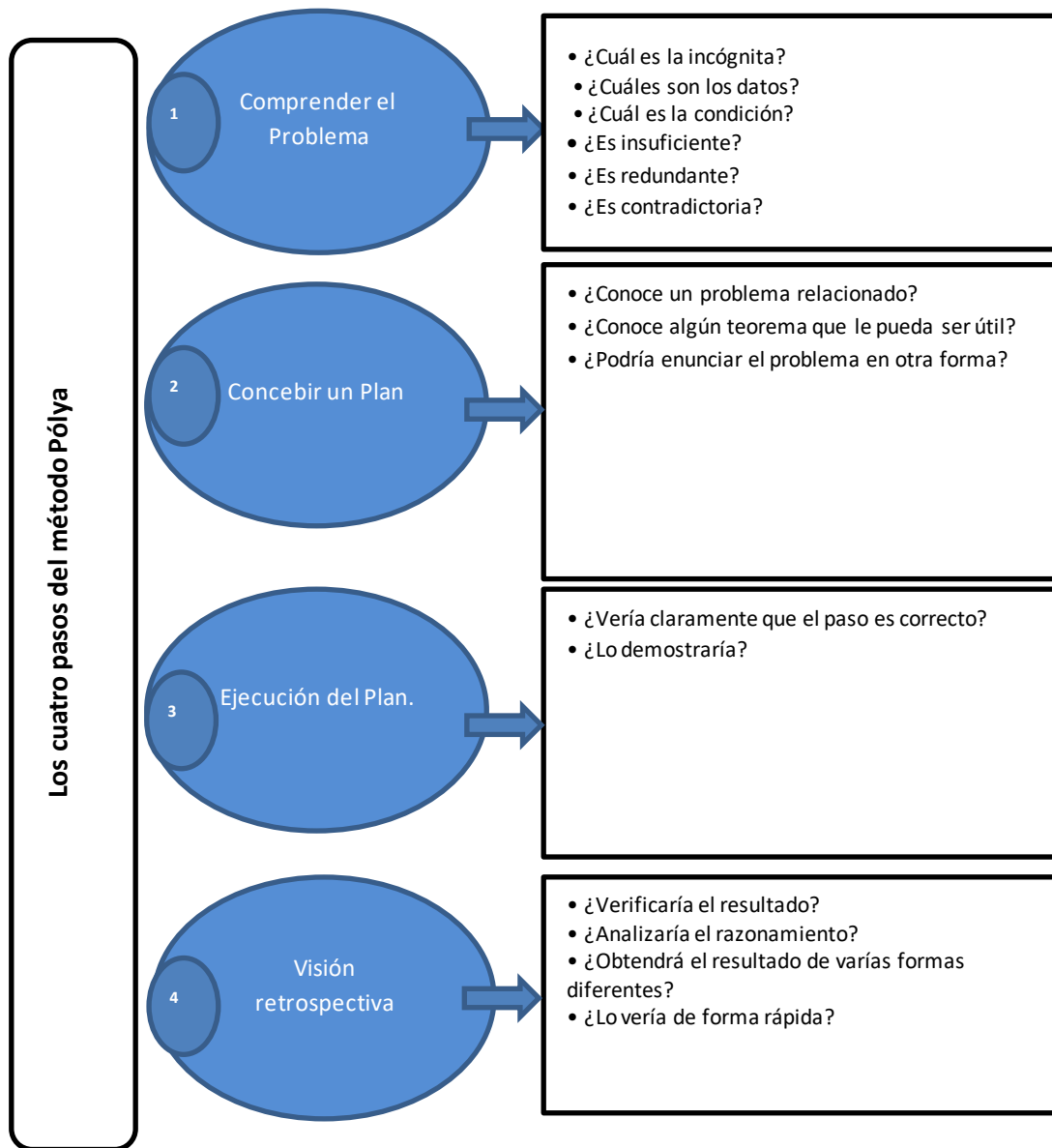


Figura 3. Procesos del Método Pólya Fuente: Tomada a partir del libro *Cómo resolver problemas* (Pólya, 1965)

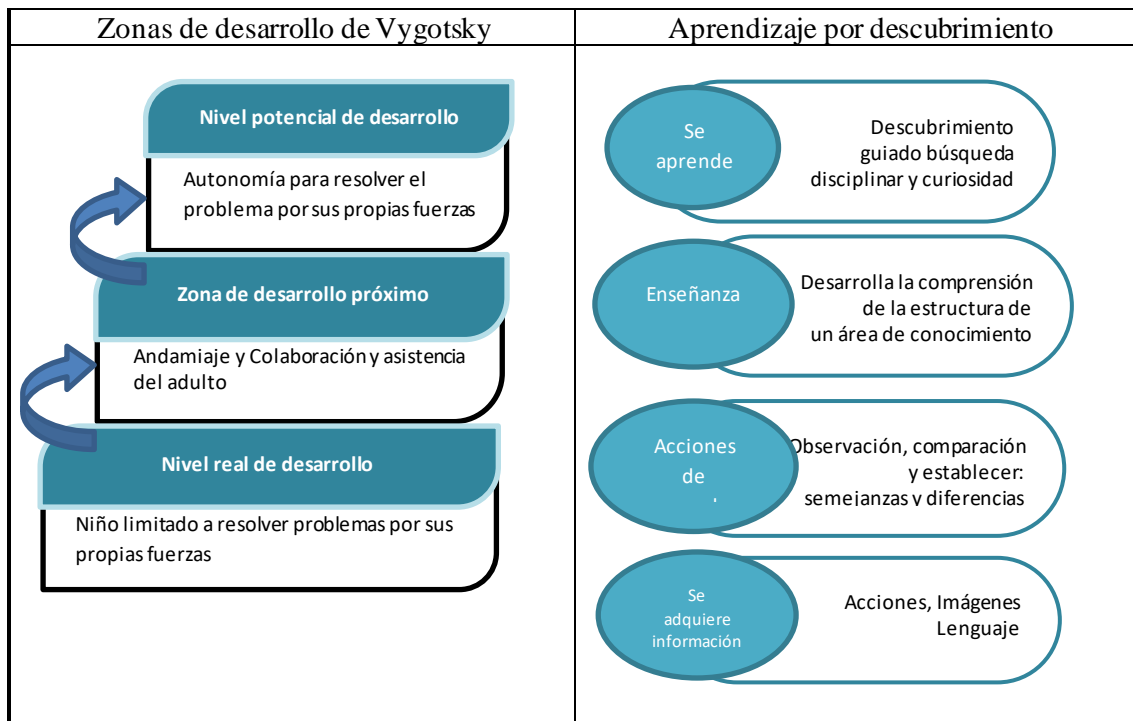


Figura 4. Enfoques metodológicos Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

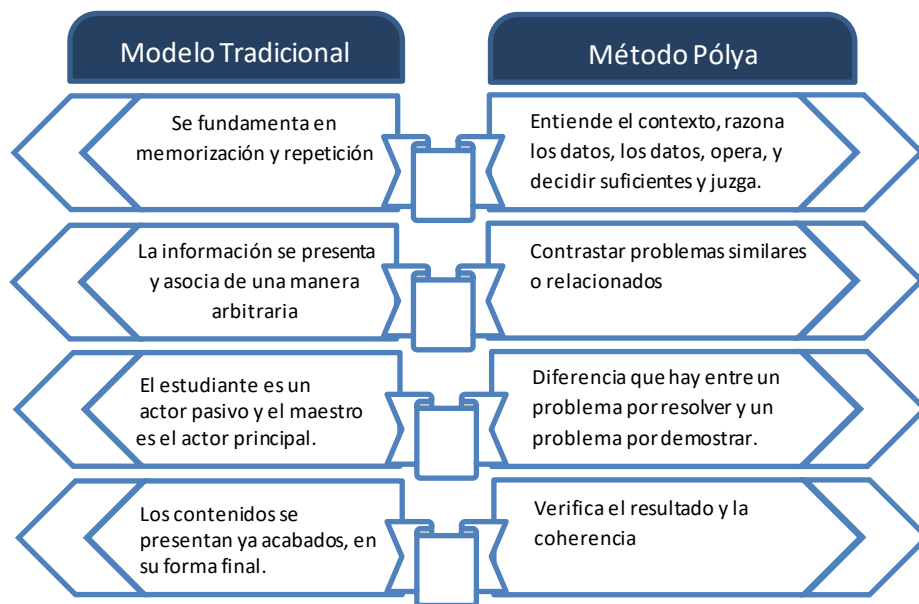




Figura 5. Método tradicional versus método Pólya Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Tabla 5.

## PLANIFICACION MACROCURRICULAR PARCIAL No. 1

 <b>PLANIFICACIÓN CURRICULAR – I PARCIAL – I QUIMESTRE AÑO 2020-2021</b> 					
DATOS INFORMATIVOS					
Nombre de la Institución Educativa:		Unidad Educativa “Palomino Flores”	Nombre del docente:		Mayra Villacis
Grado/curso:		Octavo año	Fecha:		Fecha:
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE		Resolver problemas que conduzcan a la comprensión y solución del problema mediante el método Pólya a un nivel reproducido-aplicativo.			
VALORES:		Solución de conflictos, pensamiento crítico, habilidad de comunicación, toma de decisiones.			
NOMBRE DEL PROYECTO:		Protocolo sanitario: Transformar mi modo de proceder desde el uso consciente de protocolos de bioseguridad			
CONCEPTOS ESENCIALES	DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ORIENTACIONES METODOLÓGICAS		
			PROPUESTAS DEL DOCENTE	Recomendaciones para el padre o tutor en el hogar	
- Operaciones fundamentales con números enteros, secuencias	Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren números enteros, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (Ref. D. M.4.1.12.)	Formula y resuelve problemas de los números enteros y el planteamiento y resolución de problemas; juzga e interpreta las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (I.2.) (Ref. D. I.M.4.1.2.)	Motivación – Visual <ul style="list-style-type: none"> <li>- Docente propone una dinámica para despertar el interés de los estudiantes</li> </ul> Conocimiento previo <ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizar preguntas y repasos sobre conceptos</li> </ul> <u>Pasos Método Pólya</u> <b>Entender el problema</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprende todos los elementos del problema antes de comenzar a resolverlo.</li> <li>- Traduce cantidades a expresiones numéricas</li> </ul> <b>Concebir un plan</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica la operación a realizarse para encontrar la solución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Designar un lugar apropiado para la realización del trabajo.</li> <li>- Organizar horarios para brindar apoyo en el aprendizaje.</li> <li>- Leer las indicaciones junto con el estudiante de forma pausada.</li> <li>- No descalificar el trabajo del estudiante,</li> </ul>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuerpos en revolución, formas bidimensionales y tridimensionales puntos, líneas.</li> <li>- Variables, datos y frecuencias</li> <li>- Expresiones algebraicas, fórmulas y funciones</li> </ul>	<p>Clasificar figuras y cuerpos de revolución de acuerdo a sus características y elementos (Ref. D.M.3.1.3.)</p> <p>Comprender y representar de manera gráfica, las frecuencias: gráfico con barras, frecuencias acumuladas, diagrama circular en función de analizar datos. (Ref. D.M.4.1.8.)</p> <p>Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en <math>Z</math> en la solución de problemas. (Ref. D.M.4.1.5.)</p>	<p>Comprende y reconoce distintos tipos de polígonos en diferentes contextos de la vida real. (Ref. I.M.4.6.3.)</p> <p>Organiza datos en tablas de distribución de frecuencias para analizar el significado de los datos. (Ref. I.M.4.8.1.)</p> <p>Resuelve problemas y aplica las propiedades algebraicas y resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita; juzga e interpreta las soluciones obtenidas. (Ref. I.M.4.1.3.).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Enuncia con sus propias palabras los datos de su comprensión de problemas y las operaciones</li> </ul> <p><b>Ejecución del plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Usa diversas estrategias y procesos de cálculo</li> <li>- Realiza correctamente el algoritmo requerido para solucionar el problema.</li> </ul> <p><b>Visión retrospectiva</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Revisa y contrasta la pregunta con la respuesta</li> <li>- Soluciona y revisa con acierto situaciones problemas que requieren</li> </ul> <p><b>Habilidades matemáticas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprensión</li> <li>- Aplicación</li> <li>- Análisis</li> <li>- Síntesis</li> </ul> <p><b>Evaluación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagnostica</li> <li>- Sumativa</li> </ul>	<p>ni desconocer los sentimientos.</p>	
<b>Elaborado por:</b>		<b>Revisado por:</b>		<b>Aprobado por:</b>	
<b>Docente:</b>	Lic. Mayra Villacís	<b>Jefe de área:</b>	Lic. Byrun Muñoz	<b>Directora</b>	Lic. Bernardita Peñafield

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Tabla 6.

