PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TÍTULO DE LA TESIS

USO DE LA DIDÁCTICA DEL PLEGADO DE PAPEL, COMO HERRAMIENTA DE APOYO EN LA ENSEÑANZA DE LOS CONTENIDOS DE LA GEOMETRÍA PARA ESTUDIANTES DEL 10° AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA, DE LA UNIDAD EDUCATIVA BEST DEL CANTÓN VINCES.

NOMBRE:

Piedad Idaluz Avilés Fajardo

DIRECTOR: Dr. Querubín Patricio Flores Núñez

QUITO, 2016

DEDICATORIA

Dedico este trabajo académico a mi familia, por ser el pilar fundamental que me motiva e inspira en cada momento de la vida, para que continúe con responsabilidad y éxito esta nueva etapa de conocimientos, los mismos que servirán para aportar al desarrollo de la cultura, educación y valores de mi ciudad natal.

AGRADECIMIENTO

Expreso mi agradecimiento, en primer lugar a Dios, por ser el motivo y razón de mi existencia, a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, por permitirme enriquecer mi espíritu y conocimientos para el logro de mis metas en la vida.

Agradecer sinceramente al Director de Tesis, Dr. Querubín Patricio Flores Núñez, por sus orientaciones brindadas en la elaboración de este proyecto de investigación, también a todos quienes contribuyeron con sus experiencias en cada uno de los módulos tratados en los estudios de posgrado.

Además, mi reconocimiento a las autoridades de la Unidad Educativa Best del cantón Vinces, quienes brindaron las facilidades para desarrollar la presente investigación, estando segura que ésta contribuyó al mejoramiento de los procesos de enseñanza aprendizaje en la Institución.

ÍNDICE

RESUMEN

En general, la matemática, y en particular la geometría, es un área del conocimiento que provoca cierta resistencia en la mayoría de estudiantes e incluso en profesionales dedicados a la educación, este miedo consolidado a través del tiempo se debe a diversas razones, pero principalmente a las metodologías inadecuadas de enseñanza utilizadas por los docentes que tienen su base en un pensamiento de carácter conductista y no de construcción del conocimiento; en la actualidad la investigación en educación matemática, aconseja el uso de didácticas innovadoras que sean lo más cotidianas para el estudiante, de tal manera que el aprendizaje sea verdaderamente significativo.

A estas dificultades no es ajena la Institución Particular Unidad Educativa Best, siendo una de las escuelas nuevas del cantón Vinces, la modalidad de enseñanza se enmarca en un proceso que se describe como una pedagogía en que el interlocutor es sólo el profesor, dejando poco o casi nada de espacio al estudiante para el desarrollo de su conocimiento.

Los diferentes estamentos de la comunidad educativa coinciden en las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de la matemática en general, aspectos que se arrastran a través de los años hasta el término del bachillerato.

En este contexto se desarrolla el estudio de la didáctica del plegado de papel, como elemento motivador para la comprensión de los contenidos de la geometría plana en estudiantes de educación general básica, fundamentalmente para contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza aprendizaje en educación matemática, implementando una serie de actividades significativas mediante una metodología descriptiva longitudinal, incluyendo observación directa, entrevistas y cuestionarios de conocimientos con estructuración basada en los estudios de comprensión elaborados por Van Hiele, identificando debilidades y fortalezas en el proceso de enseñanza - aprendizaje y su influencia en entendimiento de los contenidos en estudiantes del 10° año de enseñanza general básica.

Palabra clave: Geometría plana, modelo de Van Hiele, didáctica del plegado de papel, constructivismo, aprendizaje significativo.

SUMMARY

In general, mathematics, and particularly geometry, is an area of knowledge that causes some resistance in most students and even dedicated to education professionals, this consolidated over time fear is due to various reasons, but mainly to inappropriate teaching methods used by teachers that are based on a behaviorist thinking and non-construction of knowledge; at present the research in mathematics education, advises the use of innovative teaching that are as everyday for the student, so that learning is truly significant.

These difficulties are not unrelated Unit Private Educational Institution Best, one of the new schools in the canton Vinces, the teaching method is part of a process described as a pedagogy in which the speaker is only the teacher, leaving little or almost no space for the student to develop their knowledge.

The different levels of the educational community agree on the difficulties that the students in the learning of mathematics in general aspects that crawl through the years until the end of high school.

In this context the study of teaching folding paper is developed as a motivator for understanding the contents of plane geometry in basic general education students, primarily to help improve the teaching and learning in mathematics education, implementing a series of major operations by a longitudinal descriptive methodology, including direct observation, interviews and questionnaires of knowledge based studies made by Van Ice understanding, identifying weaknesses and strengths in structuring the learning process learning and understanding their influence on students from those contained in the 10th year of basic general education.

Key word: Plane geometry, Van Hiele model, didactics of paper folding, constructionism, significant learning.

INTRODUCCIÓN

La geometría es una rama de la matemática que históricamente ha sido difícil de enseñar y aprender, los motivos son diversos, entre ellos el uso de metodologías inapropiadas, formación del docente con una pedagogía conductista que no ayuda a la construcción del propio conocimiento del estudiante, falta de recursos de las instituciones educativas, entre otras (García, 2012), es así que, la investigación en educación matemática sugiere cambios para que los aprendizajes sean realmente significativos, como son, la utilización de didácticas y metodologías innovadoras que permitan al estudiante aprender de manera divertida y motivadora, ayudando a que razone y reflexione ante problemas de cualquier naturaleza (Espinoza, 2006).

Conociendo que existen dificultades en el aprendizaje de los alumnos en los contenidos de geometría (Ineval, 214, pp. 8), se propone el uso de una didáctica motivadora que produzca ese necesario cambio del conductismo al constructivismo; recientemente la didáctica del plegado del papel se consolida como una alternativa para la enseñanza aprendizaje de la geometría elemental plana, posibilitando desarrollar la habilidad manual con el pensamiento y la visión, es un elemento que es habitual en los hogares, el papel es de bajo costo, además, permite al docente desarrollar diferentes contenidos, tanto conceptuales, procedimentales y actitudinales (Segovia y Rico, 2011) (Victoria, 2006) (García & Otero, 2005) (Johnson, 1975) (Mora, 1995), de esta manera los logros de los alumnos dependen más de su habilidad que la del profesor, induciendo a un proceso mental de pensar para resolver, razonar, cuestionar, debiendo planificar siguiendo un esquema general de comprensión (Van Hiele, 1986) (Ausubel, Novak, Hanesian, 1983).

En base a estos antecedentes se realiza la investigación, centrando el interés de la técnica del plegado de papel como recurso didáctico de apoyo en la resolución de problemas de contenido geométrico; para esto se utiliza una metodología no experimental, descriptiva longitudinal y de campo, en estudiantes del décimo año de Educación General Básica “EGB” de la Unidad Educativa Particular Best, ubicada en el cantón Vinces.

El objetivo principal a cumplir por el estudio es la elaboración de la didáctica del plegado de papel como herramienta de apoyo para la comprensión de los contenidos de la geometría en los alumnos de esta institución, identificando las fortalezas y debilidades de la didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje, su aplicación en actividades significativas, y la posterior evaluación de resultados.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

1.1 La didáctica actual utilizada para contenidos geométricos.

La geometría es una rama fundamental de la matemática, en la actualidad se ha convertido en uno de los contenidos más importantes en el desarrollo de la humanidad, incluyendo una diversidad de aspectos; es así que tiene relación con variadas actividades habituales y no habituales, de la ciencia y la recreación, o el estudio. Su relevancia como *ciencia del espacio*, para medir y describir figuras; como *método de representación visual de conceptos y procesos* en otras ciencias (diagramas, histogramas, etc.); como *herramienta de aplicaciones* en computación, diseño de imágenes, robótica, etc.; o como una manera de entender y pensar; es una de las actividades más intuitiva, concreta y ligada a la realidad, su desarrollo por siglos la transforma en una disciplina de creciente rigurosidad y abstracción (Hernández &Villalba, 2001).

Un concepto de geometría lo señala Vargas & Gamboa (Vargas citando a National Council of Teachers of Mathemátics, 2013, p: 76), nos dice que es "la materia mediante la cual el estudiante estudia las formas y estructuras geométricas, y aprende a analizar sus características y relaciones", de esta manera el estudiante construye modelos geométricos, razona espacialmente para describir el entorno, ayudándolo a resolver problemas ya sean de carácter geométrico o de ciencias en general.

Siendo valiosa e importante en la vida cotidiana, la enseñanza de la geometría se ve afectada por diferentes problemas (Báez & Iglesias, 2007); entre ellas están la enseñanza tradicional caracterizada por clases magistrales, trabajos en grupos, memorización de conceptos, resolución automática de problemas, entre otras, siendo la instrucción del profesor el principal medio didáctico, teniendo como factor común el uso del lápiz y el papel, lo cual no permite el desarrollo del conocimiento, transformándose en un tema aburrido y tedioso (Barrantes, 2004).

Por lo general, en la enseñanza de la geometría se entrega al estudiante un producto ya terminado, lo que no le permite tener un papel activo en el desarrollo de su conocimiento, no propicia la creatividad y el aprendizaje significativo (Hernández &

Villalba, 2001); el docente planifica las unidades utilizando los mismos recursos que adquirió en su formación, esta vivencia personal no le permite una experiencia de aprendizaje que guíe al alumno al descubrimiento de la geometría, como exploradora de su conocimiento (Vargas & Gamboa, 2013).

La enseñanza se limita al hecho de conceptualizar figuras y dibujarlas en el papel, los estudiantes no cuentan con objetos, formas y ejemplos reales, que le permitan entender los contenidos, con clases abstractas de muy difícil comprensión (Baez & Iglesias, 2007); por esta razón surge la necesidad de buscar nuevas estrategias didácticas que lleven a descubrir en el estudiante que la geometría es una herramienta para el desarrollo personal y facilitadora del aprendizaje de diversas áreas del conocimiento (Peralta, 1995).

Ahí la importancia de conocer y aplicar la teoría enunciada en el modelo de Van Hiele para el desarrollo del pensamiento, en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos relacionados a la geometría; también, el uso de recursos didácticos que permitan el desarrollo del pensamiento del estudiante en sus diferentes niveles.

1.2 Desarrollo del pensamiento geométrico a través del modelo de Van Hiele.

El modelo de *Van Hiele* corresponde a trabajos elaborados hace más de 50 años por los esposos Dina y Pierre Van Hiele, que se encuentran publicados en sus libros: "*El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*" (Van Hiele, 1957) y en "*Structure and insight: A theory of matematics educaction*" (Van Hiele, 1986); ellos dan una pauta a seguir en la enseñanza de la geometría.

A continuación se revisan las principales directrices del modelo, según lo expuesto en las investigaciones anteriormente señaladas.

El modelo consta de dos partes: la descriptiva, que se refiere a lo que el autor define como "niveles de razonamiento" y las instructivas para el desarrollo docente, en lo que llama "fases de aprendizaje" (Vargas & Gamboa, 2013).

Los **niveles de razonamiento,** se definen como el desarrollo de las capacidades intelectuales del estudiante; el paso de un nivel a otro de razonamiento, depende de la instrucción y de la adecuada superación del nivel que le antecede, más que de la edad; por este motivo el docente debe adecuar su metodología de enseñanza al nivel de sus alumnos, para que el aprendizaje no sea reproductivo. Los niveles de razonamiento que plantea el modelo son:

- **Nivel 0 (visualización)**, en este nivel el estudiante percibe integralmente las figuras, aquí la apariencia es la principal identificación, usa términos comunes para sustituir a los matemáticos, no reconoce claramente los elementos que componen las figuras geométricas ni tampoco sus propiedades, sin embargo, si puede hacer mediciones, identificar figuras geométricas y aprender vocabulario matemático.
- **Nivel 1 (descripción)**, en este nivel los estudiantes pueden reconocer que las figuras geométricas tienen partes o elementos con propiedades matemáticas, describen sus segmentos y enuncian propiedades para analizarlas; los conceptos son definidos como una lista de propiedades, pero no pueden apreciar la relación entre figuras equivalentes, por ejemplo, que todos los cuadrados son rectángulos o que todos los rectángulos son paralelogramos.
- **Nivel 2 (relaciones)**, los estudiantes pueden relacionar propiedades de una figura con otra, comprende lo que es el concepto de las figuras y también el proceso de demostración de sus propiedades, sin embargo, no puede efectuar demostraciones formales ni tampoco reconocer la importancia de hacerlas.
- **Nivel 3 (deducción)**, en este nivel el alumno puede realizar demostraciones usando un razonamiento deductivo formal, tiene la capacidad de comprender y desarrollar demostraciones adquiriendo una visión global de esta, puede entender la axiomática geométrica, es decir, el significado y uso de los axiomas, teoremas, definiciones, etc.
- **Nivel 4 (axiomatización)**; corresponde a un nivel altamente avanzado de la geometría, no conveniente para el nivel escolar o secundario, pero es usualmente el nivel de estudio en los cursos universitarios.

En general, existen características presentes en todos los niveles como las siguientes:

- En cada nivel se generan ideas y relaciones entre las figuras, las que se convierten en las figuras básicas del siguiente nivel.

- Los niveles son jerarquizados y secuenciales, es decir, para llegar a un cierto nivel los alumnos deben superar los niveles anteriores.
- Los niveles son independiente de la edad de los alumnos, las actividades de exploración, experiencias y contenidos de los niveles constituyen la oportunidad para alcanzar niveles superiores.
- La instrucción siempre debe estar acorde al nivel en que se encuentra el estudiante, única manera de que pueda razonar y no memorizar "a cada nivel de razonamiento le corresponde un lenguaje específico".

Esto último es lo fundamental de la teoría, esto hace necesario que el maestro entregue a sus alumnos las situaciones con un lenguaje entendible y según el nivel de razonamiento en que se encuentre.

Además, es de importancia medir los conocimientos previos de los estudiantes a través de evaluaciones que consideren el nivel de razonamiento, no observando solamente si contestan bien o mal, sino cómo contestan y por qué lo hacen.

Las **fases de aprendizajes** que plantea el modelo, referente a las directrices que se dan a los profesores son las siguientes.

- **Fase 1 (información)**, el docente reconoce los conocimientos previos que tienen los estudiantes y su nivel de razonamiento en el mismo. Los alumnos reciben información para conocer la temática de la asignatura, el tipo de problema al resolver, las metodologías, materiales, y textos de utilidad.
- **Fase 2 (orientación dirigida)**, el docente debe guiar, mediante actividades y problemas, al estudiante para que este aprenda y descubra las relaciones existentes entre los conocimientos que debe formar.
- **Fase 3 (explicitación)**, los estudiantes expresan los resultados obtenidos, comparten sus experiencias y discuten sobre ellas con el docente, con la finalidad de que sean conscientes de sus descubrimientos y aseguren el lenguaje adecuado que corresponden al tema; no es más que una revisión de la labor realizada con anterioridad para perfeccionar la expresión originando el afianzamiento de los conocimientos que se están desarrollando.

- **Fase 4 (orientación libre)**, el docente debe proponer problemas de mayor complejidad que signifiquen el planteamiento de nuevas relaciones o propiedades, debiendo limitar al máximo su ayuda al alumno.
- **Fase 5 (integración)**, los alumnos tienen una visión integral o global de todo lo que han aprendido uniéndolo a todo lo anterior. El docente realiza resúmenes de la información que ayude al estudiante a lograr esta integración.

De esta manera cada nivel de razonamiento queda estructurado en cinco fases de aprendizaje. Analógicamente el modelo lo podríamos representar por una escalera de caracol con cinco vueltas sobre su eje (cada vuelta un nivel) y en cada vuelta se tendrían cinco escalones (uno por cada fase); así, si se alcanza el nivel más alto se podría decir que llegamos a la parte superior de la escalera.

En este modelo el docente toma el papel de coordinador de la enseñanza y el alumno pasa de ser un receptor pasivo a un buscador activo de la información, requiriendo que el profesor maneje adecuadamente el modelo ayudando al alumno en la construcción de su propio conocimiento.

El aporte del modelo de los esposos Van Hiele en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, se basa fundamentalmente en dar respuestas a problemas reales que ellos y sus estudiantes encontraban en cada clase, y en la preocupación de cómo puede el docente facilitar el ascenso en el razonamiento geométrico de sus alumnos. El modelo no conceptualiza los niveles de razonamiento como estadios o fases del desarrollo, sino, como etapas por la que el estudiante avanza siempre, cuando es partícipe de actividades de enseñanza aprendizaje adecuadas, Van Hiele lo expresa: “el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”, “que no van asociados a la edad”, “y que sólo alcanzando un nivel se puede pasar al otro” (Van Hiele, 1986, p: 125); además, da importancia relevante al lenguaje que tienen los estudiantes en cada nivel del razonamiento geométrico “el lenguaje utilizado” y “significatividad de los contenidos”, procurando que se avance en complejidad hacia un esquema más estructurado y abstracto, organización que se construye de manera simultánea con la estructuración geométrica visual y la estructuración abstracta del pensamiento.

La teoría del modelo de Van Hiele considera el problema de enseñanza de la geometría, como un problema fundamentalmente didáctico y no un problema de lógica de la disciplina; por tanto, enseñar geometría es iniciar al alumno en diferentes actividades, permitiéndoles construir su conocimiento.

Otro aspecto importante en esta teoría, se refiere a los procesos de evaluación, siendo un punto clave en la asignación de los niveles en que se encuentran los estudiantes; el docente debe construir el instrumento de evaluación teniendo en cuenta la respuesta y el razonamiento que sigue para llegar a ella.

En resumen, el modelo de comprensión geométrica de Van Hiele, nos explica cómo evoluciona el razonamiento geométrico de los alumnos, siendo este de cinco niveles consecutivos, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El alumno se ubica en un determinado nivel al iniciar el aprendizaje y, conforme cumpla con un proceso sube al siguiente nivel. Este modelo indica la manera de apoyar a los estudiantes para mejorar su calidad de razonamiento, proporcionando directrices de organización del currículo educativo y así ayudar a pasar de un nivel a otro.

1.3 El plegado de papel como didáctica de enseñanza-aprendizaje.

El arte de hacer figuras de papel o papiroflexia, reconoce su nacimiento en el arte de plegar papel en Japón con el nombre de Origami (ori = plegar y kami = papel); según la regla más ortodoxa de la papiroflexia, no se permite usar tijera ni pegamento (Royo, 2003), utilizándose como punto de partida un cuadrado de papel; sin embargo, hay diferente modalidades que alivian un poco estas restricciones.

Históricamente la forma más antigua del plegado de papel la encontramos en Occidente en los llamados flabelos o abanicos introducido por la Iglesia en el siglo IV utilizados en las misas, se trataba de un zig-zag tipo abanico; luego lo encontramos en el Oriente en el siglo IX en la encuadernación llamada Sutra, característica del libro chino que consiste en doblar la tira hasta formar una especie de acordeón (Escolar, 1993). En Europa en los siglos XVI y XVII existía la tradición de doblar servilletas de forma artística para ser usadas en fiestas y banquetes, la figura que se realizaba tenían un significado simbólico y se hacían plegando el lino modelado con partes de madera; estas maneras de plegar se incorporan posteriormente en las técnicas del plegado de papel en Japón y en Europa (Aznar, 2011).

El plegado de papel aparece con mayor vehemencia en Oriente específicamente en Japón, técnica que se transmite de generación en generación dentro de la religión Sintoísta; una de las expresiones más antiguas desarrolladas en el siglo XVII fueron los símbolos de fortuna llamados Noshis y la poética del Haiku, utilizadas en las enseñanzas del budismo Zen y del teatro de títeres Jöruri realizada con plegados de papel.

Podemos observar que el carácter ceremonial y simbólico del plegado de papel se fue perdiendo con el tiempo y renace en el año 1878 en los trabajos Froebelianos, es así, que la actividad de plegar papel resurge con la pedagogía y la didáctica, siendo Friedrich Fröebel quien incorpora al sistema educativo los trabajos manuales y por ende el plegado de papel. Plegar papel, partiendo de un cuadrado tenía por objetivo, según Fröebel, la enseñanza intuitiva de la geometría, utilizando sus formas para acercar al conocimiento del mundo exterior para generar una actividad de preguntas y respuestas entre el profesor y el estudiante, desarrollando el sentido de observación y el sentido crítico del niño (Aznar citando a Fröebel, 2011).

Otra importante contribución la hace el padre de la papiroflexia moderna, Akira Yoshizawa, a quien se debe la simbología actual de las instrucciones de plegado de los modelos, lo que permitió la difusión internacional de las diferentes creaciones, sin importar el idioma en que se escriban esos desarrollos, según Bernabé Martín citando a Yoshizawa “el plegado es un diálogo entre el artista y el papel, el cual hay que realizarlo en el aire, sólo con las manos, ya que de apoyarlo en la mesa, estaríamos transmitiendo a la futura figura el yin de la mesa en lugar del propio” (Martín citando Yoshisawa, 2015): gracias a este artista la papiroflexia ha experimentado en los últimos tiempos una explosión de creatividad, señalándose dos corrientes bien establecidas: la escuela no científica, en donde la filosofía consiste en expresar la esencia de lo que se desea representar con el mínimo de pliegues, y la escuela científica en donde el plegado ha sido desarrollado fundamentalmente por matemáticos, ingenieros y técnicos, persiguiendo la exactitud con un sinnúmero de métodos matemáticos y algorítmicos. El carácter matemático que pueda tener el plegado de papel no está reñido con el lado artístico, aunque tampoco tiene por qué coincidir.

La psicología nos dice que el niño se construye así mismo a partir del movimiento, que el desarrollo va del acto al pensamiento, de lo concreto a lo abstracto que en todo el proceso se va desarrollando una vida de relación, de afecto, de emociones y de comunicación (Rius, 1985). La acción de doblar papel está orientada al desarrollo de la psicomotricidad manual fina, lo que significa la coordinación de las manos y dedos, desarrollo de la orientación y estructuración espacial ampliando el sentido estereognóstico, acostumbrando al estudiante a pasar de un plano vertical u horizontal de la figura o viceversa (Aznar, 2011).

Es así, que toda actividad de doblar papel constituye un manejo de elementos relacionados a la geometría (ángulos, mediatrices, líneas, ejes de simetría, etc.), convirtiéndose el material en un recurso donde se representan variadas relaciones y conceptos geométricos.

El papel como material didáctico de manipulación, proporciona un mayor alcance del alumno en las actividades a realizar, ya que la manipulación "constituye un modo de dar sentido al conocimiento matemático" (Segovia y Rico, 2001, p: 86) y también, el estudiante "adquiere una percepción más dinámica de las ideas" (Mora, 1995, p: 104).

Teniendo en cuenta los elementos anteriores, debemos dilucidar si este material es o no didáctico para establecerse como herramienta de enseñanza aprendizaje, para esto nos remitimos a los siguientes criterios, que establecen: (Coriat, 1997)

1. Disponibilidad en el instante que se decide utilizar.
2. Suficiente material para todos los alumnos.
3. Cierta destreza del profesor y los estudiantes en el manejo del material.

Al leer estas características, observamos que el papel se ajusta a lo requerido, a un material didáctico; su bajo costo, el hecho de que todo el mundo en algún momento ha operado un papel doblándolo alguna vez en su vida, ya sea para colocarlo en un sobre o hacer algún artilugio, y la posibilidad de encontrarlo en cualquier ambiente educativo lo hace un recurso poderoso para la enseñanza aprendizaje.

1.4 El plegado de papel en geometría.

La enseñanza de la geometría en el último tiempo se ha caracterizado por una tendencia a la memorización de propiedades y definiciones, por lo general no comprendida por los alumnos. Resolver problemas se hace de forma automática, sin trabajar los elementos geométricos, planteando directamente actividades de cálculo (cálculos de ángulos, triángulos, volúmenes, etc.) (Barrantes, 2004); esta manera de enseñanza provoca una serie de inconvenientes y dificultades de comprensión por parte del estudiante y un desánimo general del profesor ante el fracaso de su enseñanza (Peralta, 1995).

El principal objetivo de la enseñanza aprendizaje de la geometría es integrar a los alumnos al mundo que lo rodea, pues la intuición y las relaciones geométricas resultan útiles en el desarrollo de la vida cotidiana; la geometría tiene influencia en los estudiantes principalmente en las capacidades relacionadas a la comunicación y el entorno, el alumno requiere siempre verificar mediante la manipulación de objetos reales ya que esto influye en sus capacidades matemáticas de abstracción. Por lo general, la capacidad espacial es superior a la destreza numérica e impulsa y mejora esta capacidad junto con el dominio de los conceptos geométricos, posibilitando que el lenguaje permita el mejor aprendizaje de las ideas numéricas, las de medidas e incluso temas más avanzados (Barrante, Balletbo, Fernández, 2014).

Es así, que las metas en la enseñanza de la geometría son: desarrollar su adecuación al medio ambiente y preparar al estudiante para el aprendizaje de niveles superiores; de esta manera la enseñanza de la geometría debe plantear contenidos útiles para el futuro mediante metodologías dinámicas en la que el alumno haga razonamientos, relaciones, representaciones y resolución de actividades (Barrantes, et al., 2014).

La metodología no debe ser aburrida, sino que produzcan un cambio en la actitud e interés por la actividad geométrica de forma natural, en otras palabras que sea motivadora y atrayente.

Actualmente los contenidos de la geometría pretenden establecer una serie de destrezas cognitivas de carácter general que puedan ser utilizadas en casos particulares y que contribuyan por sí mismas a desarrollar las capacidades del conocimiento de los alumnos; estos contenidos están pensados para que se utilicen estrategias personales que demuestren al profesor la forma de pensar y actuar de sus alumnos, de manera que pueda adaptar y modificar esta estrategia, si lo cree necesario, logrando un aprendizaje más significativo y preciso; en esta línea de acción se requiere trabajar la geometría desde una metodología de resolución de problemas o una metodología de laboratorio, mediante la cual el estudiante pueda realizar actividades, partiendo desde una concepción constructivista del aprendizaje (Barrantes, et al., 2014).

