PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL ECUADOR

Facultad de Ciencias de la Educación

Propuesta pedagógica basada en el enfoque del aprendizaje colaborativo para la comprensión de los límites en el área de Matemáticas.

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de Magister en Pedagógica de las Ciencias Experimentales mención Física y Matemática.

Autor: Luis Alberto Jiménez Romero

Directora: MGS. Claudia Bravo

Quito- Ecuador

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, Luis Alberto Jiménez Romero con C.I.0202131744 autor del trabajo de graduación titulado **"Propuesta pedagógica basada en el enfoque del aprendizaje colaborativo para la comprensión de los límites en el área de Matemáticas."**, previa a la obtención del grado académico de **MAGISTER EN PEDAGÓGICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MENCIÓN FÍSICA Y MATEMÁTICA** en la **Facultad de Aprendizaje, Lenguas y Comunicación**

1. Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tiene la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, de conformidad con el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de graduación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2. Autorizo a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador a difundir a través del sitio web de la biblioteca de la PUCE el referido trabajo de graduación, respetando las políticas de propiedad intelectual de Universidad.

Quito, 15/04/2025



Firma

Luis Alberto Jiménez Romero

0202131744

Av. 12 de Octubre 1076 y Ramón Roca
Apartado postal 17-01-2184
Telf.: (593) 2 299 1700 ext. 1519
Quito – Ecuador www.puce.edu.ec

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Directora – Tutora del Trabajo de Posgrado Titulado: *"Propuesta pedagógica basada en el enfoque del aprendizaje colaborativo para la comprensión de los limites en el área de Matemáticas"*, presentado por el estudiante de maestría, Luís Alberto Jiménez Romero titular de la Cédula de Identidad No. 0202131744, para optar al Grado de Magíster Pedagógica de las Ciencias Experimentales mención Física y Matemática considero que dicho Trabajo de Investigación reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la evaluación por parte de los Lectores – Evaluadores que se designen para tal fin por parte de las autoridades de la Facultad de Ciencias de la Educación.

En la ciudad de Quito, a los nueve días del mes de abril de 2025.

CLAUDIA JENNY BRAVO CASTANEDA

Firmado digitalmente por CLAUDIA JENNY BRAVO CASTANEDA
Fecha: 2025.05.05 07:30:35 -05'00'

_____

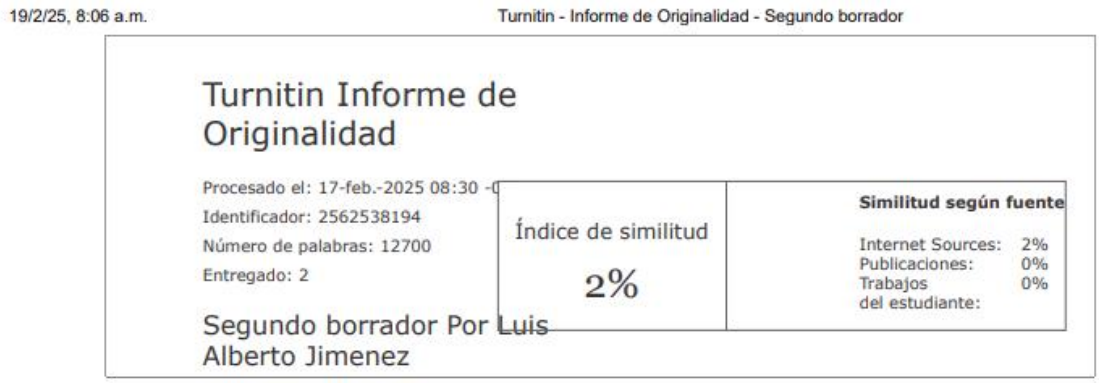
Claudia Bravo C
C.I. 1717544058
Cbravo681@puce.edu.ecc

NOTA:

Se comunica que en el servicio de análisis Turnitin, el referido trabajo de titulación alcanzó el siguiente resultado: 2% índice de similitud con otras fuentes.

REPORTE DE TURNITIN

Se comunica que el presente trabajo ha sido analizado a través de la herramienta Turnitin, dando un índice de similitud del 2%. Por tanto, cumple con los parámetros establecidos por la Pontificia Universidad Católica del Ecuador.


19/2/25, 8:06 a.m. Turnitin - Informe de Originalidad - Segundo borrador

Turnitin Informe de Originalidad

Procesado el: 17-feb.-2025 08:30 -0

Identificador: 2562538194

Número de palabras: 12700

Entregado: 2

Segundo borrador Por Luis Alberto Jimenez

Índice de similitud

2%

Similitud según fuente

Internet Sources: 2%
Publicaciones: 0%
Trabajos del estudiante: 0%

Av. 12 de Octubre 1076 y Ramón Roca
Apartado postal 17-01-2184
Telf.: (593) 2 299 17 00 ext. 1519
Quito – Ecuador www.puce.edu.ec

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD

Yo, Luis Alberto Jiménez Romero, portador de la cédula de ciudadanía No. 0202131744, declaro que los resultados obtenidos en la investigación que presento, previo a la obtención del Grado de Magister en Pedagógica de las Ciencias Experimentales mención Física y Matemática, son totalmente originales, genuinos y personales. En tal virtud, declaro que el contenido, las conclusiones y los efectos legales y académicos que se desglosan del trabajo presentado de investigación y luego de la composición de este documento son y serán de mi sola y exclusiva responsabilidad legal y académica.



Luis Alberto Jiménez Romero

Agradecimiento

En primer lugar, quiero expresar mi más sincero agradecimiento a Mgs. Claudia Bravo C, por su guía, paciencia y dedicación durante todo este proceso. Sus conocimientos y consejos han sido fundamentales para la realización de este trabajo.

A mi familia, especialmente a mi madre y hermano, por su apoyo incondicional, su amor y su confianza en mí. Gracias por estar siempre presentes, incluso en los momentos más desafiantes.

A mis amigos, quienes me han acompañado en este camino, brindándome su apoyo, motivación y alegría. Sus palabras de aliento han sido un impulso invaluable.

A todas las personas e instituciones que contribuyeron directa o indirectamente a la realización de este trabajo de titulación. Sin su colaboración, este logro no hubiera sido posible.

¡Gracias de todo corazón!

Dedicatoria

A mi madre, por ser mi cimiento y mi motivación. Gracias por creer en mí incluso cuando yo dudaba, por apoyarme en cada paso y por enseñarme que el esfuerzo y la perseverancia siempre tienen su recompensa. Este logro es también suyo.

A mi hermano, por ser mi inspiración y mi alegría. Sus risas y consejos han sido un faro en los momentos de incertidumbre. Gracias por recordarme que no estoy solo en este camino.

A mis amigos, por su apoyo incondicional y por compartir conmigo sus conocimientos y experiencias. Han sido parte fundamental de este proceso.

Y, finalmente, a todos aquellos que de una u otra forma han contribuido a que este sueño se haga realidad. Esta tesis es el resultado de un esfuerzo colectivo, pero también es el inicio de un nuevo capítulo. Gracias por ser parte de esta historia.

INDICE

INTRODUCCION 1

CAPITULO I 3

1.1. Formulación del problema 3

1.2. Preguntas de investigación 5

1.3. Objetivos de la investigación 6

1.3.1 Objetivo general. 6

1.3.2 Objetivos específicos 6

1.4. Justificación 7

CAPITULO II 9

MARCO TEÓRICO 9

2.1 Antecedentes 9

2.2 Bases teóricas 12

2.2.1 Enfoque aprendizaje colaborativo 12

2.2.1.1 Historia 12

2.2.1.2 Definición 13

2.2.1.3 Características 14

2.2.1.4 Estrategias didácticas 15

2.2.1.5 Clasificación 15

2.2.1.6 Aspectos asociados. 16

2.2.2 Limites matemáticos 17

2.2.2.1 Historia 17

2.2.2.2 Definición 18

2.2.2.3 Características 19

2.2.2.4 Estrategias didácticas 20

2.2.2.5 Clasificación 21

2.2.2.6 Factores asociados 22

2.2.2.7 Como aprenden limites los estudiantes 23

2.3 Bases legales 24

CAPITULO III 27

METODOLOGÍA 27

3.1 Diseño de la investigación 27

3.2 Tipo de investigación 27

3.3 Unidades de estudio. 28

3.4 Técnica e instrumentos para la recolección de información 28

3.4.1 Encuesta 28

3.4.2 Entrevista 29

3.5 Técnica análisis de datos. 29

3.6 MATRIZ DE OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES 29

CAPITULO IV 32

ANALISIS DE RESULTADOS 32

4.1 Entrevista al Docente. 32

4.2 Encuesta aplicada a los estudiantes 39

CAPITULO V 52

Proyecto pedagógico 52

5.1 CONCLUSIONES 66

5.2 RECOMENDACIONES 67

6. ANEXOS 68

7. BIBLIOGRAFÍA 75

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DE MAGISTER EN PEDAGÓGICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MENCIÓN FÍSICA Y MATEMÁTICA

Autor: LUIS ALBERTO JIMENEZ ROMERO

Director -Tutor: MGs. CLAUDIA JENNY BRAVO CASTAÑEDA

Fecha: MARZO, 2025

Resumen

Esta investigación propone una estrategia pedagógica basada en el aprendizaje colaborativo para mejorar la comprensión del concepto de límites en matemáticas en estudiantes de primer año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" en Quito, Ecuador, durante el año lectivo 2024-2025. El estudio identifica que los estudiantes enfrentan dificultades para comprender los límites debido a su naturaleza abstracta y la falta de bases sólidas en álgebra y funciones. A través de un enfoque colaborativo, se busca fomentar la participación, el trabajo en equipo y el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra para facilitar la visualización y comprensión de los conceptos. La propuesta incluye actividades prácticas, discusiones grupales y proyectos que conectan los límites con aplicaciones reales. Los resultados de la encuesta y la entrevista revelan que el aprendizaje colaborativo puede mejorar la motivación y el rendimiento académico, reduciendo la ansiedad hacia las matemáticas. Se concluye que la implementación de estrategias colaborativas, junto con el uso de tecnología, puede transformar la enseñanza de los límites, promoviendo un aprendizaje más significativo y duradero.

Palabras claves:

Aprendizaje, matemáticos, estrategias educativas, innovación pedagógica, participación del profesor.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MASTER'S DEGREE IN PEDAGOGY OF EXPERIMENTAL SCIENCES, MENTION IN PHYSICS AND MATHEMATICS

Autor: LUIS ALBERTO JIMENEZ ROMERO

Director -Tutor: MGs. CLAUDIA JENNY BRAVO CASTAÑEDA

Fecha: MARCH, 2025

Asbract

This research proposes a pedagogical strategy based on collaborative learning to improve the understanding of the concept of limits in mathematics among first-year high school students at the "Gonzalo Cordero Crespo" Educational Unit in Quito, Ecuador, during the 2024-2025 academic year. The study identifies that students struggle with understanding limits due to their abstract nature and lack of solid foundations in algebra and functions. Through a collaborative approach, the aim is to foster active participation, teamwork, and the use of technological tools such as GeoGebra to facilitate the visualization and comprehension of these concepts. The proposal includes practical activities, group discussions, and projects that connect limits with real-world applications. The results of the student survey and teacher interview reveal that collaborative learning can enhance motivation and academic performance while reducing math-related anxiety. It is concluded that the implementation of collaborative strategies, along with the use of technology, can transform the teaching of limits, promoting more meaningful and lasting learning.

Keywords:

Learning, mathematics, educational strategies, pedagogical innovation, teacher participation

INTRODUCCION

Esta investigación se centra en una propuesta pedagógica basada en el aprendizaje colaborativo para mejorar la comprensión del concepto de límites en matemáticas dentro de la Unidad Educativa “Gonzalo Cordero Crespo” durante el período 2024-2025. La educación desempeña un papel fundamental en la formación de las personas, ya que permite adquirir conocimientos esenciales para su desarrollo. Sin embargo, debido a los constantes cambios en los métodos de enseñanza, es imprescindible la implementación de estrategias didácticas que fomenten un aprendizaje óptimo y eficaz.

El estudio de los límites, un tema central en cálculo representa un desafío significativo para los estudiantes debido a su naturaleza abstracta y su estrecha relación con los fundamentos del análisis matemático. A menudo, los alumnos encuentran dificultades para comprender y aplicar estos conceptos en la resolución de problemas, lo que puede afectar su motivación y su rendimiento académico (Fernández & Rodríguez, 2020). Estas dificultades van por la importancia de introducir estrategias pedagógicas innovadoras que promuevan un aprendizaje significativo y fomenten una mayor participación en el aula.

El aprendizaje colaborativo ha demostrado ser una metodología efectiva para abordar la enseñanza de conceptos matemáticos complejos. Este enfoque involucra la interacción entre los estudiantes y el trabajo en equipo, lo que les permite construir conocimientos de manera conjunta, intercambiar ideas y desarrollar habilidades clave como la comunicación y el razonamiento lógico (Johnson, Johnson, & Holubec, 2019). Estudios recientes han evidenciado que el aprendizaje colaborativo no solo mejora la comprensión conceptual de temas abstractos, sino que también genera un ambiente participativo y centrado en el estudiante (García et al., 2021).

En este contexto, la propuesta pedagógica se centra en el diseño e implementación de estrategias basadas en el aprendizaje colaborativo para fortalecer la comprensión de los

límites en matemáticas. Las actividades están orientadas a fomentar la participación y el trabajo en equipo, con el propósito de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y desarrollar habilidades esenciales como el pensamiento crítico y la resolución de problemas. De esta manera, la propuesta responde a las necesidades educativas actuales y ayudar a una formación integral, preparando a los estudiantes para afrontar con éxito futuros desafíos académicos y profesionales

De esta manera la investigación tiene esta estructura:

Capítulo I: Se realiza el planteamiento del problema, se plantea las preguntas de la investigación y los objetivos tanto general como específicos y la justificación,

Capítulo II: Se presenta el Marco Teórico, con reseñas de investigaciones relacionadas a la temática del proyecto realizadas en años posteriores y la reseña detallada de la temática.

Capítulo III: Se menciona la metodología utilizada, el enfoque, el método, el tipo de diseño, el nivel de investigación, la población con la cual se trabaja, la muestra y el instrumento utilizado en este caso la encuesta y la entrevista.

Capítulo IV: Se muestra el análisis de resultados obtenidos de la aplicación de las encuestas en base al análisis de las tablas y los cuadros estadísticos y de la entrevista se destacará el análisis de cada pregunta.