## Planificación primera sesión

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR			
Unidad Educativa “Palomino Flores”			
<b>Fecha:</b>	12-16/10/2020	<b>Curso:</b>	8vo EGB
<b>Asignatura:</b>	Matemática		
<b>Objetivo:</b>	OG.M.4. Valorar el empleo de las TICs para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentado la pertinencia de los métodos utilizados y juzgar la validez de		
<b>Tema:</b>	Números enteros: Operaciones elementales – Secuencias		
<b>Destreza con criterio de desempeño:</b>	Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren números enteros, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (Ref. D. M.4.1.12.)		
<b>Indicador de evaluación:</b>	Formula y resuelve problemas de los números enteros y el planteamiento y resolución de problemas; juzga e interpreta las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (I.2.) (Ref. D. I.M.4.1.2.)		
SECUENCIA DIDÁCTICA			
Procesos Pedagógicos		Estrategias Metodológicas	Recursos
INICIO	Problematización	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Por qué es importante conocer el valor de un producto ahora y en unos años?</li> <li>- ¿Han comprado un celular y lo han vendido después como hicieron el cálculo para conocer su valor?</li> <li>- ¿Qué entienden por depreciación?</li> <li>- ¿Cómo se resuelven problemas con la utilización de las depreciaciones?</li> </ul> Pausa activa determinada por el Ministerio de Educación.	Computador o celular Internet Material bibliográfico Texto de la asignatura Hojas Esferos Lápiz Borrador Regla
	Saberes previos		
	Propósito y organización		
	Motivación		
DESARROLLO	Procesos didácticos Pólya	Entender el problema	MOTIVACIÓN Y EVALUACION PERMANENTE
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observar el video Método Pólya – Cuatro pasos en la plataforma Edpuzzle (<a href="#">Anexo 3</a>)</li> <li>- Contestar las preguntas que aparecen en el transcurso del video.</li> <li>- Leer el problema planteado</li> <li>- Leer por partes</li> <li>- Contestar las siguientes preguntas</li> <li>- ¿Cuáles son los datos que se a extraer ?</li> <li>- ¿Cuáles la circunstancia del problema?</li> <li>- ¿Los datos son suficientes y la circunstancia permite determinar los valores del problema matemático?</li> <li>- ¿Los datos que posee son suficientes?</li> <li>- ¿Hay información que se repite?</li> <li>- ¿Los datos con contradictorios?</li> </ul>	

		Configurar un plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Has observado el mismo problema o alguno parecido?</li> <li>- ¿Ya has resuelto un problema en un contexto similar?</li> <li>- ¿Algún familiar o conocido tuyo ha tenido un problema relacionado?</li> <li>- ¿Identificas algún problema matemático que te pueda servir para resolver el problema?</li> <li>- Analiza atentamente la pregunta del problema y piensa como resolverlo.</li> <li>- ¿Crearías un problema similar en base al problema propuesto?</li> <li>- ¿Están todos los datos expuestos?</li> <li>- ¿Has empleado toda la condición?</li> <li>- Piensa en las operaciones que necesita realizar para responder a la pregunta</li> </ul>		
		Ejecutar el plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Para realizar las operaciones que pensamos anteriormente tomar en cuenta:</li> <li>- Utilizar todos los datos que sean necesarios para dar solución a los problemas</li> <li>- ¿Analizarías claramente que el paso es correcto?</li> <li>- ¿Cuántas operaciones vas a realizar?</li> </ul>		
		Visión retrospectiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Demostrarías la respuesta obtenida?</li> <li>- ¿Cómo verificarías el resultado?</li> <li>- ¿Hay otra forma de llegar al resultado?</li> <li>- ¿Lo leerías de inmediato?</li> <li>- ¿Si tienes un problema similar que sabes cómo resolverlo?</li> </ul>		
CIERRE	Consolidación	<p>Reflexionar sobre los siguientes aspectos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuántos pasos se utilizaron en la resolución de problemas?</li> <li>- ¿Qué fue lo más difícil de comprender?</li> <li>- ¿Corregiré los errores en futuros problemas?</li> <li>- Desarrollar la ficha de actividades con la aplicación de los cuatro pasos. (<a href="#">Anexo 4</a>)</li> </ul>			

**Nota.** Fuente: Modificado a partir de (Charris, 2019)

Tabla 7.

Planificación segunda sesión

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR			
Unidad Educativa “Palomino Flores”			
<b>Fecha:</b>	19-23/10/2020	<b>Curso:</b>	8vo EGB
<b>Asignatura:</b>	Matemática		
<b>Objetivo:</b>	OG.M.2. Producir, comunicar y generalizar información de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos para comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país y tomar decisiones con responsabilidad social.		
<b>Tema:</b>	Cuerpos en revolución, formas bidimensionales y tridimensionales puntos, líneas.		
<b>Destreza con criterio de desempeño:</b>	Clasificar figuras y cuerpos de revolución de acuerdo a sus características y elementos (Ref. D.M.3.1.3.)		
<b>Indicador de evaluación:</b>	Comprende y reconoce distintos tipos de polígonos en diferentes contextos de la vida real. (Ref. I.M.4.6.3.)		
SECUENCIA DIDÁCTICA			
Procesos Pedagógicos		Estrategias Metodológicas	Recursos
INICIO	Problematización	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué figuras geométricas conoces?</li> <li>- ¿Por qué es importante conocer el identificar las figuras geométricas?</li> <li>- ¿Qué es una figura geométrica?</li> </ul> Pausa activa determinada por el Ministerio de Educación.	Computador o celular Internet Material bibliográfico Texto de la asignatura Hojas Esferos Lápiz Borrador Regla
	Saberes previos		
	Propósito y organización		
	Motivación		
DESARROLLO	Procesos didácticos Pólya	Entender el problema	MOTIVACIÓN Y EVALUACION PERMANENTE
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observar las figuras propuestas</li> <li>- Leer el problema planteado</li> <li>- En las narraciones de partidos de fútbol, usualmente los comentaristas se refieren al balón como “al esférico”; sin embargo, la realidad es que este balón no es totalmente esférico, sino que está limitado por polígonos.</li> <li>- ¿Qué tipo de polígonos forman un balón de fútbol?</li> <li>- Leer por partes el problema</li> <li>- Contestar las siguientes preguntas</li> <li>- ¿Cuáles son los datos que se extraerían ?</li> <li>- ¿Cuáles es la circunstancia del problema?</li> <li>- ¿Los datos son suficientes y la circunstancia permite determinar los valores de la de las figuras?</li> <li>- ¿Los datos que posee son suficientes?</li> </ul>	

			<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Hay información que se repite?</li> <li>- ¿Los datos con contradictorios?</li> </ul>		
		Configurar un plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Has observado el mismo problema o alguno parecido?</li> <li>- ¿Ya has resuelto un problema en un contexto similar?</li> <li>- ¿Algún familiar o conocido tuyo ha tenido un problema relacionado?</li> <li>- ¿Conoces algún problema que se haya suscitado en un partido de fútbol relacionado con las matemáticas?</li> <li>- ¿Identificas algún problema matemático que te pueda servir para resolver el problema ?</li> <li>- Analiza atentamente la pregunta del problema y piensa como resolverlo.</li> <li>- ¿Crearías un problema similar en base al problema propuesto?</li> <li>- ¿Están todos datos expuestos?</li> <li>- ¿Has empleado toda la condición?</li> <li>- Piensa en las operaciones a realizarse para responder a la pregunta</li> </ul>		
		Ejecutar el plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Para realizar las operaciones que pensamos anteriormente tomar en cuenta:</li> <li>- Utilizar todos los datos que sean necesarios para dar solución a los problemas</li> <li>- ¿Analizarías fácilmente que el paso es correcto?</li> <li>- ¿Cuántas operaciones vas a realizar?</li> </ul>		
		Visión retrospectiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Demostrarías la respuesta obtenida ?</li> <li>- ¿Cómo verificarías el resultado?</li> <li>- ¿Hay otra forma de llegar al resultado?</li> <li>- ¿Lo verías de inmediato?</li> <li>- ¿Si tienes un problema similar que sabes cómo resolverlo?</li> </ul>		
CIERRE		Consolidación	<p>Reflexionar sobre los siguientes aspectos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuántos pasos se utilizaron en la resolución de problemas?</li> <li>- ¿Qué fue lo más difícil de comprender?</li> <li>- ¿Corregiré los errores en futuros problemas?</li> <li>- Desarrollar la ficha de actividades mediante la aplicación de los cuatro pasos.</li> </ul>		

**Nota.** Fuente: Modificado a partir de (Charris, 2019)

**Tabla 8.**

## Planificación segunda sesión

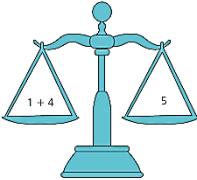
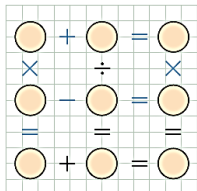
PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR			
Unidad Educativa “Palomino Flores”			
<b>Fecha:</b>	26-30/10/2020	<b>Curso:</b>	8vo EGB
<b>Asignatura:</b>	Matemática		
<b>Objetivo:</b>	OG.M.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad en el uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrar actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación.		
<b>Tema:</b>	Variables, datos y frecuencias		
<b>Destreza con criterio de desempeño:</b>	Comprender y representar de manera gráfica, las frecuencias: gráfico con barras, frecuencias acumuladas, diagrama circular en función de analizar datos. (Ref. D.M.4.1.8.)		
<b>Indicador de evaluación:</b>	Organiza datos en tablas de distribución de frecuencias para analizar el significado de los datos. (Ref. I.M.4.8.1.)		
SECUENCIA DIDÁCTICA			
Procesos Pedagógicos		Estrategias Metodológicas	Recursos
INICIO	Problematización	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Por qué es importante la representación de datos?</li> <li>- ¿Se acuerda de los diagramas de barras, circulares y poligonales?</li> <li>- ¿Qué entienden por variables?</li> <li>- ¿Cómo se resuelven problemas con la utilización de la frecuencia de datos?</li> </ul>	Computador o celular Internet Material bibliográfico Texto de la asignatura Hojas Esferos Lápiz Borrador Regla
	Saberes previos		
	Propósito y organización		
	Motivación		
DESARROLLO	Procesos didácticos Pólya	Entender el problema	MOTIVACIÓN Y EVALUACION PERMANENTE
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Leer el problema planteado</li> <li>- Leer por partes</li> <li>- Contestar las siguientes preguntas</li> <li>- ¿Cuáles son los datos que se extraerían?</li> <li>- ¿Cuáles la circunstancia del problema?</li> <li>- ¿Los datos son suficientes y la circunstancia permite determinar las variables, datos y la representación en problema matemático?</li> <li>- ¿Los datos que posee son suficientes?</li> <li>- ¿Hay información que se repite?</li> <li>- ¿Los datos con contradictorios?</li> </ul>	

		Configurar un plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Alguna vez has resuelto un problema parecido?</li> <li>- ¿O has observado el mismo problema planteado de forma similar?</li> <li>- ¿Has visto noticias relacionadas con el uso de información estadística?</li> <li>- ¿Identificas algún problema matemático que te pueda servir para resolver el problema?</li> <li>- Analiza atentamente la pregunta del problema y piensa como resolverlo.</li> <li>- ¿Crearías un problema similar en base al problema propuesto?</li> <li>- ¿Están todos los datos expuestos?</li> <li>- ¿Has empleado toda la condición?</li> <li>- Piensa en las operaciones necesarias para responder a la pregunta</li> </ul>		
		Ejecutar el plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Para realizar las operaciones que pensamos anteriormente tomar en cuenta:</li> <li>- Utilizar todos los datos que sean necesarios para dar solución a los problemas</li> <li>- ¿Analizarías de manera rápida que paso es correcto?</li> <li>- ¿Cuántas operaciones vas a realizar?</li> </ul>		
		Visión retrospectiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Demostrarías la respuesta obtenida?</li> <li>- ¿Cómo verificarías el resultado?</li> <li>- ¿Hay otra forma de llegar al resultado?</li> <li>- ¿Lo verías de inmediato?</li> <li>- ¿Si tienes un problema similar que sabes cómo resolverlo?</li> </ul>		
CIERRE	Consolidación	<p>Reflexionar con los estudiantes sobre los siguientes aspectos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuántos pasos se utilizaron en la resolución de problemas?</li> <li>- ¿Qué fue lo más difícil de comprender?</li> <li>- ¿Corregiré los errores en futuros problemas?</li> <li>- Desarrollar la ficha de actividades con la aplicación de los cuatro pasos.</li> </ul>			

**Nota.** Fuente: Modificado a partir de (Charris, 2019)

Tabla 9.