En relación a lo que se llama laboratorio de geometría, se refiere a actividades investigadoras sobre construcción, innovación y técnicas de colaboración; lo fundamental es que aprendan haciendo, hacer que el alumno participe en el desarrollo de su propio conocimiento, con tareas que propongan el aprendizaje mediante los sentidos de la vista y el tacto, la interrelación entre ellos y la interiorización.

Dentro de estas metodologías como la resolución de problemas y de laboratorio, tiene vital importancia el recurso didáctico manipulativo (Barrantes, et al., 2014), pues el estudiante debe utilizar el sentido del tacto para abstraer los conceptos que aprende; entre los recursos conocidos y utilizados están el tangram, poliominós, cuerpos geométricos, actividades con espejos y el que nos ocupa en esta investigación que es el **plegado de papel.**

Diversos autores destacan las bondades de la papiroflexia o doblado de papel como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría, según Garrido, "En el estudio de la geometría resulta una ayuda eficaz el uso de recursos, como la papiroflexia, que permite a los estudiantes generar sus propias figuras y trabajar sobre ellas distintos conceptos geométricos. En una figura de papiroflexia hay un gran componente geométrico si se considera el modo exacto y riguroso en que se debe doblar el papel" (Garrido, 2015, p: 16), consolidándose como una alternativa para mejorar el razonamiento en el área de la geometría, fundamentalmente en su carácter visual y experimental, así lo expresa Royo: "el ejercicio de doblar papel se puede usar con fines pedagógicos para estudiar e ilustrar la geometría elemental plana. La clave radica en interpretar geométricamente qué se está haciendo cuando se dobla el papel" (Royo, 2002, p:187), de la misma manera lo expresan Blanco y Otero "en cada trozo de papel hay patrones geométricos, combinaciones de ángulos y rectas que permiten a la hoja llegar a tener variadas e interesantes formas” (Blanco y Otero, 2005: p.2); de esta manera la utilización de este material didáctico introduce y refuerza la enseñanza de una gran parte de los conceptos y propiedades geométricas, para posteriormente con otros elementos formalizarlos con mayor rigurosidad.

Tomando en cuenta que el doblado de papel permite realizar construcciones tan precisas como las hechas con regla y compás, en el último tiempo se ha venido fundamentando un sistema axiomático paralelo al de la geometría euclidiana que permite justificar las construcciones hechas en papel. Esta tiene sus raíces en los seis axiomas postulados por el japonés Humiaki Huzita presentadas en el First International Meeting Of Origami Science and Technology en el año 1989 y el séptimo axioma postulado por Koshiro Hatori en el 2003; los cuales son un sistema axiomático consistente, coherente y plausible desde el punto de vista matemático, teniendo las condiciones de suficiencia, independencia y compatibilidad (Cardozo Elejalde y López, 2001).

1.5 Axiomas geométricos referentes al plegado de papel.

Tomando como referencia los seis axiomas de Huzita y el séptimo de Hatori se fundamenta el sistema axiomático del doblado de papel de la siguiente manera: (Jaramillo y Santana, 2010) (Monsalve, 2001).

Axioma 1: dado dos puntos P_1 y P_2, se puede hacer un único doblez que pasa a través de ellos.

Este enunciado es similar al primer postulado de Euclides: por dos puntos pasa una única recta.

Axioma 2: dado dos puntos distintos P_1 y P_2, se puede hacer un único doblez que lleva a P_1 sobre P_2.

Axioma 3: dadas dos líneas l_1 y l_2, se puede hacer un doblez que pone a l_1 sobre l_2.

Este postulado es semejante al de la construcción del lugar geométrico de una bisectriz.

Es posible expresarlo de la siguiente manera: dados dos dobleces distintos l_1 y l_2, existen dos dobleces o un doblez que pone a l_1 exactamente sobre l_2.

Axioma 4: Dado un doblez l_1 y un punto P_1, existe un único doblez que pone a l_1 sobre sí misma y pasa por P_1.

Este enunciado tiene relación con la construcción de una perpendicular a una recta que pasa por un punto.

Axioma 5: dado dos puntos P_1 y P_2 y una línea l_1, se puede hacer un doblez que pone P_1 sobre l_1 y pasa por P_2.

Axioma 6: dados dos puntos P_1 y P_2 y dos líneas l_1 y l_2, se puede hacer un doblez que pone a P_1 sobre l_1 y a P_2 sobre l_2.

La aplicación de este postulado se relaciona con la solución de un problema del cálculo, consistente en encontrar una recta que sea tangente a dos parábolas (Huzita, 1989). Cabe señalar que la aplicación sucesiva del axioma 2 con un doblez l_1 y un punto exterior, genera el lugar geométrico de la parábola de manera casi exacta (Geretschäger, 1995).

Axioma 7: dados un punto P_1 y dos líneas l_1 y l_2, se puede hacer un doblez perpendicular a l_2 que ponga el punto P_1 sobre la línea l_1.

Este enunciado, radica en hallar un doblez que sea tangente a la parábola cuya directriz es l_1 y cuyo foco es P_1, e igualmente, sea perpendicular a la recta que determina el doblez l_2. De igual manera, representa la solución de una ecuación de segundo grado, de esta manera, es posible que tenga dos soluciones reales distintas, iguales, o no tener solución en los números reales (Lang, 1996 -2015).

Estos postulados axiomáticos, dan el sustento teórico para el uso del plegado de papel como herramienta didáctica para la enseñanza de los contenidos geométricos, cabe señalar que éstos aún están en proceso de investigación en la educación matemática.

CAPÍTULO 2

DIAGNÓSTICO

Basada en el Cuestionario de Conocimientos Previos y en mi experiencia como docente secundaria, se puede detectar que los estudiantes del décimo año de EGB de la Unidad Educativa Best presentaron diversas dificultades en la comprensión de muchos conceptos de los contenidos geométricos, entre ellos:

Pregunta 1.

Se muestran 2 respuestas como modelos de lo que fue común en la población de observación.

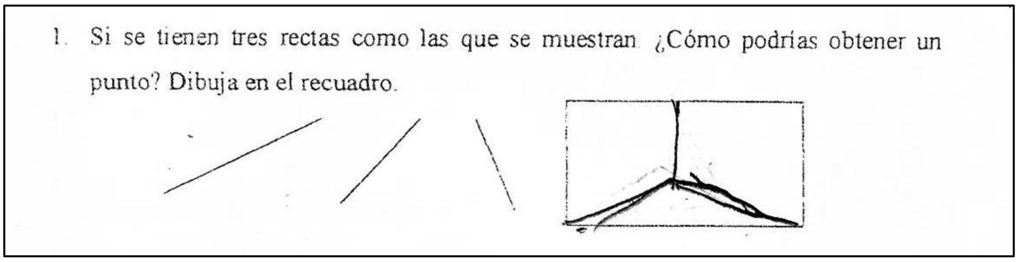


Figura 1. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015.

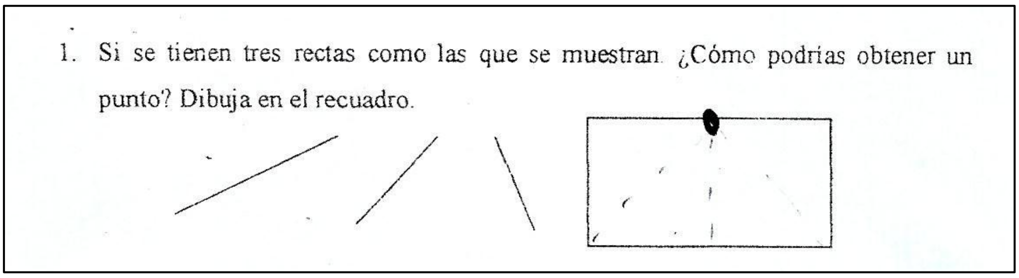


Figura 2. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

Ningún estudiante logró responder correctamente la pregunta.

No pueden formar un punto en el plano a partir de 3 líneas, lo que denota la falta de conceptualización y comprensión en el momento de la explicación en años anteriores.

Pregunta 2.

Observamos 2 modelos de respuesta que fueron comunes.

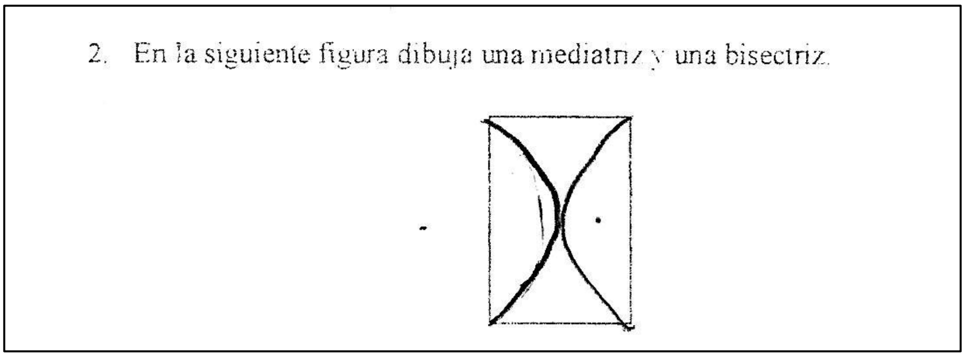


Figura 3. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

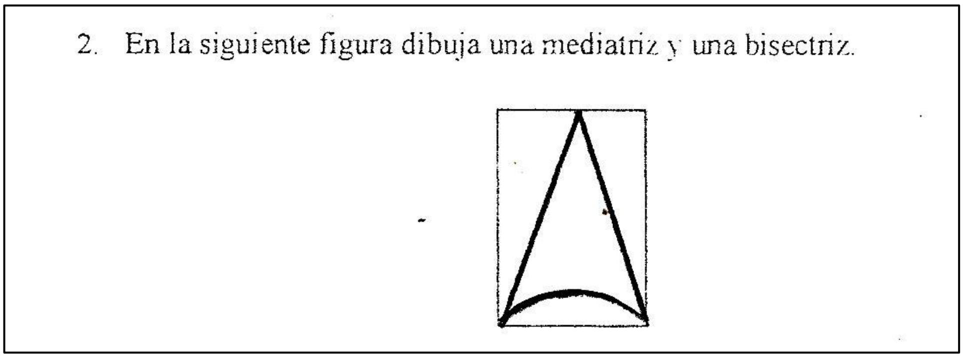


Figura 4. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

Sólo 1 estudiante logra formar una mediatriz.

No conocen o recuerdan los conceptos de mediatriz y bisectriz.

<u>Preguntas 3 - 4 – 5.</u>

Observemos un modelo de resultados.

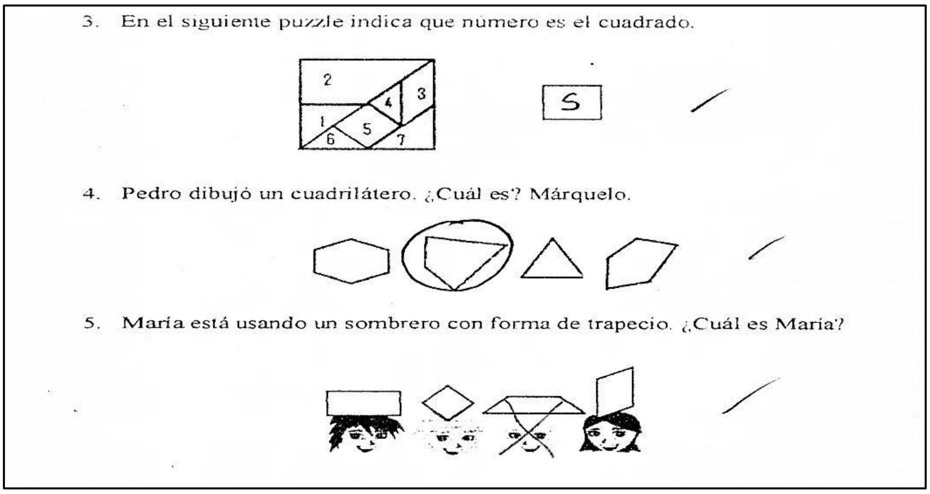


Figura 5. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

Sólo 1 estudiante no acierta a las respuestas correctas.

Si recuerdan e identifican lo que son cuadriláteros y triángulos.

<u>Pregunta 6 – 7.</u>

Observamos 2 modelos de respuesta.

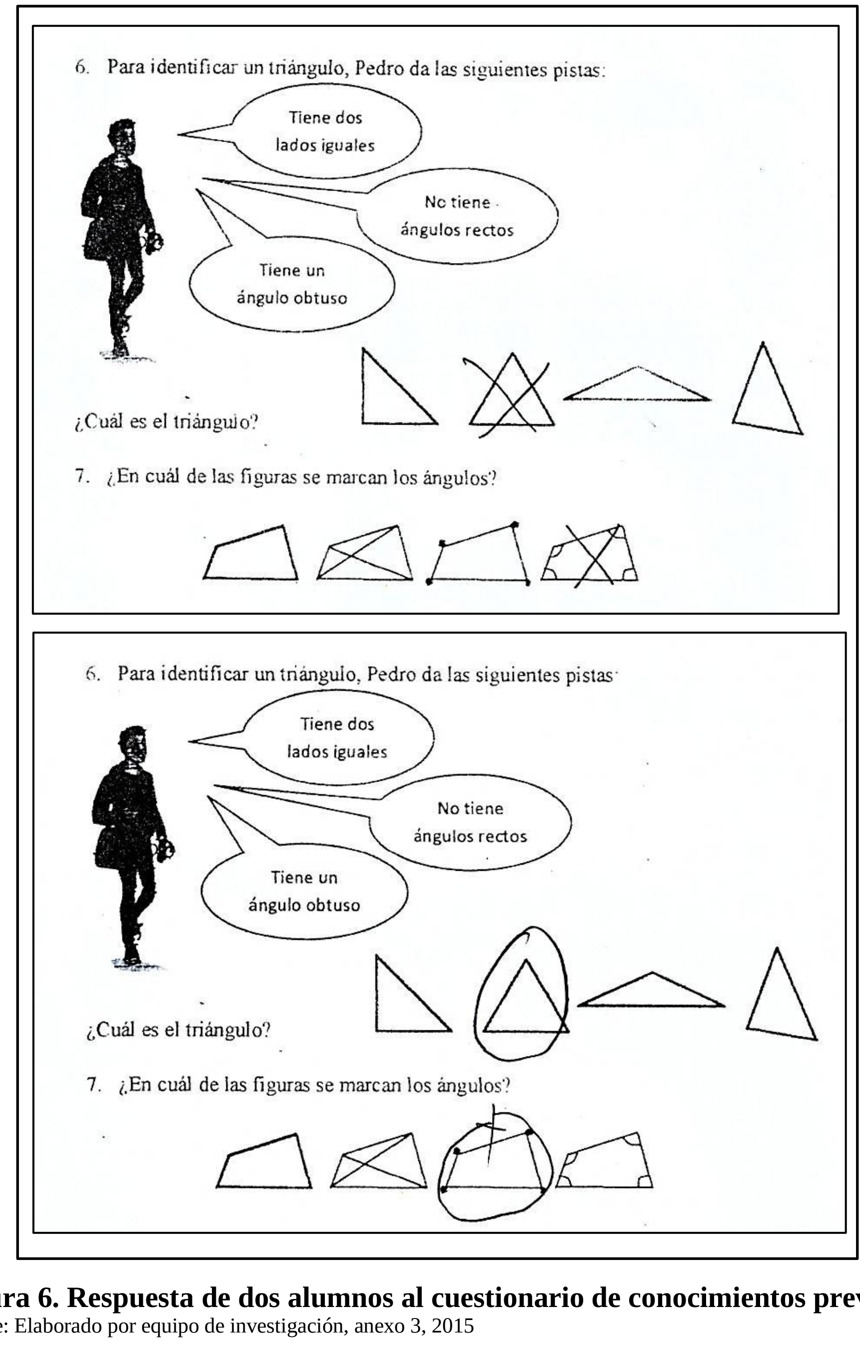


Figura 6. Respuesta de dos alumnos al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

Sólo 3 alumnos reconocen el tipo de triángulo, la mitad no identifica la simbología para medir ángulos.

Presentan dificultades al momento de clasificar los diferentes tipos de figuras geométricas y algunas de sus propiedades. No identifican claramente los ángulos, su forma de medición, tipos y propiedades, cabe señalar que estos contenidos se revisan en sexto grado de primaria básica.

<u>Preguntas 8 – 12 – 14 – 15.</u>

Se presentan algunas respuestas dadas por diferentes estudiantes.

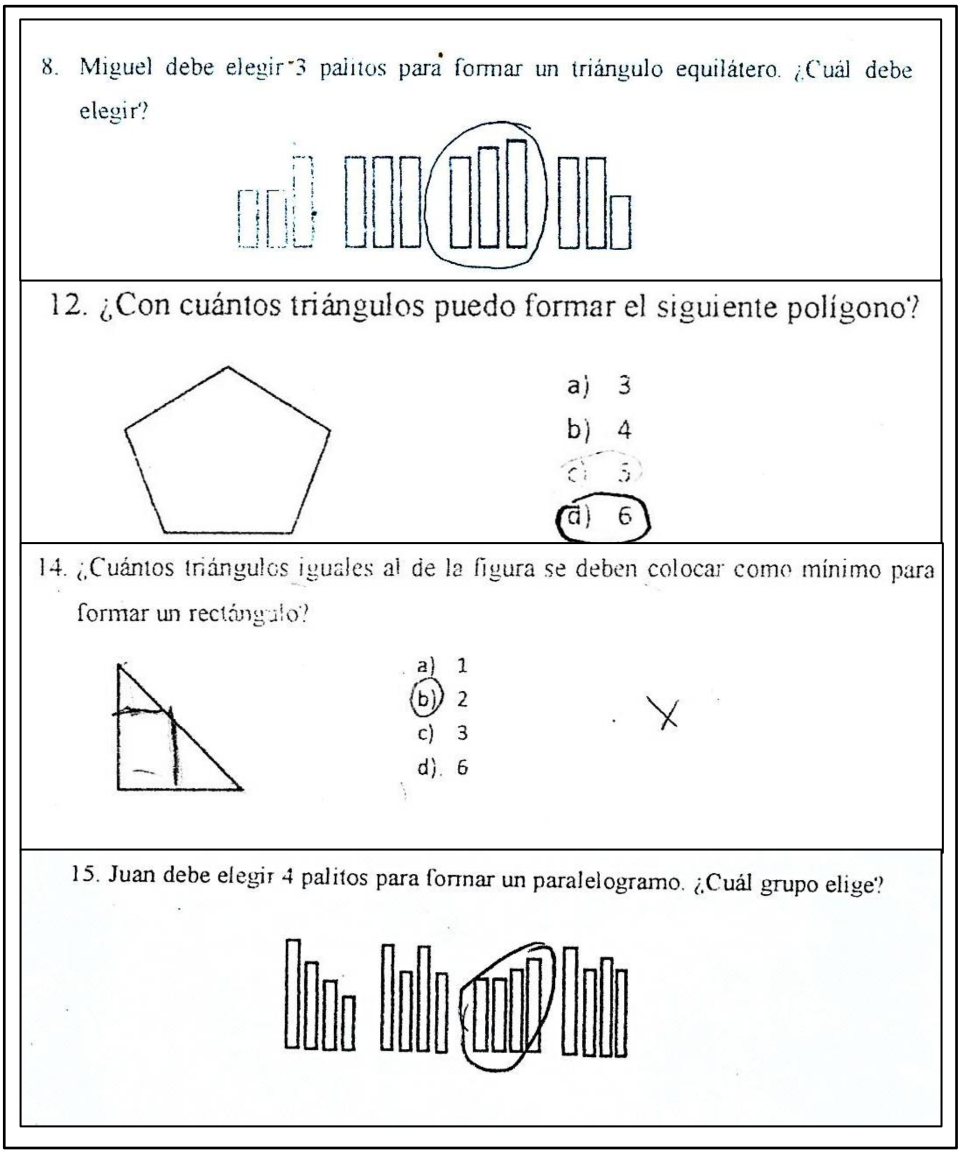


Figura 7. Respuesta de algunos alumnos al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

La gran mayoría de estudiantes no logra responder correctamente estas preguntas.

No logran reconocer elementos de las figuras geométricas y usar sus propiedades.

Pregunta 9.

Una muestra de la respuesta de un estudiante.

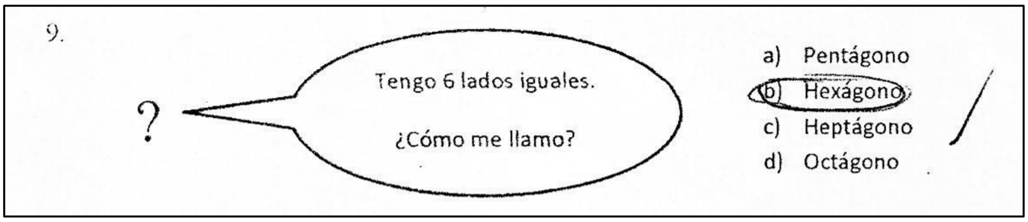


Figura 8. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

Sólo 2 alumnos no aciertan a responder correctamente.

En los polígonos regulares, si pueden identificar según el número de lados, no conocen de sus propiedades y forma de construcción.

Pregunta 10.

Muestra de una respuesta dada por un estudiante.

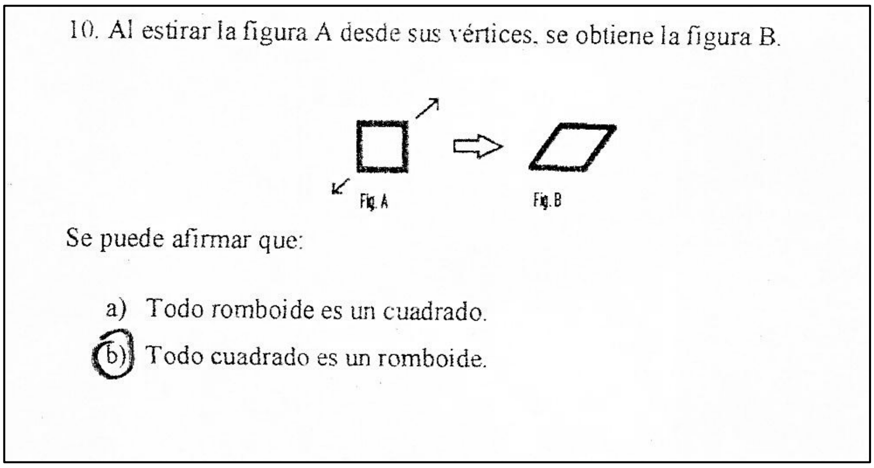


Figura 9. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos previos.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 3, 2015

Ningún alumno respondió correctamente la pregunta.

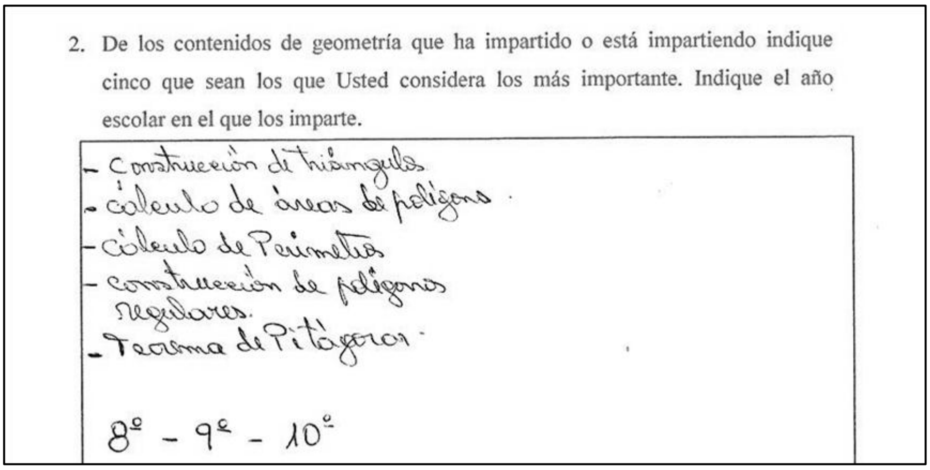
Según lo antes revisado, se puede señalar que los estudiantes poseen un conocimiento previo, determinado en el modelo de Van Hiele, como Nivel 0 (Visualización), es decir, tienen una percepción absoluta de las figuras, conocen sus nombres y lados que contiene, su apariencia; pero no reconocen los elementos que las componen y sus propiedades.

Sólo algunos estudiantes se encuentran en un nivel 1 (Descripción), respondiendo correctamente las interrogantes del cuestionario de conocimientos previos, reconociendo las figuras geométricas con algunas propiedades matemáticas.

Ningún alumno se encuentra en el nivel 2 (relaciones) de comprensión, es decir, no son capaces de relacionar una figura con otra y su conceptualización.

De igual manera, en relación a la entrevista realizada a la docente del área de matemática del curso en el que se realiza la investigación, hace los siguientes señalamientos:

- Ha impartido los contenidos geométricos en diferentes años de la educación básica.
- Los considera de importancia porque son necesarios para otros contenidos de la matemática.
- Los contenidos de mayor importancia son la construcción de triángulos, polígonos, cálculo de áreas y perímetros, teorema de Pitágoras.

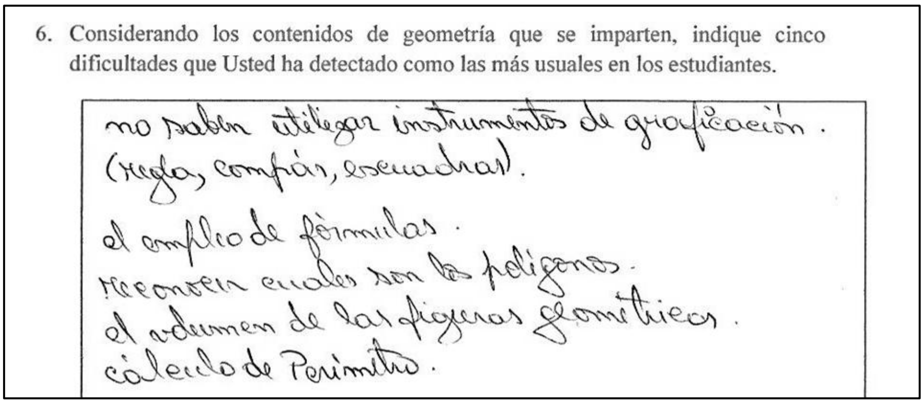

2. De los contenidos de geometría que ha impartido o está impartiendo indique cinco que sean los que Usted considera los más importante. Indique el año escolar en el que los imparte.