Capítulo V: Pertenece a la presentación de la propuesta, objetivos, conclusiones y recomendaciones

CAPITULO I

1.1. Formulación del problema

El dominio de la aritmética es fundamental para enfrentar los desafíos y situaciones cotidianas de la vida real. A diario, realizamos razonamientos lógicos para tomar decisiones, desde la gestión del presupuesto hasta la evaluación de opciones al comprar algo. Sin embargo, el aprendizaje de esta disciplina no siempre ha recibido el reconocimiento necesario para fomentar un uso significativo del conocimiento. Con frecuencia, la enseñanza de las matemáticas se enfoca en la memorización de fórmulas y procedimientos, sin proporcionar un contexto que ayude a comprender su importancia.

Como señala Breda (2020), las clases tradicionales tienden a ser áreas con alta resistencia a la creatividad, cuando en realidad se requieren habilidades esenciales como la resolución de problemas, tanto desde un enfoque lógico. Este problema se agrava aún más debido a los métodos de enseñanza tradicionales, los cuales suelen ser mecanicistas y limitados a la memorización y repetición de ejercicios. Esto deja a los estudiantes sin una conexión clara entre las matemáticas y su aplicación en la vida cotidiana o en sus futuras oportunidades laborales.

Por ello, es fundamental replantear la enseñanza de la aritmética, impulsando metodologías que resalten su papel como disciplina clave para el pensamiento lógico, la creatividad y la resolución de problemas del mundo real. En este sentido, la mejora en los enfoques educativos podría ampliar las oportunidades de aprendizaje y reforzar la relevancia de las matemáticas en la formación de los estudiantes (Alsina, 2016).

Según Johnson y Smith (2014), el aprendizaje colaborativo fortalece el pensamiento crítico y la capacidad para resolver problemas complejos, ya que permite a los estudiantes confrontar y reconciliar diferentes formas. Además, el trabajo en grupo crea un entorno de

apoyo donde los alumnos pueden aclarar dudas de manera más efectiva y recibir retroalimentación inmediata, lo que mejora su comprensión y retención del material (Slavin, 2011, p. 165). En este sentido, el estudio de los límites en matemáticas es clave para la comprensión de conceptos avanzados como la derivada y la integral. Implementar enfoques colaborativos en su enseñanza puede enriquecer significativamente la experiencia educativa de los estudiantes (Batanero & Godino, 2020).

A nivel global, existe una tendencia creciente a replantear los métodos de enseñanza y aprendizaje. Las corrientes pedagógicas y sus principales exponentes han ganado protagonismo, generando debates significativos. Muchas instituciones educativas adoptan modelos específicos con la convicción de que representan la solución ideal para la educación. Sin embargo, a menudo no se considera que la enseñanza es un proceso dinámico y complejo. Más allá de transmitir conocimientos, las instituciones educativas interactúan con individuos únicos, cada uno con sus propios procesos de aprendizaje. En este contexto, aunque su implementación es un desafío, la educación personalizada se perfila como una de las mejores alternativas para responder a la diversidad de los estudiantes (García & Sánchez, 2019; Pérez, 2021).

En Ecuador y otros países de América Latina, el aprendizaje cooperativo se ha integrado progresivamente en los programas educativos. Las investigaciones han demostrado que esta metodología no solo mejora el rendimiento académico en temas como los límites, sino que también incrementa la motivación y el compromiso de los estudiantes (García & Torres, 2018, p. 258).

Además, el aprendizaje cooperativo fomenta la inclusión, permitiendo que alumnos con distintos niveles de habilidad trabajen en conjunto y aprendan unos de otros. En este proceso, el docente desempeña un papel clave como facilitador, guiando las discusiones, proporcionando retroalimentación y asegurando la participación de todos los miembros del

grupo. Este enfoque genera un entorno de aprendizaje más equitativo y enriquecedor, donde los estudiantes se sienten motivados y respaldados para explorar conceptos matemáticos complejos (Gairín,1987)

Sin embargo, la integración de los lineamientos del Programa Nacional y del Bachillerato Internacional presenta desafíos significativos. Si bien la enseñanza de Matemáticas en este nivel es crucial para el éxito académico en la educación superior, la combinación de ambos programas impone exigencias adicionales tanto para docentes como para estudiantes. La falta de actualización docente, la escasa capacitación continua y el uso predominante de metodologías tradicionales dificultan la enseñanza. A esto se suman las brechas en los conocimientos previos de los estudiantes, lo que obstaculiza la construcción de nuevos aprendizajes

La Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" se ha convertido en un referente en la transformación del aprendizaje matemático mediante la implementación de programas innovadores. Este centro educativo integra metodologías activas, como el aprendizaje basado en proyectos y la enseñanza colaborativa, con el uso de herramientas tecnológicas avanzadas. Su principal objetivo es no solo mejorar las competencias académicas de los estudiantes, sino también promover el desarrollo de habilidades como la creatividad y el razonamiento crítico.

De esta manera, la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" demuestra que la innovación y la colaboración son elementos esenciales para enfrentar los retos del sistema educativo contemporáneo, promoviendo una enseñanza que responda a las necesidades actuales de la sociedad y del aprendizaje.

1.2. Preguntas de investigación

¿Cómo estaría diseñada una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje sobre los límites, en el área de matemáticas, desde el enfoque de aprendizaje colaborativo dirigido a

estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025?

¿Cuál es la situación actual referida al aprendizaje sobre los límites en el área de matemáticas, que evidencian los estudiantes de Primer Año Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025?

¿Cuáles son las estrategias didácticas que emplean los docentes en el área de matemáticas, con los estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general.

Diseñar una propuesta para el fortalecimiento sobre los límites desde el enfoque de aprendizaje colaborativo dirigido a estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025

1.3.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar la situación actual referida al aprendizaje sobre los límites que evidencien la situación actual de los estudiantes de Primero Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025
- Analizar las estrategias didácticas que emplean los docentes de Primer Año de Bachillerato sobre la enseñanza de los limites en la unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025
- Programar los componentes de una propuesta para fortalecer el aprendizaje sobre los límites desde el enfoque de aprendizaje colaborativo dirigido a estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito, para el año 2024-2025.

1.4. Justificación

Estudios recientes han evidenciado que el bajo desempeño en matemáticas está estrechamente vinculado a la persistencia de métodos de enseñanza tradicionales que carecen de conexión con la vida cotidiana de los estudiantes (Breda, 2020). Por esta razón, es fundamental implementar prácticas pedagógicas integrales que motiven a los alumnos a participar activamente en su proceso de aprendizaje, permitiéndoles abordar los contenidos de manera más significativa y efectiva (Baumann, 2021). No obstante, aún existe una falta de propuestas concretas que enfoquen la enseñanza de conceptos complejos, como los límites, desde perspectivas innovadoras.

La enseñanza de las matemáticas, históricamente percibida como un desafío para los estudiantes, sigue generando estrés y rechazo debido a la complejidad de sus contenidos (Villamizar et al., 2020). En particular, conceptos clave como los límites presentan un alto grado de abstracción, lo que dificulta su comprensión y su integración en el aprendizaje de temas más avanzados. Estas dificultades resaltan la necesidad de replantear las estrategias de enseñanza a través de enfoques pedagógicos innovadores que fomenten la participación del estudiante.

Entre estas estrategias, el aprendizaje colaborativo se presenta como una alternativa prometedora, ya que facilita la interacción entre los estudiantes y promueve la construcción conjunta del conocimiento. Sin embargo, para ser verdaderamente efectivo, este enfoque no solo debe alinearse con los lineamientos curriculares, sino también adaptarse de manera flexible a las particularidades de cada contexto educativo.

Esta propuesta se centra en el desarrollo de una metodología didáctica basada en el aprendizaje colaborativo para fortalecer la comprensión de los límites en matemáticas. A través de este enfoque, se busca fomentar el trabajo en equipo, facilitar el intercambio de

ideas y crear un entorno donde los estudiantes resuelvan problemas de manera conjunta, potenciando tanto sus conocimientos matemáticos como puedan sus habilidades sociales.

El éxito de esta metodología depende en gran medida de una planificación docente. Según Hernández (2020), una clase sin objetivos claros puede generar desmotivación, distracción y falta de interés en los estudiantes. Este aspecto es especialmente crítico en la enseñanza de temas como los límites, que requieren un análisis detallado, atención sostenida y práctica significativa. En respuesta a esta problemática, la presente propuesta ofrece herramientas prácticas y lineamientos concretos para que los docentes transformen sus dinámicas de aula y generen experiencias de aprendizaje más inclusivas y motivadoras.

La motivación de esta investigación radica en las barreras firmes que enfrentan los estudiantes al aprender sobre los límites (Artigue, 2009) y en la necesidad de explorar enfoques que no solo facilitan su comprensión, sino que también promueven su retención a largo plazo. En este sentido, el aprendizaje colaborativo se presenta como una estrategia efectiva, ya que permite a los estudiantes aprender en un ambiente de apoyo mutuo, compartir estrategias y reforzar colectivamente su entendimiento (Fauzan, Slettenhaar & Plomp, 2002).

Por último, esta propuesta responde a las exigencias de un sistema educativo en constante transformación, donde habilidades como el pensamiento crítico, la colaboración y la adaptación son fundamentales.

Integrar el aprendizaje colaborativo en la enseñanza de los límites no solo favorece una comprensión conceptual más profunda, sino que también convierte el aula en un espacio dinámico e interactivo que impulsa el desarrollo integral de los estudiantes (Garrison & Vaughan, 2008). De este modo, se busca contribuir significativamente al campo de la educación matemática, proporcionando herramientas eficaces para optimizar tanto la práctica docente como los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

De acuerdo con Arnon et al. (2019), en su obra *APOS (Acción, Proceso, Objeto y Esquema): Un marco para la investigación y el desarrollo curricular en educación matemática*, se presenta un modelo teórico que permite analizar cómo los estudiantes desarrollan su comprensión de los límites. Este enfoque enfatiza la importancia de diseñar actividades secuenciales y estructuradas que faciliten la transición del pensamiento procedimental a una comprensión más estructural del concepto. Así, se resalta la necesidad de implementar estrategias didácticas que promuevan una construcción progresiva del conocimiento matemático, adaptándose a las distintas etapas del aprendizaje.

El estudio de los límites en matemáticas ha sido objeto de numerosas investigaciones debido a su papel fundamental en el cálculo y otras ramas avanzadas de la disciplina. Los límites son esenciales para comprender conceptos como continuidad, derivadas e integrales, y su enseñanza representa un desafío debido a su naturaleza abstracta. La investigación ha demostrado que su correcta asimilación requiere un desarrollo cognitivo significativo, así como un enfoque didáctico que integre representaciones múltiples y herramientas tecnológicas (Arnon et al., 2019, p. 128).

En este sentido, Dogan, Çakıroğlu y Özyurt (2021), en su estudio Los efectos de la visualización mejorada por la tecnología en el aprendizaje de límites y continuidad en cálculo, destacan que el uso de tecnologías interactivas, como GeoGebra, facilita significativamente la comprensión de conceptos como los límites. Sus hallazgos indican que la visualización asistida por ordenador mejora la capacidad de los estudiantes para interpretar y analizar estos conceptos matemáticos, al brindarles herramientas que les permiten explorar, ajustar y experimentar por sí mismos las propiedades funcionales relacionadas.

Además, las herramientas tecnológicas permiten representar de manera intuitiva el comportamiento de las funciones a medida que se aproximan a un valor límite, lo que facilita la construcción de una comprensión más sólida de estos conceptos. Lejos de ser un apoyo superficial, estas tecnologías favorecen un aprendizaje profundo y significativo, ya que involucran activamente a los estudiantes en el proceso de descubrimiento y análisis. En lugar de generar dependencia o pasividad, como a veces se teme, estas herramientas inspiran curiosidad y refuerzan el conocimiento, logrando que los estudiantes retengan los conceptos de manera duradera.

De manera similar, Biza, Nardi y Zachariades (2020), en su informe final titulado Representaciones en la enseñanza y el aprendizaje de límites, sostienen que los estudiantes adquieren una mejor preparación para comprender los límites cuando participan en discusiones grupales y abordan problemas abiertos que requieren una exploración más profunda de estos conceptos. La discusión en grupo y los problemas abiertos juegan un papel crucial al fomentar una comprensión intuitiva y conectada de los límites, distanciándose de enfoques puramente algorítmicos.

Asimismo, destacan que el aprendizaje de los límites se ve significativamente favorecido por estrategias pedagógicas que integren la resolución de problemas y la colaboración. Estos métodos no solo mejoran la capacidad de los estudiantes para aplicar los conceptos, sino que también promueven una comprensión más completa y relacional, favoreciendo un aprendizaje más significativo y duradero.

Por otro lado, el aprendizaje colaborativo ha ganado relevancia como un enfoque eficaz para la enseñanza de las matemáticas. Según Gillies (2022), en su tesis Aprendizaje Cooperativo: Fundamentos Teóricos e Implicaciones Prácticas, este método fomenta las interacciones sociales y el intercambio de ideas, elementos clave para el desarrollo del pensamiento crítico y las habilidades de resolución de problemas.

En un entorno de aprendizaje colaborativo, los estudiantes trabajan juntos para abordar problemas complejos, lo que implica discutir y debatir diversos enfoques y posibles soluciones. Este tipo de interacción no solo mejora la comprensión individual de los conceptos, sino que también contribuye a la formación de una comunidad de aprendizaje en la que el conocimiento se construye de manera colectiva. Además, este enfoque refuerza no solo las habilidades académicas, sino también las competencias sociales necesarias para el aprendizaje colaborativo.

Las investigaciones recientes han confirmado los beneficios del aprendizaje colaborativo, incluso en contextos de limitaciones computacionales y de instrucción. Tran y Lewis (2020), en su tesis Aprendizaje colaborativo en cálculo: El papel de la interacción y la orientación entre pares, descubrieron que los estudiantes que participaron en actividades de aprendizaje colaborativo recordaban mejor los conceptos y eran más capaces de aplicar lo aprendido a situaciones nuevas. Este enfoque promueve un ambiente de aprendizaje positivo en el que los estudiantes se sienten apoyados por sus compañeros y motivados para profundizar su comprensión de los límites.

Por lo tanto, combinar el aprendizaje de los límites con técnicas de aprendizaje cooperativo no solo mejora la comprensión conceptual, sino que también prepara a los estudiantes para resolver problemas matemáticos más complejos en el futuro

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Enfoque aprendizaje colaborativo

2.2.1.1 Historia

Según Vygotsky (1978), "El aprendizaje colaborativo fomenta la interacción entre pares, lo que resulta en un enriquecimiento mutuo del conocimiento y habilidades" (p. 86). Es fundamental reconocer que el éxito del aprendizaje colaborativo está estrechamente vinculado a la forma en que se lleva a cabo. Es esencial que los grupos estén equilibrados en cuanto a las habilidades de sus miembros y que se establezcan estructuras claras para la colaboración. Además, los docentes deben ofrecer la orientación y el respaldo necesarios para garantizar que todos los estudiantes participen activamente y obtengan beneficios significativos de la experiencia.