## Planificación cuarta sesión

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR			
Unidad Educativa “Palomino Flores”			
<b>Fecha:</b>	02-06/11/2020	<b>Curso:</b>	8vo EGB
<b>Asignatura:</b>	Matemática		
<b>Objetivo:</b>	OG.M.3. Desarrollar estrategias individuales y grupales que permitan un cálculo mental, escrito, exacto o estimado y la capacidad de interpretación y solución de situaciones problémicas del medio.		
<b>Tema:</b>	Expresiones algebraicas, fórmulas y funciones		
<b>Destreza con criterio de desempeño:</b>	Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Z en la solución de problemas. (Ref. D.M.4.1.5.)		
<b>Indicador de evaluación:</b>	Resuelve problemas, aplica las propiedades algebraicas y resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita; juzga e interpreta las soluciones obtenidas. (Ref. I.M.4.1.3.).		
SECUENCIA DIDÁCTICA			
Procesos Pedagógicos		Estrategias Metodológicas	Recursos
INICIO	Problematicación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Por qué es importante conocer las igualdades?</li> <li>- ¿Ejemplificarías una igualdad?</li> <li>- ¿Qué entienden por incógnita?</li> <li>- ¿Cómo se resuelven problemas de ecuaciones?</li> </ul> 	Computador o celular Internet Material bibliográfico Texto de la asignatura Hojas Esferos Lápiz Borrador Regla
	Saberes previos		
	Propósito y organización		
	Motivación		
DESARROLLO	Procesos didácticos Pólya	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observar y leer el problema planteado</li> <li>- Observar el siguiente esquema.</li> </ul>  <p>           Escribe en cada círculo un número entre 1 y 5 (todos salvo uno se usan dos veces) de forma que se cumplan todas las igualdades.         </p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Leer por partes</li> <li>- Contestar las siguientes preguntas</li> <li>- ¿Cuáles son los datos que se extraerían?</li> <li>- ¿Cuáles la circunstancia del problema?</li> </ul>	MOTIVACIÓN Y EVALUACION PERMANENTE
	Entender el problema		

			<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Los datos son suficientes y la circunstancia permite determinar los valores de la incógnita del problema matemático?</li> <li>- ¿Los datos que posee son suficientes?</li> <li>- ¿Hay información que se repite?</li> <li>- ¿Los datos con contradictorios?</li> </ul>		
		Configurar un plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Has observado el mismo problema o alguno parecido?</li> <li>- ¿Ya has resuelto un problema en un contexto similar?</li> <li>- ¿Identificas algún problema matemático que te pueda servir para resolver el problema?</li> <li>- Analiza atentamente la pregunta del problema y piensa como resolverlo.</li> <li>- ¿Crearías un problema similar en base al problema propuesto?</li> <li>- ¿Están todos los datos expuestos?</li> <li>- ¿Has empleado toda la condición?</li> <li>- Piensa en las operaciones matemáticas para responder a la pregunta</li> </ul>		
		Ejecutar el plan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Para realizar las operaciones que pensamos anteriormente tomar en cuenta:</li> <li>- Utilizar todos los datos que sean necesarios para dar solución a los problemas</li> <li>- ¿Analizarías claramente que paso es el más adecuado?</li> <li>- ¿Cuántas operaciones vas a realizar?</li> </ul>		
		Visión retrospectiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Demostrarías la respuesta obtenida?</li> <li>- ¿Cómo verificarías el resultado?</li> <li>- ¿Hay otra forma de llegar al resultado?</li> <li>- ¿Lo verías de inmediato?</li> <li>- ¿Si tienes un problema similar que sabes cómo resolverlo?</li> </ul>		
CIERRE		Consolidación	<p>Reflexionar sobre los siguientes aspectos para resolver ecuaciones con problemas matemáticos (<a href="#">Anexo 5</a>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuántos pasos se utilizaron en la resolución de problemas?</li> <li>- ¿Qué fue lo más difícil de comprender?</li> <li>- ¿Corregiré los errores en futuros problemas?</li> <li>- Desarrollar la ficha de actividades con la aplicación de los cuatro pasos.</li> </ul>		

**Nota.** Fuente: Modificado a partir de (Charris, 2019)

### **CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN**

Los grupos que son objeto de investigación poseen las siguientes características:

Grupo control: corresponden al paralelo “B”, es un grupo diverso de 23 estudiantes con una edad cronológica que en promedio es de 12 a 13 años, según datos emitidos del Departamento de Consejería Estudiantil (DECE) de la institución, en la valoración diagnóstica realizada a los estudiantes y a los representantes al inicio del año escolar, en el aspecto familiar existen 16 familias biparentales, 4 extendidas y 3 monoparentales, es un grupo heterogéneo, con diferencias en la personalidad.

Grupo experimental: corresponden al paralelo “A”, es un grupo diverso de 23 estudiantes con una edad cronológica que en promedio es de 12 a 13 años, según datos emitidos por el DECE institucional, en la valoración diagnóstica realizada a estudiantes y representantes al inicio del año escolar, en el aspecto familiar existen 15 familias biparentales, 4 extendidas y 4 monoparentales, es un grupo heterogéneo, con diferencias en la personalidad, aspecto que influyen en el comportamiento e interacción en la clase.

#### **1.7. Análisis descriptivo de los resultados del Pre-test y Post-test**

La segunda semana del mes de octubre se aplicó tanto al grupo control como al experimental el pre-test, por medio del cuestionario estandarizado TIMSS mediante la herramienta Formas de Google, que estuvo organizado en cuatro secciones: a) bloque numérico, b) figuras geométricas y medidas, c) representación de datos y d) álgebra, cada sección compuesta por 6 preguntas, para diagnosticar y conocer el grado de habilidad o dificultad en la resolución de problemas matemáticos. Con los resultados alcanzados se procedió a aplicar el diseño cuasi experimental; se trabajó el método tradicional con el grupo control y con el grupo experimental con el modelo desarrollado por Pólya, después de 4 semana de sesiones de clases se procedió a aplicar la evaluación post-test con el cuestionario estandarizado TIMSS, los resultados de las evaluaciones de pre-test y post-test de los grupos experimental y control se muestran, a continuación:

Para el análisis de datos se procede a declarar las variables:

### a) Variables cualitativas nominales

Se usaron tres variables cualitativas nominales para conocer los datos en forma general de los grupos que participan

- Nombre: Identifica los 46 nombres de los estudiantes que participan en la investigación.
- Género: Contienen el género de los 46 participantes, donde el 50% son hombres y el 50% son mujeres.
- Grupo: En esta variable se encuentra el total de participantes del grupo control y experimental, en la siguiente tabla se detallan las frecuencias y porcentajes.

**Tabla 10.**

Género de la muestra		
Género	Frecuencia	Porcentaje
Masculino	23	50,0
Femenino	23	50,0
Total	46	100,0

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

**Tabla 11.**

Género por grupos

		Género		Total	Porcentaje
		Masculino	Femenino		
Paralelo	Grupo Experimental	11	12	23	50,0
	Grupo Control	12	11	23	50,0
Total		23	23	46	100,0

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

De acuerdo con la información presentada, el total de participantes es de 46 estudiantes. Para identificar, se utilizó una tabla cruzada en el análisis por grupo que muestra que: existen 11 hombres y 12 mujeres un total de 23 estudiantes en el grupo experimental, mientras que en el grupo control hay 12 hombres y 11 mujeres con un total de 23 estudiantes. El 50% corresponde al grupo control y el otro 50% al grupo control.

## b) Variables cuantitativas discretas

Se utilizaron cuatro variables cuantitativas discretas

- Bloque numérico: contiene la calificación de la sección, es decir, el puntaje de la sumatoria de las seis preguntas (1– 6) sobre 6 puntos con información sobre números naturales, fracciones y decimales, enteros, razón, proporción y porcentaje.
- Figuras geométricas y medidas: contiene la calificación de la sección, es decir, el puntaje de la sumatoria de las seis preguntas (7– 12) sobre 6 puntos con información sobre puntos, líneas, ángulos formas bidimensionales y tridimensionales
- Representación de datos: contiene la calificación de la sección, es decir, el puntaje de la sumatoria de las seis preguntas (13– 18) sobre 6 puntos con información sobre lectura e interpretación, organización y representación de datos.
- Álgebra: contiene la calificación de la sección, es decir, el puntaje de la sumatoria de las seis preguntas (19– 24) sobre 6 puntos con información sobre patrones, expresiones algebraicas, ecuaciones, fórmulas y funciones.

Los porcentajes obtenidos en las secciones se muestran, a continuación, en las siguientes figuras:

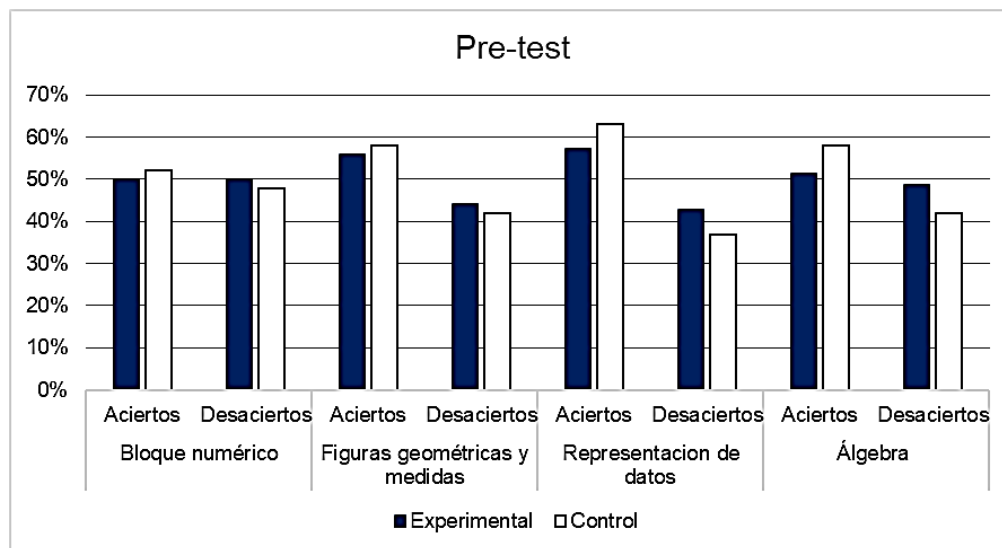


Figura 6. Puntaje por secciones pre-test Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

De acuerdo a los resultados obtenidos en el pre-test en la sección del bloque numérico se observa que los aciertos del grupo control es de 52%, del grupo experimental es de 50%; en la sección dos del bloque figuras geométricas y medidas el porcentaje de aciertos en el grupo control es de 58%, del grupo experimental de 56%; en la tercera sección del bloque de representación de datos los aciertos del grupo control es de 63%, del grupo experimental de 57%; en la cuarta sección del bloque de algebra los aciertos del grupo control es de 58% y del grupo experimental es de 51%, por lo que se dice que en el bloque numérico existieron más desaciertos ([ver figura 6](#)).

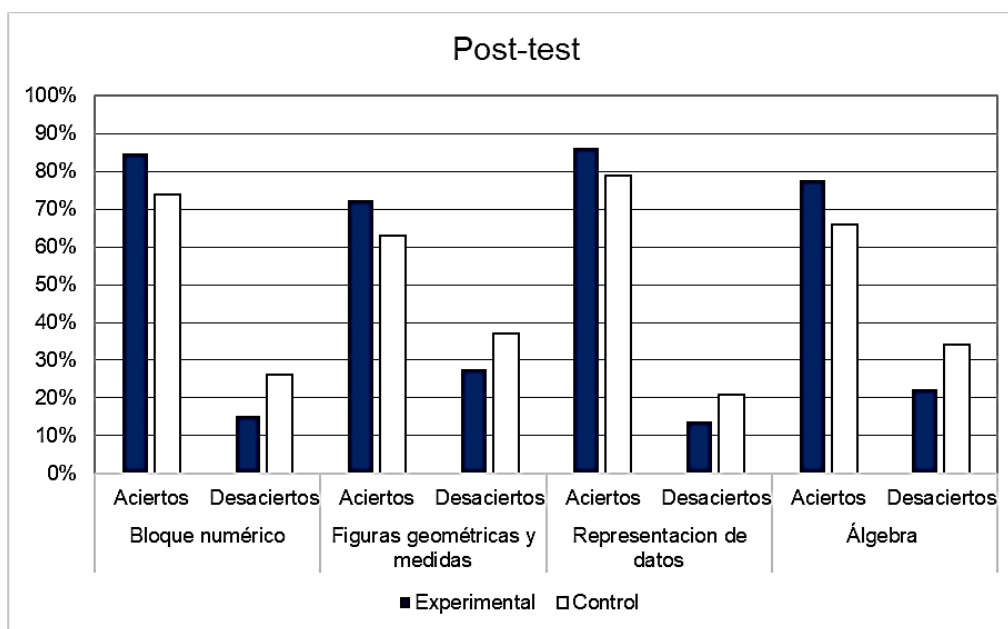


Figura 7. Puntaje por secciones post-test Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

De acuerdo a los resultados obtenidos en el post-test en la sección del bloque numérico se observa que los aciertos del grupo control es de 74%, del grupo experimental es de 85%; en la sección dos del bloque figuras geométricas y medidas el porcentaje de aciertos en el grupo control es de 63%, del grupo experimental de 72%; en la tercera sección del bloque de representación de datos los aciertos del grupo control es de 79%, del grupo experimental de 86%; en la cuarta sección del bloque de algebra los aciertos del grupo control es de 66% y del grupo experimental es de 78% ([ver figura 7](#)).