- Construcción de triángulos
- cálculo de áreas de polígonos.
- cálculo de Perímetros
- construcción de polígonos regulares.
- Teorema de Pitágoras.

8º - 9º - 10º

Figura 10. Respuesta del docente a una pregunta de la entrevista inicial.
Fuente: Elaborado por autora de la investigación, anexo 2, 2015

- El estudiante presenta dificultades en el cálculo de áreas y perímetros, uso de instrumentos de graficación (regla, compás, escuadra, graduador) y reconocimiento de polígonos.



6. Considerando los contenidos de geometría que se imparten, indique cinco dificultades que Usted ha detectado como las más usuales en los estudiantes.

no saben utilizar instrumentos de graficación.
(regla, compás, escuadras).
el empleo de fórmulas.
reconocer cuales son los polígonos.
el volumen de las figuras geométricas.
cálculo de Perímetro.

Figura 11. Respuesta del docente a una pregunta de la entrevista inicial.
Fuente: Elaborado por autora de la investigación, anexo 2, 2015

En cuanto a la metodología utilizada por la docente, se puede encasillar como de carácter tradicional, usa instrumentos de graficación como escuadra, compás, lápiz, etc.; no conoce software específicos como Geogebra o Cabri, pero si muestra el interés por aprenderlos como didáctica de enseñanza aprendizaje; conoce sobre el uso del plegado de papel como didáctica, pero no lo utiliza por desconocer su metodología; piensa que el estudiante debe construir su conocimiento y para aquello se deben buscar nuevos métodos y técnicas de enseñanza aprendizaje.

De lo anteriormente expuesto, se puede decir que las dificultades en la comprensión de los contenidos geométricos por parte del estudiante, se debe a tres aspectos fundamentales:

1. **En lo relativo al programa de estudio.** El Ministerio de Educación no ha dado la importancia necesaria a los temas concernientes a la geometría en todos los años de estudio de la educación general básica, encontrándose contenidos disgregados en diferentes cursos y sin la continuidad necesaria para el entendimiento adecuado por parte del alumno.
2. **En lo referente a las metodologías de enseñanza aprendizaje**. La enseñanza a través de un método tradicional de “lápiz, papel y compás”, no permite que el estudiante desarrolle su propio conocimiento, de esta manera el interlocutor es quien administra la hora de clase sin posibilidad que se genere discusión, diálogo o cuestionamiento; no se hace relación de los contenidos con aspectos de la vida cotidiana, haciendo menos comprensible los temas que son de fácil olvido.

3. **Respecto al desinterés del estudiante**. El alumno no observa utilidad práctica a los temas relacionados con la geometría, fundamentalmente por falta de relación con aspectos de la vida diaria que le puedan significar interés para su aprendizaje, y además, por la predisposición negativa a cualquier contenido que se relacione a la ciencia matemática, elemento que ha significado actualmente el desarrollo de diversas investigaciones para estudiar ese comportamiento.

Bajo estos antecedentes, se requiere que la institución educativa desarrolle la metodología del plegado de papel para la enseñanza de los contenidos geométricos, que ha demostrado en recientes investigaciones de la educación matemática, ser una didáctica versátil, de bajo costo, amigable para el alumno y el docente, enmarcándose dentro de la corriente pedagógica constructivista. El uso constante de metodologías de carácter constructivista, llevará en el mediano y largo plazo, al mejoramiento de la comprensión de los contenidos geométricos por parte de los estudiantes y un cambio de la manera de actuar del docente, de ser sólo emisor de conocimiento a mediador de la enseñanza aprendizaje.

También es importante señalar, que los diferentes contenidos deben enseñarse encuadrados en el modelo de comprensión de Van Hiele, que permite al estudiante construir su conocimiento desde los niveles más bajos a los más elevados, con el docente como intermediario de la enseñanza.

Teniendo estos elementos, se desarrolla esta propuesta con diferentes actividades significativas desde un orden de dificultad elemental a uno mayor, siguiendo el modelo Van Hiele y con la aplicación de la didáctica del plegado de papel como metodología motivadora; esto no significa que el docente deba reemplazar el "compás, lápiz y papel" por esta didáctica, sino que, debe complementarla para mejorar el entendimiento de estos temas.

CAPÍTULO 3

PROPUESTA

En consideración que los contenidos geométricos se encuentran disgregados en diferentes cursos de la educación primaria y básica, se sugieren las siguientes actividades significativas bajo un modelo de aprendizaje de Van Hiele y a través del uso de la didáctica del plegado de papel. Estas actividades se dividen en dos etapas, la primera donde se da la explicación geométrica de los contenidos, y la segunda donde se desarrollan bajo la modalidad del uso de la didáctica.

3.1 Construcción y explicación geométrica de las actividades significativas. (Weisstein, 1999 - 2015)

3.1.1 Actividad geométrica 1. Puntos y rectas.

El punto es un elemento fundamental en geometría, y se define en relación a otros conceptos asociados como son la recta y el plano, la recta se entiende como una sucesión de puntos infinita y el plano como el lugar donde se encuentran infinitos puntos y rectas.

Es así que, el punto se puede conceptualizar como: una figura que no dispone de volumen, área o longitud, es decir, adimensional, pero señala una cierta posición espacial establecida por un sistema de ejes coordenados; esta concepción surge en la antigua Alejandría, Euclides da la definición de punto como un concepto evidentemente intuitivo sin dimensión y excluyente: “es lo que no tiene partes” (Euclides, 1991, p: 48).

Se representa por la intersección de dos rectas, y se les nombra con letras mayúsculas. La Geometría Euclideana entrega diversos postulados sobre el punto (Euclides, 1991):

- Por un punto pasan infinitas rectas y planos.
- Dos puntos determinan una recta y sólo una.
- Una recta contiene infinitos puntos.
- Un plano contiene infinitos puntos e infinitas rectas.
- El espacio contiene infinitos puntos, rectas y planos.

La recta es una sucesión infinita de puntos, por tanto, no tiene ni comienzo ni fin. La semirrecta es una porción de una recta que se localiza hacia uno de los costados de un determinado punto, es decir, tiene un origen y se extiende hacia el infinito, y el segmento está comprendido por la intersección del conjunto de puntos de dos semirrectas.

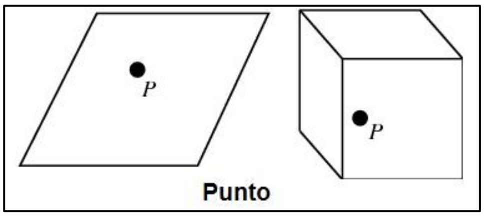


Figura 12. El punto.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Reserach

3.1.2 Actividad geométrica 2. Bisectriz y mediatriz.

La **bisectriz** de un ángulo, es "la recta que pasa por el vértice del ángulo y lo divide en dos partes iguales".

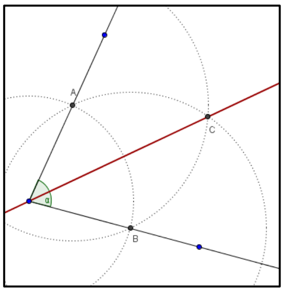


Figura 13. La Bisectriz.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

La **mediatriz** o **simetral** de un segmento, es la "línea recta perpendicular a dicho segmento trazada por su punto medio".

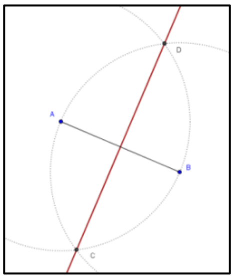


Figura 14. La Mediatriz / Simetral
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

La recta que pasa por los puntos D y C es la mediatriz del segmento AB, un punto cualquiera P equidista de los extremos del segmento, es decir, AP = BP

En los triángulos, las bisectrices de los ángulos de sus vértices, se intersecan en un punto denominado Incentro, y las mediatrices de los lados se cruzan en un punto denominado Circuncentro.

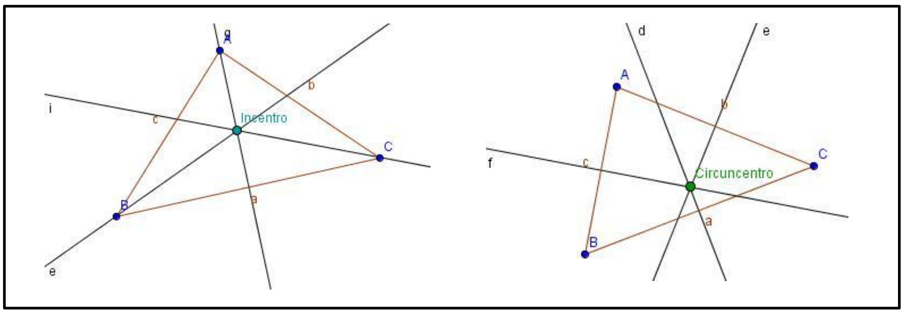


Figura 15. Incentro y circuncentro
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

3.1.3 Actividad geométrica 3. Ángulos.

Un **ángulo** es “la separación o abertura de dos rectas indefinidas CA y CB, que se encuentran en un punto C llamado vértice del ángulo”. Las rectas que forman el ángulo se llaman lados; los ángulos se designan con tres letras, una por cada lado y la del vértice colocada en el centro.

La magnitud del ángulo depende de la separación de estos, se miden en unidades tales como el radián, el grado sexagesimal o el grado centesimal.

El concepto de ángulo se puede generalizar en el círculo; una rotación completa corresponde a 360 sexagesimales (360°), o 2π radianes (2π rad), o 400 grados centesimales (400^g). Los ángulos se miden con instrumentos como el transportador, el goniómetro, el cuadrante, el sextante, la ballestina, etc.

Los ángulos según su amplitud reciben las siguientes denominaciones:

- Ángulo nulo: es el formado por dos rectas coincidentes, es decir, 0°.

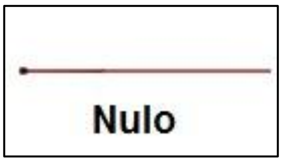


Figura 16. Ángulo nulo
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

- Ángulo agudo: es el ángulo que se forma por las dos rectas con amplitud mayor de 0° (0 rad) y menor de 90° ($\frac{\pi}{2}$rad).

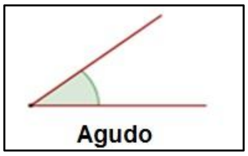


Figura 17. Ángulo agudo.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

- Ángulo recto: es el que tiene amplitud de 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad).

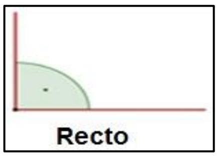


Figura 18. Ángulo recto.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

- Ángulo obtuso: es aquel cuya amplitud es mayor a 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) y menor a 180° (π rad).

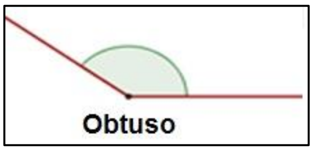


Figura 19. Ángulo obtuso.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

- Ángulo llano: equivale a una amplitud de 180° (π rad).

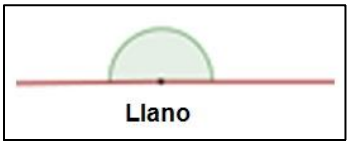


Figura 20. Ángulo llano.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

- Ángulo oblicuo: ángulo que no es recto ni múltiplo de un ángulo recto.

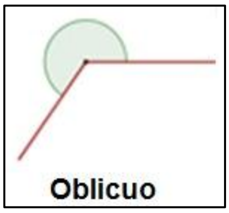


Figura 21. Ángulo oblicuo.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

- Ángulo completo o perigonal: es un ángulo que tiene una amplitud de 360° (2 π rad).

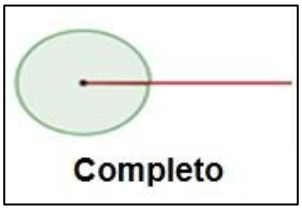


Figura 22. Ángulo completo.
Fuente:Weisstein. W. MathWorld. Wolfram Research

Según su amplitud, los ángulos pueden denominarse de la siguiente manera:

- Ángulos congruentes, aquellos que tienen la misma amplitud.
- Ángulos complementarios, aquellos cuya suma es 90°.
- Ángulos suplementarios, aquellos cuya suma es 180°.
- Ángulos conjugados, aquellos cuya medida suma 360°.

3.1.4 Actividad geométrica 4. Transportador de ángulos.

El **transportador** o **graduador de ángulos**, es un instrumento que permite medir ángulos, generalmente está en escala sexagesimal. Las figuras muestran dos tipos de graduadores.

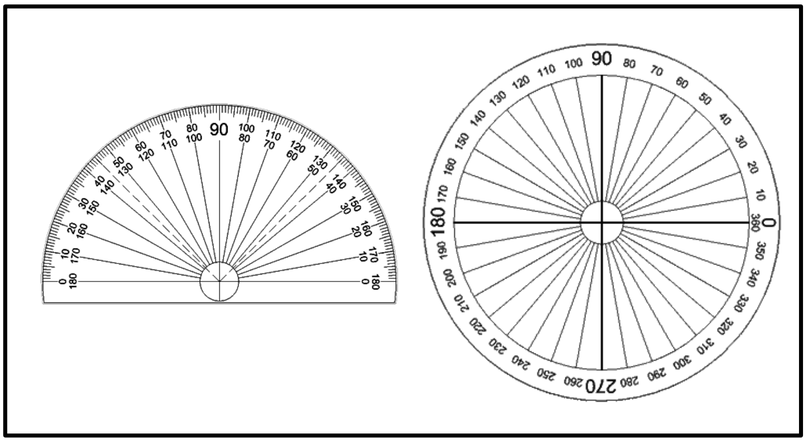


Figura 23. El transportador.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

Para medir se ubica el centro del graduador en el vértice del ángulo, ajustando la línea de 0° a la horizontal del ángulo a medir.

3.1.5 Actividad geométrica 5. Triángulos.

Un **triángulo** es un polígono de tres lados y tres ángulos, los tres segmentos determinan tres puntos no colineales y los puntos comunes a cada par de segmento se llaman vértice del triángulo; dos lados contiguos forman un ángulo interior.

El siguiente esquema nos muestra un triángulo cualquiera con sus vértices (A, B, C), sus lados (AB, BC y AC), de longitudes a, b y c, y sus ángulos interiores α, β, γ.

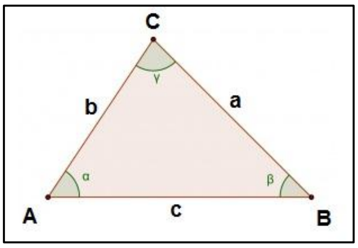


Figura 24. El triángulo.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

Los triángulos se pueden clasificar según sus lados y sus ángulos internos.
Según sus lados, los triángulos pueden ser: equiláteros (tres lados iguales), isósceles (dos lados iguales y uno distinto) y escalenos (sus tres lados diferentes).
Según sus ángulos internos, los triángulos pueden ser: acutángulos (sus tres ángulos agudos), rectángulo (un ángulo recto) y obtusángulo (un ángulo obtuso).

El siguiente esquema muestra las posibilidades de triángulos que se pueden obtener con sus lados y ángulos internos.

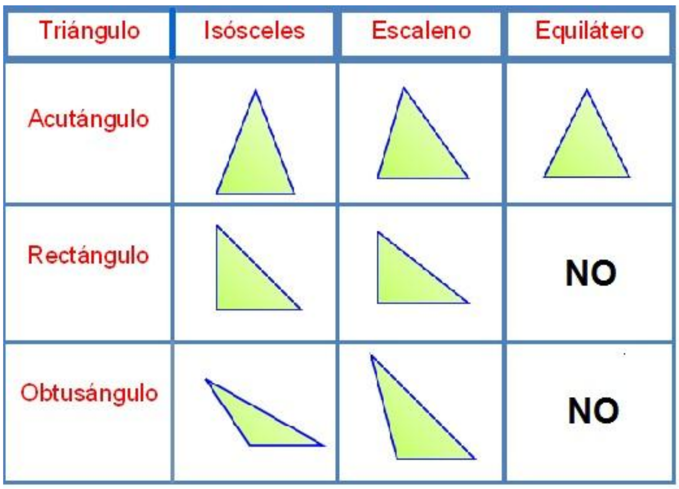


Figura 25. Clasificación de triángulos.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

En los triángulos rectángulos, los lados que comparten el ángulo recto, se les denomina catetos y el lado que une a ambos, se denomina hipotenusa.

Entre las principales propiedades de los triángulos se tienen las siguientes:

- La suma de los ángulos internos de un triángulo es siempre 180°.
- La suma de las longitudes de dos de los lados de un triángulo, es siempre mayor que la longitud del tercer lado.
- Para cualquier triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa (teorema de Pitágoras).
- En los triángulos equiláteros sus ángulos internos miden 60°.

3.1.6 Actividad geométrica 6. Suma de ángulos de un triángulo.

Euclides demuestra de manera fácil este postulado. Consideremos el siguiente triángulo ABC:

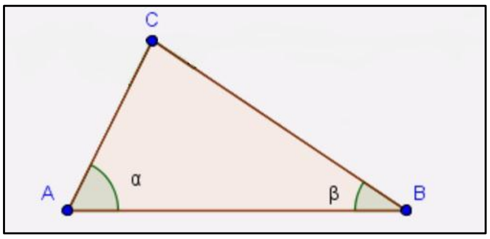


Figura 26. Clasificación de triángulos.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

Al trazar una línea paralela al segmento AB que pasa por C; al ser paralelas esta recta con el segmento, forma con el segmento AC ángulos iguales (ángulos alternos internos); de igual manera el ángulo ABC y el formado con la línea que pasa por C son iguales (ángulos correspondientes); de esta manera la suma de los tres ángulos del vértice C es un ángulo llano o de 180°.

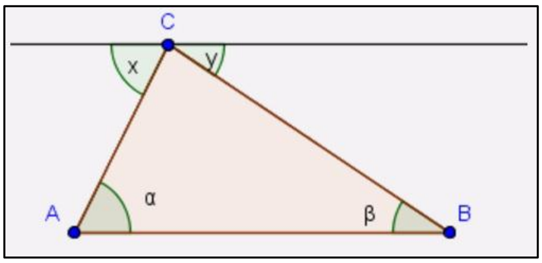


Figura 27. Clasificación de triángulos.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

3.1.7 Actividad geométrica 7. Cuadriláteros.

Un **cuadrilátero** es un polígono de cuatro lados; suelen tener distintas formas, pero todos tienen cuatro vértices, dos diagonales, cuatro ángulos internos y cuatro ángulos exteriores determinados por la prolongación de uno de sus lados sobre el vértice.

Los cuadriláteros se pueden clasificar de la siguiente manera:

1. Paralelogramo: tienen sus lados opuestos paralelos, pueden ser:
    - Cuadrado, todos sus lados son iguales, sus ángulos interiores son rectos, sus diagonales son iguales y perpendiculares entre sí (bisectrices).
    - Rombo, todos sus lados son iguales, los ángulos interiores no son rectos, son iguales los opuestos, agudos y obtusos, sus diagonales son distintas y perpendiculares entre sí (bisectrices).
    - Rectángulo, dos de sus lados paralelos son iguales, sus ángulos interiores son rectos, sus diagonales son iguales pero no perpendiculares.
    - Romboide, tienen dos pares de lados iguales, paralelos entre sí, sus cuatro lados no forman ángulos rectos, son iguales los opuestos y desiguales los contiguos.
2. No paralelogramos (trapecios). Tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son, los lados paralelos se llaman base del trapecio, pueden ser:
    - Trapecio rectángulo, tiene un lado perpendicular a sus bases, tiene dos ángulos internos rectos, uno agudo y otro obtuso.
    - Trapecio isósceles, tiene los lados no paralelos de igual medida, tiene dos ángulos agudos y dos obtuso que son iguales entre sí, las diagonales son iguales.
    - Trapecio escaleno, todos sus lados tienen diferente longitud, sus cuatro ángulos internos tienen diferente amplitud, dos de sus lados son paralelos.
3. Trapezoides. Sus cuatro lados no son paralelos, pueden ser:
    - Trapezoide rectángulo, dos de sus lados forman un ángulo recto.
    - Trapezoide biisósceles, sus lados son iguales dos a dos (pero no paralelos), formando las diagonales de 90° entre sí, la diagonal mayor divide a la menos en dos partes iguales, pero la menor no hace lo mismo con la mayor (es la clásica forma de un cometa).
    - Trapezoide escaleno, todos sus ángulos internos son diferentes.

El siguiente esquema entrega un resumen gráfico de los diferentes cuadriláteros

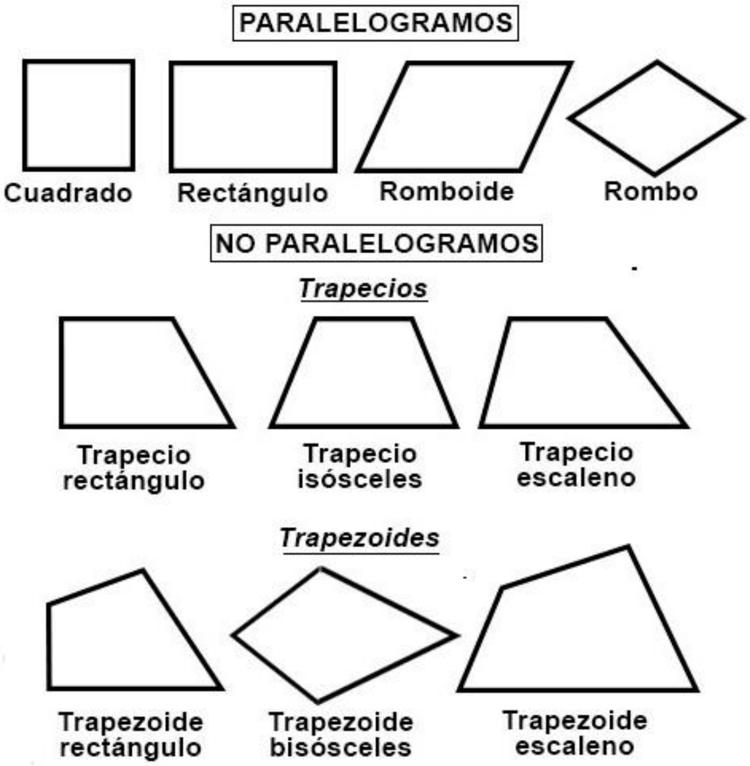


Figura 28. Clasificación de paralelogramos.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

3.1.8 Actividad geométrica 8. Pentágonos, hexágonos y octágonos.

Un **pentágono**, es un polígono regular plano de cinco lados, sus ángulos internos miden 108°.

Su construcción tradicional se realiza con regla y compás inscribiendo el pentágono en una circunferencia, según muestra la figura, y tecnológicamente en programas como geogebra, el cual requiere una implementación adicional en el aula de clases (proyector y computador).

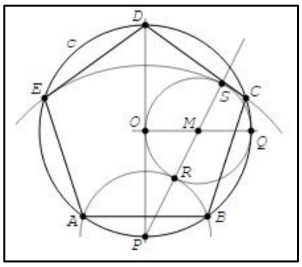


Figura 29. El pentágono.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

Un **hexágono** es un polígono regular plano de seis lados, sus ángulos internos miden 120°. Su construcción tradicional se muestra en la siguiente figura.

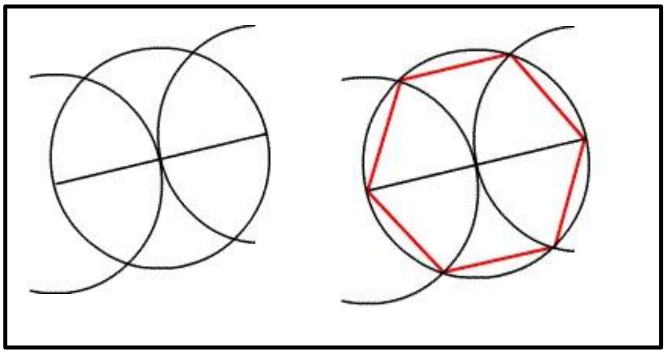


Figura 30. El hexágono.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

El **Octágono** es un polígono regular de ocho lados, sus ángulos internos miden 135°. Su construcción con lápiz y compás se observa en la siguiente figura.

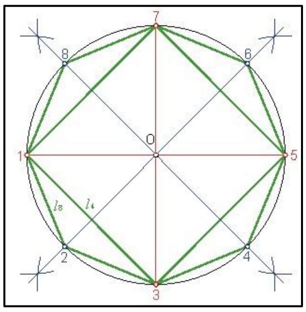


Figura 31. El octágono.
Fuente: Enciclopedia digital Wikipedia

3.2 Elaboración de los contenidos geométricos mediante la didáctica del plegado de papel (Row, 1997) (Grupo PI, 2009) (Proyecto. Estalmat, 1997).

3.2.1 Actividad didáctica 1. Construcción de puntos y rectas.

Ejercicio 1: **Construcción de un punto (Grupo PI, 2009).**

Objetivo: Descubrir que dos rectas que se cortan generan un punto.

Proceso:

1. Se hace un doblez en el papel.
2. Se realiza otro doblez que pase por algún lugar del primer doblez.
3. Se desdobla y el punto de intersección de los dos dobleces es un punto.