Por otro lado, Slavin (1991) señala que el enfoque de aprendizaje colaborativo, tal como lo conocemos hoy en día, comenzó a tomar forma en la década de 1970, cuando investigadores como Slavin y Sharan empezaron a estudiar y promover metodologías específicas que implicaban a los estudiantes trabajando en grupos pequeños para alcanzar objetivos educativos comunes. Estos investigadores descubrieron que, cuando se implementaba correctamente, el aprendizaje colaborativo no solo mejoraba los resultados académicos, sino que también fomentaba el desarrollo de habilidades sociales y la cohesión del grupo. Estos estudios fueron clave para establecer el aprendizaje colaborativo como una práctica pedagógica eficaz y valiosa en diversos contextos educativos.

A pesar de estos avances, investigadores como Johnson y Johnson (1989) señalan que el aprendizaje colaborativo tiene sus raíces en los principios de la educación progresista promovidos por educadores como John Dewey a principios del siglo XX. Dewey argumentó que la educación no es solo una preparación para la vida futura, sino que es la vida misma. En este sentido, propuso un enfoque de aprendizaje activo y participativo, donde los estudiantes

trabajaran juntos para resolver problemas y construir conocimiento de manera conjunta. Este enfoque contrasta con el modelo tradicional de enseñanza, en el que el maestro es la fuente principal de conocimiento y los estudiantes son receptores pasivos.

2.2.1.2 Definición

Así mismo, Gerlach (1994) sostiene que "El concepto de aprendizaje colaborativo está estrechamente relacionado con la teoría de la zona de desarrollo próximo de Vygotsky, que destaca la importancia de la interacción social en el aprendizaje" (p. 32). La teoría de Vygotsky y el aprendizaje colaborativo subrayan la relevancia de la interacción social en el proceso de aprendizaje. Es fundamental abordar de manera crítica los desafíos y limitaciones que pueden surgir en la práctica, con el fin de maximizar su efectividad.

Según Dillenbourg (1999), "El aprendizaje colaborativo se refiere a metodologías y entornos en los que los estudiantes se involucran en una tarea de aprendizaje en común, donde cada uno depende del éxito del otro" (p. 5). El éxito del aprendizaje colaborativo no solo depende de la realización de una tarea compartida, sino también de la correcta asignación de roles, la definición clara de los objetivos de aprendizaje y la equidad en la participación de cada estudiante. La calidad de la interacción entre los estudiantes es crucial para un intercambio efectivo de conocimientos y habilidades. Además, la presencia de un liderazgo compartido y la existencia de normas claras de colaboración pueden mejorar significativamente los resultados del aprendizaje colaborativo.

En consecuencia, Bruffee (1995) señala que "El aprendizaje colaborativo implica la participación de los estudiantes en el proceso educativo mediante la cooperación y el trabajo en equipo". Este modelo de aprendizaje se diferencia del enfoque tradicional, en el que el maestro es la figura central, porque los estudiantes son corresponsables tanto de su aprendizaje como del de sus compañeros. El trabajo colaborativo facilita la construcción de

conocimientos, donde cada miembro del grupo aporta sus habilidades, experiencias y conocimientos previos para resolver problemas y alcanzar objetivos comunes.

2.2.1.3 Características

Según Serrano (2020), una de las características primordiales del aprendizaje colaborativo es que "Los estudiantes que participan en aprendizaje colaborativo tienden a demostrar un mayor nivel de comprensión y retención de la información" (p. 87). Esta interacción activa fomenta una comprensión más profunda y duradera de los temas, ya que los estudiantes están involucrados en un proceso de construcción conjunta del conocimiento. Además, al explicar y debatir ideas con sus compañeros, refuerzan su comprensión y consolidan su aprendizaje de manera significativa.

Por otro lado, Martínez (2018) señala que "Investigaciones recientes han demostrado que el aprendizaje colaborativo no solo mejora el rendimiento académico de los estudiantes, sino que también contribuye a su crecimiento personal. Los estudiantes aprenden a valorar las perspectivas de sus compañeros, desarrollan habilidades de comunicación efectiva y se sienten más motivados para participar activamente en su propio proceso de aprendizaje" (p. 120).

Participar en actividades colaborativas no solo implica la adquisición de conocimientos, sino también el desarrollo de habilidades esenciales para la vida, como el trabajo en equipo, la comunicación efectiva y la apreciación de diversas perspectivas. Este enfoque no solo amplía la comprensión de los temas, sino que también ofrece la oportunidad de adoptar una mentalidad abierta y receptiva hacia las ideas de los demás. Además, al experimentar una mayor motivación y compromiso con el proceso de aprendizaje, los estudiantes cultivan un sentido de responsabilidad y autonomía en su educación, lo que repercute positivamente en su crecimiento personal y académico a largo plazo.

2.2.1.4 Estrategias didácticas

Así mismo, Johnson & Johnson (2019) menciona que "El aprendizaje colaborativo fomenta el desarrollo de habilidades interpersonales y de trabajo en equipo" (p. 15). Este enfoque no solo enriquece la comprensión de los conceptos, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos del mundo real, en un entorno laboral cada vez más colaborativo y orientado al trabajo en equipo.

Por otro lado, Hernández (2019) resalta que "El uso de herramientas tecnológicas en el aprendizaje colaborativo facilita la comunicación y la coordinación entre los estudiantes" (p. 58). La integración de la tecnología en el aprendizaje colaborativo no solo optimiza la eficacia de la enseñanza, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos del trabajo en equipo en entornos modernos y globalizados.

Asimismo, Rodríguez (2020) menciona que las estrategias didácticas más efectivas para el aprendizaje colaborativo incluyen los debates estructurados, las discusiones en grupos pequeños y los proyectos basados en problemas. Estas técnicas no solo fomentan el pensamiento crítico y la resolución de problemas, sino que también promueven un sentido de comunidad y colaboración entre los estudiantes.

Por último, el aprendizaje colaborativo puede ser potenciado mediante la implementación de estrategias como el aprendizaje basado en proyectos (ABP), el aprendizaje entre pares y las técnicas de rompecabezas. Estas metodologías no solo ayudan a los estudiantes a construir conocimiento de manera conjunta, sino que también desarrollan habilidades esenciales como la comunicación, la negociación y la toma de decisiones (García, 2021).

2.2.1.5 Clasificación

Según Martínez, S. (2018), "Existen tres tipos principales de aprendizaje colaborativo: en parejas, en grupos pequeños y en grandes equipos" (p. 45). Aunque los tres tipos de

aprendizaje colaborativo presentan sus beneficios y obstáculos, la decisión sobre el enfoque más adecuado dependerá de los objetivos de aprendizaje específicos, las preferencias de los estudiantes y el entorno educativo. Es fundamental que los educadores elijan la modalidad de aprendizaje colaborativo que mejor se ajuste a las necesidades y características de sus estudiantes, además de brindar el apoyo y la guía necesarios para asegurar una experiencia de aprendizaje valiosa y efectiva.

Por otra parte, Gómez, L., & Rodríguez, P. (2021) mencionan "El aprendizaje colaborativo puede clasificarse en formal, informal y basado en proyectos" (p. 112). Por lo tanto, es fundamental que los docentes seleccionen y adapten estratégicamente estos enfoques según las necesidades específicas de sus estudiantes y los resultados de aprendizaje deseados. Además, la combinación de elementos de aprendizaje formal, informal y basado en proyectos puede ofrecer una experiencia de aprendizaje más completa y enriquecedora para los estudiantes, promoviendo una comprensión más profunda y duradera de los contenidos.

2.2.1.6 Aspectos asociados.

Uno de los aspectos asociados al enfoque de aprendizaje colaborativo es que "la comunicación efectiva es un factor crucial para el éxito del aprendizaje colaborativo" (Bruffee, K. A., 1995, p. 45). Además, es esencial reconocer que el aprendizaje colaborativo no es la solución ideal en todos los contextos educativos y que su implementación exitosa requiere un análisis cuidadoso de las necesidades y características de los estudiantes, así como del contexto específico de enseñanza y aprendizaje. En resumen, si bien el enfoque de Bruffee es valioso, es importante complementarlo con una consideración integral de los múltiples factores que influyen en el aprendizaje colaborativo.

Para finalizar, los factores asociados al aprendizaje colaborativo incluyen la diversidad de habilidades y conocimientos entre los miembros del grupo, la calidad de la comunicación interpersonal y el nivel de compromiso y responsabilidad compartida. Estos

elementos no solo facilitan el proceso de aprendizaje, sino que también promueven un entorno de apoyo mutuo y colaboración efectiva, lo que resulta en un mejor rendimiento académico y desarrollo personal (Dillenbourg, P., 1999).

2.2.2 Limites matemáticos

2.2.2.1 Historia

Según Boyer y Merzbach (2011), la historia del concepto de límite, tal como se entiende en el análisis moderno, tiene sus raíces en la Antigua Grecia con la teoría de las proporciones de Eudoxo y el método de exacción de Arquímedes. Estos métodos permitieron a los matemáticos antiguos aproximar el área de figuras curvilíneas y calcular volúmenes de sólidos complejos.

"El desarrollo del concepto de límite fue esencial para la formalización del cálculo diferencial e integral en el siglo XVII, especialmente en los trabajos de Newton y Leibniz" (Edwards, C., 1979, p. 156).

De este modo, el concepto de límite no solo representa una herramienta técnica esencial, sino también un símbolo del avance de las matemáticas como una disciplina que combina intuición, abstracción y precisión en su búsqueda por entender los fenómenos. Este desarrollo no solo permitió consolidar el rigor matemático, sino también expandir el alcance del cálculo a áreas más abstractas y complejas.

Según Johnson, R. (2011), el origen del concepto de límite refleja el progreso de las matemáticas desde la geometría clásica hasta el análisis moderno. Inicialmente, el concepto de límite estaba implícito en las aproximaciones geométricas utilizadas por antiguos matemáticos griegos como Arquímedes para calcular áreas y volúmenes. Sin embargo, fue con el advenimiento del cálculo en los siglos XVII y XVIII que el concepto de límite se formalizó y se convirtió en una herramienta fundamental para el estudio de funciones y la resolución de problemas en física y otras ciencias. Desde entonces, el concepto de límite ha

experimentado una evolución continua, enriqueciendo tanto la teoría matemática como su aplicación en diversos campos del conocimiento humano (p. 45).

"El concepto de límite ha sido central en el desarrollo del cálculo y el análisis matemático. Su evolución puede rastrearse hasta los trabajos pioneros de matemáticos como Newton y Leibniz en el siglo XVII, quienes utilizaron métodos infinitesimales para resolver problemas de tangentes y áreas. Sin embargo, fue en el siglo XIX cuando matemáticos como Cauchy y Weierstrass formalizaron el concepto de límite mediante la noción de ε-δ, estableciendo así las bases para un tratamiento riguroso del análisis. Estos avances históricos no solo han impulsado el desarrollo teórico del cálculo, sino que también han influido en su enseñanza y aprendizaje a lo largo de los años, proporcionando a los estudiantes herramientas conceptuales sólidas para comprender el comportamiento de las funciones en puntos específicos" (Smith, J., 2008, p. 112).

Para Stewart, J. (2016), *"el límite de una función f(x) cuando x se aproxima a un valor c es el número que f(x) se aproxima conforme x se acerca a c. Este concepto es fundamental para el cálculo diferencial e integral"* (p. 67).

2.2.2.2 Definición

Según Grabiner (1983), la definición de límites "Cauchy fue pionero en el uso riguroso del concepto de límite en el análisis, lo que llevó a una mayor precisión en las matemáticas del siglo XIX. Su enfoque riguroso sentó las bases para el desarrollo del análisis moderno" (p. 34).

Este enfoque riguroso transformó la enseñanza y la comprensión de las matemáticas, estableciendo una base sólida para el desarrollo de teorías y aplicaciones más avanzadas. En particular, la definición formal del límite introducida por Cauchy marcó un punto de inflexión en la historia del análisis matemático.

Del mismo modo, Wilson, A. (2012) define los límites de la siguiente manera: “En términos matemáticos, decimos que el límite de f(x) cuando x tiende a un valor c es L si para cada $\varepsilon > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que cuando $0 < |x - c| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$. Esta definición es crucial en el cálculo porque proporciona una manera de manejar situaciones donde las funciones no se comportan de manera continua en todos los puntos. Por ejemplo, podemos analizar el comportamiento de las funciones en puntos donde podrían tener discontinuidades o comportamientos asintóticos, lo cual es fundamental para el desarrollo del análisis y para aplicaciones en física y otras ciencias" (p. 35).

Según Wilson, la definición rigurosa de límites es fundamental para el avance del análisis matemático y sus aplicaciones. Este enfoque no solo resuelve problemas teóricos, sino que también impacta directamente en la solución de problemas prácticos en diversas ciencias. En resumen, la definición de límites es esencial en el cálculo y el análisis matemático, proporcionando las bases para un entendimiento profundo y aplicaciones en ciencia e ingeniería.

2.2.2.3 Características

Según García, R. (2018), una de las características fundamentales del concepto de límite es su capacidad para describir el comportamiento de una función cerca de un punto específico, sin necesidad de que la función esté definida en ese punto. Esto permite el análisis detallado de funciones en puntos de discontinuidad y la identificación de comportamientos asintóticos. La definición formal mediante ε-δ proporciona una precisión rigurosa que es esencial para el desarrollo del análisis matemático y sus aplicaciones en diversas disciplinas científicas y de ingeniería.

De igual manera, Wilson, A. (2012) rememora que los límites también se caracterizan por su capacidad para gestionar comportamientos infinitesimales y situaciones de cambio continuo. Esta propiedad es crucial en el cálculo diferencial e integral, donde los límites se

utilizan para definir derivadas e integrales. La comprensión de los límites permite a los estudiantes y profesionales abordar problemas complejos que involucran tasas de cambio y áreas bajo curvas, lo cual es esencial en campos como la física, la economía y la ingeniería.

Según Martínez (2015), *"Los límites permiten analizar el comportamiento de funciones en puntos de discontinuidad, proporcionando una herramienta esencial para el estudio de la continuidad"* (p. 54). Los límites brindan una herramienta poderosa para explorar cómo se comportan las funciones en puntos críticos. Esto no solo ayuda en la identificación de discontinuidades, sino que también es fundamental para entender los límites de funciones complejas.