Se presenta la siguiente tabla que muestra las calificaciones de las estudiantes obtenidas en el pre-test:

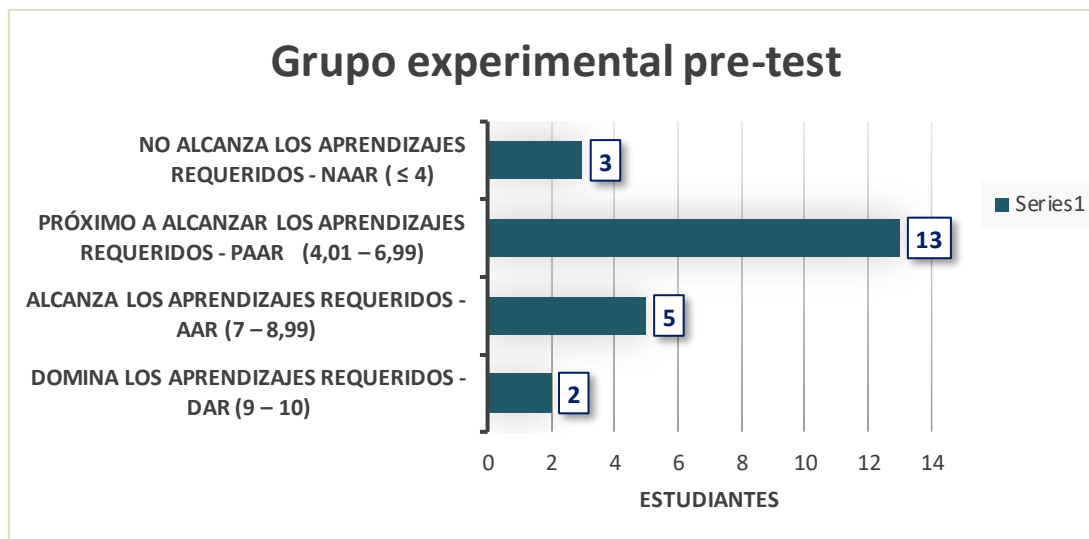
**Tabla 12.**

Calificaciones obtenidas en el pre-test

Grupo Experimental			Grupo Control		
No	Puntaje	Calificación	No	Puntaje	Calificación
1	14	5,83	1	16	6,67
2	12	5,00	2	18	7,50
3	12	5,00	3	13	5,42
4	16	6,67	4	16	6,67
5	20	8,33	5	9	3,75
6	11	4,58	6	15	6,25
7	15	6,25	7	13	5,42
8	16	6,67	8	14	5,83
9	23	9,58	9	12	5,00
10	17	7,08	10	15	6,25
11	5	2,08	11	15	6,25
12	22	9,17	12	12	5,00
13	17	7,08	13	12	5,00
14	8	3,33	14	15	6,25
15	10	4,17	15	14	5,83
16	12	5,00	16	11	4,58
17	17	7,08	17	23	9,58
18	11	4,58	18	12	5,00
19	3	1,25	19	14	5,83
20	12	5,00	20	15	6,25
21	13	5,42	21	16	6,67
22	15	6,25	22	17	7,08
23	17	7,08	23	22	9,17

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Se presentan las figuras 8 y 9 para un análisis descriptivo:



*Figura 8.* Resultados pre-test grupo experimental Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Para el análisis de los resultados del pre-test del grupo control y experimental se ha considerado los lineamientos del Ministerio de Educación en cuanto a la escala de calificación sobre 10 puntos ([ver tabla 4](#)).

Se observa en la figura 8, que 3 estudiantes obtuvieron calificaciones iguales o inferiores a 4.00 puntos lo que representa el 13% del grupo experimental; 13 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 4.01 y 6.99 puntos, lo que representa el 57% del grupo; 5 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 7.00 y 8.99 puntos, lo que representa el 22% del grupo y 2 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 9.00 y 10.00 puntos lo que representa el 8% del grupo. El mayor porcentaje se refleja en calificaciones del rango entre 4.01 y 6.99 puntos lo que significa que la mayoría de estudiantes está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos ([ver figura 8](#)).

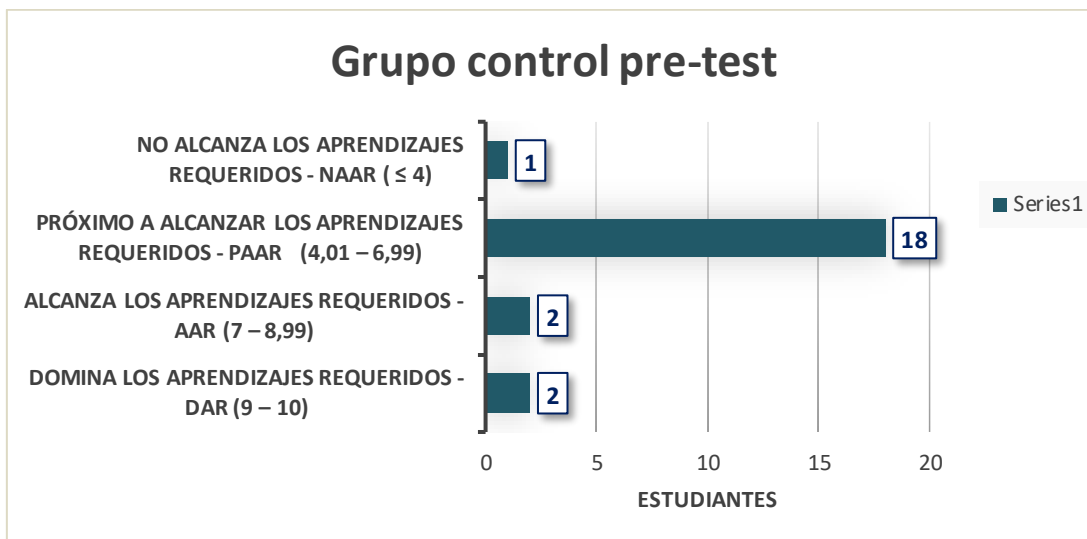


Figura 9. Resultados pre-test grupo experimental Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

De acuerdo a la figura 9, se observa que 1 estudiante obtuvo la calificación igual o inferior a 4.00 puntos, lo que representa el 4% del grupo control; 18 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 4.01 y 6.99 puntos, lo que representa el 78% del grupo; 2 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 7.00 y 8.99 puntos lo que representa el 8% del grupo y 2 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 9.00 y 10.00 puntos lo que representa el 8% del grupo. El mayor porcentaje se refleja en calificaciones del rango entre 4.01 y 6.99 puntos, lo que quiere decir que en su mayoría los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos ([ver figura 9](#)).

En base a los resultados detallados se procedió a aplicar el diseño cuasi experimental, con el grupo control se trabajó con el método tradicionalista y con el experimental se aplicó el modelo del método Pólya, posteriormente se realizó la aplicación del post test con el cuestionario TIMSS que arrojó los siguientes resultados.

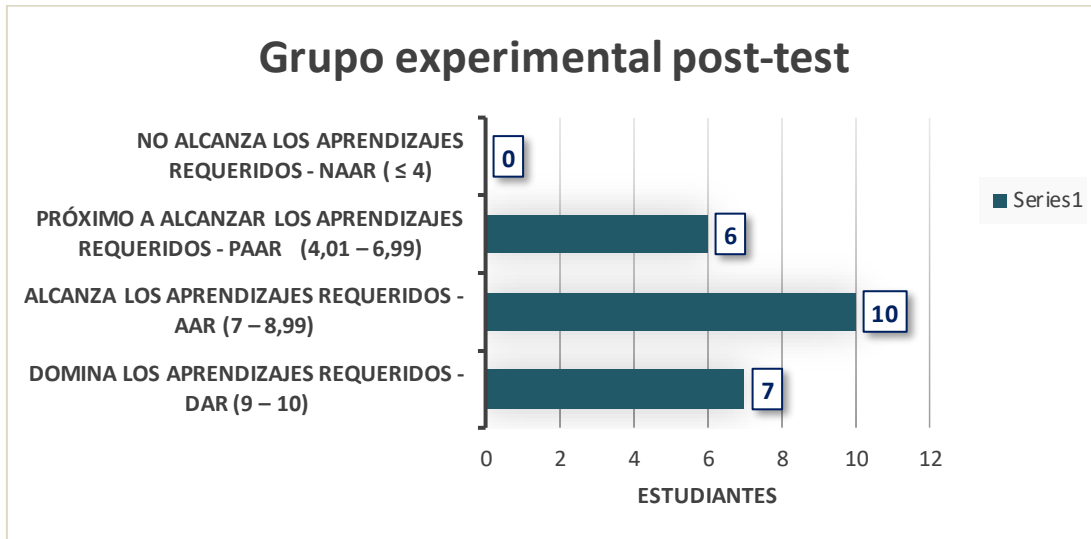
**Tabla 13.**

Calificaciones obtenidas en el post-test

Grupo Experimental			Grupo Control		
No	Puntaje	Calificación	No	Puntaje	Calificación
1	21	8,75	1	18	7,50
2	15	6,25	2	17	7,08
3	22	9,17	3	17	7,08
4	21	8,75	4	19	7,92
5	23	9,58	5	13	5,42
6	16	6,67	6	17	7,08
7	19	7,92	7	14	5,83
8	17	7,08	8	16	6,67
9	23	9,58	9	10	4,17
10	22	9,17	10	19	7,92
11	11	4,58	11	18	7,50
12	24	10,00	12	15	6,25
13	20	8,33	13	13	5,42
14	16	6,67	14	20	8,33
15	16	6,67	15	19	7,92
16	20	8,33	16	18	7,50
17	22	9,17	17	22	9,17
18	19	7,92	18	13	5,42
19	16	6,67	19	15	6,25
20	19	7,92	20	18	7,50
21	17	7,08	21	15	6,25
22	21	8,75	22	23	9,58
23	23	9,58	23	21	8,75

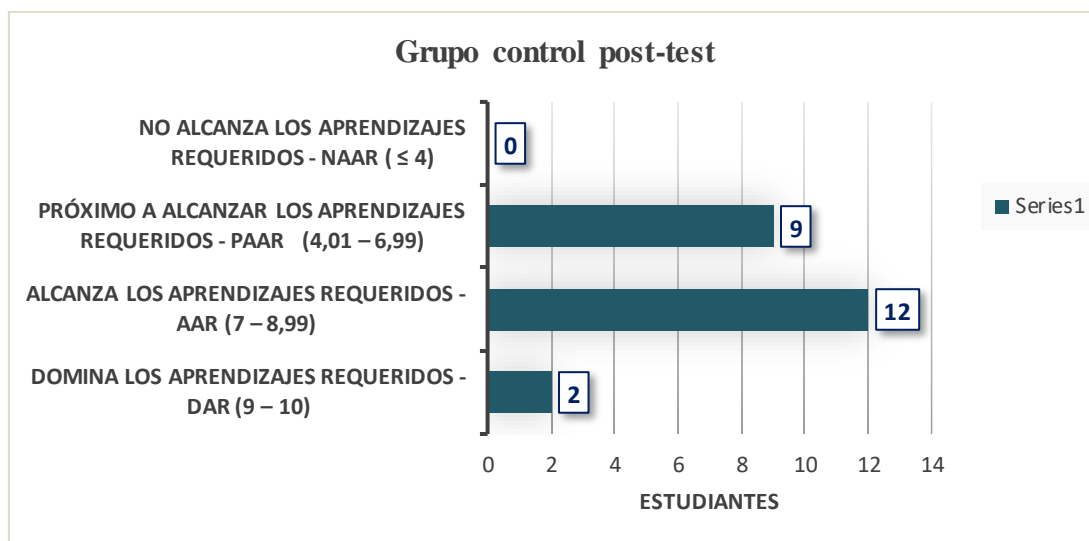
**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Se presentan las figuras 10 y 11 para un análisis descriptivo:



*Figura 10.* Resultados post-test grupo experimental Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

De acuerdo a la figura 10, se observa que 6 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 4.01 y 6.99 puntos, lo que representa el 26% del grupo experimental; 10 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 7.00 y 8.99 puntos, lo que representa el 44% del grupo y 7 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 9.00 y 10.00 puntos lo que representa el 30% del grupo. El mayor porcentaje se refleja en calificaciones del rango entre 7.00 y 8.99 puntos, lo que significa que la mayoría de estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos ([ver figura 10](#)).



*Figura 11.* Resultados post-test grupo control Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

De acuerdo a la figura 11, se observa que 9 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 4.01 y 6.99 puntos, lo que representa el 39% del grupo control; 12 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 7.00 y 8.99 puntos, lo que representa el 52% del grupo y 2 estudiantes obtuvieron un puntaje de entre 9.00 y 10.00 puntos lo que representa el 9% del grupo. El mayor porcentaje se refleja en calificaciones del rango entre 7.00 y 8.99 puntos lo que significa que la mayoría de estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos ([ver figura 11](#)).

## 1.8. Comprobación de hipótesis

### Hipótesis General

Con el fin de comprobar la hipótesis primero se corrió la prueba de normalidad de los resultados del grupo control y experimental en el pre test, en base a los datos obtenidos se procede a correr la prueba paramétrica T-Student que según Hernández Sampieri et al. (2014): se utiliza para evaluar si existe o no diferencia significativa en el análisis de la prueba estadística se compara de forma independiente, es decir, entre grupo A y B, así como de forma relacionada la comparación antes y después del test en el mismo grupo en cuanto a la media aritmética, con un nivel de significancia de 0.05 y un nivel de confianza de 0.95, después de los expuesto se presentan las hipótesis, a continuación:

H0: La aplicación del método Pólya indica iguales o menos resultados en los estudiantes del grupo experimental, que los del grupo de control con respecto a la resolución de problemas.

H1: La aplicación del método Pólya mejora la resolución de problemas en los estudiantes del grupo experimental, muestra mejores resultados que los del grupo control.

### **Comparación del pre test: grupo control y experimental**

Prueba de normalidad

H0: La distribución es normal en el pretest.

H1: La distribución no es normal en el pretest.

**Tabla 14.**

Prueba de normalidad resultados del pre-test

Calificación Grupos	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
GE_Pre test	,972	23	,730
GC_Pre test	,917	23	,056

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

El número de participantes en esta investigación en los dos grupos analizados es menor a 50, lo que implica que se da lectura a la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk.