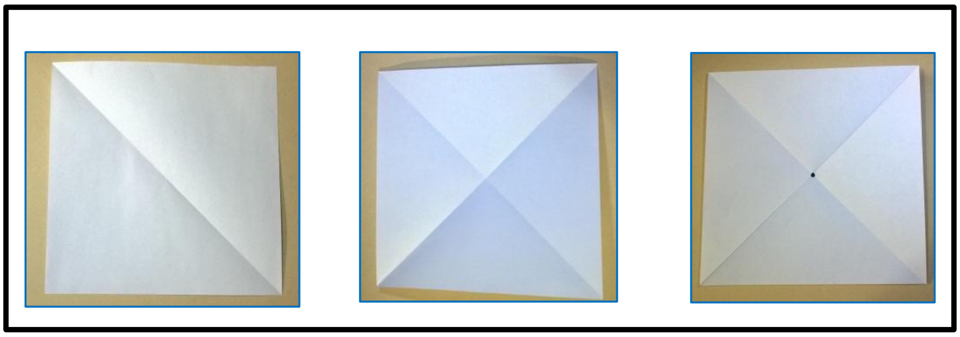


Figura 32. Pasos para la construcción de un punto.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 2: **Construcción de una recta (Grupo PI, 2009).**

Objetivo: Manipular los elementos geométricos como punto, recta, semirrecta y segmento. Por la relación uno a uno entre recta y doblez, se comprueba que sólo existe un doblez entre el punto A y el B, es decir, existe una única recta que pase por los puntos A y B.

Proceso:

1. Se hace un doblez en el papel que pase por los puntos A y B.
2. El segmento es parte del doblez que hemos conseguido, el que empieza en A y acaba en B.

3. Se puede indicar dos semirrectas. La primera, la parte de la recta que pasa por A y por B (sin incluir A), la parte de esta misma recta que pasa por A y por B, no incluye a B.

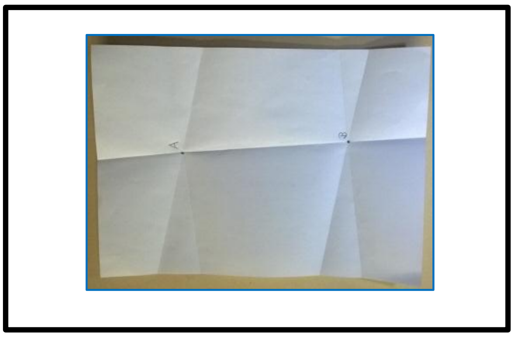


Figura 33. Pasos para la construcción de una recta.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

4. Para realizar líneas perpendiculares se hace coincidir un punto del doblez con otro del mismo doblez, se dobla nuevamente. Al deshacer quedan marcadas las rectas perpendiculares.

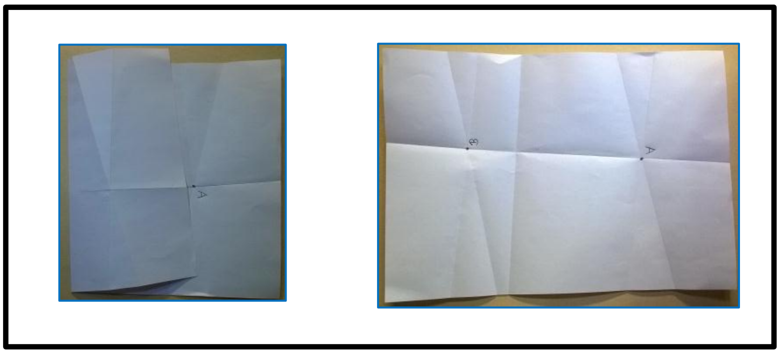


Figura 34. Pasos para la construcción de líneas perpendiculares.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

5. Para realizar líneas paralelas se procede a construir otra línea perpendicular a una cierta distancia de la otra, al desdoblar se observan las paralelas.

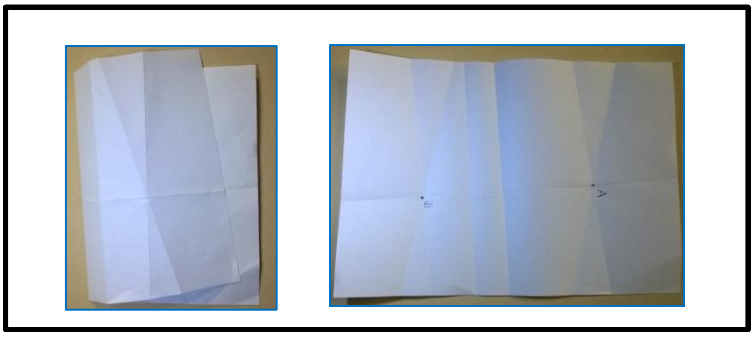


Figura 35. Pasos para la construcción de líneas paralelas.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.2 Actividad didáctica 2.Construcción de la bisectriz y mediatriz (Grupo PI, 2009).

Ejercicio 1. **Construcción de la mediatriz.**

Objetivo: Conocer los elementos implicados en la construcción de la mediatriz, como la simetría, punto medio y perpendicularidad.

Proceso:

1. Se construye dos puntos A y B en una hoja.
2. Se realiza un doblez que sitúe a A sobre B.
3. El doblez que se genera es la mediatriz del segmento que une A y B.

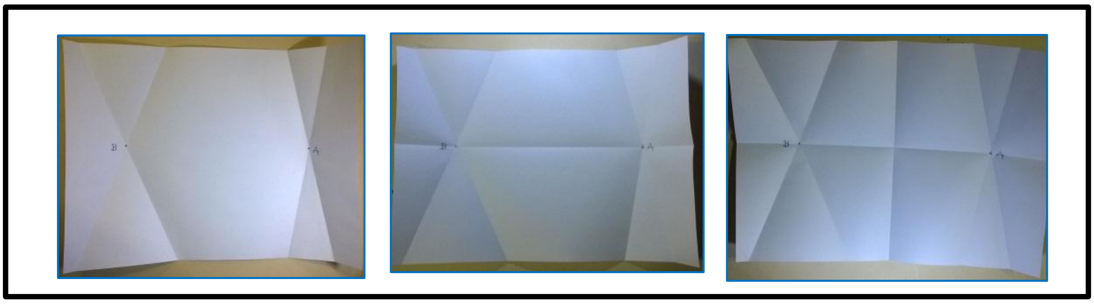


Figura 36. Pasos para la construcción de una mediatriz.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 2: Construcción de la bisectriz.

Objetivo: Observar los elementos implicados en la construcción de la bisectriz, como son el ángulo y la semirrecta.

Proceso:

1. Se construyen dos rectas L_1 y L_2 que no sean paralelas ni coincidentes.
2. Se realiza un pliegue que sitúa a la L_2 sobre $L_{1.}$
3. El doblez realizado es la recta que divide al ángulo principal en dos ángulos iguales que corresponde a la bisectriz.

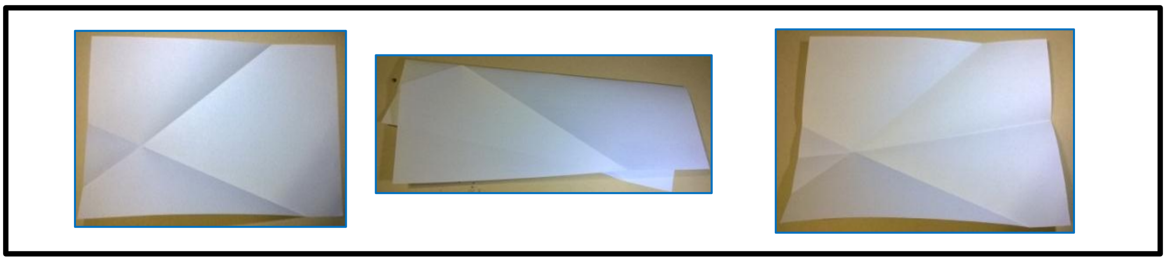


Figura 37. Pasos para la construcción de una bisectriz.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.3 Actividad didáctica 3.Construyendo ángulos.

Ejercicio 1: **Ángulos de 90° y 45° (Proyecto Estalmat, 2009).**

Objetivo: Construir ángulos de 90° y 45° reconociendo elementos como la perpendicularidad, bisectriz y simetría.

Proceso:

1. Se traza una recta doblando el papel.
2. Se dobla la recta sobre sí misma; volvemos a desdoblar. Se forman 4 regiones que forman ángulos de 90°.
3. Se toma como base una de las regiones, llevamos una semirrecta que delimitan el ángulo de 90°. Así se traza la bisectriz, al desdoblar tenemos la formación de un ángulo de 45°.

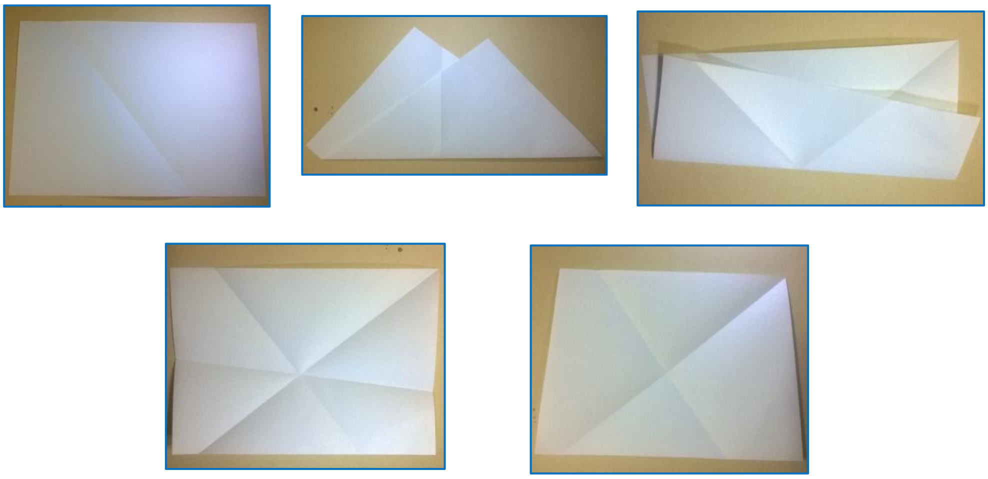


Figura 38. Pasos para la construcción de ángulos de 90° y 45°.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 2: ángulos de 60° y 30° (Proyecto Estalmat, 2009).

Objetivo: Construir ángulos de 60° y 30°, reconociendo elementos como mediatriz, perpendicularidad, suma de ángulos y su medida.

Proceso:

1. Doblar por el lado menor de la hoja.
2. Llevar uno de los vértices al doblez central.
3. Doblar desde el vértice contrario, pasando por el punto medio.

4. Desdoblar para obtener tres ángulos de 30°.
5. Juntando dos de ellos obtenemos 60°.

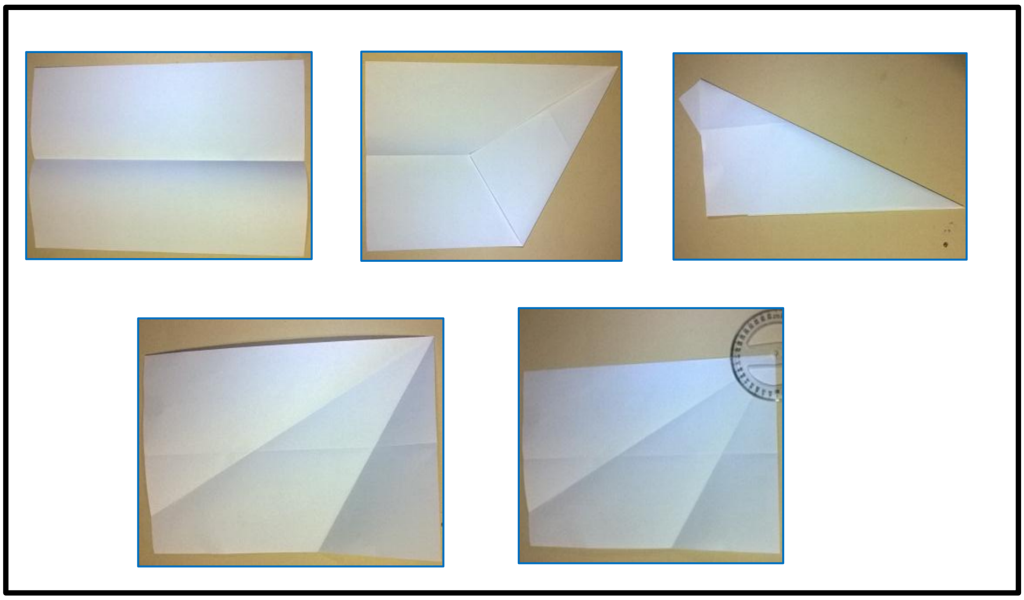


Figura 39. Pasos para la construcción de ángulos de 30° y 60°.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.4 Actividad didáctica 4. El transportador de ángulos.

Ejercicio 1. Construcción de varios ángulos (Grupo PI, 2009) (Proyecto Estalmat, 2009).

Objetivo: Construcción de diversos ángulos, 15°, 30°, 45°, 60°, 70°, 90°, 120°, comprendiendo elementos como ángulos suplementarios y complementarios, suma de ángulos de un triángulo y teorema de Thales.

Proceso.

1. Doblar una hoja cuadrada por la mitad. Desdoblar.
2. Doblar la esquina superior derecha hacia abajo, de manera que el vértice coincida con el doblez anterior y que pase por el vértice superior izquierdo.
3. Doblar la esquina inferior izquierda hacia arriba hasta unirla con la superior derecha del cuadro.
4. Doblar la esquina inferior derecha, haciéndola coincidir con los dobleces anteriores.
5. Desdoblar y marcar los ángulos formados.

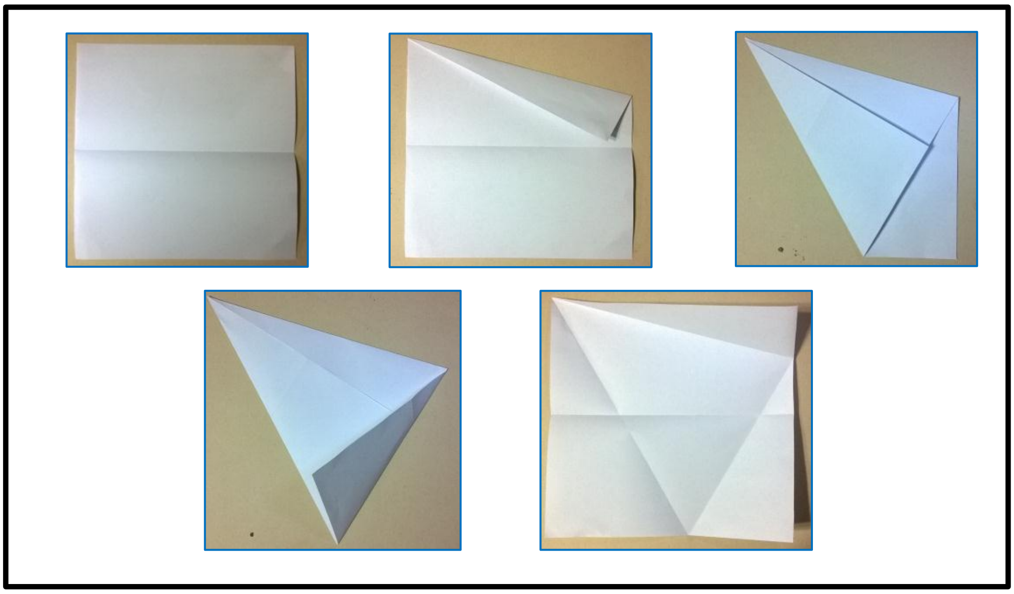


Figura 40. Pasos para elaborar un transportador de ángulos.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.5 Actividad didáctica 5. Haciendo triángulos (Grupo PI, 2009).

Ejercicio 1: **Construyendo triángulos isósceles.**

Objetivo: Construir triángulos isósceles acutángulo, rectángulo y obtusángulo.

Proceso:

1. Doblar el papel por su lado menor, formando una mediatriz.
2. Para obtener el triángulo isósceles-rectángulo, hacer que el lado derecho de la hoja coincida con la parte baja de la hoja, hacer el doblez, proceder de la misma manera con el lado izquierdo, al desdoblar tenemos el triángulo isósceles-rectángulo, con el vértice superior de 90°.
3. Si se dobla el papel con un punto más arriba del vértice anterior se obtiene un triángulo isósceles-obtusángulo.
4. Si se dobla el papel con un punto más abajo del vértice obtenido en el triángulo rectángulo, se obtiene un triángulo isósceles-acutángulo.

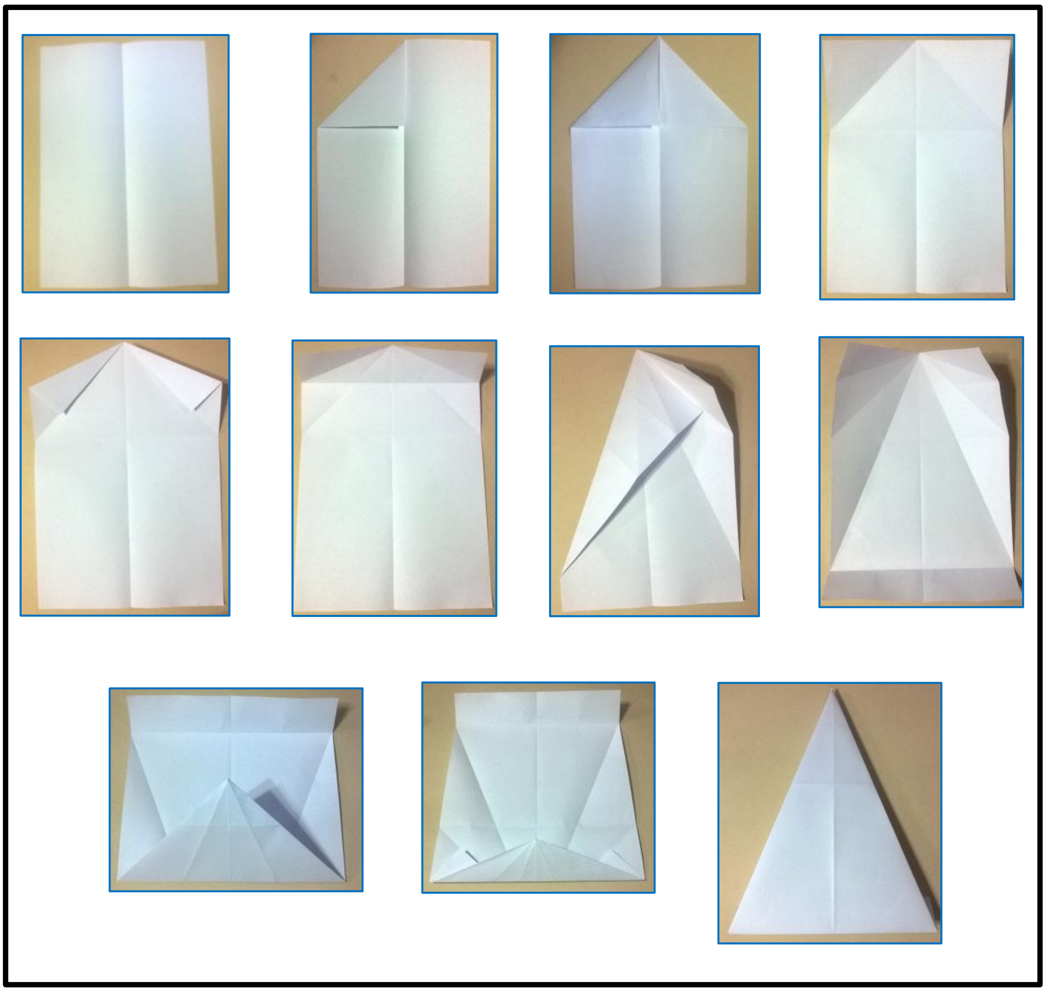


Figura 41. Pasos para la construcción de triángulos isósceles.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 2: **construyendo triángulos escalenos.**

Objetivo: Construir triángulos escalenos rectángulo, acutángulo y obtusángulo.

Proceso:

1. Doblar la hoja por su lado menor formando una mediatriz.
2. Trazar una semicircunferencia de diámetro del lado menor de la hoja.
3. Doblar la hoja con vértice en la semicircunferencia y no sobrepasando la mediatriz formada; luego realizar otro doblez desde el vértice contrario que coincida con el anterior doblez con punto de intersección en la semicircunferencia; así se forma el triángulo escaleno rectángulo.

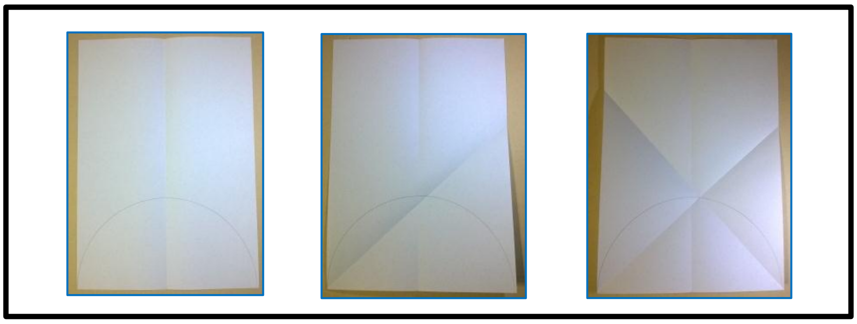


Figura 42. Pasos para la construcción de triángulos escalenos rectángulos.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

4. Si se toma un vértice fuera de la mediatriz y de la semicircunferencia doblando hacia los dos vértices puntuales de la semicircunferencia se obtiene un triángulo escaleno acutángulo.

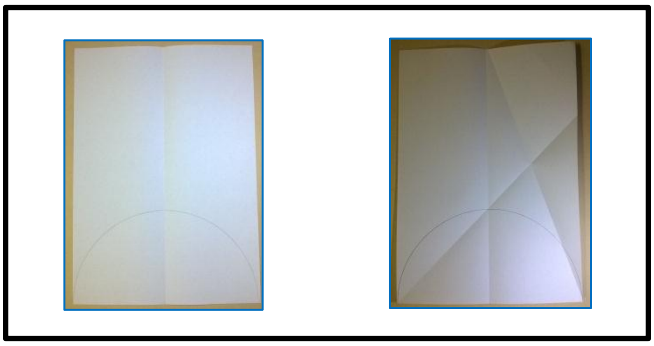


Figura 43. Pasos para la construcción de triángulos escalenos acutángulos.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

5. Si se toma un vértice fuera de la mediatriz y dentro de la semicircunferencia, doblando hacia los dos vértices puntuales de la semicircunferencia se obtiene un triángulo escaleno obtusángulo.

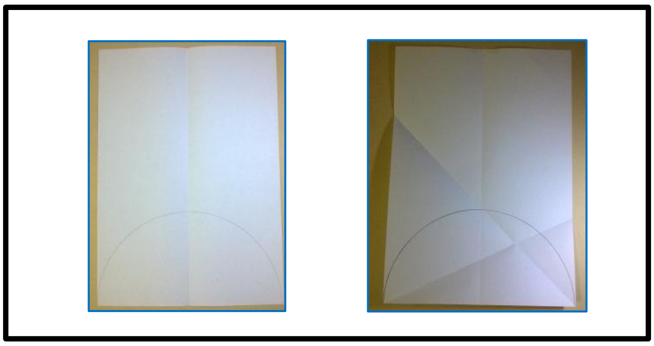


Figura 44. Pasos para la construcción de triángulos escalenos obtusángulos.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 3. Construyendo el triángulo equilátero.

Objetivo: construir un triángulo equilátero.

Proceso:

1. Trazamos la mediatriz del lado menor de la hoja.
2. Llevamos el vértice A a la mediatriz marcando un doblez que pase por B.
3. Llamamos C al punto de la mediatriz donde llega A.
4. Desdoblamos CB y CA obteniendo el triángulo ABC.

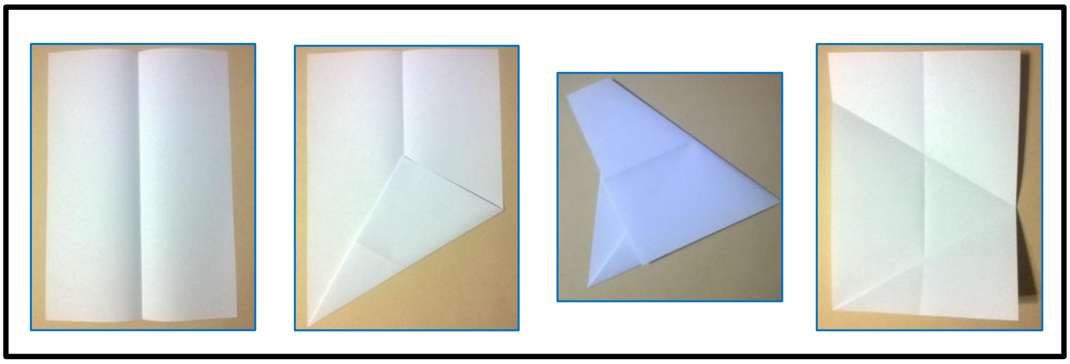


Figura 45. Pasos para la construcción de triángulos equilátero.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.6 Actividad didáctica 6. Cómo sumar ángulos de un triángulo.

Ejercicio 1. Cuánto suman los ángulos de un triángulo (Grupo PI, 2009).

Objetivo: comprobar y descubrir manualmente la propiedad de la suma de los ángulos de un triángulo.

Proceso.

1. Recortar un triángulo de cualquier forma.
2. Recortar con las manos las esquinas del triángulo.
3. Juntar las esquinas recortadas haciendo coincidir sus vértices.
4. Verificar que suman 180°.

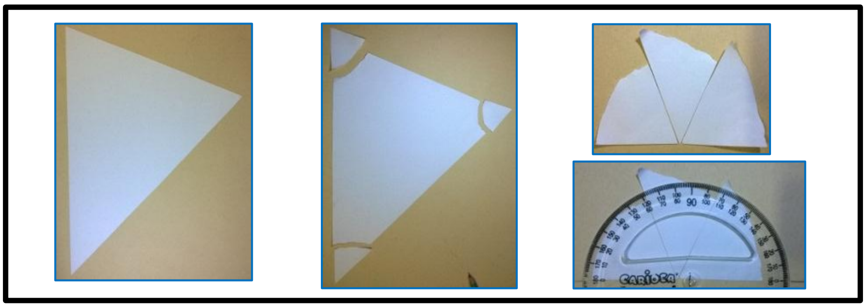


Figura 46. Pasos para la suma de los ángulos internos del triángulo.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Proceso alternativo (Proyecto Estalmat, 2009).