Thompson, K. (2018) señala que una característica fundamental del concepto de límite es su capacidad para describir el comportamiento de una función en valores que pueden no estar definidos dentro del dominio de la función misma. Por ejemplo, los límites son utilizados para entender el comportamiento de funciones en puntos de discontinuidad o en el infinito. Esto es crucial en el análisis matemático porque permite extender el concepto de función más allá de su definición elemental, proporcionando herramientas para el estudio de fenómenos como las series y las integrales impropias. La precisión de los límites, a través de la definición ε-δ, asegura que estos análisis sean rigurosos y exactos.

2.2.2.4 Estrategias didácticas

Martínez, L. y Pérez, A. (2016) destacan que enseñar el concepto de límite puede ser un desafío debido a su naturaleza abstracta. Sin embargo, utilizando estrategias didácticas como el aprendizaje colaborativo y el uso de software de visualización matemática, los estudiantes pueden desarrollar una comprensión más profunda. El aprendizaje colaborativo, en particular, permite a los estudiantes discutir y resolver problemas en grupo, facilitando el intercambio de ideas y el aprendizaje de diferentes enfoques para resolver problemas de

límites. Estas estrategias no solo mejoran la comprensión, sino que también fomentan habilidades de trabajo en equipo y pensamiento crítico.

Las estrategias didácticas para enseñar límites deben incluir el uso de ejemplos concretos y aplicaciones prácticas. Por ejemplo, los profesores pueden utilizar problemas del mundo real, como el análisis de velocidades instantáneas y aceleraciones en física, para ilustrar cómo los límites son utilizados para describir cambios continuos (Hernández, F., 2019). Además, el uso de tecnologías digitales, como simulaciones y software interactivo, puede ayudar a los estudiantes a visualizar conceptos abstractos y a experimentar con funciones y sus límites de manera dinámica e intuitiva.

2.2.2.5 Clasificación

López, D. (2013) menciona que "Los límites pueden clasificarse en varios tipos, dependiendo del contexto y el enfoque del problema. Los límites laterales, por ejemplo, consideran el comportamiento de una función a medida que se aproxima a un punto desde un solo lado (izquierda o derecha). Los límites infinitos describen el comportamiento de una función a medida que su argumento tiende hacia infinito positivo o negativo. Esta clasificación es útil para analizar diferentes tipos de comportamientos en funciones y es esencial en el estudio de la continuidad, derivadas e integrales" (pág. 45).

Esta clasificación no solo es útil para comprender el comportamiento de las funciones en diferentes situaciones, sino que también sienta las bases para conceptos más avanzados en cálculo, como las derivadas e integrales. En resumen, la capacidad de clasificar los límites de esta manera proporciona una herramienta conceptual poderosa que facilita el análisis y la comprensión de las funciones en diversos contextos matemáticos y científicos.

Asimismo, Torres, S. (2014) señala que "La clasificación del aprendizaje de los límites incluye enfoques intuitivos y formales, así como niveles de abstracción desde lo básico hasta lo avanzado" (p. 45).

Mientras que la inclusión de enfoques intuitivos y formales en la enseñanza de límites es esencial, es importante que estos enfoques se integren de manera coherente para promover una comprensión profunda y duradera de los conceptos

2.2.2.6 Factores asociados

Torres, S. (2014) señala que "Otra clasificación importante es la de los límites al infinito y los límites en el infinito. Los primeros se refieren a los valores a los que se aproxima una función cuando la variable independiente tiende a un valor finito, mientras que los segundos describen el comportamiento de una función cuando la variable independiente tiende a infinito. Esta clasificación es fundamental para el análisis de funciones racionales, exponenciales y logarítmicas, proporcionando una comprensión más completa."

Según García (2018), un factor clave en el aprendizaje de los límites es "La motivación intrínseca de los estudiantes, especialmente su interés genuino en las matemáticas, que es un factor determinante en su éxito al aprender límites" (pág. 33). Aunque la motivación intrínseca es un factor crucial, no es el único que influye en el éxito del aprendizaje de límites. Es importante reconocer que la motivación también puede ser influenciada por factores externos, como la calidad de la enseñanza, el entorno de aprendizaje y las expectativas académicas.

Según Hernández (2015), "La capacidad de los estudiantes para comprender el concepto de límite está significativamente influenciada por su nivel de pensamiento matemático previo y sus habilidades en álgebra y funciones. Los estudiantes que han desarrollado una comprensión sólida de estos temas fundamentales tienden a abordar los límites con mayor facilidad. Además, el uso de herramientas visuales y gráficas facilita la transición desde una comprensión intuitiva a una comprensión más formal y rigurosa de los límites."

Por otro lado, López (2013) menciona que "La ansiedad matemática afecta negativamente el aprendizaje de los límites, impidiendo que los estudiantes se concentren y comprendan conceptos abstractos" (p. 45). Si bien la observación de López sobre la ansiedad matemática es crucial, sería útil que proporcionara estrategias específicas para abordar este problema. Identificar la ansiedad matemática es el primer paso, pero es igualmente importante ofrecer soluciones prácticas y efectivas para ayudar a los estudiantes a superarla. Además, sería valioso profundizar en cómo los educadores pueden crear un entorno de aprendizaje que sea más propicio para reducir la ansiedad matemática y promover la confianza en los estudiantes. Esto podría incluir la implementación de técnicas de enseñanza que fomenten la participación, el uso de ejemplos relevantes y significativos.

2.2.2.7 Como aprenden limites los estudiantes

Enseñar el concepto de límite a estudiantes de 14 a 15 años, que generalmente están en el primer curso de bachillerato, puede ser todo un reto. Esto se debe a que, en esta etapa, están pasando de un pensamiento más concreto a uno más abstracto, lo que hace que conceptos como la continuidad y la aproximación sean difíciles de entender.

Una de las mejores formas de enseñarles este concepto tan abstracto es a través de representaciones visuales y gráficas. Según Piaget (1972), los adolescentes ya tienen la capacidad de trabajar con ideas abstractas y manipular símbolos, pero para lograr una comprensión sólida, necesitamos conectar esas ideas con experiencias concretas que ellos puedan visualizar. Usar gráficos de funciones y observar cómo sus valores se aproximan a un número específico, sin necesariamente llegar a él, es una manera eficaz de que entiendan la idea de límite de forma más intuitiva.

Además, el enfoque constructivista, que pone al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje, es clave aquí. Vygotsky (1978) nos recuerda que el aprendizaje se enriquece cuando los estudiantes interactúan, debaten y resuelven problemas juntos. Cuando los

estudiantes trabajan en grupo, pueden compartir sus ideas, resolver dudas y aprender de las perspectivas de los demás, lo que fortalece su comprensión. Investigaciones, como las de Fennema y Franke (1992), muestran que este tipo de trabajo colaborativo facilita el desarrollo de una comprensión más profunda y duradera del concepto de límite.

Es importante que la enseñanza del límite se haga de manera gradual. Los profesores pueden empezar con ejemplos sencillos, como el concepto de "aproximación", y poco a poco introducir las definiciones más formales. Stewart (2015) enfatiza que esta transición de lo empírico a lo formal debe hacerse con calma, de manera que los estudiantes puedan conectar lo que experimentan en la práctica con la teoría matemática que están aprendiendo.

Ejemplos prácticos, como los problemas de aproximación con fracciones o analizar cómo se comportan las funciones en puntos de discontinuidad, son perfectos para esta etapa. De esta manera, los estudiantes no solo entienden el concepto de límite, sino que también desarrollan una visión más amplia y profunda de cómo funciona el cálculo en el mundo real.

2.3 Bases legales

La Constitución de la República del Ecuador (2008) establece el derecho universal a una educación de calidad y promueve un sistema educativo inclusivo y diverso que fomente el aprendizaje integral y el desarrollo de las habilidades de los estudiantes. En su artículo 26, se establece que "toda persona tiene derecho a una educación gratuita, inclusiva y de calidad en todos los niveles", lo que da marco legal para la implementación de enfoques pedagógicos innovadores como el aprendizaje colaborativo, que favorece la participación de los estudiantes en su proceso educativo.

La Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), aprobada en 2011, establece las directrices para la organización del sistema educativo ecuatoriano, y en su artículo 17 promueve el aprendizaje activo, participativo y colaborativo como métodos para fortalecer los procesos educativos. La ley también resalta la importancia de integrar diversas formas de

conocimiento, lo que permite aplicar enfoques pedagógicos como el aprendizaje colaborativo en la enseñanza de las matemáticas, incluyendo temas complejos como los límites en el cálculo.

l Plan Nacional para el Buen Vivir (PNBV), formulado por el gobierno ecuatoriano, tiene como uno de sus objetivos la mejora de la calidad educativa mediante el fomento de metodologías activas y participativas. En el ámbito de la educación, el PNBV promueve que los estudiantes desarrollen competencias no solo académicas, sino también sociales y cognitivas, que son esenciales para el aprendizaje colaborativo. Esta perspectiva está alineada con la enseñanza de conceptos matemáticos como los límites, donde la interacción entre estudiantes facilita una mejor comprensión del contenido

El Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes establece las normas y procedimientos para la evaluación del desempeño de los estudiantes en el sistema educativo ecuatoriano. En su artículo 11, se fomenta el uso de evaluaciones formativas y colaborativas, lo que es coherente con la propuesta de aprendizaje colaborativo para la enseñanza de los límites. Este enfoque permite evaluar no solo el conocimiento individual, sino también la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo y resolver problemas de forma conjunta.

De acuerdo con las normativas del Ministerio de Educación de Ecuador, se promueve la aplicación de enfoques pedagógicos modernos que favorezcan el trabajo colaborativo entre estudiantes. En la educación secundaria, estos enfoques son esenciales para el desarrollo de competencias matemáticas en áreas como cálculo y álgebra, en las cuales el aprendizaje colaborativo puede facilitar la comprensión de conceptos complejos como el límite

En el ámbito internacional, los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), particularmente el ODS 4, buscan garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad. En este contexto, el aprendizaje colaborativo se presenta como una metodología clave para alcanzar estos objetivos, al promover la cooperación, la comunicación y la resolución

conjunta de problemas entre los estudiantes. El ODS 4 resalta la necesidad de metodologías activas que fortalezcan las competencias de los estudiantes para enfrentar desafíos en el mundo real.

CAPITULO III

METODOLOGÍA

3.1 Diseño de la investigación

Según Hurtado (2012) " el diseño se refiere a donde y cuando se recopila la información, así como la amplitud de la información a recopilar, de modo que se puede dar respuesta a la pregunta de investigación de la forma más idónea posible"(pág. 155). La presente investigación en cuanto a la fuente corresponde a un diseño de campo, ya que la información se recogerá en un ambiente natural de fuentes vivas, dentro de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito para el año 2024-2025. Así mismo en cuanto a la temporalidad se realizará a través de un diseño contemporáneo transeccional debido a que los investigadores centraran la atención en un evento actual, que ocurre en el presente y en un momento único en el tiempo. Por último, en cuanto a la amplitud de foco se desarrollará el diseño multivariable debido a que el estudio está orientado a varios eventos de acuerdo a los objetivos específicos primero se realizara un diagnóstico de la situación actual referida al aprendizaje de los límites, luego se describe las estrategias que emplean los docentes y finalmente se plantearan los componentes para la propuesta pedagógica.

3.2 Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo proyectiva. "La investigación proyectiva tiene como objetivo principal proponer soluciones a problemas específicos mediante el diseño y desarrollo de proyectos" (Hurtado Barrera, 2000, p. 123). Esta investigación requiere un estudio previo de las necesidades y falencias que tienen los estudiantes, con el fin de proponer soluciones de cambio para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ante el escaso aprendizaje de los límites, se diseñará una propuesta para fortalecer el aprendizaje sobre los límites desde el enfoque de aprendizaje colaborativo, dirigida a estudiantes de

primer año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo", en la ciudad de Quito, para el año 2024-2025.

3.3 Unidades de estudio.

Según Hurtado (2010)" las unidades de estudio son las entidades (personas, objetos, regiones, instituciones, documentos, plantas, animales, productos,) que poseen el evento de estudio"(pag.691). En la presente investigación participaran como unidades de estudio una población conocida de estudiantes y docentes, definiendo como población al "conjunto de seres que poseen la características o evento a estudiar y que se enmarcan en el criterio de inclusión"(Hurtado,2010, pag.691). Se tomará en cuenta a los 1 paralelos de primer año BGU siendo un total de 24 estudiantes, y a un docente que imparten la materia de matemática de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" en la ciudad de Quito año Electivo 2024-2025.

3.4 Técnica e instrumentos para la recolección de información

La técnica es la encuesta para los estudiantes y para los docentes se aplicar una entrevista, las técnicas son cuestionarios y para la entrevista el guion.

3.4.1 Encuesta

Una encuesta es una técnica de recolección de información que consiste en aplicar una serie de preguntas a una muestra de personas para obtener datos específicos (Hurtado,2012, pag.162)

La técnica se aplicará a través de un cuestionario como instrumento de medición el cual consiste en un conjunto de preguntas relacionadas con el evento de estudio. Así mismo se utilizará la escala tipo Likert la cual "Consiste en una serie de afirmaciones a las que los encuestados responden indicando su nivel de acuerdo o desacuerdo en un rango predefinido, generalmente con opciones que van desde "totalmente en desacuerdo" hasta "totalmente de acuerdo"(Allen, I. E., & Seaman, C. A. 2007, pág. 167). Cada ítem se expresa de forma

ascendente para determinar el grado de frecuencia de la característica planeada y con 4 opciones de respuesta.

3.4.2 Entrevista

Una entrevista es una técnica de recolección de información mediante la interacción entre un entrevistador y un entrevistado. Su objetivo principal es obtener información cualitativa sobre opiniones, experiencias, actitudes o conocimientos. Las entrevistas se utilizan comúnmente en investigaciones cualitativas en áreas como la educación, la sociología, la psicología y el periodismo. (INEGI,2022)

3.5 Técnica análisis de datos.

En el presente estudio se analizará la información utilizando una estadística descriptiva básica, la cual según Black (2019), "la estadística descriptiva incluye procedimientos que permiten describir y resumir los datos de manera efectiva, utilizando medidas como la media, la mediana, la moda, la varianza y la desviación estándar" (p. 45). La organización de los datos se realizará a través de tablas de frecuencia, con su respectiva representación gráfica en diagrama de barras o gráficos circulares y una interpretación de datos de forma holística, que permita tener una visión integral de los resultados, para posteriormente emitir conclusiones y recomendaciones de la investigación, considerando que, se utilizara instrumentos estandarizados en la recolección de datos, la técnica de análisis estadísticos es de tipo cuantitativa.