En el pre test el P-Valor (sig) es de 0.730 en el grupo experimental y de 0.056 en el grupo control, es decir, que se rechaza la hipótesis alternativa y se acepta la hipótesis nula. En conclusión, las variables tienen una distribución normal en el pretest, por lo tanto, se procede a aplicar la prueba paramétrica T-Student.

### **Prueba paramétrica T-Student para muestras independientes**

Como son dos grupos diferentes paralelo A (experimental) y paralelo B (control) se aplicará las pruebas paramétricas para dos muestras independientes.

Ho: La calificación en el grupo control son similares al del grupo experimental en la evaluación del pretest.

H1: La calificación en el grupo control no son similares al del grupo experimental en la evaluación del pretest.

**Tabla 15.**

Comparaciones medias del pre-test

Grupo	N	Media
Grupo Experimental	23	5,7600
Grupo Control	23	6,1413

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

**Tabla 16.**

Prueba t-student para muestras independientes

Calificación final pretest	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias		
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)
Se asumen varianzas iguales	3,655	,062	-,756	44	,454
No se asumen varianzas iguales			-,756	38,208	,454

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Se corrió la prueba de homogeneidad de varianzas con el test de Levene, por lo que se observa el P-valor es de 0.062, con base al valor se concluye que las varianzas son iguales. En la prueba existe un T-valor calculado de -0.756 y P-valor de 0.454, por lo tanto, se rechaza la hipótesis alternativa y se acepta la hipótesis nula; en conclusión, las calificaciones en el grupo control son similares a las del grupo experimental en el pretest, es decir, no hay diferencia significativa entre los grupos del paralelo A y B al iniciar el experimento.

## Comprobación de post test: grupo control y experimental

### Pruebas de normalidad

Ho: La distribución es normal en el post test.

H1: La distribución no es normal en el post test.

**Tabla 17.**

Prueba de normalidad resultados post-test			
Calificación Grupos	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
GE_Post test	,937	23	,151
GC_Post test	,981	23	,917

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Se considera que el P-Valor es de 0.151 en el grupo experimental y de 0.917 en el grupo control en el post test, es decir, las variables tienen una distribución normal en el post-test, por lo tanto, se procede a aplicar la prueba paramétrica T-Student para dos muestras independientes.

### Prueba paramétrica T-Student para muestras independientes

Ho: El puntaje en el grupo control es igual a las del grupo experimental en el post test.

H1: El puntaje en el grupo control no es igual a la del grupo experimental en el post test

Nivel de significancia de 0.05

**Tabla 18.**

Comparaciones medias del post-test		
Calificación post test	N	Media
Grupo Experimental	23	8,0257
Grupo Control	23	7,0657

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

**Tabla 19.**

Prueba t-student para muestras independientes

Calificación final post test	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias		
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)
Se asumen varianzas iguales	,131	,720	2,4	44	,020
No se asumen varianzas iguales			2,4	43,949	,020

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

En la prueba existe un T-valor calculado de 4.424 y P-valor de 0.020, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, el puntaje del grupo control no es igual a la del grupo experimental en el post test. En conclusión, al aplicar la evaluación post test en los paralelos A y B arroja como resultado que en los dos paralelos existe un nivel de aprendizaje diferente al finalizar el post test.

Se toma en cuenta las medias obtenidas en la calificación final de la evaluación en el post test, el grupo experimental obtuvo un promedio superior.

### **Comparación del pre test y post test grupo control y pre test y post test grupo experimental**

#### **Pruebas de normalidad**

Ho: La distribución es normal

H1: La distribución no es normal

**Tabla 20.**

Prueba de normalidad comparación de resultados pre-test y post-test

Calificación Grupos	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
GE_Pre test	,972	23	,730
GE_Post test	,937	23	,151
GC_Pre test	,917	23	,056
GC_Post test	,981	23	,917

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

El P-Valor del grupo experimental en el pre test es de 0.730, y en el post test es de 0.151, es decir, que siguen una distribución normal.

El P-Valor del grupo control en el pre test es de 0.056, y en el post test es de 0.917, es decir, que siguen una distribución normal.

En conclusión, los grupos siguen una distribución normal en el pre test y post test, por lo tanto, se procede a aplicar la prueba paramétrica T-Student para muestras relacionadas.

### **Prueba paramétrica T-Student para muestras relacionadas para la comparación del pre test y post test del grupo control**

Ho: Las calificaciones del grupo control son iguales en el pre test y post test.

H1: Las calificaciones del grupo control no son iguales en el pre test y post test.

Nivel de significancia de 0.05

**Tabla 21.**

Comparaciones medias pre-test y post-test grupo control

Calificación	N	Media
Grupo Control Pre test	23	6,1413
Grupo Control Post test	23	7,0657

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

**Tabla 22.**

Prueba paramétrica T-Student para muestras relacionadas grupo control

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
GC_ Pre test	-,92435	1,01286	,21120	-1,36234	-,48635	-4,377	22	,000
GC_ Post test								

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Se observa que el P-Valor de la prueba T para muestras relacionadas es de 0.000, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, las calificaciones no son iguales en el pre test y post test del grupo control.

En conclusión, al aplicar la evaluación de pre test y post test en el grupo control existe una diferencia significativa de 0.92 puntos después de haber recibido clases con el método tradicional.

### **Prueba paramétrica T-Student para muestras relacionadas para la comparación del pre test y post test del grupo experimental**

Ho: Las calificaciones del grupo experimental son iguales en el pre test y post test.

H1: Las calificaciones del grupo experimental no son iguales en el pre test y post test.

Nivel de significancia de 0.05

**Tabla 23.**

Comparaciones medias del pre-test y post-test del grupo experimental

Calificación	N	Media
Grupo Experimental Pre test	23	5,7600
Grupo Experimental Post test	23	8,0257

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

**Tabla 24.**

Prueba paramétrica t-student para muestras relacionadas grupo experimental

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
GE_ Pre test	-2,26565	1,21869	,25412	-2,79266	-1,73865	-8,916	22	0,000
GE_ Post test								

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Se observa que el P-Valor de la prueba T para muestras relacionadas es de 0.000, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, los datos no son iguales en el pre test y en el post test en el grupo experimental.

En conclusión, al aplicar la evaluación de pre test y post test en el grupo experimental existe una diferencia significativa de 2.26 puntos, por lo que se logró el objetivo de investigación de mejorar en el nivel de resolución de problemas matemáticos al aplicar el Método Pólya en los estudiantes de octavo año de EGB. de la ciudad de Baños.

**Tabla 25.**

Tamaño del efecto entre pre-test y post-test

GE	Media	Desviación estándar	T-student	Sig. (bilateral)	d Cohen
Pre-test					
Post-test	-2,26565	1,21869	-8,916	0,000	1,859

**Nota.** Fuente: elaboración propia (Villacis, 2020)

Como análisis complementario, se estimó a su vez el tamaño del efecto, se toma como referencia la d de Cohen (1992), una medida de magnitud del efecto en donde puntuaciones  $<.20$  dan cuenta de una diferencia insignificante, entre  $.20$  y  $.50$  una diferencia pequeña, entre  $.50$  y  $.80$ , una diferencia moderada y  $>.80$  una diferencia grande. En este caso, se encontraron tamaños del efecto grandes después de la aplicación del Método Pólya, lo que confirma la diferencia significativa encontrada previamente.

## CONCLUSIONES

La fundamentación teórica de los aspectos, en cuanto al proceso de aprendizaje en estudiantes de octavo año en la resolución de problemas y del método Pólya como estrategia metodológica, permitieron aumentar la comprensión en cuanto a los dos temas, es así que en base a los aspectos mencionados es posible desarrollar una planificación curricular adecuada, así como su aplicación.

El diagnóstico para conocer el nivel del razonamiento matemático de los estudiantes del grupo control y del grupo experimental, permitió definir los tiempos de intervención de trabajo en base al método Pólya para cada sección: la sección 1 del bloque numérico con un porcentaje de 50%, continua la sección 4 del bloque algebra con un porcentaje de 51%, se convirtieron en las secciones con más énfasis durante la intervención, en la sección 2 del bloque figuras geométricas y medidas el porcentaje fue de 56% y la sección 3 del bloque de representación de datos con un porcentaje de 57% que es el porcentaje más alto pero no se encuentran dentro del nivel adecuado; con una media general de 5.76 sobre 10 que dentro de la escala cualitativa de calificaciones están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos.

La aplicación de la metodología educativa basada en el método Pólya con el grupo experimental y el método tradicional con el grupo control para resolver problemas matemáticos, se desarrolló durante 4 semanas, distribuidos en tres clases a la primera sección, dos clases a la segunda sección, dos clases tercera sección y tres clases a la cuarta sección, todas las sesiones de clase se dieron de forma virtual debido a que actualmente se trabaja con el plan Aprendamos Juntos en Casa por la emergencia sanitaria del COVID-19.

La evaluación de la resolución de problemas matemáticos en el grupo experimental y de control después de la aplicación del método Pólya permitió tener la información necesaria para el análisis estadístico comparativo inter sujetos sobre la eficiencia del método Pólya versus el método tradicional en la resolución de problemas matemáticos con estudiantes de octavo año, a través de la comparación de medias del grupo control post-test 7,06/10 y grupo experimental post-test 8.02/10, de acuerdo con la escala cualitativa de calificaciones del Ministerio de Educación los estudiantes del grupo experimental alcanzan los aprendizajes requeridos, se

demuestra un evidente incremento de 2.26 puntos entre las medias del pre-test y post-test luego de la aplicación de la intervención, por lo que se deduce que en lo referente al grado de eficiencia del método Pólya como metodología educativa en la resolución de problemas en estudiantes de octavo año es beneficioso para la asignatura de matemática.

## **RECOMENDACIONES**

Estimular a los docentes en la aplicación del método Pólya como metodología educativa para el desarrollo de proceso de resolución de problemas, así como utilizar e investigar la funcionalidad del método con otros bloques temáticos en estudiantes de octavo año de educación general básica, y el uso en diferentes niveles de educación de variados contextos.

Continuar con la investigación sobre la eficiencia del método Pólya, así como de otros, sería importante estudiar nuevos métodos sobre la resolución de problemas en la asignatura de matemática en los niveles iniciales que son la base de la educación y los estudiantes tienen mayor facilidad de absorción de conocimientos.

Garantizar el uso herramientas tecnológicas en la educación; debido a la emergencia sanitaria del COVID-19 los docentes se vieron obligados a utilizar diversas metodologías, sin embargo, cuando se retornen a las clases de forma presencial se sugiere utilizar la gran cantidad de recursos de aprendizaje y la formación en línea dentro de cualquier contexto para constantemente mejorar proceso educativo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abarzúa, A. (2015). *Confiabilidad, validez e imparcialidad en evaluación educativa*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación INEE. Recuperado de <https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/08/P2A352.pdf>
- Abreu, J. L. (2012). Hipótesis, Método y Diseño de Investigación. *Daena: International Journal of Good Conscience*, 7(2), 187-197.
- Ausubel, D. (1963). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2.<sup>a</sup> ed.). Mexico: TRIKKAS. Recuperado de [https://www.academia.edu/11982374/TEOR%C3%8DA\\_DEL\\_APRENDIZJE\\_SIGNIFICATIVO\\_TEORIA\\_DEL\\_APRENDIZAJE\\_SIGNIFICATIVO](https://www.academia.edu/11982374/TEOR%C3%8DA_DEL_APRENDIZJE_SIGNIFICATIVO_TEORIA_DEL_APRENDIZAJE_SIGNIFICATIVO)
- Ávila, G. K. R., & Freire, E. E. E. (2019). Estudio sobre los problemas en la educación ecuatoriana y políticas educativas, 1990-2018. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 2(3), 175-182.
- Ayllón, M. F., Gómez, I. A., & Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Revista de Psicología Educativa*, 4(1), 169-218. <https://doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>
- Benavides-Solís, N. A., Quiñonez-Arroyo, C. R., & Bermúdez-Zuleta, N. (2020). Metodología de la enseñanza de las Matemáticas desde la resolución de problemas. Evolución desde la epistemología hasta la enseñanza. *Polo del Conocimiento*, 5(01), 432-449. <https://doi.org/10.23857/pc.v4i12.1232>
- Casimiro, M. (2017). *Método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones* (Rafael Landívar). Rafael Landívar, Guatemala. Recuperado de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2018/05/86/Casimiro-Maria.pdf>