1. Una vez recortado un triángulo doblar formando una altura con el vértice superior, luego desdoblar.
2. Hacer coincidir el vértice con el punto de intersección de la altura con la base del triángulo.
3. Doblamos los otros dos vértices haciéndolos coincidir con el anterior, visualizando que suman 180°.

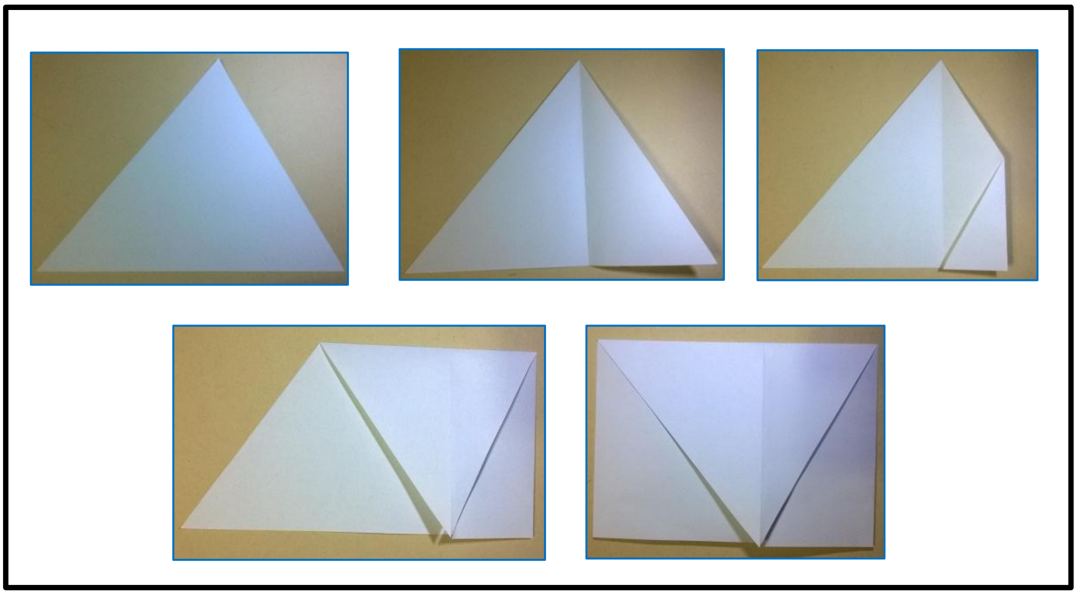


Figura 47. Pasos para la suma de los ángulos internos del triángulo (alternativa).
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.7 Actividad didáctica 7. Haciendo cuadriláteros (Grupo PI, 2009).

Ejercicio 1. Construir un cuadrado con un papel irregular.

Objetivo: dar cuenta de elementos implicados en la elaboración, como diagonal, paralelismo, perpendicularidad.

Proceso.

1. Doblar el papel formando una línea (primer lado del cuadrado).
2. Trazar una perpendicular a la línea anterior.
3. Se hace coincidir las dos rectas, doblando por la mitad el ángulo que es común que más hoja contenga. Señalar un punto que equidiste del vértice, para obtener el lado que falta.
4. Doblar perpendicularmente en el punto formado.

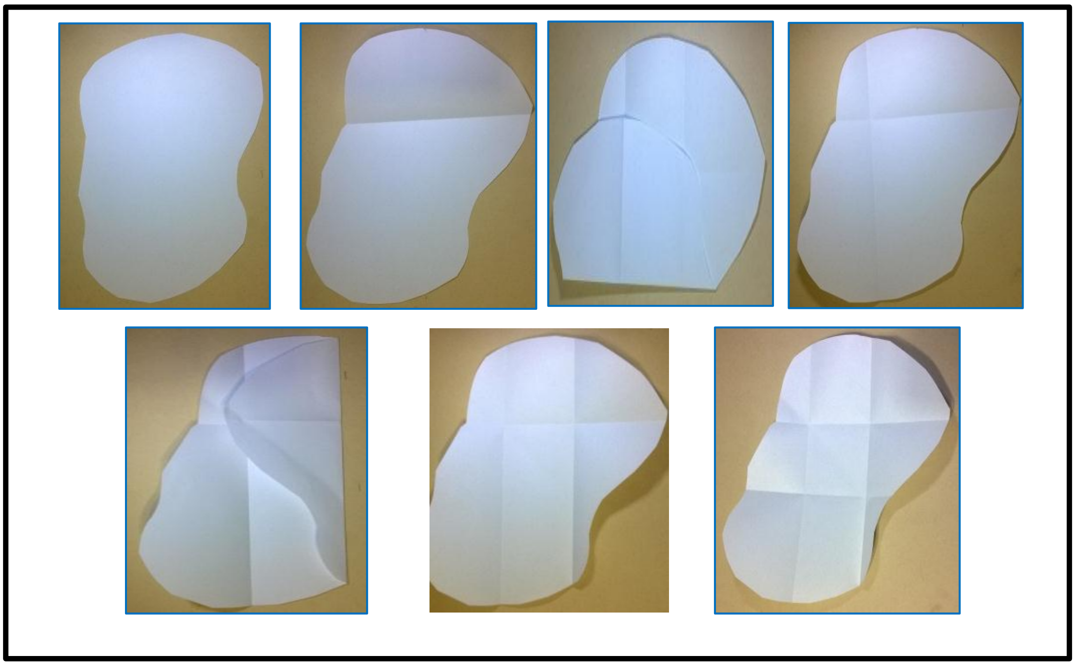


Figura 48. Pasos para la construcción de un cuadrado.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 2. Cuadrado de un cuadrado regular.

Objetivo: dar cuenta de elementos como paralelismo y diagonal.

Proceso.

1. De un papel cuadrado doblarlo por su diagonal.
2. Doblar, formando una línea paralela a uno de los catetos del triángulo.
3. Desdoblar.

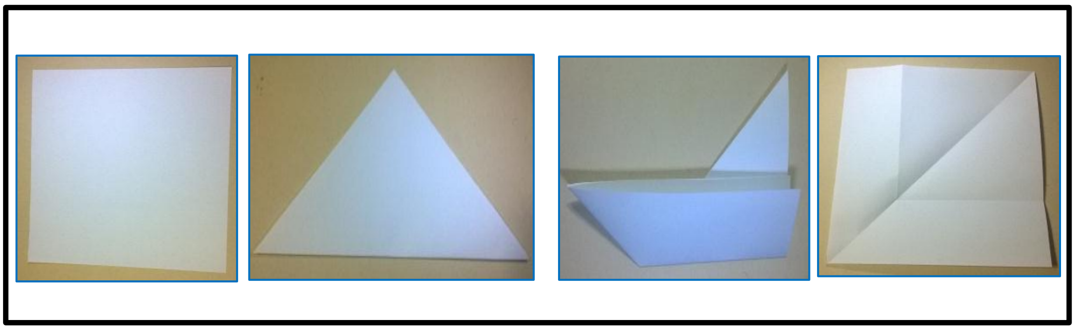


Figura 49. Pasos para la construcción de un cuadrado de otro regular.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 3.Construir un cuadrado de la mitad de área de otro.

Objetivo: percibir los elementos implicados como son: el área, la proporción y el paralelismo.

Proceso.

1. Se tiene un papel cuadrado y lo doblamos en cuatro cuadrados iguales, doblando el cuadrado por una línea paralela a uno de los lados y haciéndolo pasar por la mitad de los lados perpendiculares a ella.
2. Llevar cada uno de los vértices al punto central formado. La figura que se forma es un cuadrado de la mitad de área del anterior.

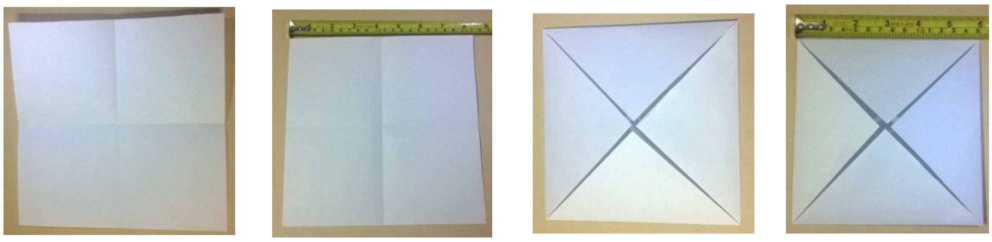


Figura 50. Pasos para la construcción de un cuadrado de la mitad de área de otro.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 4. Construir un rectángulo que un lado sea la mitad de otro.

Objetivo: conocer los elementos que participan en su construcción, como es el paralelismo, la traslación de segmentos, la proporcionalidad y la diagonal.

Proceso.

1. Se tiene un rectángulo cualquiera en papel. Doblar el papel por la mitad por su lado menor, de forma paralela.
2. Construir un cuadrado doblando un vértice para formar una diagonal.
3. Desdoblar el papel y doblar nuevamente el cuadrado sobre el rectángulo, obteniendo dos cuadrados iguales, el papel sobrante se puede doblar o cortar para obtener el rectángulo que se busca.
4. Para formar rectángulos con proporciones diferentes (1:3, 1:4,1:5, etc.) bastará con doblar sucesivamente de manera paralela por el lado menor y proceder del mismo modo.

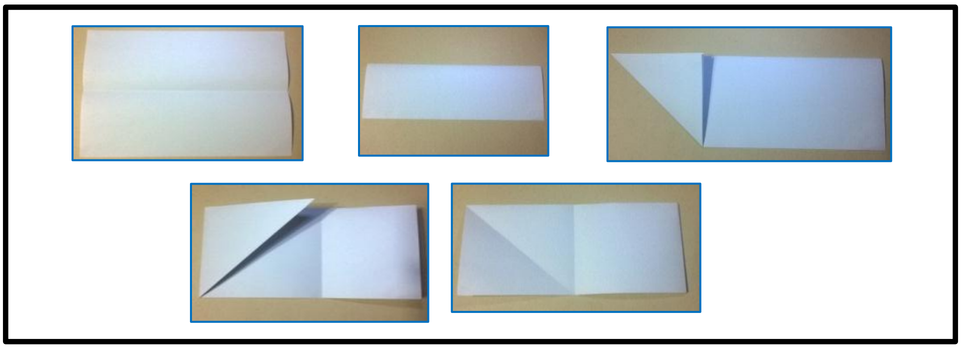


Figura 51. Pasos para la construcción un rectángulo que un lado sea la mitad de otro.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 5. Construcción de un rombo.

Objetivo: descubrir los elementos implicados en su elaboración, como son: la mediatriz, la trisección del ángulo de 45° y el transporte de distancias.

Proceso.

1. De un papel cuadrado doblar dos veces trazando las mediatrices.
2. Doblar llevando cada una de las esquinas inferior derecha y superior izquierda a la mediatriz del lado horizontal del cuadrado, marcando los dobleces que pasan por los vértices.
3. Doblar, llevando cada una de las esquinas, inferior derecha y superior izquierda a la mediatriz del lado vertical del cuadrado, marcando los dobleces que pasan por los vértices.
4. Desdoblar para visualizar el rombo.
5. Si se tienen una hoja recta rectangular, doblar esta por la mitad por su lado menor. Volver a doblar el rectángulo nuevamente por su lado mayor. Doblar por la diagonal que no contiene el centro de la hoja. Desdoblar.

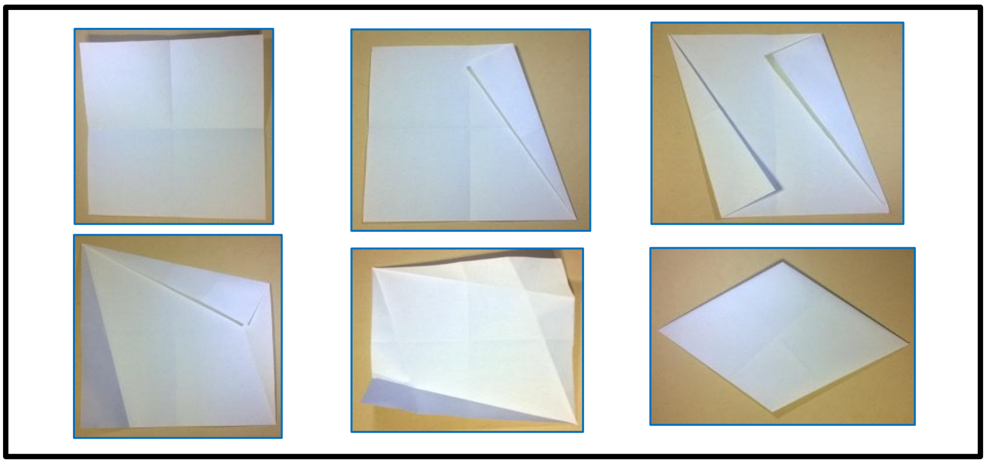


Figura 52. Pasos para la construcción de un rombo.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 6. Construcción de trapecios.

Objetivo. Construir trapecios isósceles, rectángulo y escaleno.

Proceso para elaborar un trapecio isósceles.

1. Doblar un papel rectangular por la mitad, en su lado mayor.
2. Doblado el papel marcar con un pequeño doblez la mitad de su lado menor.
3. Sin desdoblar proceder a doblar la línea desde el punto central marcado al vértice del rectángulo menor.
4. Desdoblar o cortar esta línea para obtener el trapecio isósceles.

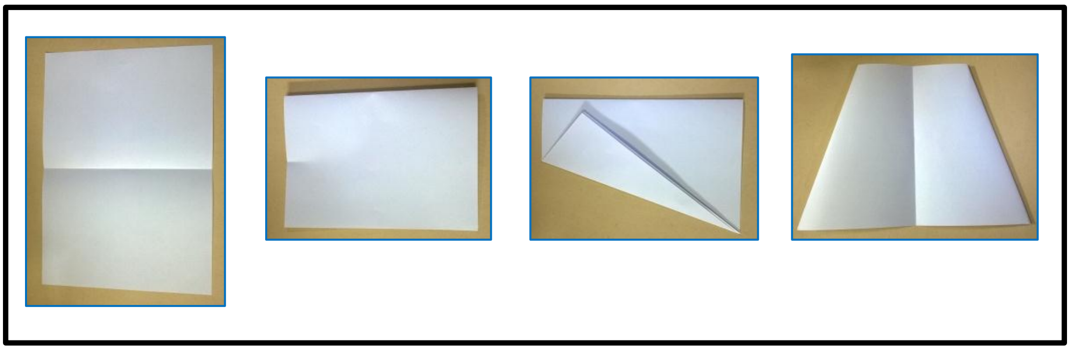


Figura 53. Pasos para la construcción de un trapecio isósceles.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Proceso para construir el trapecio rectángulo.

1. En un papel rectangular hacer un punto en el lado mayor.
2. Hacer un doblez desde ese punto al vértice del lado opuesto.
3. Desdoblar y observar el trapecio rectangular.

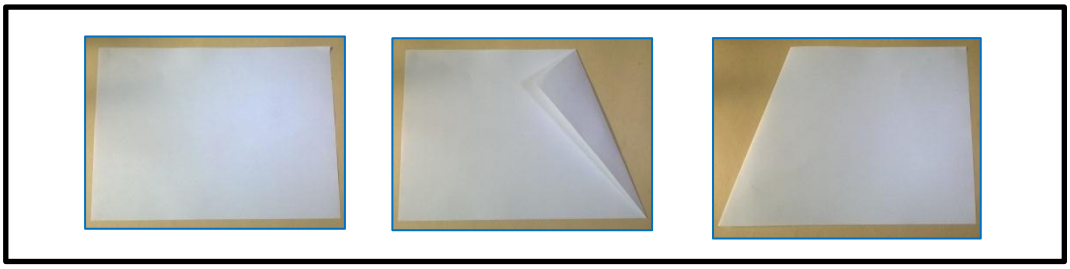


Figura 54. Pasos para la construcción de un trapecio rectángulo
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Proceso para construir el trapecio escaleno.

1. En una hoja rectangular realizar dos pequeños dobleces en uno de los lados, que no equidisten de los vértices respectivos.

2. Doblar desde cada punto realizado hacia el vértice más cercano.
3. Desdoblar.

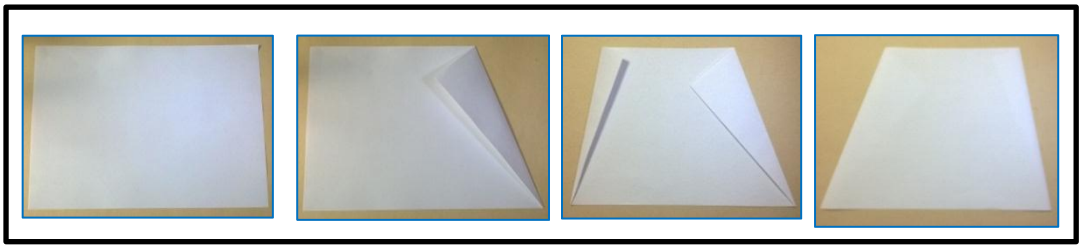


Figura 55. Pasos para la construcción de un trapecio escaleno.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

3.2.8 Actividad didáctica 8. Construyendo pentágonos, hexágonos y octágonos (Proyecto Estalmat, 2009).

Ejercicio 1. Construyendo pentágono regular.

Objetivo: visualizar los elementos implicados en la elaboración de un polígono regular.

1. Cortar una tira del largo de la hoja A4 de un ancho de 3 centímetros.
2. Hacer un nudo simple con la tira de papel, de manera cuidadosa. Ajustar los lados.
3. Doblar hasta dar la forma de cinco lados iguales. Cortar las tiras sobrantes.

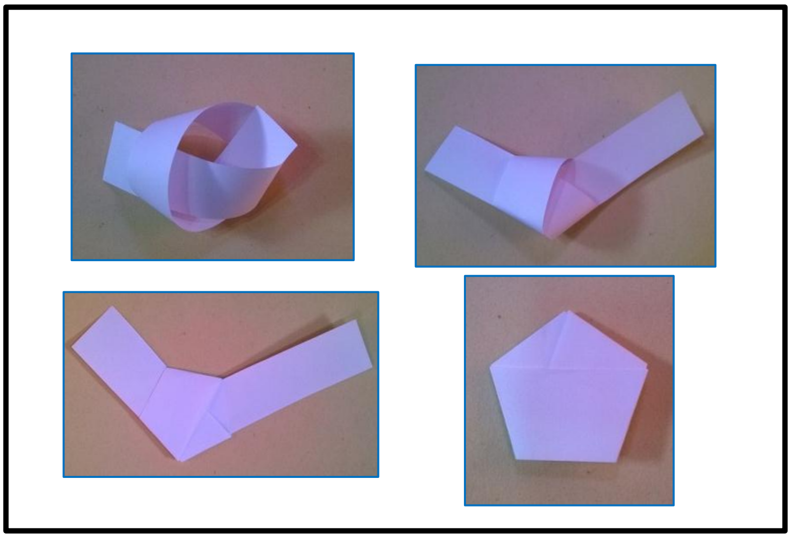


Figura 56. Pasos para la construcción de un pentágono regular.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 2. Construcción de un hexágono regular.

Objetivo: visualizar los elementos que están relacionados en la elaboración de un hexágono regular.

Proceso.

1. Con una hoja cuadrada trazar la mediatriz en uno de sus lados.
2. Llevar uno de los vértices hacia la mediatriz.
3. Llevar el vértice del lado sobre el punto en la mediatriz.
4. Doblar el lado de la hoja sobre la mediatriz.
5. Doblar el nuevo vértice hacia el punto central.
6. Doblar el otro lado de la hoja sobre la mediatriz.
7. Doblar este nuevo vértice hacia el punto central.
8. Visualizar el hexágono.

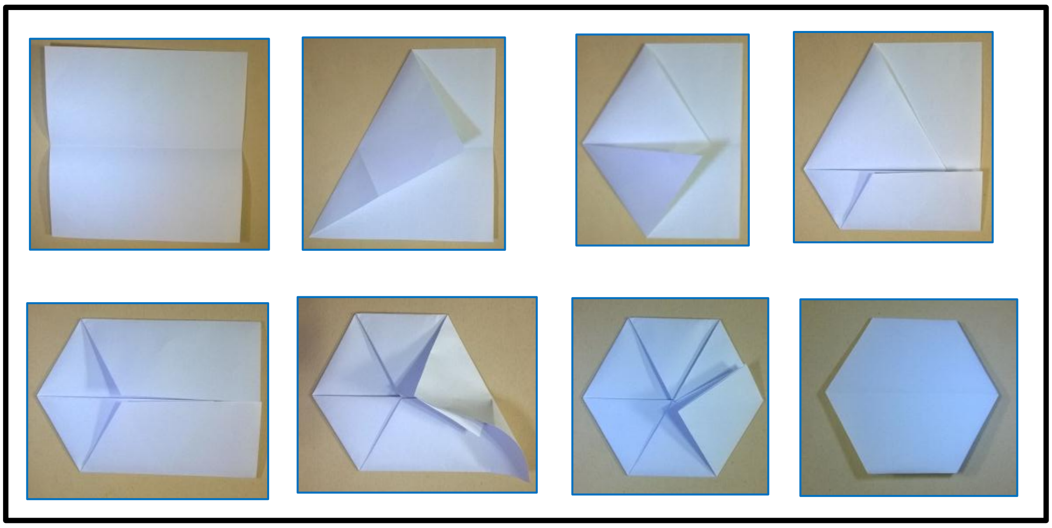


Figura 57. Pasos para la construcción de un hexágono regular.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

Ejercicio 3. Construyendo un octágono.

Objetivo: elaborar un octágono regular conociendo sus principales elementos.

Proceso.

1. En una hoja cuadrada trazar las respectivas diagonales.
2. Llevar cada vértice al punto central.
3. Formar triángulos rectángulos con cada vértice ubicada en la parte central. Una vez doblado, desdoblar a la posición anterior.

4. Llevar cada vértice del cuadrado al doblez formado por la hipotenusa de cada triángulo rectángulo.
5. Visualizar el octágono.

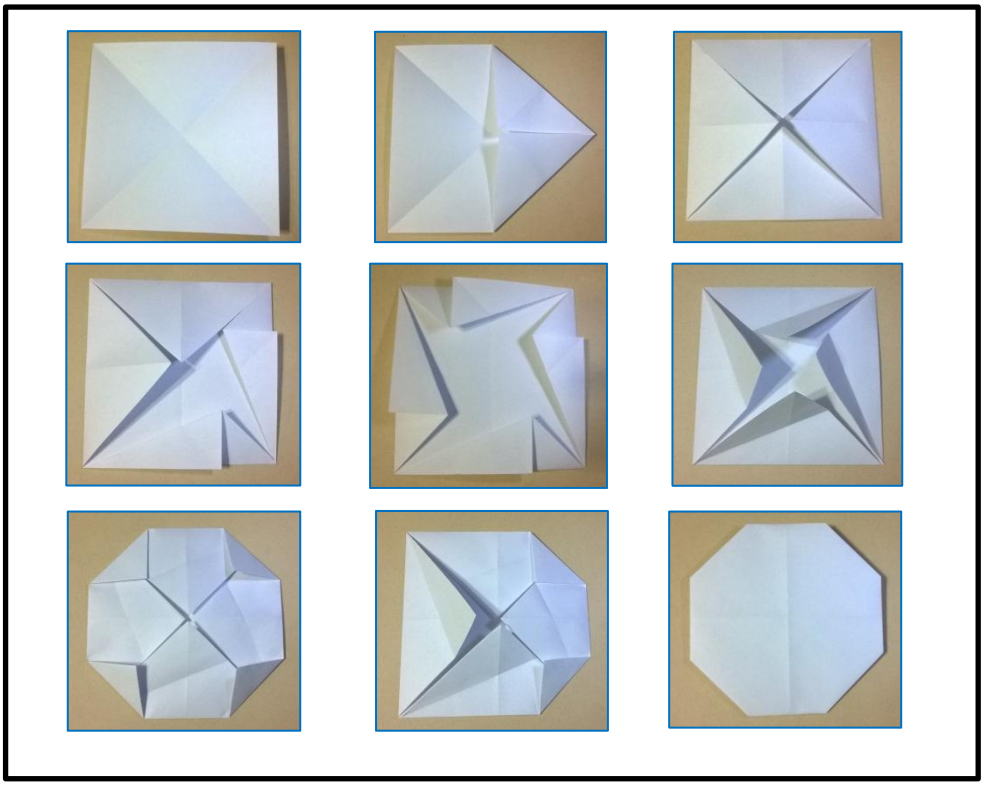


Figura 58. Pasos para la construcción de un octágono regular.
Fuente: Fotografía elaborada por autora de la investigación, 2015.

CAPÍTULO 4
APLICACIÓN

La investigación está orientada bajo una metodología de corte cualitativo, las actividades que surgen de ésta dependen del contexto del cual se extraen los datos, de las entrevistas, cuestionarios, observaciones y materiales de los estudiantes. La información recolectada fue en forma de textos (cuestionarios), imágenes (material del alumno), observaciones, entrevistas, análisis documentales, etc.

4.1 Metodología

La metodología a utilizar es:

- **Por el análisis de estudio.**

  Es **No Experimental**, considerando que existe un solo grupo a quien se le realizan las observaciones, no existe manipulación de la variable independiente y no se asigna aleatoriedad a la observación.

  Es **Descriptivo Longitudinal**, caracteriza y asocia las variables a través de cuestionarios o entrevistas, en dos momentos: al iniciar y luego de implementar el estudio.

- **Por el lugar.**

  Es **De Campo**, por cuanto obtiene datos de estudiantes y la docente en el lugar de trabajo.

4.2 Población y muestra

La población de investigación está dirigida a los estudiantes del 10° año de Enseñanza General Básica, y la docente del área de matemática, las mismas que se detallan a continuación:

N°	GRUPO	POBLACIÓN
		TOTAL
1	NIÑOS	14
2	NIÑAS	15
3	DOCENTES	1

Cuadro 1. Población y muestra.

En consideración que el número de la población es pequeña, la muestra a considerar es el total de alumnos y la docente. Cabe señalar que al tratarse de una investigación cualitativa, es favorable dicho aspecto.

Tamaño de la muestra: 29 estudiantes y 1 docente.

4.3 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos:

La población es homogénea tanto en edad, sexo, intereses, lugar de residencia y situación socioeconómica.