3.6 MATRIZ DE OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Objetivos Específicos	Variable	Definición Nominal	Dimensiones	Indicadores
Diagnosticar la situación actual referida	Situación actual referida al	Es un instrumento de planificación y	Dimensión cognitiva	Rendimiento académico Dominio de

al aprendizaje sobre los límites que evidencien la situación actual de los estudiantes de Primero Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025	aprendizaje sobre los límites	gestión que permite definir la identidad y los lineamientos estratégicos de una institución educativa, con el propósito de garantizar una educación de calidad		contenido Dominio de destrezas didácticas
			Dimensión pedagógica	Motivación de la materia Acompañamiento pedagógico del docente
			Dimensión social	Disposición para el trabajo entre pares Disposición para el trabajo en equipo
Analizar las estrategias didácticas que emplean los docentes en el	Estrategias didácticas que emplean los docentes en el	Las estrategias didácticas son recursos y técnicas empleados por	Rasgos característicos	Estrategias de enseñanza Actividades de aprendizaje Recursos de

aprendizaje sobre los límites que evidencien la situación actual de los estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" en la ciudad de Quito, para el año electivo 2024-2025	aprendizaje sobre los limites	los docentes para optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades, estilos de aprendizaje y contextos educativos de los estudiantes.		aprendizaje
			Técnicas de aprendizaje	Técnicas y métodos Técnicas de evaluación
			Técnica de aprendizaje	Técnicas y métodos Técnicas de evaluación
			Ejecución	Contenido Estrategias didácticas Actividades de aprendizaje Recursos didácticos
			Evaluación	Técnicas Instrumentos

CAPITULO IV

4. ANALISIS DE RESULTADOS

Se procede a realizar el estudio de datos obtenidos mediante un análisis estadístico de los mismos, aplicando gráficos. Así se realiza la interpretación de los datos.

4.1 Entrevista al Docente.

La entrevista al docente en esta investigación nos sirve para recoger información valiosa desde la experiencia directa del profesional que está en contacto cotidiano con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Unidad de análisis	Descripción textual	Ideas claves
Enseñanza de los límites y metodologías que emplea	**¿Cuáles considera que son los principales desafíos para enseñar límites en matemáticas?** • La abstracción del concepto, ya que los estudiantes suelen tener dificultades para visualizar qué significa que una función se acerque a un valor. La falta de bases sólidas en álgebra y funciones, lo que dificulta la comprensión de los límites, el miedo o rechazo inicial de los estudiantes hacia	**¿Cuáles considera que son los principales desafíos para enseñar límites en matemáticas?** Los estudiantes suelen enfrentar dificultades para comprender el concepto de límite debido a la abstracción que implica visualizar cómo una función se acerca a un valor. Además, la

	temas avanzados de matemáticas. **¿Existe algún tipo de metodología implementada en el aula clase?** Sí, utilizo una combinación de clases expositivas, ejercicios prácticos y actividades grupales. También incorporo herramientas tecnológicas como GeoGebra para visualizar gráficas y límites. **¿Qué tan familiarizado/a está con el concepto de aprendizaje colaborativo?** Estoy muy familiarizado. He implementado actividades colaborativas en mis clases, como trabajos en grupo, discusiones guiadas y proyectos en equipo. **En una escala de 1 a 5, ¿cómo evaluaría la importancia del aprendizaje colaborativo para la enseñanza de límites en matemáticas?**	falta de bases sólidas en álgebra y funciones complica aún más su aprendizaje. Este desafío se ve agravado por el miedo o rechazo inicial que muchos tienen hacia los temas avanzados de matemáticas. **¿Existe algún tipo de metodología implementada en el aula clase?** Utilizar una combinación de clases expositivas, ejercicios prácticos y actividades grupales para facilitar el aprendizaje. Además, incorporo herramientas tecnológicas como GeoGebra, que permiten visualizar gráficas y límites de manera más clara. **En una escala de 1 a 5, ¿cómo evaluaría la importancia del aprendizaje colaborativo para la enseñanza de límites en**

	Le doy un **5**. El aprendizaje colaborativo fomenta la discusión, el intercambio de ideas y la resolución de problemas en equipo, lo que es especialmente útil para temas abstractos como los límites. **¿Cuál considera que pueda ser una ventaja del aprendizaje colaborativo en la enseñanza de límites en matemáticas?** Los estudiantes pueden explicarse entre sí los conceptos de manera más sencilla, lo que refuerza su comprensión. Además, trabajando en equipo, se fomenta la participación activa y se reduce la ansiedad hacia el tema.	**matemáticas?** Fomenta la discusión, el intercambio de ideas y la resolución de problemas en equipo. Esto resulta especialmente útil para comprender **¿Cuál considera que pueda ser una ventaja del aprendizaje colaborativo en la enseñanza de límites en matemáticas?** El trabajo en equipo permite que los estudiantes se expliquen los conceptos entre sí de manera más sencilla, reforzando así su comprensión. Además, esta dinámica fomenta la participación activa y ayuda a reducir la ansiedad hacia el tema.
Implementación y sugerencias	**¿Qué estrategias colaborativas utiliza o podría utilizar para enseñar límites?**	Para fortalecer la comprensión de los límites, se pueden implementar diversas estrategias

	Trabajos en grupo: Dividir a los estudiantes en equipos para resolver problemas de límites y luego compartir sus soluciones con la clase. Discusiones guiadas: Plantear preguntas desafiantes sobre límites y promover debates en pequeños grupos. Juegos didácticos: Usar juegos de mesa o aplicaciones interactivas que involucren el cálculo de límites. Proyectos colaborativos: Asignar proyectos donde los estudiantes deban investigar aplicaciones reales de los límites y presentarlas en equipo. **¿Qué recursos considera indispensables para implementar un enfoque de aprendizaje colaborativo en la enseñanza de límites?** Herramientas tecnológicas como GeoGebra, Desmos o calculadoras gráficas para visualizar límites. Material impreso con ejercicios y problemas diseñados para trabajos en equipo.	didácticas. Los trabajos en grupo permiten que los estudiantes resuelvan problemas colaborativamente y compartan sus soluciones con la clase. Las discusiones guiadas, mediante preguntas desafiantes, fomentan el debate y el análisis en pequeños grupos. Además, los juegos didácticos, ya sean de mesa o aplicaciones interactivas, ayudan a reforzar el cálculo de límites de manera lúdica. **¿Qué recursos considera indispensables para implementar un enfoque de aprendizaje colaborativo en la enseñanza de límites?** Para facilitar el aprendizaje de los límites, es fundamental contar con herramientas

	Un espacio físico adecuado para que los estudiantes puedan trabajar en grupo de manera cómoda. Guías o rúbricas claras para orientar el trabajo colaborativo. **Una introducción clara y motivadora al concepto de límites, usando ejemplos concretos y aplicaciones reales.** Actividades prácticas y colaborativas que permitan a los estudiantes experimentar con el concepto. Evaluaciones formativas que midan no solo el resultado, sino también el proceso de aprendizaje. Retroalimentación constante para corregir errores y reforzar conceptos.	tecnológicas como GeoGebra, Desmos o calculadoras gráficas, que permiten visualizar su comportamiento. También es importante disponer de material impreso con ejercicios diseñados para el trabajo en equipo. **Una introducción clara y motivadora al concepto de límites, usando ejemplos concretos y aplicaciones reales.** Para mejorar la comprensión de los límites, es esencial implementar actividades prácticas y colaborativas que permitan a los estudiantes experimentar con el concepto. Además, las evaluaciones formativas deben centrarse no solo en el resultado, sino también en el proceso de aprendizaje.
Cometarios	**¿Desea compartir alguna experiencia, sugerencia o comentario**	

adicionales	**adicional sobre este tema?** En mi experiencia, los estudiantes responden muy bien cuando se les muestra la utilidad de los límites en situaciones reales, como en física, economía o ingeniería. Además, el uso de tecnología y el trabajo en equipo les ayuda a perder el miedo al tema y a disfrutar más de las matemáticas.	

Interpretación general.

- Las respuestas reflejan la experiencia de un docente con una sólida formación en matemáticas y una amplia trayectoria en la enseñanza de bachillerato. El profesor reconoce los desafíos inherentes a la enseñanza de límites, como la abstracción del concepto y la falta de bases sólidas en los estudiantes. Sin embargo, también destaca la importancia de metodologías activas, como el aprendizaje colaborativo, para superar estas dificultades.
- El profesor identifica tres desafíos principales: la abstracción del concepto, la falta de bases en álgebra y funciones, y el rechazo inicial de los estudiantes. Estos puntos son cruciales para diseñar una propuesta pedagógica, ya que indican que se necesitan estrategias que simplifiquen la abstracción, refuercen las bases previas y motiven a los estudiantes.

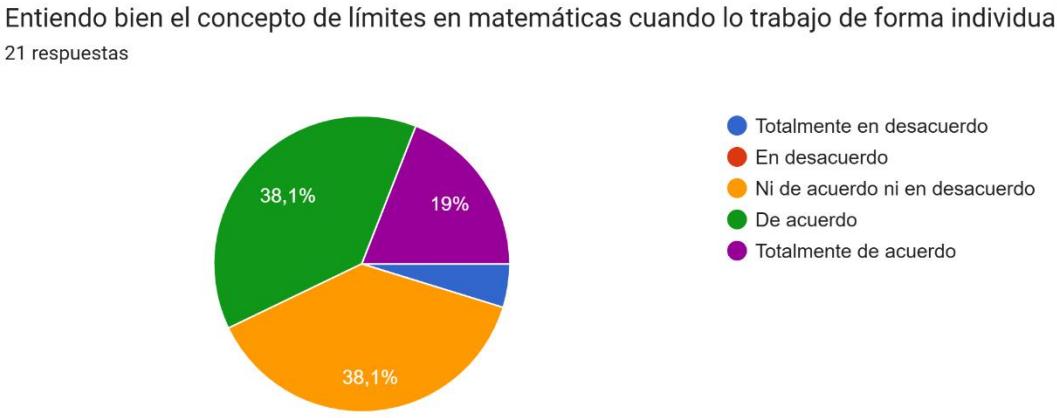
- El aprendizaje del álgebra, las funciones y el desarrollo del pensamiento abstracto constituyen pilares esenciales para la comprensión del concepto de límite en matemáticas. Estos conocimientos previos no solo permiten la manipulación simbólica y la interpretación gráfica, sino que también facilitan el razonamiento lógico y la capacidad de analizar comportamientos que no son evidentes de manera inmediata. Al dominar estas herramientas, el estudiante está en condiciones de acceder a la noción de límite como una construcción matemática que trasciende lo concreto y exige entender cómo varían las magnitudes en torno a un valor dado, incluso sin alcanzarlo
- El profesor menciona que los estudiantes pueden explicarse entre sí los conceptos, lo que refuerza su comprensión. Además, reduce la ansiedad hacia el tema. Esto sugiere que el aprendizaje colaborativo no solo mejora el rendimiento académico, sino también el clima emocional en el aula.

4.2 Encuesta aplicada a los estudiantes

La encuesta fue dirigida a 25 estudiantes de los cuales se obtuvo la respuesta de 21 estudiantes, por lo tanto, el estudio se hará referencia al total de esta población.

Pregunta 1

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	0	0%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	8	38.1%
De acuerdo	8	38.1%
Totalmente de acuerdo	4	19%



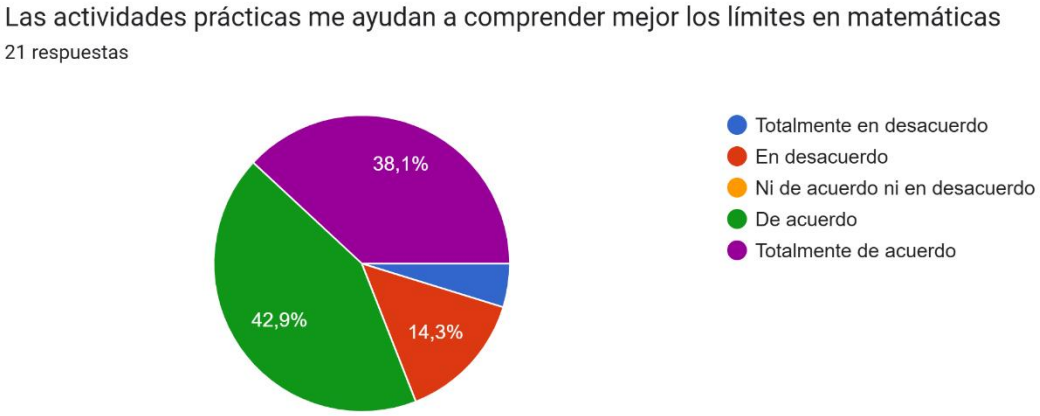
Interpretación

El 38.1% de los estudiantes está de acuerdo de forma individual el concepto de límites, el mismo porcentaje no está ni de acuerdo ni en desacuerdo, mientras el 19% esta total mente de acuerdo, y tenemos un 4.8% que no está de acuerdo.

Pregunta 2

Categoría	Frecuencia	Porcentaje

Totalmente en desacuerdo	1	4.7%
En desacuerdo	3	14.3%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	0	0%
De acuerdo	9	42.9%
Totalmente de acuerdo	8	38.1%



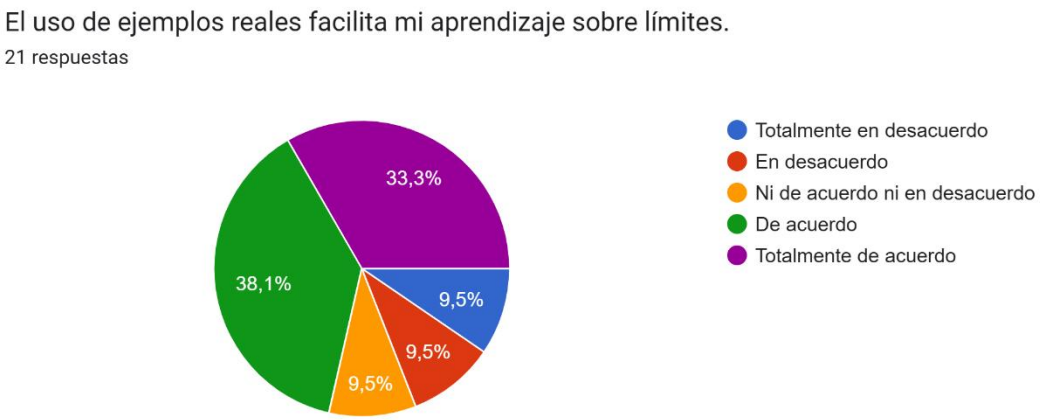
Interpretación

El 42.9% de los estudiantes está de acuerdo con las actividades para comprender los límites, el 38.1% está de acuerdo, mientras el 14.3% en desacuerdo con las actividades, y tenemos un 4.8% está en total desacuerdo.