- Cedeño Loor, F. O. C., Muñoz Muñoz, E. G. M., Alay Giler, A. D. A., Caballero Vera, H. H. C., & Cedeño Briones, B. L. C. (2019). Método de Pólya para facilitar el planteamiento de ecuaciones en la educación superior. *Didasc@lia: Didáctica y Educación.*, 10(1), 239-252.
- Charris, L. (2019). *El método Pólya en la resolución de problemas aditivos en los estudiantes del 3° grado de primaria de la Institución Educativa parroquial Padre Abad de Tingo María-2018*” (Huánuco). Huánuco, Perú. Recuperado de <http://repositorio.udh.edu.pe/bitstream/handle/123456789/2127/CHARRIS%20HUERTA%2c%20Luz%20Margarita.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cohen, J. (1992). *A power primer. Psychological Bulletin.* 112(1), 155-159. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.112.1.155>
- Correa Fonnegra, J. B. (2016). Desempeño académico y diferencias de género en Colombia: Un análisis con base en las pruebas TIMSS 2007. *Sociedad y Economía*, 30, 15-42. <https://doi.org/10.25100/sye.v0i30.3899>
- Cruz, G. J. (2017). El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. *Journal of Science and Research: Revista Ciencia e Investigación.*, 2(5), 14-17. <https://doi.org/10.26910/issn.2528-8083vol2iss5.2017pp14-17>
- Deiana, C., Granados, D., & Sardella, M. F. (2018). *El método científico*. Universidad Nacional de San Juan., Argentina.
- Díaz, J., & Díaz, R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Scholarly Journals*, 32(60), 57-74. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03>

- Donoso Osorio, E., Valdés Morales, R., & Cisternas Núñez, P. (2020). Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas de Educación*, 13(1), 82-106. <https://doi.org/10.22235/pe.v13i1.1920>
- dos Santos, R. (2020). Resolución de problemas como conocimientos necesarios para la formación del profesorado – Matemáticas para la enseñanza. *Historia y Memoria de La Educación*, 1(11), 221-254. <https://doi.org/10.5944/hme.11.2020.23248>
- Falconí, F. (2018). Reformas al Acuerdo Ministerial No. MINEDUC-ME-2016-00020-A de 17 de febrero de 2016. *Ministerio de Educación*, 1-4.
- Fernández-Gago, J., Carrillo Yáñez, J., & Conde Fernández, S. M. (2018). Un estudio de caso para analizar cómo ayudan los profesores en resolución de problemas matemáticos. *Educación matemática*, 30(3), 247-276. <https://doi.org/10.24844/em3003.10>
- Figuroa González, E., & Hernández Rodríguez, O. (2017). Modelos y estrategias de estudiantes de escuela elemental al resolver problemas matemáticos. *Paradigma*, 31(1), 211-234.
- Gil, A. (2015). *Metodología cuantitativa en educación*. Madrid: Editorial UNED.
- Gopinath, S., & Lertlit, S. (2017). The Implementation of Polya's Model in Solving Problem-Questions in Mathematics by Grade 7 Students. *Suranaree Journal of Social Science*, 11(1), 47-59.
- Guevara, E. (2017). *Estrategia de Pólya en la solución de problemas matemáticos en alumnos de secundaria de las instituciones educativas de Acolla* (Posgrado). Nacional del Centro de Perú, Perú.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6°). Mexico: McGraw-Hill.

- Laguna, F., & Rodríguez, S. (2019). *El método heurístico de Pólya para mejorar la capacidad de resolución de problemas en el área de matemática en educación secundaria*. Nacional de Trujillo, Perú.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1989). *Cómo razonar matemáticamente* (2da ed.). México: Trillas.
- Mass, E., Garcés, M., & González, J. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Pólya. *Panorama*, 11(21 (Julio-diciembre 2017)), 55-68.
- May, I. (2017). George Pólya (1965). Cómo plantear y resolver problemas. *Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento*, 3(8).  
<http://dx.doi.org/10.21933/J.EDSC.2015.08.005>
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo de EGB y BGU Matemática*. Ecuador. Recuperado de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/M-Completo.pdf>
- Ministerio de Educación. (2017). *Instructivo para la aplicacion de la evaluacion estudiantil*. Subsecretaría de Apoyo, Seguimiento y Regulación de la Educación. Recuperado de [https://drive.google.com/file/d/0B5IY7txwJuWdcmxkTG9rVWhpYjA/view?usp=drive\\_open&usp=embed\\_facebook](https://drive.google.com/file/d/0B5IY7txwJuWdcmxkTG9rVWhpYjA/view?usp=drive_open&usp=embed_facebook)
- Montero, L. V., & Mahecha, J. A. (2020). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. *Praxis & Saber*, 11(26), 1-7.  
<https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9862>
- Moreira, M. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. *Archivos de Ciencias de la Educación*, 11(12), e29.  
<http://dx.doi.org/10.24215/23468866e029>

- Moreta-Herrera, R., Lara-Salazar, M., Camacho-Bonilla, P., & Sánchez-Guevera, S. (2019). Análisis factorial, fiabilidad y validez de la escala de autoeficacia general (EAG) en estudiantes ecuatorianos. *Psychology, Society, & Education*, *11*(2), 193-204. <https://doi.org/10.25115/psye.v11i2.2024>
- Mullis, I., Martin, M., Ruddock, G., O'Sullivan, C., & Preuschoff, C. (2012). *TIMSS 2011 Marcos de la evaluación* (2012.<sup>a</sup> ed.). España: Secretaria General Técnica. Recuperado de [https://www.iea.nl/sites/default/files/2019-05/TIMSS\\_2011\\_Frameworks\\_Spanish.pdf](https://www.iea.nl/sites/default/files/2019-05/TIMSS_2011_Frameworks_Spanish.pdf)
- Munayco-Mesias, E., & Solís-Trujillo, B. P. (2021). Comprensión, invención y resolución de problemas. *Polo del Conocimiento*, *6*(2), 46-63. <https://doi.org/10.23857/pc.v6i2.2236>
- Navarro, E., Jiménez, E., Rappoport, S., & Thoilliez, B. (2017). *Fundamentos de la investigación y la innovación educativa* (Vol. 1). Unir editorial. Recuperado de <https://search.proquest.com/openview/11ab7d565b29f5d3603b111e8b040abe/1?pq-origsite=gscholar&cbl=54848>
- Orellana Méndez, G., & Vilcapoma Ignacio, A. (2018). Aplicación de la teoría de Vigotsky al problema del aprendizaje en matemáticas. *Socialium*, *2*(1). <https://doi.org/10.26490/uncp.sl.2018.2.1.532>
- Penagos, M., Mariño, L. F., & Hernández, R. V. (2017). Pensamiento matemático elemental y avanzado como actividad humana en permanente evolución. *Revista Perspectivas*, *2*(1), 105-116. <https://doi.org/10.22463/25909215.1289>
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1972). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. (Paidós Ibérica S.A.). Buenos Aires: Paidós SAICF. Recuperado de [http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1080087235/1080087235\\_22.pdf](http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1080087235/1080087235_22.pdf)

- Plaza, L., & González, J. (2019). Evolución de la resolución de problemas matemáticos. Análisis histórico a partir del siglo XVI. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(2), 168-176.
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas / How to solve it* (Edición: Translation; J. Zagazagoitia, Trad.). Editorial Trillas Sa De Cv.
- Quispe, M., & Altamirano, J. (2020). *Aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones y polinomios en estudiantes de segundo de secundaria*. San Agustín de Arequipa, Perú.
- Ramos, M. (2017). *Aplicación del método de Pólya para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado del colegio de bachillerato pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, período 2015-2016*. (Nacional de Loja). Nacional de Loja, Ecuador. Recuperado de <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/18741/1/Tesis-M%C3%A9todo-de-P%C3%B3lya-Mariuxi-Ramos.pdf>
- Restrepo, R., & Tapia, J. (2020). El ratio dorado estudiante-profesor y el número de docentes que necesita Ecuador. *Cuaderno de Política Educativa*, 1(8), 26.
- Rojas, A. (2020). Desafíos en calidad y cobertura de la educación pública de Honduras 2014-2018. *Economía y Administración (E&A)*, 11(2), 9-24. <https://doi.org/10.5377/eya.v11i2.10517>
- Royani, M., & Agustina, W. (2019). Junior High School Students Ability to Use The Polya's Step to Solve Mathematical Problems Through Problem Based Learning. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2(2), 86-90-90. <https://doi.org/10.33122/ijtmer.v2i2.112>

- Sáenz, E., Patiño, M., & Robles, J. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Polya. *Panorama*, 11(21), 55-68.
- Saucedo, M., Espinosa, M. E., & Herrera, S. del C. (2019). Método de Pólya aplicado al lenguaje algebraico en primer año de licenciatura. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 9(18), 512-538. <https://doi.org/10.23913/ride.v9i18.434>
- Schoenfeld, A. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. *Mathematical thinking and problem solving*, 53-70.
- Soto-Hernández, M. E. (2019). La resolución de problemas matemáticos para lograr un aprendizaje desarrollador de los alumnos de primer grado de secundaria. *Maestro y Sociedad*, 16(4), 915-928.
- TIMSS Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias. (2013). *Marco de evaluación, preguntas y ejemplos de respuestas de la prueba* (División de Estudios, Vol. 1). Chile: Agencia de Calidad de la Educación. Recuperado de [http://archivos.agenciaeducacion.cl/biblioteca\\_digital\\_historica/orientacion/2011/timss\\_mate\\_2011.pdf](http://archivos.agenciaeducacion.cl/biblioteca_digital_historica/orientacion/2011/timss_mate_2011.pdf)
- Tinoco, N., & Quevedo, A. (2019). *El método de Pólya para el aprendizaje significativo de la geometría en educación básica* (Técnica de Machala). Técnica de Machala, Ecuador. Recuperado de <http://repositorio.utmachala.edu.ec/handle/48000/14028>
- Torres, M., Paz, K., & Salazar, F. (2019). Métodos de recolección de datos para una investigación. *Universidad Rafael Landívar*, (03), 21.

- Torres, M., Salazar, F. G., & Paz, K. (2019). Métodos de recolección de datos para una investigación. *Universidad Rafael Landívar*, 1-21.
- Uicab-Ballote, G. R., Rubio-Barrios, C. J., & Pérez-Ceballos, S. M. (2017). *Resolución de problemas matemáticos y niveles de pensamiento cognitivo: Estudio exploratorio*. 28.
- Versga-Bravo, G. (2018). Trabajo en solución de problemas matemáticos y su efecto sobre las creencias de estudiantes de básica secundaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 103-114. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8270>
- Vílchez, B., & Teodoro, J. (2018). *Fortalecimiento de la práctica pedagógica a través del enfoque centrado en la resolución de problemas utilizando el método de Polya* (Universidad Jesuita Antonio Ruiz de Montoya). Universidad Jesuita Antonio Ruiz de Montoya, Perú. Recuperado de <http://repositorio.uarm.edu.pe/handle/UNIARM/1873>
- Vygotsky. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. España: Austral. Recuperado de [https://www.todostuslibros.com/libros/el-desarrollo-de-los-procesos-psicologicos-superiores\\_978-84-08-00694-7](https://www.todostuslibros.com/libros/el-desarrollo-de-los-procesos-psicologicos-superiores_978-84-08-00694-7)
- Vygotsky, L. (1985). *Pensamiento y lenguaje*. Argentina: La Pleyade.
- Wang, K. (2015). Implications from Polya and Krutetskii. En S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 405-416). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_23)
- Yangali, J. S., & Rodríguez, J. L. (2016). Aplicación del método Pólya para mejorar el rendimiento académico de matemática en los estudiantes de secundaria. *INNOVA Research Journal*, 1(10), 12-20. <https://doi.org/10.33890/innova.v1.n10.2016.53>

Zambrano, J. (2017). Aprendizaje complejo en la educación superior ecuatoriana / Complex learning in Ecuadorian higher education. *Ciencia UNEMI*, 9(21), 158-167.  
<https://doi.org/10.29076/issn.2528-7737vol9iss21.2016pp158-167p>

## ANEXOS

### Anexo 1. Oficio de solicitud

#### Solicitud para la ejecución del Plan de Proyecto de Titulación

Baños de Agua Santa, 1 de septiembre de 2020

Licenciada  
Bernardita Peñafiel  
DIRECTORA (E) DE LA UNIDAD EDUCATIVA "PALOMINO FLORES"  
Presente.

De mi consideración:

Yo, Mayra Isabel Villacis Torres con C.I. 1804537007, estudiante de la Maestría en Pedagogía con mención en Educación Técnica y Tecnológica de la Pontificia Universidad Católica de Ecuador solicito a usted muy comedidamente, autorice la ejecución de mi proyecto de titulación, en la institución educativa que usted muy acertadamente dirige. El tema del proyecto de titulación es **"APLICACIÓN DEL MÉTODO PÓLYA PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE OCTAVO AÑO DE EGB. DE BAÑOS"** el cual va a ser realizado en la modalidad de investigación aplicada y/o desarrollo.

Con sentimientos de consideración y estima, agradezco su atención cordialmente.

  
Lic. Mayra Villacis Torres  
C.I. 1804537007  
may.vito@hotmail.com  
0989259417

AUTORIZADO  
  
180204871-8  
01-09-2020  


## Anexo 2. Instrumento de evaluación

# EVALUACIÓN - Matemática

Objetivo: Este instrumento está diseñado para recopilar información sobre el nivel de razonamiento matemático.

**\*Obligatorio**

**Indicaciones:**

Lea detenidamente antes de contestar El cuestionario consta de 24 preguntas



¡BUENA SUERTE!

Nombre y apellido \*

---

Género \*

*Marca solo un óvalo.*

Masculino

Femenino

¿Cuál es su paralelo? \*

*Marca solo un óvalo.*

A

B

- Números naturales
- Fracciones y decimales
- Enteros
- Razón, proporción y porcentaje

Bloque numérico

1.- Dos amigos salieron a correr. Por cada 2 km que corría Fran, Álvaro corría 3 km. Fran corrió 6 km. ¿Cuántos corrió Álvaro?