Se utilizan las técnicas adecuadas para un estudio de carácter cualitativo descriptivo (cuestionarios, observación, entrevistas).

4.3.1 Técnica observación

Instrumento Ficha de Cotejo. Se utiliza para describir la participación de los alumnos y la docente en el trabajo de las actividades cotidianas en el aula de clase.

Observa aspectos de organización del espacio y descripción del aula, formas de dar la clase (Introducción, desarrollo y conclusión), organización de las actividades, uso de material educativo, rol de la docente durante la actividad de clase, entre otras.

Nos entrega una visión del desarrollo de una clase, sus errores, dificultades y línea pedagógica del docente.

4.3.2 Técnica encuesta

Instrumento Cuestionario. Se utiliza para requerir información sobre los conocimientos previos y posteriores del estudiante en los contenidos de geometría, considerando el modelo de Van Hiele con preguntas debidamente estructuradas.

El ***cuestionario de conocimiento previo***, se estructura con 15 preguntas; algunas abiertas y otras cerradas, cinco de nivel 0 o visualización, 5 de nivel 1 o descripción, y 5 de nivel 2 o de relación.

El ***cuestionario de conocimiento posterior*** a la aplicación de la propuesta, consta de 15 preguntas, 5 por cada nivel, hasta el nivel 2.

Los siguientes cuadros muestran la configuración de preguntas según el esquema de Van Hiele del ***Cuestionario de Conocimientos Posteriores del Estudiante.***

Evaluación Nivel 0

N°	**Visualización**	**Item**
1	Reconocer diversas figuras geométricas.	1
2	Reconocer triángulos y cuadriláteros.	3
3	Reconocer figuras de lados distintos.	8
4	Reconocer un polígono por el número de lados.	11
5	Reconocer hexágonos, rectángulos, triángulos, rombos de imágenes de la vida cotidiana.	15

Cuadro 2. Nivel de visualización.
Fuente: Van Hiele "El problema de la comprensión"**.**

Evaluación Nivel 1

N°	**Descripción**	**Item**
1	Seleccionar figuras que cumplen una propiedad.	2
2	Seleccionar la propiedad (4 ángulos rectos).	5
3	Anticipar el nombre de los cuadriláteros que se forman (rectángulo y triángulo equilátero).	7
4	Seleccionar el número de triángulos equiláteros y ubicar para formar un hexágono.	12
5	Hacer una bisectriz y mediatriz en un rectángulo.	13

Cuadro 3. Nivel de descripción.
Fuente: Van Hiele "El problema de la comprensión"**.**

Evaluación Nivel 2

N°	**Relaciones**	**Item**
1	Seleccionar 3 palitos para formar un triángulo isósceles, dos lados menores iguales.	4
2	Identificar proposiciones verdaderas.	6
3	Identificar el nombre de la figura (rectángulo), argumento deductivo.	9
4	Identificar la forma que tiene un cuadrilátero con propiedad dada y que no cumpla otra.	10
5	Generar un rectángulo con figuras dadas.	14

Cuadro 4. Nivel de relaciones.
Fuente: Van Hiele "El problema de la comprensión"**.**

4.3.3 Técnica entrevista.

Se realiza una ***entrevista inicial al docente***, para requerir información en relación a los contenidos que ha impartido, grados o cursos, su importancia, dificultades, errores frecuentes, material y metodología que utiliza en la enseñanza –aprendizaje, conocimiento de la didáctica a utilizar, uso de software, etc.

De la misma manera, se hace una ***entrevista final***, posterior a la aplicación de la metodología de estudio, para conocer su opinión en lo relativo a las dificultades encontradas; si considera a esta herramienta útil para la enseñanza, comprensión de los contenidos, sus debilidades y fortalezas, entre otras.

Se realiza una ***entrevista final a un grupo*** de cinco alumnos elegidos al azar, para que emitan su opinión sobre la didáctica, si entendieron de mejor manera los contenidos usando esta metodología, sus dificultades, debilidades y fortalezas, entre otras.

4.4 Plan de procesamiento de la información y análisis.

La investigación se centra en el análisis de la comprensión de los contenidos geométricos en la población de estudio. El análisis se hace triangulando las fuentes de información provenientes de las entrevistas, cuestionarios, observación y material del estudiante con la finalidad de obtener los patrones que nos entreguen los resultados que se necesitan.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1 Trabajo de campo

El trabajo de campo se realiza en el plantel educativo Unidad Educativa Particular Best, ubicado en el cantón Vinces, en la provincia de Los Ríos; específicamente se aplicó la propuesta al 10° año de la Enseñanza General Básica, considerando que aquellos estudiantes culminan dicho período de estudios ingresando al ciclo del Bachillerato.

La docente del curso en el área de matemática es la Arq. María de Jesús Valencia Santana, que desempeña tal actividad por 13 años, es a quien se le realiza la capacitación para que junto a la investigadora Lcda. Piedad Idaluz Avilés Fajardo, desarrollen las actividades significativas de la propuesta.

Las etapas en el desarrollo de la investigación se muestran en el siguiente cronograma:

ACTIVIDAD	MESES DE DURACION DE LA ACTIVIDAD							
	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AG	SEP	OCT
1. Preparación y depuración de la Investigación.	X	X						
2. Inicio del proyecto, Socialización.			X					
3. Observación del trabajo docente/alumno			X					
4. Capacitación al docente			X	X				
5. Encuesta a los estudiantes – Cuestionario				X				
6. Implementación de la propuesta				X	X	X		
7. Encuesta final a los estudiantes - Cuestionario						X		
8. Entrevista Final docente – alumno						X		
9. Análisis de resultados							X	
10. Redacción Informe							X	
11. Presentación del Informe Final								X

Cuadro 5. Cronograma de actividades de la investigación
Fuente: Proyecto de investigación aprobado PUCE 2015**.**

La **observación del trabajo docente– alumno,** se realizó el viernes 29 de mayo en las dos primeras horas de clase. La organización de los pupitres es en filas para el trabajo individual, se utiliza como recurso la pizarra, ese día inició el tema 2

“Fracciones y números decimales”, anota en la pizarra el tema e indica al alumno que lo ubique en el libro de texto, a continuación recuerda los objetivos que son la representación de números racionales en notación decimal y fraccionaria, así como resolver operaciones combinadas, dio un ejemplo de la expresión de estos números en la vida cotidiana, luego realizó un mapa conceptual del tema en donde especifica los subtemas que revisará; entregó una breve explicación del mapa para iniciar el primer concepto que es “números decimales”, entregó un ejemplo y lo explicó anotando en la pizarra, preguntó a los estudiantes si entendieron; algunos piden que se les repita el ejemplo, ante algunas dudas; a continuación expuso los tipos de expresiones fraccionarias, habló sobre los números periódicos puros y mixtos, entregó algoritmos de conversión paso a paso en el pizarrón, volvió a preguntar a los estudiantes si entendieron o si tienen alguna pregunta, algunos levantaron la mano para que se les repita, dio variados ejemplos del tema visto; luego de pasada la primera hora de clase hubo inquietud en algunos alumnos, pidieron permiso para ausentarse para ir a los servicios higiénicos, otros conversan, se siente un murmullo mientras se dan algunas explicaciones, la profesora pidió silencio para continuar y que tomaran asiento los que andan de pie; faltando aproximadamente 35 minutos del final del período, la docente solicitó a los estudiantes realizar algunos ejercicios planteados en el libro de texto, les indicó que pueden trabajarlo en grupo, si deseaban; se sintió el ruido del traslado de algunos pupitres, al menos la mitad de los estudiantes no trabajaron y se dedicaron a conversar, a cinco minutos de finalizar el período la profesora les expresó que, si no culminaron el trabajo lo continúen en casa para revisarlo la próxima clase para calificarlo; les recordó estudiar el tema y consultar si tienen dudas; solicitó ordenar las bancas y se despidió.

La **capacitación a la docente**, se dividió en cuatro sesiones en horario vespertino, con la finalidad de tener la tranquilidad para efectuar dicha actividad.

La *primera sesión*, fue de motivación al tema, se observaron dos vídeos, uno denominado “entre pliegues” y el otro “la magia de la papiroflexia y las matemáticas”, en ellos se expusieron la relevancia del doblado de papel en el arte y la ciencia matemática, hablaron diferentes investigadores, lo que ha significado para ellos en sus vidas dedicarse a la papiroflexia. Se observó de parte del docente su interés por el aprendizaje de esta metodología, comenta que no sabía de la importancia que ha tenido en el mundo del arte y de la ciencia matemática, pero también es crítica en cuanto a que no hay que llegar a los extremos que se ven en el documental, en relación a transformarse, prácticamente, en un "vicio" que el practicante deja otras actividades de su vida por dedicación exclusiva al tema.

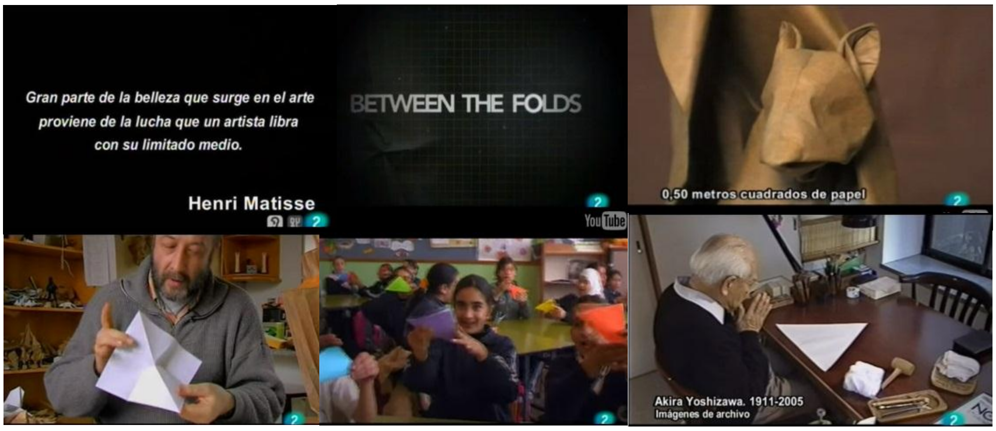


Figura 59. Imágenes del vídeo "Betweenthefolds".
Fuente: Youtube**.**

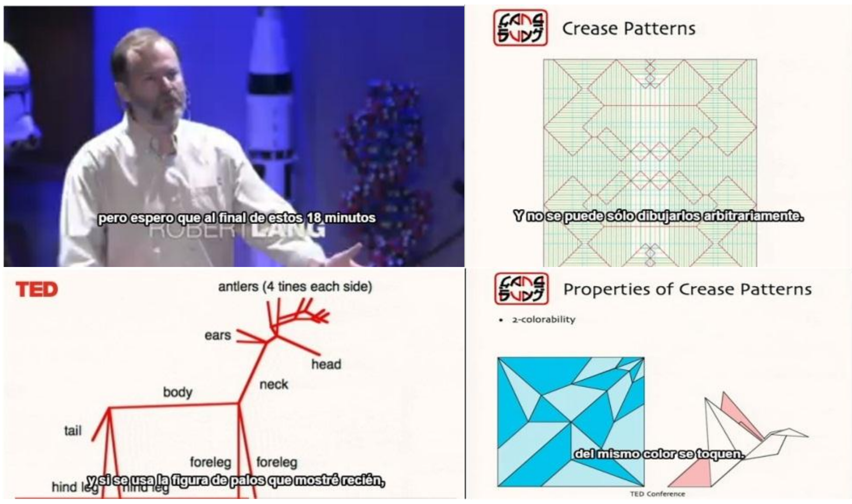


Figura 60. Imágenes del vídeo "la magia de la papiroflexia y las matemáticas".
Fuente: Youtube**.**

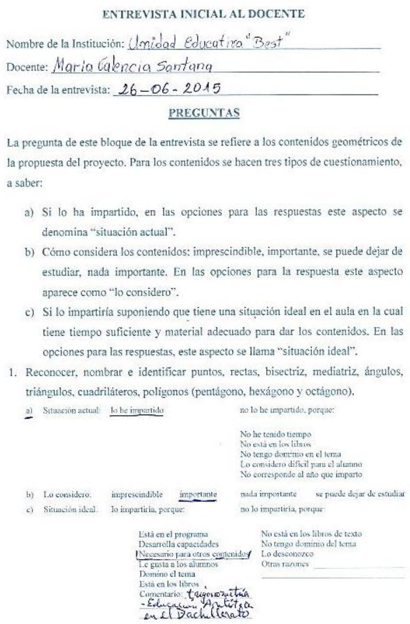
En la *segunda, tercera y cuarta sesión*, se realizó la práctica de las actividades significativas 1, 2; 3, 4; 5, 6; 7 y 8, respectivamente, preparando la planificación para el estudiante. La docente no tuvo dificultades en el aprendizaje de las actividades, mostrándose con gran motivación, comentando que se puede usar la didáctica en diferentes temas de la geometría y de la matemática en general. Además se caracterizó el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría.

La **encuesta inicial a los alumnos**, denominada *cuestionario de conocimientos previos del estudiante,* se realizó el viernes 26 de junio en las dos primeras horas de clase, se encontraba presente la docente del curso, junto a mi persona; este cuestionario se elaboró siguiendo los lineamientos de Van Hiele, agrupando los ítems según su grado de dificultad en niveles 0, 1 y 2; se les dio explicación a los estudiantes de la forma de dar contestación a las preguntas, haciéndoles recuerdo que el trabajo es individual, que en ningún caso copien de sus compañeros ya que esto anularía el proceso de investigación; se les da un tiempo de una hora de clases para contestar; se inicia la actividad a las 8:10 horas, culminando a las 8:50 horas; no hubieron inconvenientes pero si interrogantes de parte de los evaluados. Algunos estudiantes nos comentaron al final del evento, que ciertas preguntas eran de temas que no recordaban, pero que en algún momento los revisaron.

Algunos testimonios fotográficos se muestran a continuación.

Figura 61. Imágenes testimoniales del cuestionario inicial.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, 2015.

La **entrevista inicial a la docente**, se realizó el mismo día 26 de junio, en la hora que los estudiantes realizaban el cuestionario. La profesora sólo consultó sobre la primera interrogante, la cual no le quedaba absolutamente clara; se le indicó que podría hacer cualquier comentario adicional a las consultas emitidas en la entrevista escrita, que éstas serían de ayuda para efectos del estudio.



ENTREVISTA INICIAL AL DOCENTE

Nombre de la Institución: Unidad Educativa "Best"

Docente: Maria Valencia Santana

Fecha de la entrevista: 26-06-2015

PREGUNTAS

La pregunta de este bloque de la entrevista se refiere a los contenidos geométricos de la propuesta del proyecto. Para los contenidos se hacen tres tipos de cuestionamiento, a saber:

a) Si lo ha impartido, en las opciones para las respuestas este aspecto se denomina "situación actual".
b) Cómo considera los contenidos: imprescindible, importante, se puede dejar de estudiar, nada importante. En las opciones para la respuesta este aspecto aparece como "lo considero".
c) Si lo impartiría suponiendo que tiene una situación ideal en el aula en la cual tiene tiempo suficiente y material adecuado para dar los contenidos. En las opciones para las respuestas, este aspecto se llama "situación ideal".

1. Reconocer, nombrar e identificar puntos, rectas, bisectriz, mediatriz, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos (pentágono, hexágono y octágono).

a) Situación actual: lo he impartido — no lo he impartido, porque:
No he tenido tiempo
No está en los libros
No tengo dominio en el tema
Lo considero difícil para el alumno
No corresponde al año que imparto

b) Lo considero: imprescindible — importante — nada importante — se puede dejar de estudiar

c) Situación ideal. lo impartiría, porque: — no lo impartiría, porque:
Está en el programa
Desarrolla capacidades
Necesario para otros contenidos
Le gusta a los alumnos
Domino el tema
Está en los libros
Comentario: Trigonometría - Educación Artística en el Bachillerato

No está en los libros de texto
No tengo dominio del tema
Lo desconozco
Otras razones

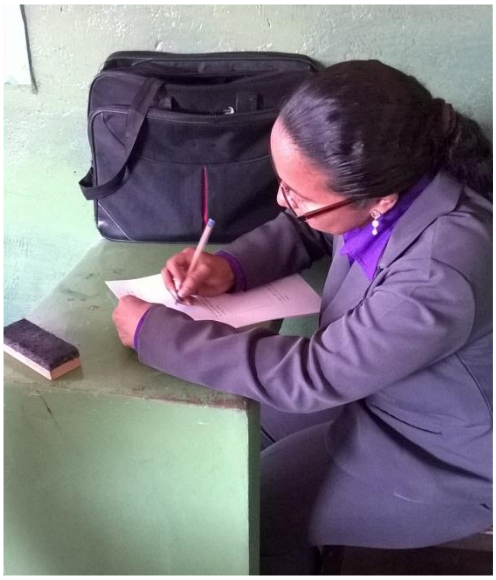


Figura 62. Imágenes testimoniales de la entrevista inicial docente.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, anexo 2, 2015

La **implementación de la propuesta** se realizó los días viernes 3, 10, 17 y 24 de julio, en las dos primeras horas de clase; el día 3 de julio se realizaron las actividades significativas 1 y 2; se discute con los estudiantes los conceptos de punto, recta, segmento, rayo; lo que recuerdan de esos temas; la mayoría no recordaba estos términos, pero si los podían dibujar, al menos el punto y la recta. Luego se entregaron dos hojas de papel en tamaño A4 a cada estudiante para hacer la primera y segunda actividad, se les indicó cual era el objetivo y el proceso a seguir.

Figura 63. Imágenes testimoniales de la aplicación de la didáctica.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, 2015.

Al principio presentan algunas dificultades en doblar correctamente la hoja para realizar la recta y el segmento, se entregan nuevas hojas para que tomen práctica en el proceso de doblado.

Luego se continúan con los ejercicios para realizar líneas perpendiculares y paralelas; cada nuevo tema se discute para extraer los conocimientos que puedan estar olvidados.

Figura 64. Imágenes testimoniales de la aplicación de la didáctica.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, 2015.

El día 10 de julio se continúa con las actividades 3 y 4, construcción de ángulos y el transportador de ángulos, se dan indicaciones de cómo usar el graduador para ir comprobando los resultados del doblado.

Figura 65. Imágenes testimoniales de la aplicación de la didáctica.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, 2015.

Se continúa el día 17 de julio con las actividades de elaboración de triángulos y demostración de la suma de ángulos internos del triángulo, este proceso fue más laborioso y requirió más práctica manual en el doblado de papel, se realizaron todos los tipos de triángulos con sus características y propiedades; se midieron sus lados y sus ángulos para la comprobación de las virtudes de la metodología; se especifica al estudiante que en tanto realice correctamente los dobleces, mayor exactitud habrá en las mediciones.

Figura 66. Imágenes testimoniales de la aplicación de la didáctica.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, 2015.

La última actividad significativa se realizó el 24 de julio, se construyeron los cuadriláteros y polígonos regulares; la actividad de los polígonos regulares fue la más difícil de efectuar por los estudiantes, precisamente por el número de dobleces que realizar y la exactitud que se necesitaba para lograr la figura requerida.

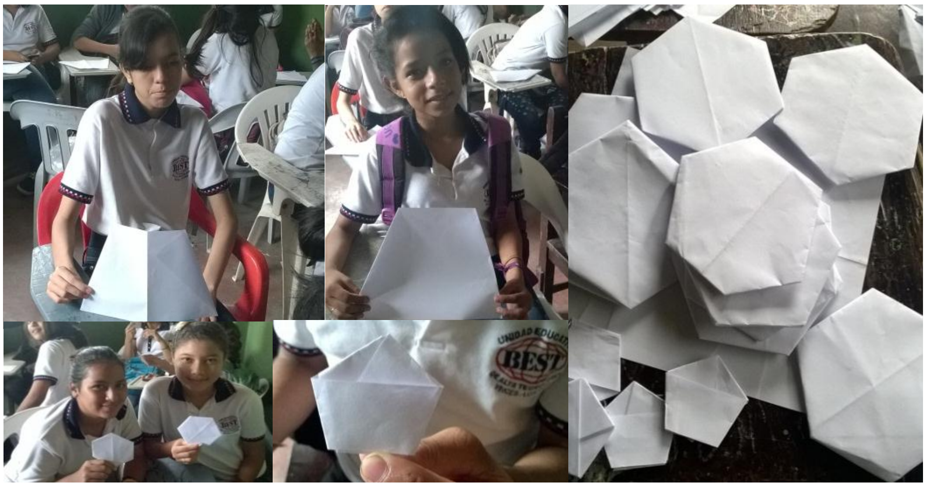


Figura 67. Imágenes testimoniales de la aplicación de la didáctica.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, 2015.

La **encuesta final** a los estudiantes, denominado *cuestionario de conocimientos posteriores*, se realizó el día viernes 14 de agosto a todos los alumnos, consistió en una serie de ítems elaborados con el esquema de Van Hiele; se evaluó el grado de comprensión de los contenidos geométricos luego de realizada la propuesta en los días anteriores.

Figura 68. Imágenes testimoniales aplicación cuestionario conocimientos posteriores.
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, anexo 5, 2015,

La **entrevista final a la docente**, se realizó el mismo día 14 de agosto en la hora en que se desarrolló el cuestionario al estudiante; se basó específicamente en la opinión personal que tuvo sobre la didáctica utilizada.

Figura 69. Imágenes testimoniales de la entrevista final a la docente
Fuente: Fotografías capturadas de la investigación, aula de clase, anexo 4, 2015.

La **entrevista final a los estudiantes**, se realizó el día 14 de agosto, a un grupo de cinco alumnos elegidos al azar; emitieron su opinión sobre la metodología y sobre la enseñanza de la geometría en la escuela y colegio.

5.2 Resultados y discusión

La investigación se desarrolló dentro de las actividades normales de los estudiantes del 10° año de Enseñanza General Básica, que representaron la población de estudio. El aplicar encuestas – entrevistas iniciales y finales a los alumnos y al docente, permitió recoger un conjunto de resultados que se obtuvieron antes y posterior a la aplicación de la propuesta.

El objetivo de utilizar estos instrumentos fue con la finalidad de comprobar si el uso de la didáctica del plegado de papel lograba mejorar la comprensión de los contenidos de la geometría en los alumnos y si se constituye en un recurso de apoyo importante en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría. El trabajo de aula realizado por la docente se verificó a través de una ficha de observación, permitió detectar la efectividad de la entrega de los temas.

La aplicación de dichos instrumentos fue en horario normal y convenido con la docente, teniendo el cuidado de eliminar los casos en estudiantes que estuvieron en una prueba y no en la segunda, y consignar como erróneas las respuestas con doble alternativa.

La presentación de los resultados es bajo una visión cualitativa de triangulación de información de los diferentes instrumentos, complementada con observaciones de cuadros y gráficos, realizando la interpretación del análisis con la finalidad de aceptar o rechazar las hipótesis que surgen del problema de investigación.

Es importante señalar que los estudiantes al iniciar la experiencia se sienten contentos de ser partícipes de la actividad, sobre todo en el tema de geometría, la cual le permitirá trabajar esta área de manera entretenida y amena; por su parte la docente se siente reconocida de participar en este proceso, pues considera que es de enriquecimiento personal y profesional.

El plantel educativo se encuentra ubicado en el cantón Vinces, en la provincia de Los Ríos, la población de estudio es homogénea en aspectos socioeconómicos, de género y edad, lo que permite resultados más seguros al momento del análisis.

Al realizar un análisis estadístico descriptivo de los momentos a priori y posterior a la implementación de la didáctica, se encuentran los siguientes resultados observables en cuadros de frecuencia y gráficas:

Conocimientos Previos

RESPUESTAS DEL NIVEL 0	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
Correctas	100	69
Incorrectas	42	29
No responde	3	2
TOTALES	145	100

Cuadro 6.Frecuencia de Conocimientos previos del nivel 0.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015.

Conocimientos Posteriores

RESPUESTAS DEL NIVEL 0	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
Correctas	120	83
Incorrectas	20	14
No responde	5	3
TOTALES	145	100

Cuadro 7. Frecuencia de Conocimientos posteriores del nivel 0.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015.

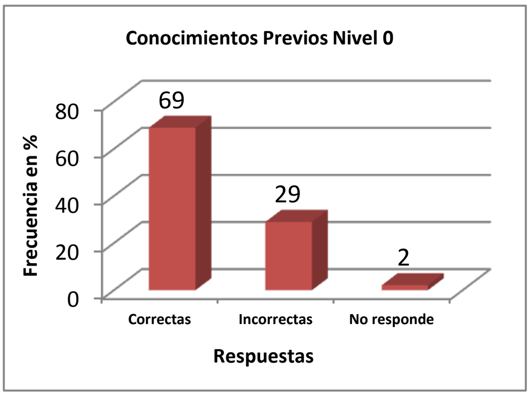


Gráfico 1.Conocimientos previos del nivel 0.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015.

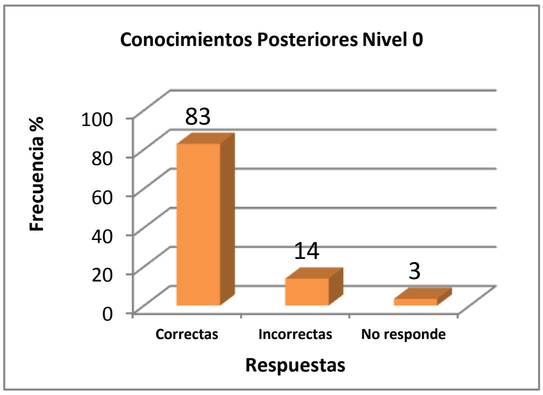


Gráfico 2. Conocimientos posteriores del nivel 0.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015.