Pregunta 3

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	2	9.5%
En desacuerdo	2	9.5%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	2	9.5%
De acuerdo	8	38.1%

Totalmente de acuerdo	7	33.3%



Interpretación

El 38.1% de los estudiantes está de acuerdo con el uso de los ejemplos reales para el aprendizaje de los límites, el 33.3% está totalmente de acuerdo, mientras el 9.5% está presente en ni de acuerdo ni en desacuerdo, en desacuerdo y en totalmente desacuerdo

Pregunta 4

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Clase magistral	4	19%
Presentaciones	3	14.3%
Aula invertida	0	0%
Trabajo colaborativo	14	66.7%

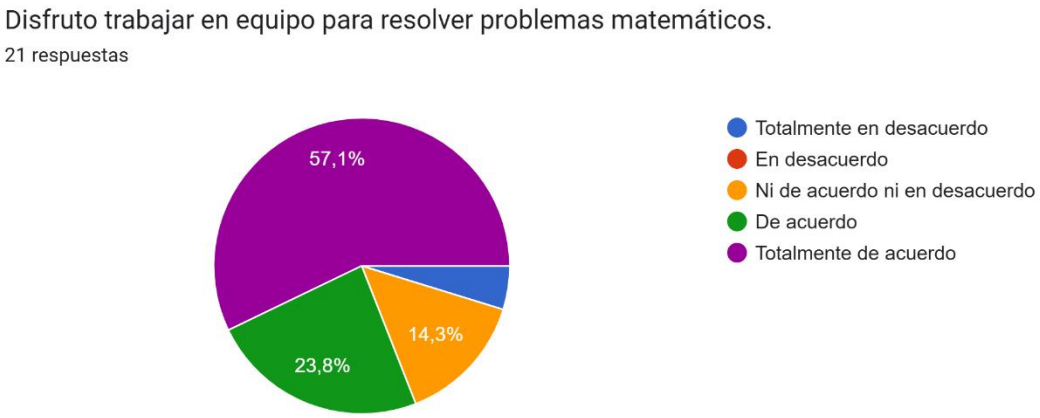


Interpretación

El 66.7% de los estudiantes está de acuerdo con el trabajo colaborativo, el 14,3% opta por las presentaciones y por último el 19% va por las clases magistral, en este caso el 0% del aula invertida.

Pregunta 5

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	0	0%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	3	14.3%
De acuerdo	5	23.8%
Totalmente de acuerdo	12	57.1%



Interpretación

El 57.1% de los estudiantes está de totalmente de acuerdo en trabajar en equipo para revolver problemas matemáticos, el 23.8% esta de acuerdo, el 14,3% esta en ni de acuerdo ni en desacuerdo, por último el 4.8% está en totalmente desacuerdo.

Pregunta 6

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	2	9.5%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	3	14.3%
De acuerdo	10	47.6%
Totalmente de acuerdo	5	23.8%

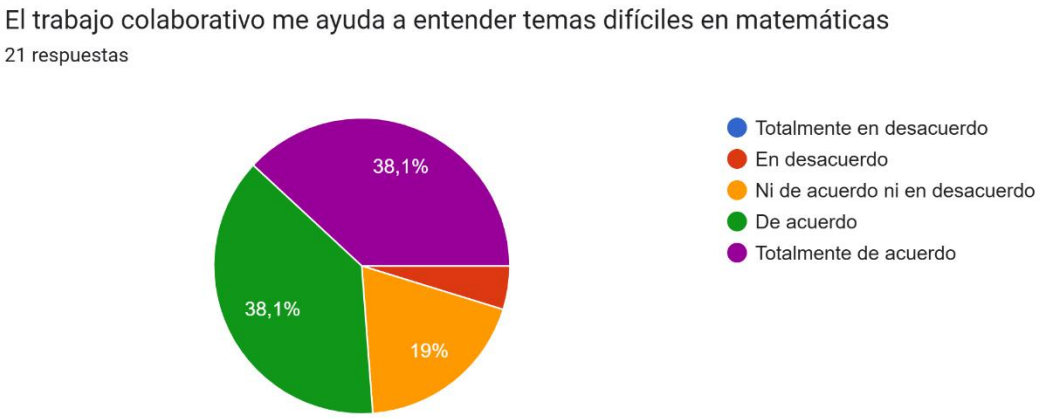


Interpretación

El 47.6% de los estudiantes está de acuerdo en discutir ideas para mejorar el aprendizaje, el 23,8% esta en totalmente de acuerdo, el 14,3% esta en ni de cuerdo ni en desacuerdo, en desacuerdo se encuentra un 9,5% y por último un 4.8% en totalmente desacuerdo.

Pregunta 7

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	0	0%
En desacuerdo	1	4.8%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	4	19%
De acuerdo	8	38.1%
Totalmente de acuerdo	8	38.1%



Interpretación

El 38.1% de los estudiantes está de acuerdo en que el trabajo colaborativo ayuda a entender temas más difíciles de matemáticas, el mismo menciona que está totalmente de acuerdo, mientras el 19% está en ni de acuerdo ni en desacuerdo, y tenemos un 4.8% que no está de acuerdo.

Pregunta 7

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	0	0%
En desacuerdo	3	14.3%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	5	23.8%
De acuerdo	7	33.3%
Totalmente de acuerdo	6	28.6%

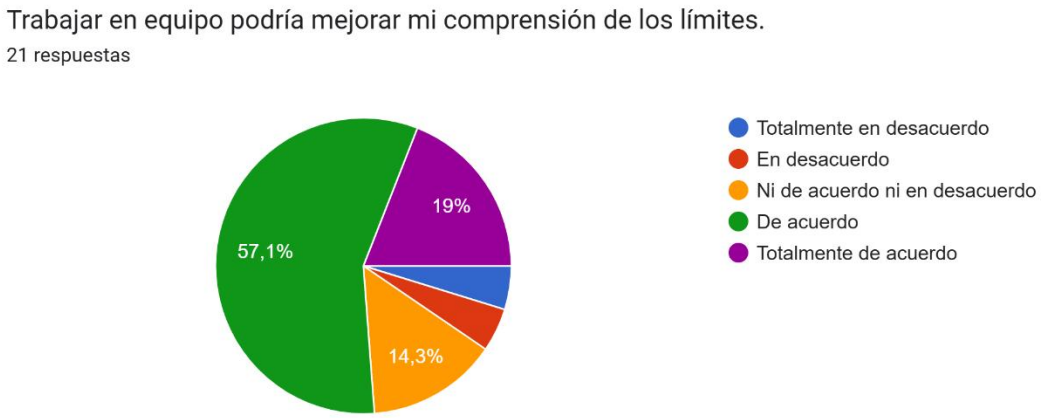


Interpretación

El 33.3% de los estudiantes está de acuerdo que, en las actividades colaborativas, todos los miembros del grupo contribuyen al aprendizaje, el 28.6 está en totalmente de acuerdo, el 23,8% está en ni de acuerdo ni en desacuerdo, y tenemos un 14.3% en desacuerdo.

Pregunta 8

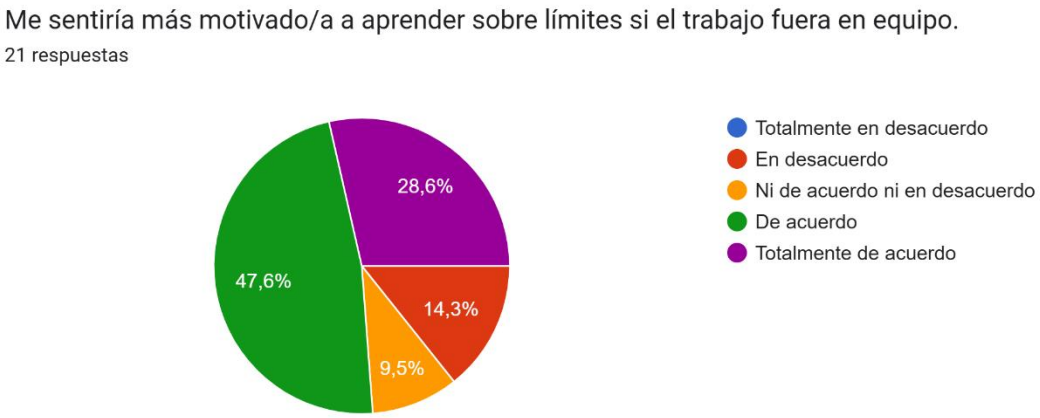
Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	1	4.8%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	3	14.3%
De acuerdo	12	57.1%
Totalmente de acuerdo	4	19%



El 57.1% de los estudiantes está de acuerdo que, trabajar en equipo mejora la comprensión de los límites, el 19% está totalmente de acuerdo, el 14.3% esta en ni de acuerdo ni en desacuerdo, por ultimo tememos en desacuerdo y totalmente desacuerdo un 4.8% .

Pregunta 9

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	0	0%
En desacuerdo	3	14.3%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	2	9.5%
De acuerdo	10	47.6%
Totalmente de acuerdo	6	28.6%



El 47.6% de los estudiantes está de acuerdo que, se siente más motivado en aprender limites si el trabajo es en equipo, el 28.6% está totalmente de acuerdo, el 14.3% está en desacuerdo y el 9.5% esta en ni de acuerdo y en desacuerdo.

Pregunta 10

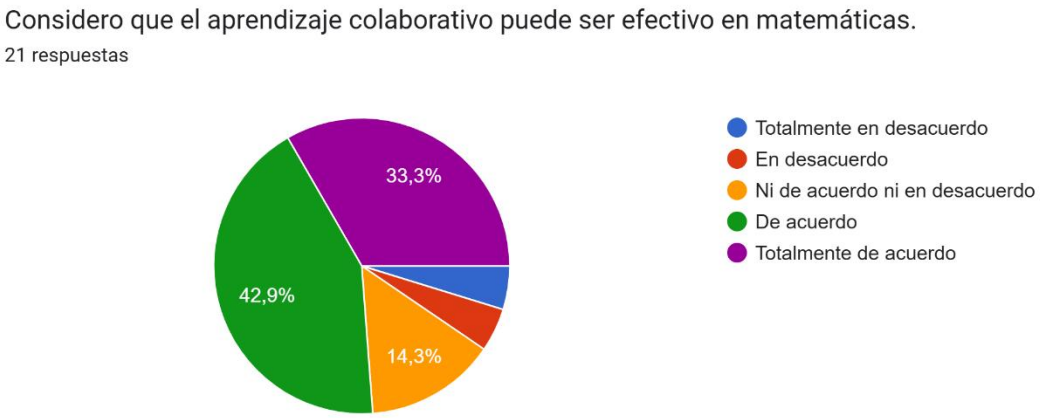
Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	2	9.5%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	3	14.3%
De acuerdo	8	38.1%
Totalmente de acuerdo	7	33.3%



El 38.1% de los estudiantes está de acuerdo que, las discusiones grupales son útiles para aclarar dudas, el 33.3% está totalmente de acuerdo, el 14.3% está en ni de acuerdo ni en desacuerdo, el 9.5% desacuerdo y un 4.8% está totalmente desacuerdo.

Pregunta 11

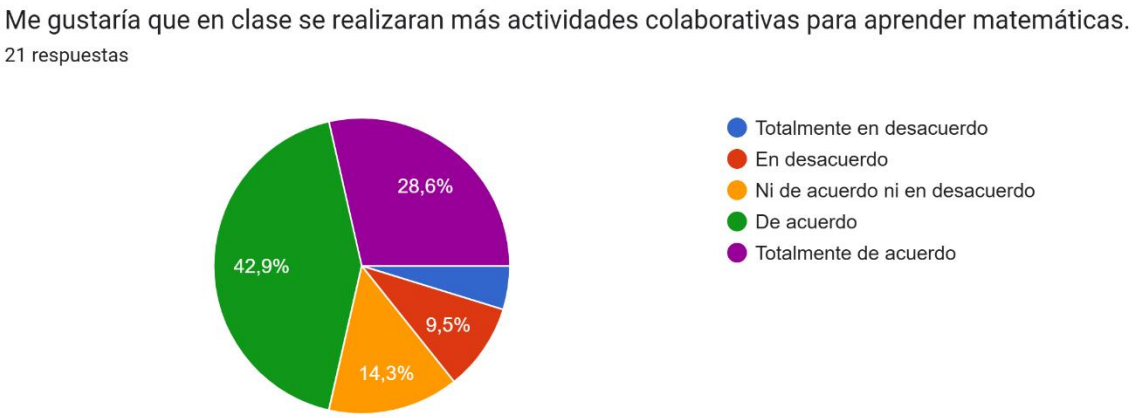
Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	1	4.8%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	3	14.3%
De acuerdo	9	42.9%
Totalmente de acuerdo	7	33.3%



El 42.9% de los estudiantes está de acuerdo que, el aprendizaje colaborativo es efectivo en matemáticas, el 33.3% está totalmente de acuerdo, el 14.3% está ni de acuerdo ni en desacuerdo y en desacuerdo y totalmente desacuerdo muestra un 4.8%.

Pregunta 12

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Totalmente en desacuerdo	1	4.8%
En desacuerdo	2	9.5%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	3	14.3%
De acuerdo	9	42.9%
Totalmente de acuerdo	6	28.6%



El 42.9% de los estudiantes está de acuerdo que, le gustaría aprender con actividades colaborativas para aprender matemáticas, el 28.6% está totalmente de acuerdo, el 14.3% está en desacuerdo, el 9.5% está en ni de acuerdo y en desacuerdo y un 4.8% en totalmente en desacuerdo.

CAPITULO V

5. Proyecto pedagógico

El Proyecto pedagógico referido a la metodología de aprendizaje colaborativo para los primero B.G.U de la Unidad Educativa Gonzalo Cordero Crespo durante el año lectivo 2024-2025.

Introducción

En el estudio del cálculo, el concepto de límite es fundamental, ya que sienta las bases para comprender la continuidad, las derivadas y las integrales. Sin embargo, para muchos estudiantes de 1° de Bachillerato, este tema puede resultar abstracto y difícil de visualizar.

Esta propuesta pedagógica busca acercar el concepto de límite a través de situaciones reales y proyectos aplicados, permitiendo que los estudiantes no solo memoricen fórmulas, sino que entiendan el "por qué" y el "para qué" de los límites. A lo largo de 4 semanas, se abordarán:

1. La noción intuitiva de límite (acercamiento a un valor sin necesariamente alcanzarlo).
2. El cálculo de límites en funciones polinómicas y racionales.
3. Límites laterales (útil en análisis de continuidad y problemas de ingeniería).
4. Límites en el infinito (para modelar crecimiento poblacional, desgaste de medicamentos, etc.).
5. Indeterminaciones y técnicas para resolverlas (factorización, racionalización, simplificación).