\* *Marca solo un óvalo.* 1 punto

- 7km
- 8km
- 9km
- 10km

2.- La escala de un mapa indica que 1 centímetro del mapa representa 4 kilómetros en la realidad. En el mapa, la distancia entre dos ciudades es de 8 centímetros. ¿A cuántos kilómetros de distancia están estas dos ciudades? \*

*Marca solo un óvalo.* 1 punto

- 2
- 8
- 16
- 32

3.- En un campeonato de fútbol, los equipos reciben: 3 puntos por un triunfo. 1 punto por un empate. 0 puntos por una derrota. Ecuador tiene 11 puntos. ¿Cuál es el menor número de partidos que Ecuador podría haber jugado? \*

*Marca solo un óvalo* 1 punto

- 5 ó 3 ganados y 2 empates
- 2 ó 3 ganados y 1 empates
- 5 ó 1 ganados y 0 empates
- 2 ó 1 ganados y 3 empates

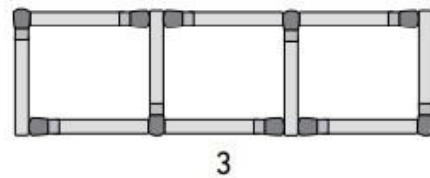
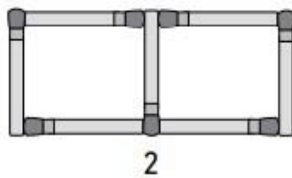
4.- María dejó El Almendro y pedaleó a la misma velocidad durante 2 horas. Ella llegó hasta esta señal. María continúa pedaleando a la misma velocidad hasta Buenaventura. ¿Cuántas horas le tomará pedalear desde la señal hasta Buenaventura? \*



Marca solo un óvalo. 1 punto

- 1 hora
- 2 horas
- 3 horas
- 4 horas

5.- Ignacio tiene que formar figuras con fósforos, de la 1 a la 4. Abajo se muestran las figuras 1, 2 y 3. Ignacio necesita cuatro fósforos para formar la figura 1, siete fósforos para formar la figura 2 y diez fósforos para formar la figura 3. Ignacio usa la misma regla cada vez para formar la siguiente figura en el patrón. ¿Cuántos fósforos va a necesitar para formar la figura 4? \*



Marca solo un óvalo. 1 punto

- 10
- 11
- 12
- 13

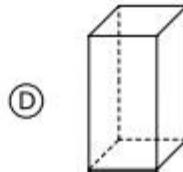
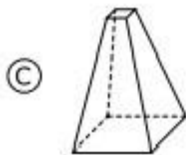
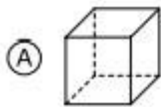
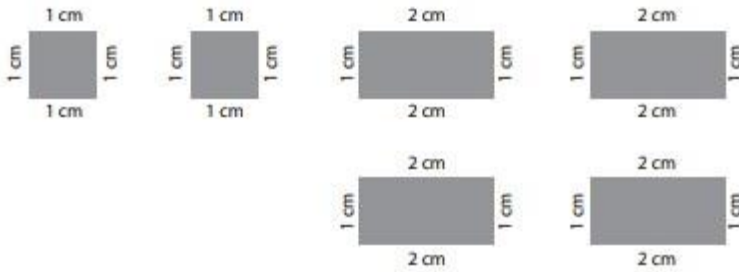
6.- Raúl va a hacer galletas en el horno. Tiene que calentar el horno durante 10 minutos, y luego hornear las galletas durante 12 minutos. Raúl quiere terminar de hornear las galletas a las 11:00. ¿A qué hora es lo más tarde que encendería el horno? \*

- Marca solo un óvalo. 1 punto
- 10:38
- 10:48
- 10:50
- 11:22

Figuras geométricas y medidas

- Puntos, líneas y ángulos
- Formas bidimensionales y tridimensionales

7.- Susana tiene los 6 pedazos de cartón que se muestran en la imagen de abajo. ¿Cuál de las siguientes formas podría hacer con los 6 pedazos sin recortarlos? \*



Marca solo un óvalo. 1 punto

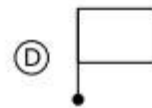
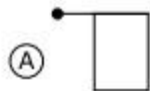
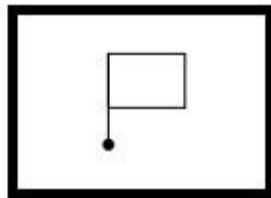
Figura A

Figura B

Figura C

Figura D

8.- ¿Cuál de las siguientes opciones muestra la posición de la figura de arriba después de darle una media vuelta o de rotarla en  $180^\circ$ ? \*



Marca solo un óvalo. 1 punto

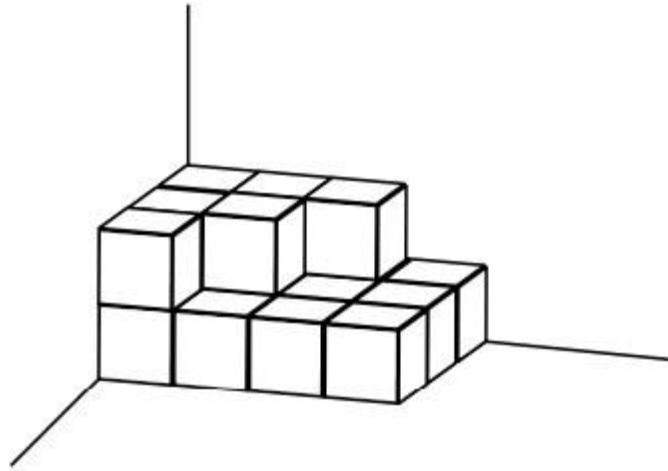
Figura A

Figura B

Figura C

Figura D

9.- Ana apiló estas cajas en el rincón de la pieza. Todas las cajas son del mismo tamaño.  
¿Cuántas cajas usó? \*



Marca solo un óvalo.

- 25
- 19
- 18
- 13

10.- A continuación, se muestran dos figuras. Describe un aspecto en el que sean iguales y un aspecto en el que sean distintas. \*

Figura P

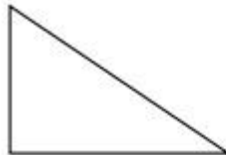


Figura Q



Marca solo un óvalo. 1 punto

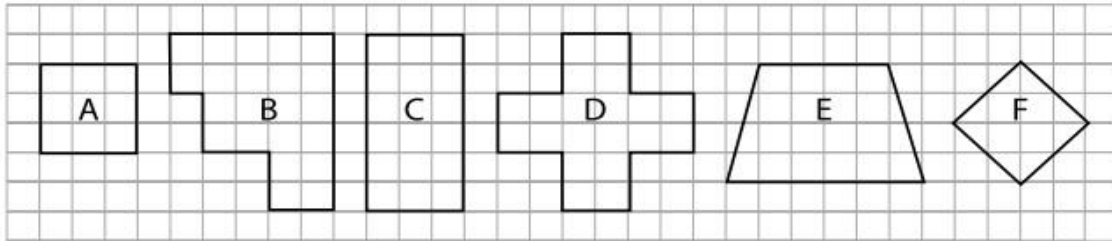
- Ambos tienen el mismo número de lados/Una tiene un ángulo recto
- Tienen la misma forma/Tienen los mismos ángulos
- Ambos tienen los lados rectos/Todos los ángulos son iguales
- Ambos tienen cuatro lados/Los ángulos son rectos
- Otros

11.- El patio de un colegio es cuadrado. El patio mide 100 metros de largo. Ruth caminó por todo el contorno del patio. ¿Cuánto caminó? \*

Marca solo un óvalo.

- 100 metros.
- 200 metros.
- 400 metros.
- 10 000 metros.

12.- Sergio usó la tabla para clasificar estas figuras. Pon la letra de cada figura en el espacio que le corresponde. \*



Marca solo un óvalo. 1 punto

	Tiene 4 lados	No tiene 4 lados
Todos los lados son del mismo largo	D	A, F D
Todos los lados NO son del mismo largo	B	C, E B

Tabla 1

	Tiene 4 lados	No tiene 4 lados
Todos los lados son del mismo largo	A, F	D
Todos los lados NO son del mismo largo	C, E	B

Tabla 2

	Tiene 4 lados	No tiene 4 lados
Todos los lados son del mismo largo	A	D
Todos los lados NO son del mismo largo	F	C

Tabla 3

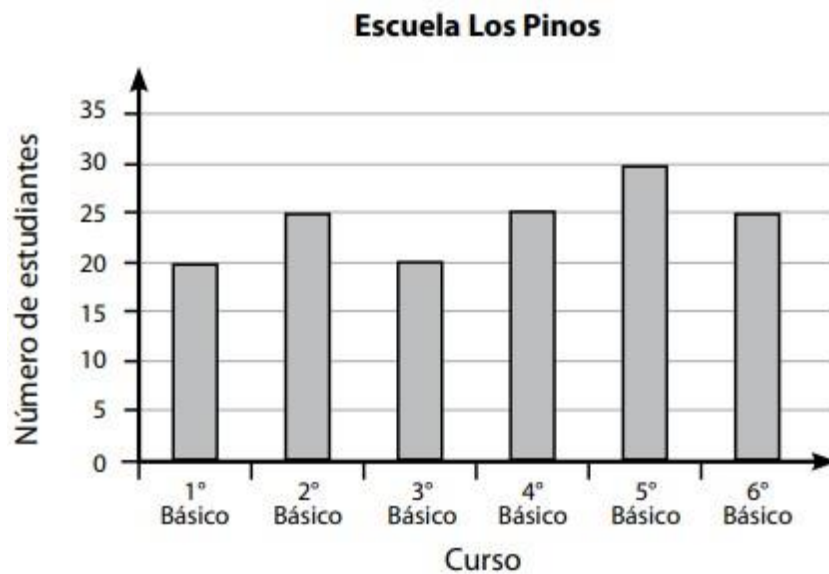
	Tiene 4 lados	No tiene 4 lados
Todos los lados son del mismo largo	D	A
Todos los lados NO son del mismo largo	C	F, B

Tabla 4

## REPRESENTACIÓN DE DATOS

- Lectura e interpretación
- Organización y representación

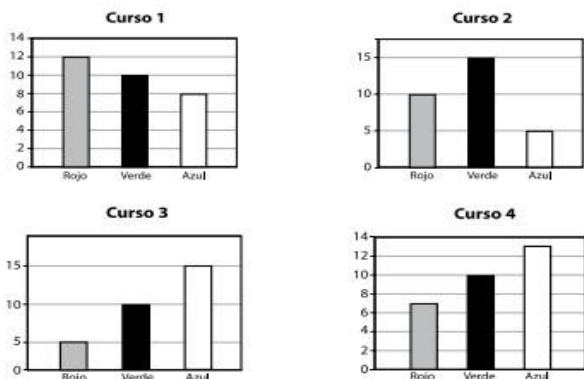
13.- El gráfico muestra el número de estudiantes que hay en cada curso de la Escuela Los Pinos. En la Escuela Los Pinos hay espacio para 30 estudiantes en cada curso. ¿Cuántos estudiantes más podría haber en la escuela? \*



Marca solo un óvalo. 1 punto

- 20
- 25
- 30
- 35

14.- Andrés hizo una encuesta sobre el color favorito de los estudiantes de 4 cursos. ¿En qué curso está la menor cantidad de estudiantes que eligió el azul? \*

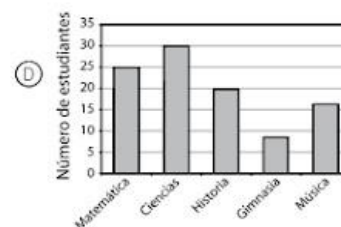
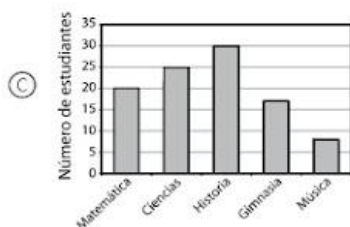
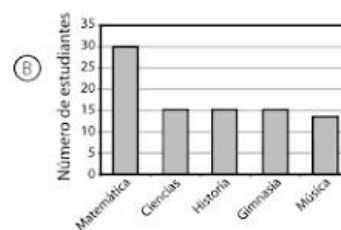
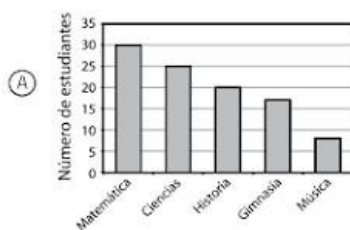


Marca solo un óvalo. 1 punto

- Curso 1
- Curso 2
- Curso 3
- Curso 4

15.- El Sr. Rodríguez les preguntó a los estudiantes de su colegio por su asignatura favorita. El siguiente gráfico circular muestra a cuántos estudiantes les gusta cada una de las 5 asignaturas. ¿Cuál gráfico de barras muestra la misma información que el gráfico circular?