Conocimientos Previos

RESPUESTAS DEL NIVEL 1	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
Correctas	59	41
Incorrectas	81	56
No responde	5	3
TOTALES	145	100

Cuadro 8. Frecuencia de Conocimientos previos del nivel 1.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

Conocimientos Posteriores

RESPUESTAS DEL NIVEL 1	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
Correctas	97	67
Incorrectas	41	28
No responde	7	5
TOTALES	145	100

Cuadro 9. Frecuencia de Conocimientos posteriores del nivel 1.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

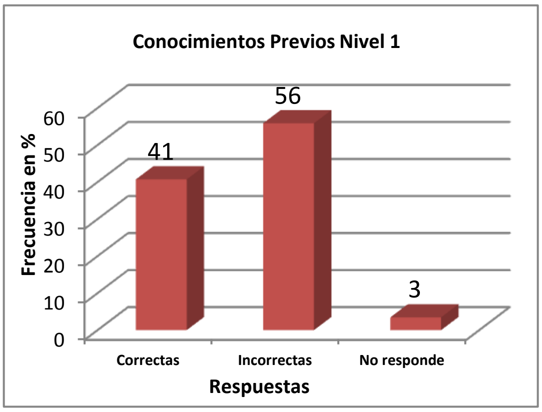


Gráfico 3.Conocimientos previos del nivel 1.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

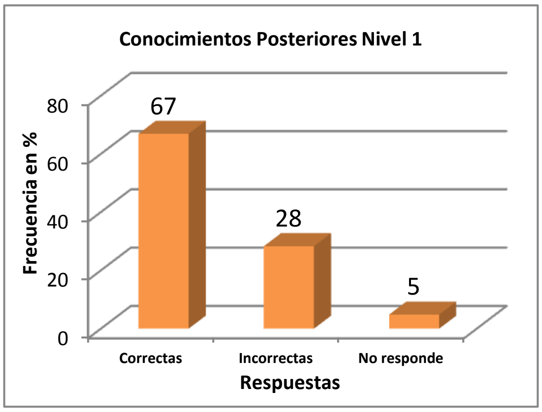


Gráfico 4. Conocimientos posteriores del nivel 1.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

Conocimientos Previos

RESPUESTAS DEL NIVEL 2	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
Correctas	0	0
Incorrectas	100	69
No responde	45	31
TOTALES	145	100

Cuadro 10. Frecuencia de Conocimientos previos del nivel 2.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

Conocimientos Posteriores

RESPUESTAS DEL NIVEL 2	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
Correctas	71	49
Incorrectas	70	48
No responde	4	3
TOTALES	145	100

Cuadro 11. Frecuencia de Conocimientos posteriores del nivel 2.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

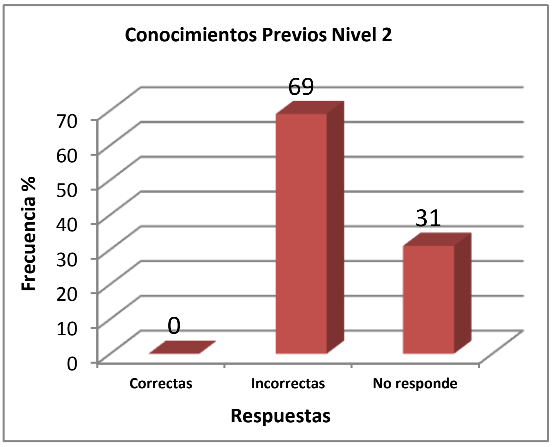


Gráfico 5. Conocimientos previos del nivel 2.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

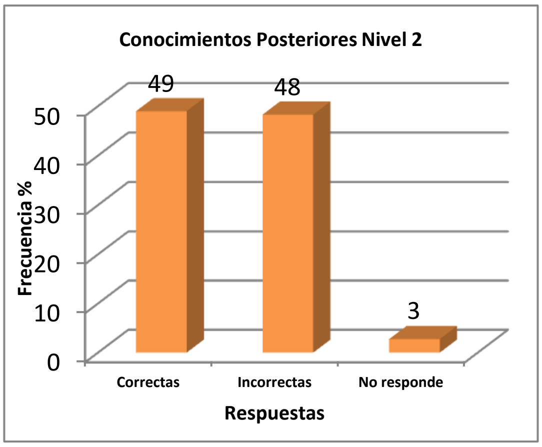


Gráfico 6. Conocimientos posteriores del nivel 2.
Fuente: Análisis estadístico del estudio, 2015

Remitiéndonos exclusivamente a los resultados del análisis anterior, al comparar los **Cuestionarios de conocimientos previos y posteriores**, se puede observar que existe mejoramiento en el porcentaje de respuestas correctas en los diferentes niveles de comprensión establecido por Van Hiele, en tanto que en el primer cuestionario, ningún estudiante respondió correctamente a preguntas establecidas con el Nivel 2, en el segundo cuestionario al menos la mitad de los alumnos respondieron correctamente este tipo de preguntas; lo mismo sucedió con el Nivel 1 en dónde la mayoría pudo responder correctamente las interrogantes, a diferencia del primer cuestionario.

Si se revisan algunos de estos ítems verificamos que el estudiante mejoró en el nivel 2 de comprensión, pero algunos alumnos no lo hicieron.

Un testimonio con respuesta correcta.

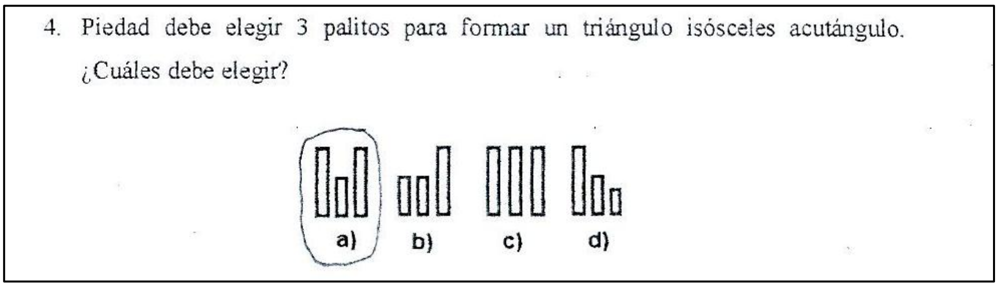


Figura 70. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos posteriores.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 5, 2015

Este ítem (4), fue contestado correctamente por la mayoría de alumnos, pero otros se confundieron con el cuestionario de conocimientos previos, contestaron equivocadamente la opción c.

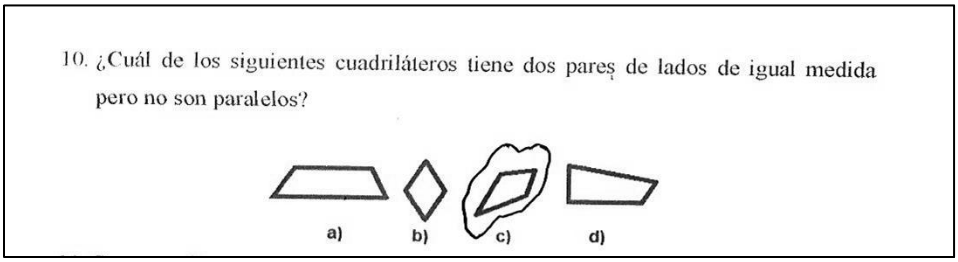


Figura 71. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos posteriores.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 5, 2015

En el ítem 10, algunos estudiantes respondieron equivocadamente la opción b) no verificando la propiedad que no se cumple.

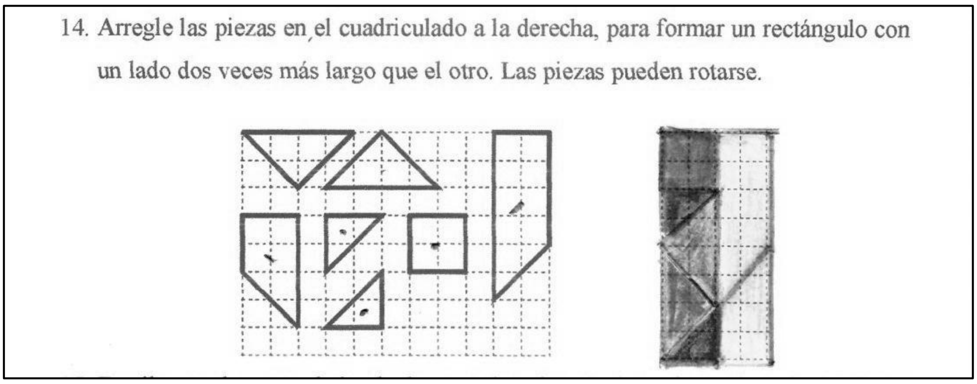

14. Arregle las piezas en el cuadriculado a la derecha, para formar un rectángulo con un lado dos veces más largo que el otro. Las piezas pueden rotarse.

Figura 72. Respuesta de un alumno al cuestionario de conocimientos posteriores.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 5, 2015

El ítem 14, fue el que tuvo la menor cantidad de respuestas correctas, se debió a que se requiere mayor razonamiento, visualización y memorización de las figuras.

En la **Entrevista final al estudiante**, señalan, en general, que en sus años de estudio la enseñanza no ha sido adecuada, más bien fue aburrida y con poco uso de material que le permitiera un mejor entendimiento.

Una estudiante comenta lo siguiente en la entrevista.

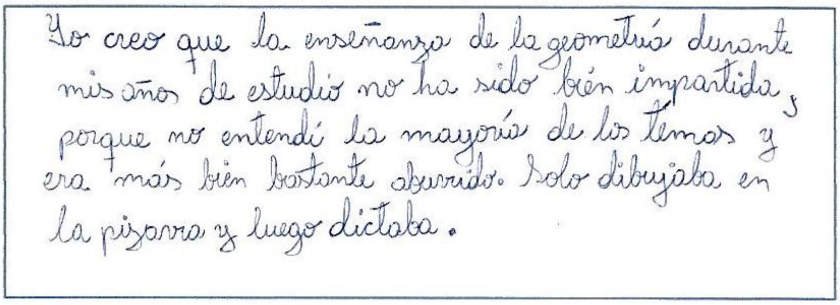

Yo creo que la enseñanza de la geometría durante mis años de estudio no ha sido bién impartida, porque no entendí la mayoría de los temas y era más bien bastante aburrido. Solo dibujaba en la pizarra y luego dictaba.

Figura 73. Respuesta de un alumno a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 6, 2015

Las dificultades que impidieron un mejor aprendizaje, fue por la manera en que el profesor daba las clases, sólo era copiar lo que se dibujaba en la pizarra, muchas cosas no se comprendían.

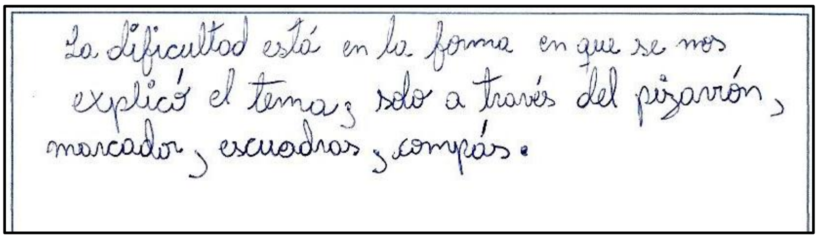

La dificultad está en la forma en que se nos explicó el tema, solo a través del pizarrón, marcador, escuadras, compás.

Figura 74. Respuesta de un alumno a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 6, 2015

El plegar papel para hacer figuras geométricas, les pareció a todos los entrevistados una forma entretenida de aprender, fácil de usar y medir para comprobar propiedades.

Me parece muy adecuado y fácil de usar el plegado del papel.

Figura 75. Respuesta de un alumno a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 6, 2015

Todos los entrevistados creen que, si se hubiese utilizado un método así en sus años en que les enseñaron geometría, hubiesen comprendido bastante más, no hubiesen olvidado muchos conceptos. En general, piensan que mejorarían su comprensión de los contenidos geométricos si se utiliza la metodología del plegado de papel.

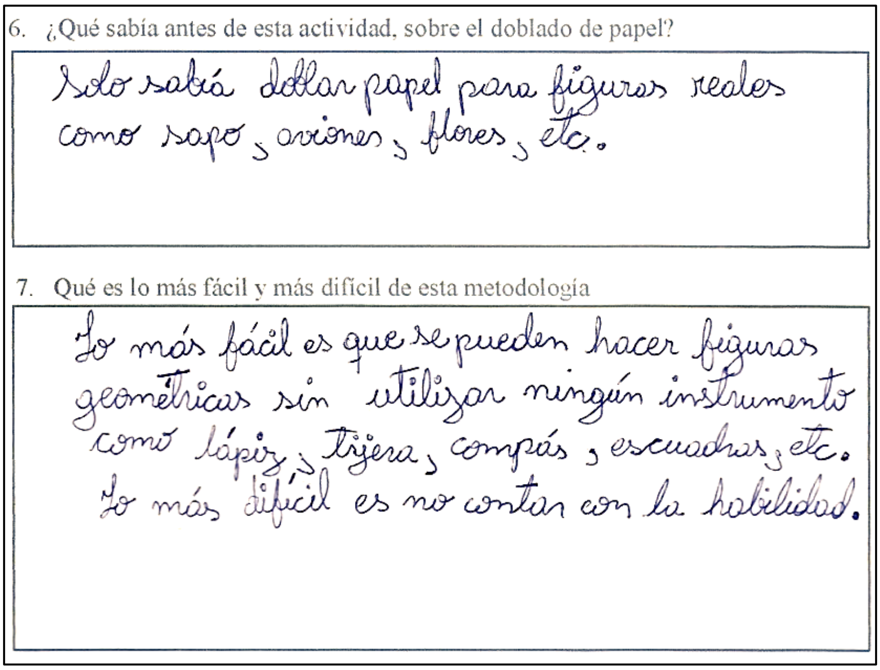
Piensa que si, porque al enseñarse de manera entretenida se comprenden mejor los temas. Si nos hubiesen enseñado de esa manera en la escuela tendría más claridad de la geometría y no se me hubiesen olvidado tantos cosas.

Figura 76. Respuesta de un alumno a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 6, 2015

A los estudiantes le agradó el uso de este método para la enseñanza aprendizaje de la geometría, la encontraron fácil, entretenida y los motivó a seguir buscando nuevas formas; antes de esta experiencia, no conocían que esta técnica podía usarse en la enseñanza, ya que sólo lo habían utilizado haciendo barquitos y aviones, estos últimos, bastante en horas de clase.

Sí me agradó porque fue fácil de aprender, me entretuve, me recordé de cosas de la escuela y las pude reafirmar. Fue entretenido.

Figura 77. Respuesta de un alumno a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 6, 2015


6. ¿Qué sabía antes de esta actividad, sobre el doblado de papel?

Solo sabía doblar papel para figuras reales como sapo, aviones, flores, etc.

7. Qué es lo más fácil y más difícil de esta metodología

Lo más fácil es que se pueden hacer figuras geométricas sin utilizar ningún instrumento como lápiz, tijera, compás, escuadras, etc. Lo más difícil es no contar con la habilidad.

Figura 78. Respuesta de un alumno a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 6, 2015

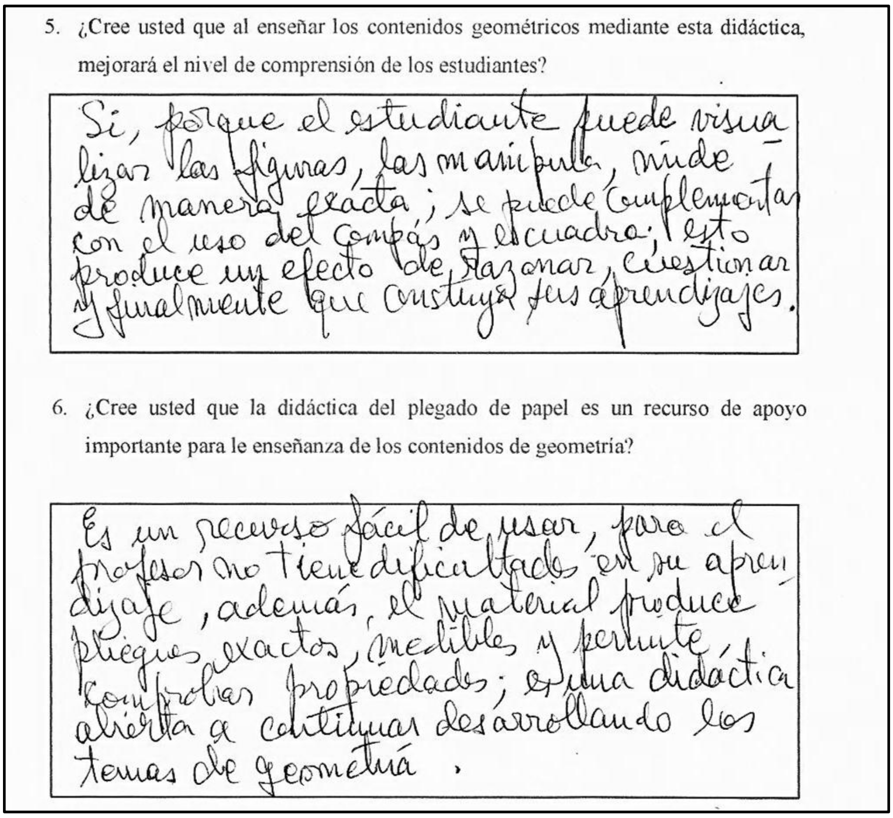
En la **entrevista final**, la docente tuvo una opinión positiva de la metodología usada, piensa que fue entretenida y motivadora para el estudiante, es relativamente fácil de utilizar complementándose con los recursos tradicionales del “lápiz, escuadra y compás”, le llamó la atención lo simple que es la construcción de polígonos y la exactitud en las medidas, lo recomienda como material didáctico, el cual usará de ahora en adelante.

Piensa que las principales fortalezas van en diferentes perspectivas: en relación al material en sí mismo, es fácil de encontrar y económico; en cuanto a la exactitud que producen los dobleces que permiten demostrar propiedades de las figuras, que nada tiene que envidiar al método tradicional y finalmente en la actitud positiva que mostraron los estudiantes al utilizar el papel, demostrable en que todos se interesaron en trabajar la actividad.

En cuanto a las debilidades, manifiesta que podrían ser, la poca motricidad fina que tenían algunos alumnos (muy pocos) y que les dificultó doblar con exactitud; la imposibilidad de formar figuras con medidas predeterminadas o algunas de difícil construcción como es el heptágono, por ejemplo.

Piensa que es una metodología de enseñanza que el profesor aprenderá con facilidad, le permitirá investigar nuevos modelos y complementarlo con otros recursos didácticos.

Cree que las fortalezas que tiene la didáctica en términos de facilidad, motivación, exactitud, versatilidad, entre otras, lo hace un recurso de apoyo y complementario fundamental en la enseñanza aprendizaje, provocando en el tiempo un mejoramiento considerable en la comprensión de los contenidos geométricos en los estudiantes de cualquier nivel educativo, lo que le permitirán ir avanzando en las etapas de razonamiento y análisis, siendo copartícipes de la creación de su propio conocimiento.


5. ¿Cree usted que al enseñar los contenidos geométricos mediante esta didáctica, mejorará el nivel de comprensión de los estudiantes?

Si, porque el estudiante puede visualizar las figuras, las manipula, mide de manera exacta; se puede complementar con el uso del compás y escuadra; esto produce un efecto de razonar, cuestionar y finalmente que construya sus aprendizajes.

6. ¿Cree usted que la didáctica del plegado de papel es un recurso de apoyo importante para le enseñanza de los contenidos de geometría?

Es un recurso fácil de usar, para el profesor no tiene dificultades en su aprendizaje, además, el material produce pliegues exactos, medibles y permite comprobar propiedades; es una didáctica abierta a continuar desarrollando los temas de geometría.

Figura 79. Respuesta de la docente a la entrevista final.
Fuente: Elaborado por equipo de investigación, anexo 4, 2015

Considerando los resultados obtenidos en los Cuestionarios a los estudiantes, las entrevistas a la docente y al estudiante, se puede deducir lo siguiente en lo relativo a las **respuestas de las interrogantes de estudio**:

1. **Dificultades en la enseñanza-aprendizaje**. La falta de metodologías innovadoras y atrayentes en la enseñanza de la geometría en todo el ciclo

educativo básico provoca la incomprensión de los temas, el olvido de los contenidos, impidiendo el razonamiento de los estudiantes.

2. **Nivel de Comprensión de los estudiantes**. Existe un mejoramiento del nivel de comprensión de los contenidos geométricos entregados por la propuesta, a posteriori, pasando del nivel 1 a nivel 2 de comprensión, en base al modelo de Van Hiele.
3. **Didáctica como recurso de apoyo**. Recurso versátil, económico, exacto, medible, fácil de usar lo constituyen en un material relevante en el apoyo de la enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos.

De la misma manera, de los antecedentes anteriormente descritos, a través de la **triangulación** de la información (Rodríguez, 2005), obtenida en el trabajo de campo con encuestas (cuestionarios a *priori* y *posteriori*), entrevistas (a la docente y al estudiante), observación directa del trabajo educativo (Bisquerra, 2004); el **análisis estadístico descriptivo tabular y gráfico** de los dos momentos referidos en la metodología (Miles y Huberman, 1994); y la aplicación de la propuesta a la población consistente en los estudiantes del 10° año de la Unidad Educativa Best del cantón Vinces, según se constatan en los diversos testimonios escritos y visuales; se comprueban las siguientes hipótesis del estudio:

H1. La didáctica del plegado de papel es una herramienta de apoyo para la enseñanza de los contenidos de la geometría en los estudiantes de 10° año.

H2. La didáctica del plegado de papel incrementa la comprensión de los contenidos de la geometría.

En este contexto, se puede verificar que la didáctica del plegado de papel constituye una herramienta fundamental para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en cualquier nivel educativo, representa un elemento económico, versátil, poderoso y con sustento matemático, que ayuda a incrementar la comprensión de los contenidos en los estudiantes, de igual manera ésta debe ser complementada con el modelo de conocimiento geométrico propuesto por Van Hiele.

CONCLUSIONES

1. La didáctica del plegado de papel o papiroflexia, es un recurso de apoyo al trabajo pedagógico del docente para la enseñanza aprendizaje de la geometría elemental plana, permitiendo desarrollar diferentes contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, generando destreza manual, exactitud e interdisciplinaridad de la ciencia matemática con otras ciencias o con el arte; es una metodología que desarrolla actitudes como la observación, paciencia, cuidado, socialización y atención, dependiendo los logros del mismo estudiante y no tanto del profesor.
2. Siendo la enseñanza de la geometría un problema fundamentalmente didáctico y no un problema de lógica de la disciplina, la didáctica del plegado de papel inicia al alumno en diferentes actividades, permitiéndoles la construcción de su propio conocimiento, facilitando los aprendizajes significativos; la metodología permite al estudiante a "aprender haciendo", con actividades que proponen el aprendizaje mediante los sentidos de la vista y el tacto, la interrelación entre ellos y la interiorización.
3. La didáctica del plegado de papel debe complementarse con el modelo del pensamiento geométrico de Van Hiele, considerando que da la pauta a seguir en la enseñanza de los contenidos, en cuanto a los niveles de razonamiento del alumno y las directrices para el desarrollo docente como coordinador de la enseñanza.
4. La utilización del papel como material didáctico, introduce y refuerza la enseñanza de los conceptos y propiedades geométricas para luego formalizarlos con más rigurosidad, es atrayente, innovador, entretenido, motivador, que produce un cambio en la actitud e interés por la actividad geométrica de manera natural.
5. Las instituciones educativas tienen la obligación de buscar nuevas metodologías de enseñanza, con materiales económicos, versátiles, entretenidos, motivadores y con la finalidad de hacer los aprendizajes significativos, formando estudiantes críticos, reflexivos y cuestionadores, sobre todo en áreas como la educación matemática; en este contexto el plegado de papel se constituye en una herramienta de enseñanza aprendizaje de fácil utilización con una visión constructivista.

RECOMENDACIONES

Cuando se aplica un modelo de enseñanza aprendizaje en el área de la geometría, la institución debe ser partícipe, asumiendo sus responsabilidades de tal forma que, el docente tenga las horas y el espacio necesario para reflexionar y profundizar sobre la propuesta.

El profesor debe empoderarse del marco curricular, planes y programas, haciendo posible que la transferencia en la sala de clases sea efectiva y de calidad.

Al propiciar un modelo como el de Van Hiele, le hace posible al docente, organizar su trabajo de manera gradual y sistemática, diseñando sus actividades de tal manera que le permita, registrar los avances en el proceso de razonamiento y la incorporación de nuevos conocimientos.

Es importante que exista apropiación en el uso del papel como herramienta didáctica para la enseñanza de contenidos geométricos, teniendo en cuenta su base científica y el constante desarrollo en nuevas actividades significativas por parte de la comunidad investigativa. Se deben incorporar en el tiempo la enseñanza no sólo en geometría plana, sino en la esférica, considerando su potencialidad y exactitud que la convierten en una metodología versátil con infinidad de aplicaciones a la enseñanza aprendizaje.

Es de considerar, que siendo una institución mixta, se debe tener en cuenta que la destreza manual está más desarrollada en el sexo femenino que en el masculino, por consiguiente el profesor debe observar permanentemente este hecho y contribuir a disminuir esas diferencia.

Si bien es cierto, existe una predisposición cultural al fracaso prácticamente en todas las ramas de las matemáticas, se puede estimular y motivar la enseñanza aprendizaje a través de esta didáctica, en donde el logro de los estudiantes depende fundamentalmente de su habilidad y no la del profesor, elemento que mejora de manera importante la autoestima, contribuyendo a eliminar este aspecto sociocultural.