Cada semana incluye ejercicios prácticos, un proyecto contextualizado (como analizar el llenado de un tanque de agua o el frenado de un vehículo) y actividades colaborativas para fomentar el razonamiento crítico.

Al finalizar, los estudiantes no solo habrán aprendido a calcular límites, sino que podrán aplicarlos en problemas cotidianos y científicos, desarrollando una visión más profunda y significativa de las matemáticas

.

Propuesta Pedagógica Basada en Proyectos: Límite en la vida real

Duración: 4 semanas

Dirigido a: Estudiantes de educación media o superior

Enfoque: Aprendizaje colaborativo.

El enfoque colaborativo para el desarrollo de este proyecto busca demostrar los cálculos en la vida real sobre limites y que su graficacion demuestre la lógica y el uso real de la matemática en los diferentes aspectos del cálculo número numérico.

Se busca desarrollar en este proyecto que los aprendizajes adquiridos en el aula se conviertan en herramientas útiles y aplicables en la vida diaria de los estudiantes después de terminar sus estudios de bachillerato

Se espera obtener destrezas relevantes para con los estudiantes en este proyecto con alto grado de metacognición, no solo en un estudiante sino en los grupos en general

Descripción del trabajo colaborativo

Se trabajará con 25 estudiantes. Con los cuales se formarán 5 grupos

Formación de grupos colaborativos: El grupo será heterogéneo no puede existir grupos de mas o menos integrantes, cada uno de ellos tendrá designado un rol por ende el estudiante tendrá sus propias responsabilidades dentro del grupo. Para crear al equipo colaborativo se entregarán de manera individual una cartulina con una imagen diferentes (**gato, perro, tiburón, llama, cóndor**), y luego se agruparán aquellos que comparten el mismo animal

Dentro del equipo colaborativo ellos designan democráticamente su función , rol, y responsabilidad que detallo a continuación

Coordinador/Líder: Sera el encargado de asignar las tareas de los demás miembros y sobre todo debe asegurarse que las cumplan correctamente en los tiempos establecidos, respetando la opinión de cada uno, y si surgen diferencias buscar soluciones, ya que es el quien

representa al grupo y la comunicación no es solo entre compañeros si no directa con el profesor sobre todo en las dudas que surjan al desarrollar los diferentes productos a generar en las clases de matemáticas

Expositor/Portavoz: Serán 4 semanas de trabajo colaborativo entre clases teóricas, practicas, teóricas/practicas, Por lo tanto, existirán 4 productos y el mismo número de exposiciones. El trabajo del expositor será presentar ante el profesor y los demás grupos su producto, exponerlo, aclarar dudas sobre la temática y si es necesario volver a exponer los puntos relevantes de su infografía del caso práctico, para que pueda ser entendido por todo el curso.

Secretario: Es el encargado de plasmar el trabajo del grupo colaborativo, escribir descargar videos, recoger aportaciones, etc. El trabajo de este miembro al igual que el de los demás integrantes es muy importante. Dependerá de, el reunir las aportaciones de los compañeros y verificar la presentación del producto en la primera semana de trabajo colaborativo.

Supervisor: Este miembro del grupo es el encargado de buscar el lugar idóneo para que el grupo pueda realizar sus actividades para generar el producto que el profesor a planteado, sugiere donde y porque se debería trabajar en determinado lugar, sobre todo informa y controla el tiempo que se debe invertir en las diferentes actividades, sin olvidar que no pueden sobre pasar los 45seg, de la clase. También controlara que todos los materiales usados no generen basura o que sean ubicados en el mismo lugar donde se los encontró.

Mediador/Critico constructivo: A parte de colaborar en todas las actividades, su labor primordial es generar sugerencias para que el trabajo colaborativo funciones, da sugerencias, propone mejoras, presta atención al trabajo del grupo trata de que todo sea equilibrado y positivo, ya que luego el evaluara como trabajo el equipo

Funciones que debe realizar cada miembro del grupo

Para evitar conflictos en los equipos, los diferentes roles del trabajo colaborativo serán diferentes en cada semana, lo que asumo que disminuirá las diferencias permitiendo un trabajo democrático, equitativo y sobre todo participativo en todos los miembros creados al inicio de clase

Estudiante	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4
1	**Coordinador**	**Secretario**	**Supervisor**	**Expositor**
2	**Expositor**	**Coordinador**	**Secretario**	**Supervisor**
3	**Secretario**	**Supervisor**	**Coordinador**	**Secretario**
4	**Supervisor**	**Expositor**	**Expositor**	**Coordinador**
5	**Mediador**	**Mediador**	**Mediador**	**Mediador**

Como se puede notar el único miembro que no cambia su trabajo en estas cuatro semanas será el **mediador,** porque existe una rubrica (**Trabajo Colaborativo y Participación**) que él será el encargado de considerar sus insumos para calificar el trabajo del equipo colaborativo

Objetivo General

Comprender la noción de límite y sus aplicaciones a través de la resolución de problemas contextualizados, fomentando el razonamiento lógico y el pensamiento crítico en los estudiantes.

Semana 1: Noción Intuitiva de Límite
Objetivos. • Comprender la noción intuitiva del límite. • Explorar situaciones reales donde se presentan límites. • Analizar gráficamente el comportamiento de funciones en un entorno dinámico.
Actividades • **Conceptos Para Trabajar**: Introducción a la idea de límite, noción de aproximación, comportamiento de una función cerca de un punto sin usar

formalismo matemático.

- **Actividad Principal**: "El reto de la aproximación". Los estudiantes analizarán situaciones cotidianas donde el concepto de límite se hace evidente, como la velocidad de un auto acercándose a un semáforo en rojo, la temperatura estabilizándose o el llenado de un tanque de agua.
- **Ejercicios Prácticos**: Análisis gráfico de funciones simples y discusión sobre su comportamiento.
- **Producto:** Presentación de un caso real donde la noción de límite se manifieste, acompañado de una explicación escrita.
- **Producto Final:** Infografía grupal explicando un caso práctico.

Ejercicios prácticos

> Dada la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$, completa la tabla y estima el valor al que se acerca $f(x)$ cuando x tiende a 2.

x	1.9	1.99	1.999	2.0	2.001	2.01	2.1
$f(x)$				?			

> Calcula:
> a) $\lim_{x \to 1}(2x^2 - 4x + 1)$
> b) $\lim_{x \to -2}(x^3 + 2x - 5)$

> Calcula:
> a) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
> b) $\lim_{x \to 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$

Semana 2: Límite de Funciones Polinómicas y Racionales en un Punto, Límites

Laterales

Objetivos

- Diferenciar entre los límites laterales.
- Representar gráficamente los límites laterales.
- Resolver problemas utilizando la definición de límite lateral.

Actividades

- **Conceptos Para Trabajar**: Definición formal de límite en un punto, exploración de funciones polinómicas y racionales, límites laterales y su interpretación gráfica.
- **Actividad Principal**: "Explorando la frontera de los valores". Se trabajará con funciones polinómicas y racionales en un punto específico, explorando sus límites desde la izquierda y desde la derecha con apoyo gráfico y algebraico.
- **Ejercicios Prácticos**: Cálculo de límites laterales y análisis gráfico con GeoGebra o Desmos.
- **Producto**: Construcción de gráficos representativos y resolución de ejercicios en equipos.
- **Producto Final:** Presentación grupal sobre la interpretación gráfica de los límites laterales.

Ejercicios prácticos

Dada $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 1 \\ 4-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$, calcula:

a) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

c) ¿Existe $\lim_{x \to 1} f(x)$?

Un coche frena bruscamente. Su velocidad está dada por $v(t) = \begin{cases} 20 - 5t & \text{si } t < 2 \\ 10 & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$.

Calcula $\lim_{t \to 2^-} v(t)$ y $\lim_{t \to 2^+} v(t)$. ¿Frenó a tiempo?

. Analiza gráficamente la función $h(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ y explica el valor del límite cuando $x \to 2$.

Semana 3. Límites en el Infinito y Cálculo de Límites

Objetivos

- Analizar el comportamiento de funciones en valores muy grandes o pequeños.
- Identificar la existencia de asíntotas horizontales y oblicuas.
- Aplicar la noción de infinito en diferentes contextos matemáticos

Conceptos Para Trabajar: Límites cuando la variable independiente tiende a infinito, horizontes asintóticos y crecimiento de funciones.

Actividad Principal: "El infinito en acción". Se analizarán funciones que tienden al infinito y se resolverán problemas aplicados en la física (velocidad terminal en caída libre), economía (crecimiento exponencial), y otras disciplinas.

Ejercicios Prácticos: Cálculo de límites en el infinito y comparación con tablas y gráficos.

Producto: Elaboración de un informe con ejemplos reales de límites en el infinito (ejemplo: crecimiento poblacional, amortiguación en circuitos eléctricos, etc.).

Producto Final: Presentación grupal sobre la interpretación gráfica de los límites laterales.

Ejercicios prácticos

> Calcula:
> a) $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2+2x-1}{2x^2-5}$
> b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3-x}{x^3+2}$

Ejercicios de aplicación

La población de una ciudad está modelada por $P(t) = \frac{5000t}{t+10}$. ¿A qué valor tiende la población cuando $t \to \infty$?

Semana 4: Indeterminaciones y Proyecto Final

Objetivos

- Aplicar las propiedades del cálculo de límites.

- Resolver ejercicios con indeterminaciones.
- Presentar un proyecto integrador sobre el uso de los límites en una situación contextualizada.

Actividades

1. **Conceptos a Trabajar**: Formas indeterminadas y métodos de resolución (factorización, racionalización, regla de L'Hôpital).
2. **Actividad Principal**: "Resolviendo lo indeterminado". Se abordarán las formas indeterminadas y sus métodos de resolución mediante ejercicios guiados y problemas aplicados.
3. **Proyecto Final**: Cada equipo diseñará una actividad interactiva o experimento que ilustre uno de los conceptos aprendidos, justificando su importancia y mostrando su aplicabilidad en el mundo real.
4. **Ejercicios Prácticos:** Resolución de problemas con indeterminaciones y justificación de cada método usado.
5. **Proyecto Final:** Cada equipo diseñará un experimento o simulación que represente un concepto de límite aprendido y explicará su importancia.

Ejercicios prácticos

Resuelve:

a) $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ (Racionaliza)

b) $\lim_{x\to \infty} \frac{3x^3-2x}{5x^3+x^2}$ (Simplifica)

Un medicamento en la sangre sigue la función $C(t) = \frac{2t}{t^2+1}$.
a) Calcula $\lim_{t\to\infty} C(t)$ (¿Desaparece el medicamento?).
b) ¿Cuál es la concentración máxima?

Rúbrica de Evaluación: Proyecto "Límites en la Vida Real"

Asignatura: Matemáticas

Nivel: 1° de Bachillerato

Total de puntos: 100

Instrumentos de heteroevaluación (evaluación del docente mediador)

Comprensión Conceptual y Exactitud Matemática (30 puntos)

Criterio	Excelente (10pts)	Satisfactorio (7-9pts)	En desarrollo (4-6pts)	Insuficiente (0-3 pts)
Noción intuitiva de límite	Explica claramente con ejemplos gráficos y numéricos.	Comprende el concepto, pero con pequeños errores.	Confusión en la interpretación.	No logra definir el concepto.
Cálculo de límites	Resuelve correctamente todos los ejercicios (polinómicos, racionales, laterales e infinitos).	Resuelve la mayoría, con errores menores.	Errores frecuentes en procedimientos.	No resuelve correctamente.

Indeterminaciones	Aplica técnicas (factorización, racionalización) sin errores.	Identifica indeterminaciones pero con errores de cálculo.	Dificultad para elegir el método adecuado	No resuelve indeterminaciones.

Aplicación en Contextos Reales (25 puntos)

Criterio	Excelente (10pts)	Satisfactorio (7-9pts)	En desarrollo (4-6pts)	Insuficiente (0-3 pts)
Proyecto aplicado	Modela la situación con una función adecuada y justifica el límite.	Usa una función, pero no la explica completamente.	Función incorrecta o sin relación con el problema.	No aplica el concepto a la situación real.
Análisis crítico	Discute implicaciones prácticas.	Menciona implicaciones, pero sin profundizar.	Análisis superficial o incompleto.	No relaciona con la realidad.

Instrumento de coevaluación

Trabajo Colaborativo y Participación (Coevaluación entre pares)

Criterio	Excelente (10pts)	Satisfactorio (7-9pts)	En desarrollo (4-6pts)	Insuficiente (0-3 pts)
Contribución en equipo	Participa activamente, aporta ideas y resuelve problemas.	Colabora, pero con poca iniciativa.	Trabaja individualmente sin integrarse.	No contribuye al equipo
Responsabilidad	Cumple con tareas asignadas y plazos.	Completas tareas con recordatorios.	Entrega incompleta o tarde.	No cumple con lo asignado.

Presentación y Claridad

Criterio	Excelente (10pts)	Satisfactorio (7-9pts)	En desarrollo (4-6pts)	Insuficiente (0-3 pts)
Informe escrito	Estructura clara, redacción precisa y gráficos explicativos.	Bien organizado, pero con pequeños errores de forma.	Falta coherencia o gráficos necesarios.	Desorganizado incompleto.
Exposición oral	Explica con seguridad,	Exposición clara, pero con dudas	Dificultad para comunicar	No se expresa con

	usa ejemplos y responde preguntas.	ocasionales.	ideas.	claridad.

Recursos:

- Software de gráficos matemáticos (Desmos, GeoGebra)
- Material impreso y digital con ejemplos teóricos y ejercicios prácticos
- Videos explicativos sobre cada concepto
- Situaciones problemáticas contextualizadas y guías de resolución

Criterios de Evaluación:

- Participación en discusiones y actividades
- Claridad y precisión en el análisis de los límites
- Creatividad y originalidad en la presentación de los productos
- Aplicación correcta de los métodos de cálculo de límites con justificación matemática rigurosa

Esta propuesta busca que los estudiantes no solo comprendan el concepto de límite de manera teórica, sino que también lo conecten con su entorno y experiencias cotidianas, promoviendo un aprendizaje significativo basado en la experimentación, el análisis gráfico y la colaboración.

Enlace de la propuesta

https://sites.google.com/view/maestria-puce/inicio/equipo-colaborativo

5.1 CONCLUSIONES

El aprendizaje colaborativo representa una estrategia pedagógica efectiva para la enseñanza del concepto de límite, ya que favorece la construcción conjunta del conocimiento, el desarrollo del pensamiento crítico y la superación de dificultades cognitivas asociadas a la abstracción. Al trabajar en equipo, los estudiantes pueden intercambiar ideas, confrontar sus razonamientos y construir significados compartidos, lo cual enriquece la comprensión de un concepto que, por su naturaleza, exige no solo dominio técnico, sino también capacidad de análisis y visualización.