\*

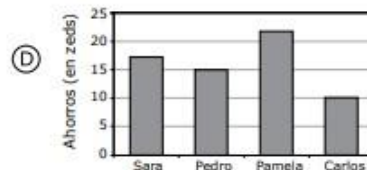
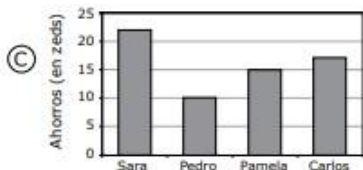
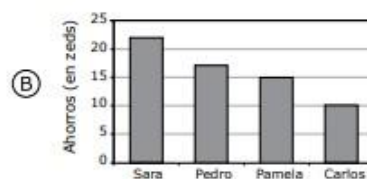
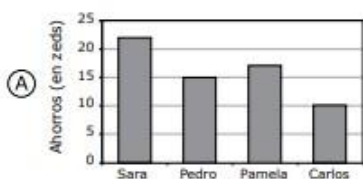


Marca solo un óvalo. 1 punto

- Diagrama de barras A
- Diagrama de barras B
- Diagrama de barras C
- Diagrama de barras D

16.- El profesor le dio la siguiente tabla a José y le pidió que identificara el gráfico que muestra correctamente los datos. ¿Cuál de los siguientes gráficos elegiría? \*

Nombre	Ahorros
Sara	22 zeds
Pedro	15 zeds
Pamela	17 zeds
Carlos	10 zeds

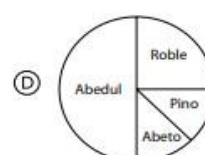
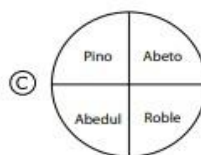
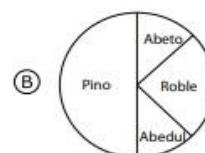
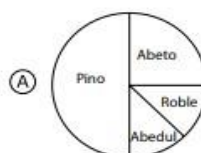


Marca solo un óvalo. 1 punto

- Gráfico A
- Gráfico B
- Gráfico C
- Gráfico D
- Otros

17.- La tabla muestra los números correspondientes a cuatro tipos de árbol que crecen en un parque. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa correctamente la información de la tabla? \*

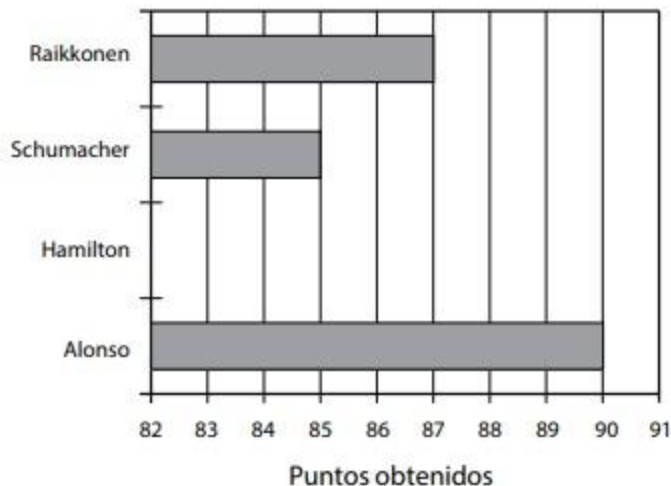
Tipo de árbol	Número de árboles
Pino	200
Abeto	100
Roble	50
Abedul	50



Marca solo un óvalo.

- Figura A
- Figura B
- Figura C
- Figura D

18.- Este gráfico muestra los puntos obtenidos por 4 pilotos en el campeonato de Fórmula 1. Alonsova primero y Hamilton tercero. Dibuja una barra que muestre cuántos puntos ha conseguido Hamilton.\*



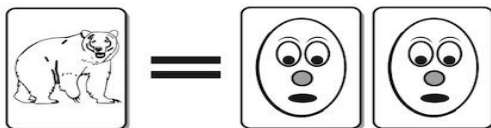
Marca solo un óvalo. 1 punto

- 83
- 84
- 85
- 86

Álgebra

- Patrones
- Expresiones algebraicas
- Ecuaciones/ fórmulas y funciones

19.- La feria del pueblo tiene un puesto donde se cambian cromos. Algunos niños fueron al puesto para cambiar cromos. Paula tiene 5 cromos de animales para cambiar por cromos de muñecos. ¿Cuántos cromos de muñecos obtendrá?\*



1 cromo de animales vale por 2 cromos de muñecos.

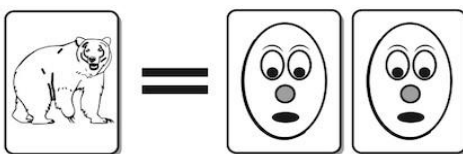


2 cromos de animales valen por 3 cromos de deportes.

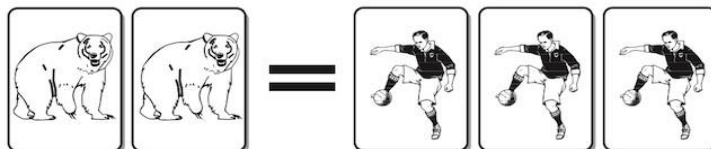
Marca solo un óvalo. 1 punto

- 6
- 8
- 10
- 12

20.- La feria del pueblo tiene un puesto donde se cambian cromos. Algunos niños fueron al puesto para cambiar cromos. Juan tiene 8 cromos de animales para cambiar por cromos de deportes. ¿Cuántos cromos de deportes obtendrá? \*



1 cromo de animales vale por 2 cromos de muñecos.

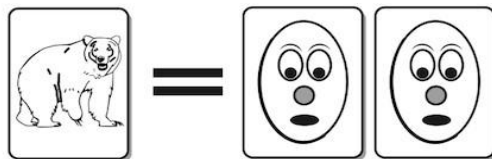


2 cromos de animales valen por 3 cromos de deportes.

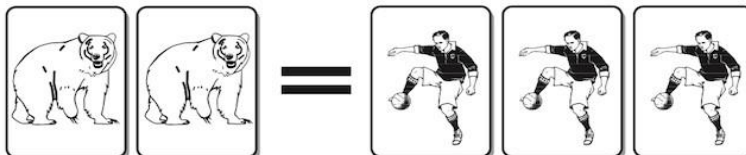
Marca solo un óvalo. 1 punto

- 12
- 16
- 24
- 32

21. - En la feria del pueblo había un puesto donde la gente podía cambiar cromos. Algunos niños fueron al puesto a cambiar cromos. \*



1 cromos de animales vale por 2 cromos de muñecos.



2 cromos de animales valen por 3 cromos de deportes.

Catalina tenía 6 cromos de animales. Los quería cambiar por tantos como fuera posible.

¿Cuántos cromos de muñecos obtendría?

¿Cuántos cromos de deportes obtendría?

Marca solo un óvalo. 1 punto

- 6 cromos de muñecos y 12 cromos de deportes
- 12 cromos de muñecos y 9 cromos de deportes
- 6 cromos de muñecos y 2 cromos de deportes
- 12 cromos de muñecos y 6 cromos de deportes

22.- Johana tenía 12 manzanas. Se comió algunas y le quedaron 9. ¿Qué expresión numérica describe lo que sucedió? \*

Marca solo un óvalo. 1 punto

- $12 + 9 = x$
- $9 = 12 + x$
- $12 - x = 9$
- $9 - x = 12$

23.- ¿Qué número irá en el casillero para que esta expresión numérica sea verdadera? \*

$$3 + 8 = \square + 6$$

Marca solo un óvalo. 1 punto

17

11

7

5

24.- Esteban tenía 32 lápices y 4 cajas para guardar lápices. Puso el mismo número de lápices en cada caja. ¿Cuál de las siguientes operaciones representa cuántos lápices puso en cada caja? \*

Marca solo un óvalo.

$32 + 4 = x$

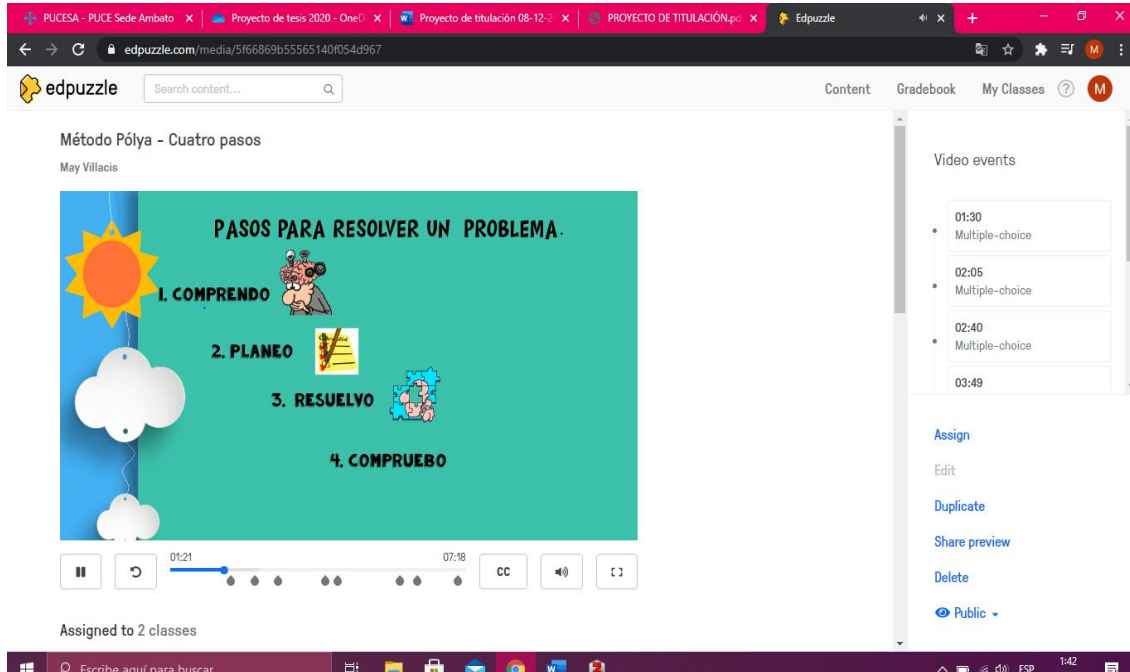
$32 - 4 = x$

$32 \cdot 4 = x$

$32 : 4 = x$

(TIMSS Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias., 2013)

### Anexo 3. Video en la plataforma Edpuzzle



### Anexo 4. Aplicación cuatro pasos Método Pólya

Sesión 7

Nombre: Sabone Peredes  
 Fecha: 23-10-2020  
 Paralelo: A  
 Estrategias: Análisis y síntesis

Desarrollo de ejercicios

1. A una persona le regalaron un vehículo nuevo. A los 4 años de haberlo usado el carro fue vendido en una subasta. A los 7 años fue vendido en US\$ 3000. Si la relación entre su valor y tiempo es lineal, determine el valor inicial del vehículo para que la persona pueda realizar la declaración de impuestos con base a su valor original.

Datos:	
1. Comprendo	\$15.000    4 años
el problema	\$3.000    7 años
Valor original: $x$	

2. Graficar la línea

Cada año: \$1.000  
 Subir \$1.000 por año

3. Escribir el plan

	Valor original: $x$	4 años	$= 4.000$	$= 4.000$
		7 años	$= 7.000$	$= 7.000$

4. Pensar el proceso y la respuesta

	Valor original: $x$	4 años	$= 4.000$	$= 15.000$
		7 años	$= 7.000$	$= 12.000$

MARCELI

2. La importación de un equipo cuesta 1650 dólares. Normalmente se paga por el transporte el 15% de su valor del seguro, lo que el valor total en dólares, que se paga por el equipo importado.

1. Comprender el problema	Datos: Costo de importación: 1650 Transporte: 15% Seguro: 15%	¿Cuál es el valor total?
2. Graficar un plan	Sumar todos los valores	
3. Escribir el plan	1650 + 1700 + 360 = 3710	
4. Pensar el proceso y la respuesta	El valor total en dólares, que se paga por el equipo importado es de \$3710	

3. Un colegio ha organizado un evento matemático, uno de los juegos que deben realizarse es predecir el siguiente número que aparecerá en la ruleta. Si se es el próximo número en aparecer, ¿cuál será su valor para que los estudiantes puedan aprobar esta prueba?

4. Un supermercado genera códigos que facilitan la búsqueda de cada nuevo cliente en un directorio. ¿Cuál es el código que se le asigna al cuarto cliente?

60, 185, 543, 1824, 186

## Anexo 5. Proceso de reflexión

Documento1 - Word Mayra Isabel Villacís Torres

Archivo Inicio Insertar Diseño Disposición Referencias Correspondencia Revisar Vista Ayuda Acrobat ¿Qué desea hacer?

Portapapeles Fuente Párrafo Estilos Edición Confidencialidad

1. Comprender el problema	<p><b>Datos:</b>            Ana: x            Alberto: 3x            Entre ambos tiene 112 años</p>
2. Crear un plan	<p>Sumar la edad de Ana con la edad de Alberto</p>
3. Ejecutar el plan	<p><math>x + 3x = 112</math>  <math>4x = 112</math>  <math>x = 112/4</math>  <math>x = 28</math></p>
4. Revisar el proceso y la respuesta.	<p>Ana: x            Ana = 28 años</p> <p>Alberto: 3x            Alberto = 3(28)            Alberto = 74 años</p> <p><b>Comprobar:</b>  <math>x + 3x = 112</math>  <math>28 + 3(28) = 112</math>  <math>28 + 74 = 112</math></p>

Página 1 de 2 129 palabras Español (Ecuador)

Reunión en "General" 32:09

12:31