Esta investigación pretende contribuir al mejoramiento de los procesos educativos en contenidos geométricos y promocionar experiencias significativas que estimulen y fortalezcan la enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

1. Aznar, A. (2011). El plegado de papel como herramienta de apoyo en la enseñanza artística. Revista americana de educación de la Universidad de Murcia. España.
2. Ausubel-Novak-Hanesian (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2° Ed. TRILLAS. México.
3. Baez, R. Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro". Enseñanza de la matemática, vol. 12.
4. Barrantes, M. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. Universidad de Extremadura. España.
5. Barrantes, M. Balletbo, I. Fernández M. (2014). Enseñar geometría en secundaria. Congreso Iberoamericano de ciencias, tecnología, innovación y educación. Argentina.
6. Bernabé, M. (2015). La papiroflexia como recurso didáctico para las matemáticas y el arte. Recuperado el 13 de mayo del 2015, del sitio web: http://http://www.aloestedigital.com/papirocurso/index.html.
7. Bisquerra, R. (2004). Metodología de la investigación educativa. Ed. La Muralla.
8. Blanco, C. Otero, T. (2005). Geometría con papel (papiroflexia matemática). Curso interuniversitario "sociedad, ciencia tecnología y matemáticas. Universidad de Coruña e IES "Antonio Fragua". Santiago de Compostela.
9. Cardozo, C. Elejalde R. López, G. (2201). De la lógica a las funciones. Universidad Pontificia Bolivariana. Colombia.
10. Coriat, D. (1997). Materiales, recursos y actividades. Un panorama. Barcelona.
11. Devlin, Keith. The language of mathematics: making the invisible visible (1998). New York. W H. Freeman.
12. Escolar, H. (1993). Historia universal del libro. Fundación Germán Ruiperez. Ed Pirámide. Madrid.
13. Espinoza, L. (2006). Estudio de la didáctica de las matemáticas y sus concepciones sobre la enseñanza. Universidad de Santiago de Chile. Santiago.
14. Euclides, (1991). Elementos libro I. Editorial Gredos. Madrid.

15. García, C. Otero, T. (2005). Geometría con papel (papiroflexia matemática). Revista 5CTM05.
16. Garrido, M. (2015). Orisangakus: desafíos matemáticos con papiroflexia. Biblioteca estímulos matemáticos. RSME. España.
17. Geretschläger, R. (1995). Euclidean Constructions and the Geometry of Origami
18. Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica de la matemática como disciplina tecnocientífica. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. España.
19. González, N. y Larios, V. (2000) El doblado de papel: Una experiencia en la enseñanza de la geometría, Universidad Autónoma de Querétaro, México.
20. Guzmán, M. (2000). Tendencias innovadoras en educación matemática. Universidad Complutense. Madrid. España.
21. Grupo PI. (2009). Geometría plana con papel del grupo PI de investigación en educación matemática. Recuperado el 21 de mayo del 2015 del sitio web: http://funes.uniandes.edu.co/932/1/GEOMETRIA_PLANA_CON_PAPEL_definitivo_ISBN-1.pdf.
22. Hatori, Koshiro (2003). Origami Construction. Recuperado el 14 de marzo de 2015, del sitio web: http://origami.ousaan.com/library/conste.html
23. Hernández, V. Villalba, M. (2001). Perspectivas en la enseñanza de la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Documento de discusión estudio.
24. INEVAL (2014). Informe final Ser Bachiller 2014. Publicaciones Ineval. Ecuador.
25. Jaramillo, C. Santa, Z. (2010). Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. Revista virtual Universidad del Norte, N° 31. Colombia.
26. Johnson, D. (1975). Matemáticas más fáciles doblando papel. España: Distein
27. Lang, R. (1996 – 2015). Origami and Geometric Constructions. Recuperado el 13 de marzo de 2015, del sitio web: http://www.langorigami.com/science/hha/origami_constructions.pdf.
28. Ledesma, A. (1992). Geometría con un folio. Épsilon, 24.
29. Miles, M. Huberman, M. (1994). Manejo de datos y métodos de análisis. Ed. Denzin. CA.

30. Monsalve, O., & Jaramillo, C. (2003). El placer de doblar papel. Mostraciones y algunas aplicaciones matemáticas. Revista Educación y Pedagogía, 15(35), 11 – 25.
31. Monsalve Posada Orlando. (2001). Actividades sobre una hoja de papel. Cuadernos Pedagógicos 16.
32. Mora, J. (1995). Los recursos didácticos en el aprendizaje de la geometría. UNO n° 3, 101-115.
33. Peralta, J. (1995). Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática, cap. 9. Ed. Huerga Fierro. España.
34. Proyecto Estalmat. (2009). Geometría del plegado. Castilla y León. Recuperado el 20 de mayo, del sitio web: http://socylem.es/sitio/estalmat/Materiales/11-GEOMETRIA-DEL-PLEGADO.pdf
35. Rius, M. (1985). Grafomotricidad. Ed. Seco Olea. Madrid.
36. Rodríguez, A. (2005). La triangulación como estrategia de investigación en ciencias sociales. Revista Madrid +d, 31.
37. Royo, J. (2002). Matemáticas y papiroflexia. Sigma: Revista de Matemáticas, (21), 175 – 192.
38. Row, S. (1997). Geometric Exercises in Paper Folding. Universidad de Michigan. Paperback edition.
39. Segovia y Rico. (2001). Unidades didácticas, organizadores. Madrid.
40. Sawyer, W.W. (1964). Vision in Elementary Mathematics.
41. Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Universidad Real. Utrecht.
42. Van Hiele, P. (1986). Structure and insight: A theory of mathematics education. Academic Press. Orlando.
43. Vargas, G. Gamboa A. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, vol. 27, N° 1, [74-94]. Costa Rica.
44. Victoria, J. (2006) El origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría, Perú. (Archivos Internet).
45. Weisstein. W. (1999 - 2015). MathWorld. Wolfram Research. Recuperado el 14 de marzo 2015 del sitio web:http://www.mathworld.wolfram.com/

ANEXOS

ANEXO 1. FICHA DE COTEJO Y REGISTRO EN EL AULA

I. ANTECEDENTES

Unidad Educativa: ____

Docente:____

Curso:________________________ N° de Alumnos:_________________________

Jornada:____

Hora de inicio:________________ Hora de término:________________________

Contenido de Aprendizaje: ____________________________________

II. ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO Y DESCRIPCIÓN DEL AULA

Pupitres en filas para el trabajo individual	(……)
Pupitres juntos para trabajo en grupo	(……)
Uso del patio para realizar actividad de aprendizaje	(……)
Otro espacio	(……)
Ambientación de la sala de clase	(……)
(Periódico mural, letreros mapas cuadros, etc.)	
Equipamiento (radio, TV, grabadora, vídeo, biblioteca de aula, etc.)	(……)

III. INTRODUCCIÓN DE LA CLASE

¿Presenta o recuerda los objetivos de la clase?

¿De qué trata el tema, que van a aprender y ejercitar en ese tiempo? Dar ejemplo.

¿Recoge experiencias de los alumnos sobre el tema y contenidos de la clase? Dar ejemplo.

¿Relaciona los contenidos con otras asignaturas de nivel? Dar ejemplos en relación a otros sectores, recuerda lo que han visto anteriormente en otra área, pregunta a los alumnos por alguna relación con ese (esos) sectores, etc.

¿Recuerda actitudes y comportamientos esperados en clase?

Escuchar a la profesora, escuchar a los compañeros, mantenerse en silencio, manera de participar en la actividad, etc.

IV. ACTIVIDADES DURANTE EL DESARROLLO DE LA CLASE

Organización de las actividades.

¿Da instrucciones sobre procedimientos a realizar?

Dar ejemplo del tipo de actividades que propone, problemas a resolver.

¿Los alumnos preguntan, proponen temas, ideas, actividades, asocian, relatan alguna anécdota?

¿La profesora acoge las ideas y otros participan en torno a ellas?. Señalar un ejemplo o situación.

Uso de material educativo.

¿Presenta o anuncia el uso del material?

Texto, cuaderno, juego, material educativo, especificar.

¿Da instrucciones sobre el uso del material a utilizar en la actividad?

¿Trabaja el juego o material con todo el curso (para modelar) o los deja trabajar en forma autónoma?

¿Recuerda u organiza trabajo en grupo?

¿Aclara dudas, atiende preguntas de los alumnos para iniciar la actividad?

¿Las actividades propuestas tienen que ver con el uso de lo aprendido o por aprender en la vida real, especificar?

Rol de la Profesora durante la actividad

¿Apoya el trabajo de los alumnos?

Pregunta para verificar la comprensión de la tarea a realizar, atiende dudas y preguntas, repite instrucciones, aprueba el avance, los hace descubrir errores, etc., dar ejemplos de este tipo de acciones.

¿Supervisa el trabajo de los alumnos verificando que estén en la actividad, disciplina a los que no trabajan porque están distraídos, conversan, ríen, discuten, etc., dar ejemplo de este tipo de acciones.

¿Atiende y trabaja con los alumnos que parecen tener más dificultades?.

Señalar que hace con ellos. Actitudes, tono de voz, gestos, expresiones que destacan.

¿Hay algún momento de autoevaluación durante la actividad individual o entre pares?. Indicar lo que se les pide a los alumnos.

Rol de la profesora frente a conflictos entre alumnos en clase.

¿Hay mediación de la profesora? Aclara el problema, invita a explicar el problema suscitado, busca una solución o entendimiento, dar ejemplo.

Rol de la profesora al final de la actividad.

¿Da conclusiones al final de la clase?

¿Pregunta a los alumnos si entendieron?

¿Complementa lo estudiado con temas cercanos o cotidianos?

ANEXO 2. ENTREVISTA INICIAL AL DOCENTE

Nombre de la Institución: ____

Docente: ____

Fecha de la entrevista: ____

PREGUNTAS

La pregunta de este bloque de la entrevista se refiere a los contenidos geométricos de la propuesta del proyecto. Para los contenidos se hacen tres tipos de cuestionamiento, a saber:

a) Si lo ha impartido, en las opciones para las respuestas este aspecto se denomina "situación actual".
b) Cómo considera los contenidos: imprescindible, importante, se puede dejar de estudiar, nada importante. En las opciones para la respuesta este aspecto aparece como "lo considero".
c) Si lo impartiría suponiendo que tiene una situación ideal en el aula en la cual tiene tiempo suficiente y material adecuado para dar los contenidos. En las opciones para las respuestas, este aspecto se llama "situación ideal".

1. Reconocer, nombrar e identificar puntos, rectas, bisectriz, mediatriz, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos (pentágono, hexágono y octágono).

a) Situación actual: lo he impartido — no lo he impartido, porque:

No he tenido tiempo
No está en los libros
No tengo dominio en el tema
Lo considero difícil para el alumno
No corresponde al año que imparto

b) Lo considero: imprescindible — importante — nada importante — se puede dejar de estudiar

c) Situación ideal: lo impartiría, porque: — no lo impartiría, porque:

lo impartiría, porque:	no lo impartiría, porque:
Está en el programa	No está en los libros de texto
Desarrolla capacidades	No tengo dominio del tema
Necesario para otros contenidos	Lo desconozco
Le gusta a los alumnos	Otras razones: ____________________
Domino el tema	______________________________
Está en los libros	
Comentario:_______________	
________________________	
________________________	

2. De los contenidos de geometría que ha impartido o está impartiendo indique cinco que sean los que Usted considera los más importante. Indique el año escolar en el que los imparte.

3. De los contenidos de geometría que ha impartido o está impartiendo indique tres que sean los que Usted considera los menos importantes. Indique el año escolar en el que los imparte.

4. Indique aquellos contenido que cuando el alumno no los conoce Usted considerará que tiene bajo rendimiento en geometría en el año escolar que imparte.

5. De los materiales que se indica a continuación señale aquel o aquellos que utiliza cuando imparte sus clases de geometría.

- Libros de texto.
- Material recortable del libro de texto.
- Materiales que Usted ha comprado. Indique cuáles.

- Materiales que ha construido. Indique cuáles.

- Otros. Indique cuáles.

6. Considerando los contenidos de geometría que se imparten, indique cinco dificultades que Usted ha detectado como las más usuales en los estudiantes.

7. Considerando los contenidos de geometría que se imparten, indique cinco errores que Usted ha detectado como los más usuales en los estudiantes. Indique el año escolar en que lo ha detectado.

8. ¿Ha usado en sus clases de geometría software específico?

   Si ☐ Geogebra ☐ Cabri ☐ Otro ☐

   No ☐ En este caso le gustaría capacitarse: Si ☐ No ☐

9. ¿Conoce alguna metodología no tradicional para la enseñanza aprendizaje de la geometría?

10. ¿Conoce sobre el doblado de papel como metodología para la enseñanza aprendizaje de la geometría?

11. ¿Le gustaría aprender sobre la metodología del doblado de papel para la enseñanza aprendizaje de la geometría? Comente.

12. ¿Cree que la geometría debe enseñarse con un carácter constructivista para que los aprendizajes sean significativos?

ANEXO 3. CUESTIONARIO DE CONOCIMIENTOS PREVIOS DEL ALUMNO

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ____

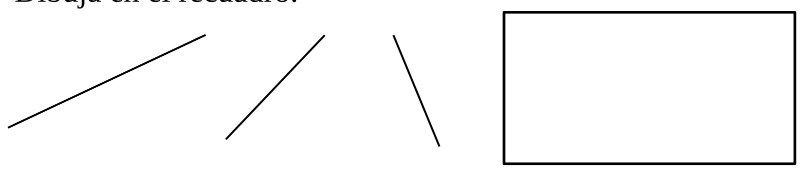
DOCENTE: ____

FECHA DE REALIZACIÓN DEL CUESTIONARIO: ______________________

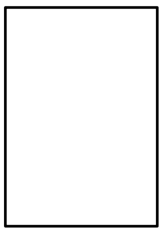
TEMA: ____

PREGUNTAS

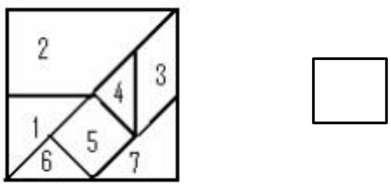
1. Si se tienen tres rectas como las que se muestran. ¿Cómo podrías obtener un punto? Dibuja en el recuadro.



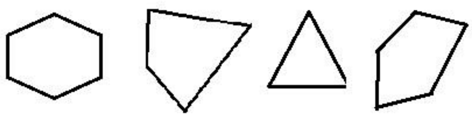
2. En la siguiente figura dibuja una mediatriz y una bisectriz.



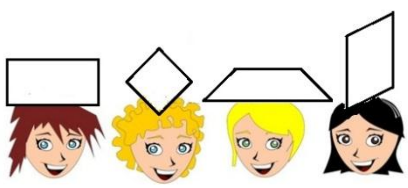
3. En el siguiente puzzle indica que número es el cuadrado.



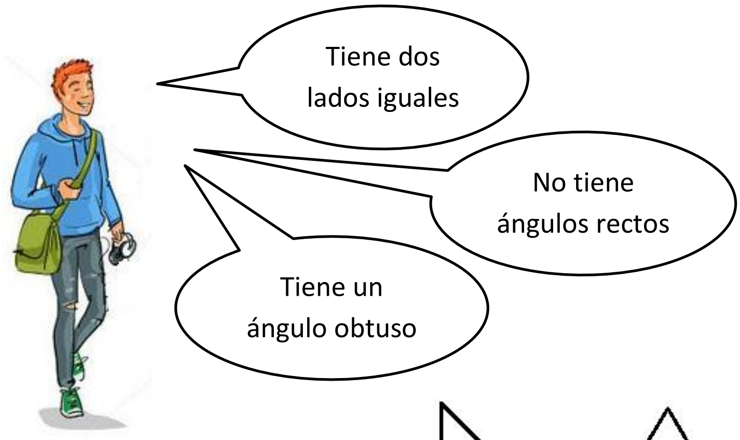
4. Pedro dibujó un cuadrilátero. ¿Cuál es? Márquelo.



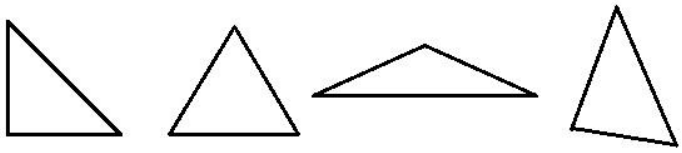
5. María está usando un sombrero con forma de trapecio. ¿Cuál es María?



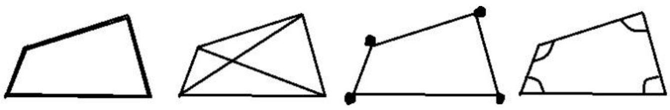
6. Para identificar un triángulo, Pedro da las siguientes pistas:



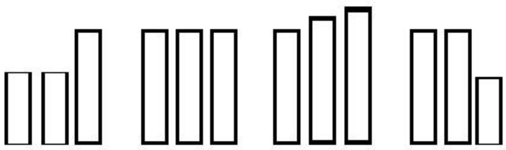
¿Cuál es el triángulo?



7. ¿En cuál de las figuras se marcan los ángulos?

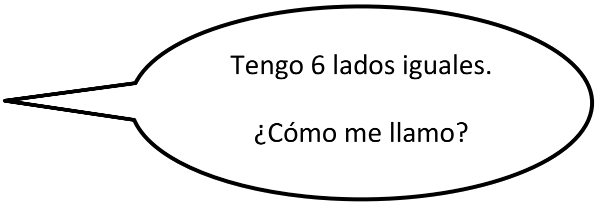


8. Miguel debe elegir 3 palitos para formar un triángulo equilátero. ¿Cuál debe elegir?



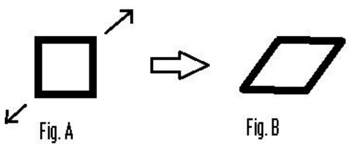
9.

?



a) Pentágono
b) Hexágono
c) Heptágono
d) Octágono

10. Al estirar la figura A desde sus vértices, se obtiene la figura B.



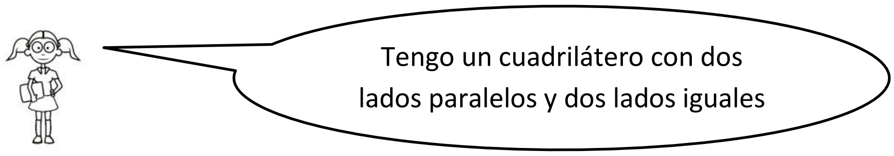
Se puede afirmar que:

a) Todo romboide es un cuadrado.
b) Todo cuadrado es un romboide.

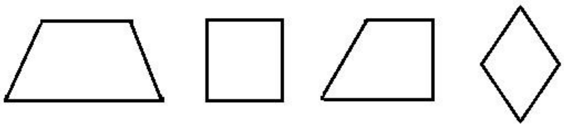
c) Todo rombo es un cuadrado.

d) Todo cuadrado es un rombo.

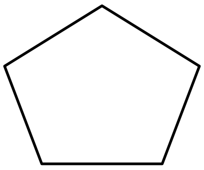
11. Paulina dice:



El cuadrilátero de Paulina es:

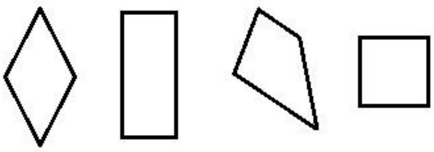


12. ¿Con cuántos triángulos puedo formar el siguiente polígono?

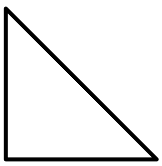


a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

13. Si soy un cuadrilátero sin lados opuestos paralelos y sin ejes de simetría. ¿Qué forma tengo?

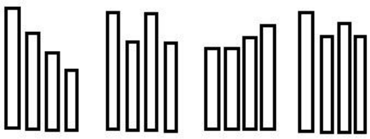


14. ¿Cuántos triángulos iguales al de la figura se deben colocar como mínimo para formar un rectángulo?



a) 1
b) 2
c) 3
d) 6

15. Juan debe elegir 4 palitos para formar un paralelogramo. ¿Cuál grupo elige?



ANEXO 4. ENTREVISTA FINAL AL DOCENTE

Nombre de la Institución: ____

Docente: ____

Fecha de la entrevista: ____

PREGUNTAS

1. Entregue su opinión personal sobre la didáctica del plegado de papel para la comprensión de los contenidos geométricos.

2. ¿Cuáles cree usted son las principales fortalezas en la aplicación de la didáctica?

3. ¿Cuáles cree usted son las principales debilidades en la aplicación de la didáctica?

4. Piensa que es una metodología fácil de enseñar al docente para su ejecución.

5. ¿Cree usted que al enseñar los contenidos geométricos mediante esta didáctica, mejorará el nivel de comprensión de los estudiantes?

6. ¿Cree usted que la didáctica del plegado de papel es un recurso de apoyo importante para le enseñanza de los contenidos de geometría?

ANEXO 5. CUESTIONARIO DE CONOCIMIENTOS POSTERIORES DEL ESTUDIANTE

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ____

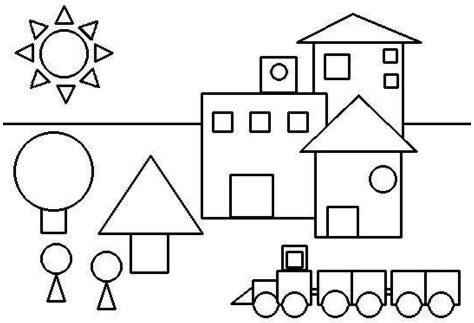
DOCENTE: ____

FECHA DE REALIZACIÓN DEL CUESTIONARIO: ______________________

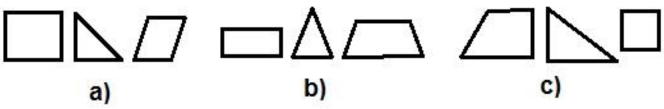
TEMA: ____

PREGUNTAS

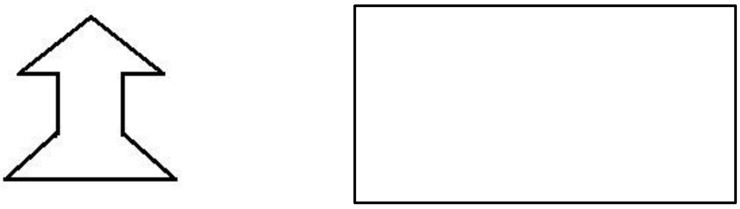
1. ¿Qué figuras geométricas, exceptuando el círculo, reconoces en la imagen? ¿Cuántas de cada una?



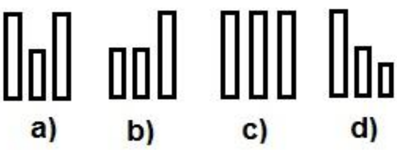
2. Juanita agrupó las figuras según su ángulo recto. ¿Cuál es la agrupación que hizo?



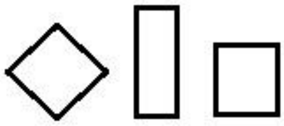
3. ¿Cuántas figuras geométricas reconoces en la siguiente imagen? Dibújalas en el recuadro.



4. Piedad debe elegir 3 palitos para formar un triángulo isósceles acutángulo. ¿Cuáles debe elegir?



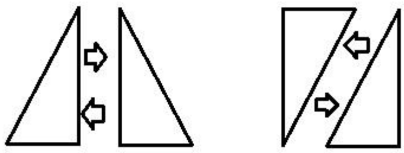
5. ¿Qué tienen en común las siguientes figuras?



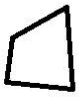
   a) Todos los ángulos son agudos
   b) Todos los ángulos son rectos
   c) Todas las figuras son trapecios
   d) Todos sus lados son de igual medida

6. Pedro dice: "todos los cuadrados son rectángulos". Pedro puede afirmar esta verdad porque:
   a) Los cuadrados tienen 4 lados
   b) Los cuadrados son paralelogramos
   c) Los cuadrados tienen 4 ángulos rectos
   d) Los cuadrados tienen sus lados de igual medida

7. Al unir las siguientes piezas iguales. ¿Qué se forma?



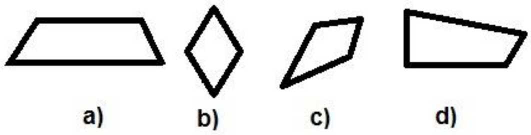
   a) Un triángulo isósceles y un cuadrado
   b) Un triángulo equilátero y un rectángulo
   c) Un triángulo escaleno y un cuadrilátero

8. Yo,  y  somos:

   a) Isósceles b) Escalenos c) Rectos

9. No soy un cuadrado y tengo 4 ángulos rectos. ¿Qué soy?
   a) Romboide b) Rectángulo c) Trapecio d) Rombo

10. ¿Cuál de los siguientes cuadriláteros tiene dos pares de lados de igual medida pero no son paralelos?



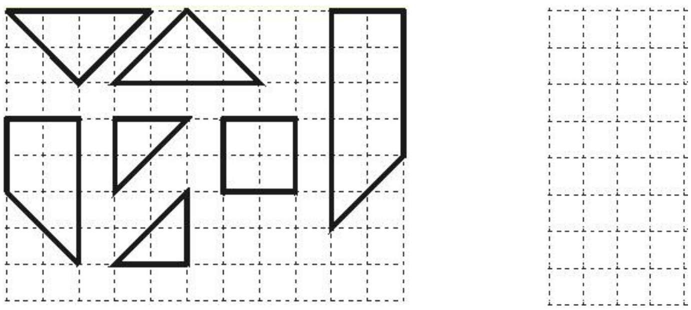
11. Soy un polígono y tengo ocho lados. ¿Cómo me llamo?

    a) Heptágono b) Octágono c) Pentágono d) Hexágono

12. Deseo formar un hexágono con triángulos equiláteros. Dibújelo en el recuadro.

13. Dibuje una mediatriz y bisectriz en la siguiente figura:

14. Arregle las piezas en el cuadriculado a la derecha, para formar un rectángulo con un lado dos veces más largo que el otro. Las piezas pueden rotarse.



15. Escriba en la parte baja de las señales de tránsito, el nombre de la figura geométrica.

ANEXO 6. ENTREVISTA AL ESTUDIANTE

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _______________________________________

FECHA DE REALIZACIÓN DE LA ENTREVISTA: ______________________

1. ¿Cree usted que la enseñanza de la geometría a través de sus años de estudio ha sido bien impartida? Comente.

2. ¿Cuáles cree usted, son las dificultades que impiden que se aprenda de mejor manera la geometría?

3. ¿Qué le parece el plegado de papel para la enseñanza de la geometría?

4. ¿Cree que mejoraría su comprensión de la geometría a través de esa técnica?

5. ¿Le agradó la metodología del plegado de papel como forma de enseñanza?

6. ¿Qué sabía antes de esta actividad, sobre el doblado de papel?

7. ¿Qué es lo más fácil y más difícil de esta metodología?