El diagnóstico permitió identificar que los estudiantes de Primer Año de Bachillerato presentan dificultades en la comprensión del concepto de límite, especialmente en su interpretación gráfica y algebraica. Además, se evidenció que el nivel de participación y trabajo en equipo dentro del aula es limitado, lo que puede afectar el desarrollo del pensamiento matemático.

El análisis de las estrategias didácticas mostró que la enseñanza de los límites se centra mayormente en la exposición magistral y la resolución de ejercicios de manera individual. Aunque estas estrategias pueden ser efectivas en ciertos contextos, su aplicación exclusiva limita el desarrollo del aprendizaje significativo y la construcción colaborativa del conocimiento.

La planificación de una propuesta basada en el aprendizaje colaborativo permite estructurar actividades en las que los estudiantes participen activamente en la resolución de problemas, fomentando la discusión y el intercambio de ideas. Esto contribuye a fortalecer la comprensión conceptual de los límites y a mejorar la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje matemático.

5.2 RECOMENDACIONES

Se recomienda que los docentes incorporen estrategias basadas en el aprendizaje colaborativo, como el trabajo en grupos, el aprendizaje basado en problemas y el uso de tecnología interactiva, para facilitar la comprensión de los límites.

Se sugiere establecer mecanismos de evaluación formativa para monitorear el progreso de los estudiantes, identificar dificultades y ajustar las estrategias implementadas en la propuesta pedagógica.

Se recomienda diseñar actividades que promuevan la interacción entre los estudiantes, incentivando la resolución conjunta de problemas y el desarrollo del pensamiento crítico, para lograr un aprendizaje más significativo y duradero.

La integración de herramientas digitales, como simuladores matemáticos y plataformas interactivas, puede mejorar la comprensión de los límites, facilitando la visualización de conceptos y promoviendo un aprendizaje más dinámico.

6. ANEXOS

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL USO DEL NOMBRE INSTITUCIONAL
TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo,Jimenez Romero Luis Alberto. con CI 0202131744, estudiante de la Maestría en Maestría en Pedagógica de las Ciencias Experimentales mención Fisica-Matematica , de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Pontificia Universidad Católica de Ecuador, actualmente me encuentro realizando el trabajo de Titulación: Propuesta pedagógica desde el enfoque del aprendizaje colaborativo para favorecer el aprendizaje sobre los límites en el área de matemáticas.

El trabajo de titulación es de tipo investigativo tiene como objetivo principal Diseñar una propuesta para el fortalecimiento sobre los límites desde el enfoque de aprendizaje colaborativo dirigido a estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo"

Para llevar a cabo esta investigación deseo su colaboración y aprobación para el uso del nombre de la institución Unidad Educativa "Gonzalo Cordero Crespo" que usted en calidad de Rector dirige.

La información que se obtenga será empleada únicamente para fines académicos e investigativo, y se velará por el hecho de resguardar la identidad de los colaboradores.

Para cualquier duda o sugerencia, puede contactarse con ljromero229@gmail.com .al correo electrónico 0963246883 .al número telefónico .

Atentamente,

Jimenez Romero Luis.

Aprobado por:
(firma)
Nombre: Olga Giovanna Alarcón Avelal
Cargo: Rectorado
Fecha: 06-02-2025

UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL "Gonzalo Cordero Crespo" FE Y ALEGRÍA RECTORADO Quito

Instrumento recolección de datos

Entrevista para Docentes

Tema: Propuesta pedagógica desde el enfoque del aprendizaje colaborativo para favorecer el aprendizaje sobre los límites en el área de matemáticas

Estimado/a docente,

Esta encuesta tiene como objetivo recopilar información para diseñar una propuesta pedagógica basada en el aprendizaje colaborativo que fomente la comprensión de los límites en matemáticas. Sus respuestas serán fundamentales para enriquecer esta iniciativa. La información será tratada de forma confidencial y exclusivamente para fines educativos.

I. Datos Generales

1. Nombre completo:
2. Título académico:
3. Años de experiencia docente:
4. Nivel educativo en el que enseña:

II. Enseñanza de los límites y metodologías que emplea

5. **¿Cuáles considera que son los principales desafíos para enseñar límites en matemáticas?**
6. **¿Existe algún tipo de metodología implementada en el aula clase?**
7. **¿Qué tan familiarizado/a está con el concepto de aprendizaje colaborativo?**
8. **En una escala de 1 a 5, ¿cómo evaluaría la importancia del aprendizaje colaborativo para la enseñanza de límites en matemáticas?**
9. **Cual considera que pueda ser una ventaja del aprendizaje colaborativo en la enseñanza de límites en matemáticas.**

III. Implementación y sugerencias

8**. ¿Qué estrategias colaborativas utiliza o podría utilizar para enseñar límites?**

9. **¿Qué recursos considera indispensables para implementar un enfoque de aprendizaje colaborativo en la enseñanza de límites?**
10. **En su opinión, ¿qué aspectos debería incluir una propuesta pedagógica para ser efectiva en la enseñanza de límites?**

IV. Comentarios adicionales

11**. ¿Desea compartir alguna experiencia, sugerencia o comentario adicional sobre este tema?**

Encuesta para Estudiantes

Tema: Propuesta pedagógica desde el enfoque del aprendizaje colaborativo para favorecer el aprendizaje sobre los límites en el área de matemáticas

Instrucciones:

A continuación, se presentan una serie de opciones, que podrán relacionarse con el aprendizaje colaborativo. Por favor, marca la opción que mejor represente tu nivel de acuerdo con cada afirmación utilizando la siguiente escala:

1 = Totalmente en desacuerdo

2 = En desacuerdo

3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo

4 = De acuerdo

5 = Totalmente de acuerdo

II. Percepción sobre el aprendizaje de límites en matemáticas

1. Entiendo bien el concepto de límites en matemáticas cuando lo trabajo de forma individual.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

2. Las actividades prácticas me ayudan a comprender mejor los límites en matemáticas.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

3. El uso de ejemplos reales facilita mi aprendizaje sobre límites.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

I. Experiencia con el aprendizaje colaborativo

4**. ¿Existe algún tipo de metodología implementada en el aula clase por parte del docente?**

Clase magistral

Presentaciones

Aula invertida

Trabajo colaborativo

Disfruto trabajar en equipo para resolver problemas matemáticos.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

5. **Aprendo mejor cuando discuto ideas con mis compañeros/as.**
   Totalmente en desacuerdo

   En desacuerdo

   Ni de acuerdo ni en desacuerdo

   De acuerdo

   Totalmente de acuerdo

6. **El trabajo colaborativo me ayuda a entender temas difíciles en matemáticas.**

   Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

7. **En las actividades colaborativas, todos los miembros del grupo contribuyen al aprendizaje.**

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

III. Opinión sobre la integración del aprendizaje colaborativo en el tema de límites

8. Trabajar en equipo podría mejorar mi comprensión de los límites.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

9. Me sentiría más motivado/a aprender sobre límites si el trabajo fuera en equipo.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

10. Las discusiones grupales son útiles para aclarar dudas sobre límites.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

IV. Retroalimentación general

11. Considero que el aprendizaje colaborativo puede ser efectivo en matemáticas.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

12. Me gustaría que en clase se realizaran más actividades colaborativas para aprender matemáticas.

Totalmente en desacuerdo

En desacuerdo

Ni de acuerdo ni en desacuerdo

De acuerdo

Totalmente de acuerdo

BIBLIOGRAFÍA

- Allen, I. E., & Seaman, C. A. (2007). Likert scales and data analyses. Quality Progress, 40(7), 64-65.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades Matemáticas competenciales en el aula. Épsilon, Revista de Educación Matemática, 33(1), 7-29. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5587561
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2019). Teoría APOS: Un marco para la investigación y el desarrollo curricular en educación matemática. Springer.
- Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. Nordic Studies in Mathematics Education, 14(3), 7-16
- Asamblea Nacional del Ecuador. (2008). *Constitución de la República del Ecuador* (Art. 26). Recuperado de http://www.asambleanacional.gov.ec/
- Asamblea Nacional del Ecuador. (2011). *Ley Orgánica de Educación Intercultural* (Art. 17). Recuperado de http://www.asambleanacional.gob.ec/
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2020). Didáctica de la matemática para profesores de educación secundaria. Ediciones Pirámide.
- Baumann, A. J. (2021). Cambios en la estrategia de enseñanza. Educación en la Química, 27(1), 110-114. http://educacionenquimica.com.ar/ojs/index.php/edenlaq/article
- Biza, I., Nardi, E., & Zachariades, T. (2020). Representaciones en la enseñanza y el aprendizaje de límites: Una revisión de la literatura. Educational Studies in Mathematics, 104(3), 293-315.

- Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2011). Historia de la matemática (2ª ed.). Madrid: Alianza Editorial.
- Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las Matemáticas. Bolema, 34(66), 69-88. https://www.scielo.br/j/bolema/a/gCbDCBqD8y5Kv9dHyFm8N7f/?format=pdf&lang=es.
- Bruffee, K. A. (1995). Compartiendo nuestros juguetes: Aprendizaje cooperativo versus aprendizaje colaborativo. Change: The Magazine of Higher Learning, 27(1), 12-18. https://doi.org/10.1080/00091383.1995.9940647
- Dillenbourg, P. (1999). ¿Qué quiere decir con aprendizaje colaborativo? En P. Dillenbourg (Ed.), Collaborative-learning: Cognitive and computational approaches (pp. 1-19). Oxford: Elsevier
- Dogan, M., Çakıroğlu, Ü., & Özyurt, H. (2021). Los efectos de la visualización mejorada por la tecnología en el aprendizaje de límites y continuidad en cálculo. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 52(5), 672-690
- Edwards, C. H. (1979). El desarrollo histórico del cálculo. Barcelona: Editorial Reverté
- Fauzan, A., Slettenhaar, D., & Plomp, T. (2002). Traditional mathematics education vs. realistic mathematics education: Hoping for changes. Paper presented at the International Conference on the Teaching of Mathematics.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). *El conocimiento de los docentes y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes en matemáticas*. En D. A. Grouws (Ed.), *Manual de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 147–164). Macmillan.

- Fernández, J., & Rodríguez, M. (2020). *Estrategias didácticas en el aprendizaje de conceptos abstractos*. Editorial Educación Activa.
- GAIRÍN, J. (1.987). Las actitudes en Educación. Un estudio sobre educación matemática. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias S.A
- García, J., & Sánchez, M. (2019). Replanteando la educación: Nuevas metodologías y enfoques pedagógicos. Editorial Educación Moderna.
- García, L., Pérez, R., & Salazar, D. (2021). Impacto del aprendizaje colaborativo en el rendimiento académico de estudiantes de matemáticas. *Revista Innovación Educativa, 19*(3), 45-58.
- García, P., & Torres, L. (2018). Impacto del aprendizaje colaborativo en la enseñanza de las matemáticas en América Latina. Revista de Innovación Educativa, 15(2), 87-102
- García, R. (2018). Motivación y su impacto en el aprendizaje de conceptos de cálculo en estudiantes universitarios (Tesis de maestría). Universidad de Barcelona
- García, R. (2021). Estrategias colaborativas para enseñar límites en matemáticas: proyectos de investigación en el aula. Revista de Investigación Educativa, 15(2), 80-90
- Garrison, D. R., & Vaughan, N. D. (2008). Blended Learning in Higher Education: Framework, Principles, and Guidelines. John Wiley & Sons.
- Gerlach, J. M. (1994). ¿Es esto colaboración? Nuevas Direcciones para la Enseñanza y el Aprendizaje, 1994(59), 5-14. https://doi.org/10.1002/tl.37219945903
- Gillies, R. M. (2022). Aprendizaje Cooperativo: Fundamentos Teóricos e Implicaciones Prácticas. Springer.
- Gómez, L., & Rodríguez, P. (2021). El impacto del aprendizaje colaborativo en el desarrollo de habilidades sociales. Revista de Educación y Sociedad, 12(2), 35-48.

- Grabiner, J. V. (1983). Los orígenes del cálculo riguroso de Cauchy. MIT Press
- Hernández, F. (2019). Estrategias didácticas para la enseñanza de límites en matemáticas: enfoque en ejemplos concretos y tecnología digital. Revista de Enseñanza de las Ciencias Matemáticas, 12(1), 60-70.
- Hernández, S. R., Fernández, C. C., y Baptista, L. P. (2014). Metodología de la Investigación. México DF: McGraw-Hill. https://periodicooficial.jalisco.gob.mx/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_rob
- http://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/estudio-comparativo-de-los-resultados-deser-bachiller-2017-para-los-estudiantes-de-bachillerato-internacional-vs-los-debachillerato-general-unificado-en-ciencias/
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2021, marzo 15). *Encuestas y sondeos: Definición y características*. INEGI. https://www.inegi.org.mx
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). Estudio comparativo de los resultados de Ser Bachiller 2017 para estudiantes de Bachillerato Internacional Vs. los de Bachillerato General Unificado en Ciencias. Quito: INEVAL.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1989). Cooperation and competition: Theory and research. Edina, MN: Interaction Book Company.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. (2019). *Cooperation in the classroom*. Interaction Book Company.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (2014). Cooperative learning: Improving university instruction by basing practice on validated theory. Journal on Excellence in College Teaching, 25(3-4), 85-118.
- Johnson, R. (2011). "Desarrollo histórico del concepto de límite en matemáticas". Anales de Matemáticas, 18(3), 40-50.

- Levin, R. I., & Rubin, D. S. (2012). Estadística para administración y economía (7.ª ed.). Pearson Educación
- López, D. (2013). Clasificación de los límites en matemáticas: enfoque en límites laterales e infinitos. Revista de Matemáticas Avanzadas, 6(1), 40-50.
- Martínez, L. (2015). Estudio de la continuidad mediante límites (Tesis doctoral). Universidad de Cambridge.
- Martínez, L., & Pérez, A. (2016). Estrategias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en matemáticas. Revista de Educación Matemática, 9(2), 100-110.
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2017). *Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes* (Art. 11). Recuperado de http://www.educacion.gob.ec/
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2021). *Enfoques pedagógicos en la educación secundaria*. Recuperado de http://www.educacion.gob.ec/
- Organización de las Naciones Unidas (ONU). (2015). *Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)*. Recuperado de https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/educacion-de-calidad/
- Pérez, L. (2021). La educación personalizada en un mundo cambiante. Revista Internacional de Innovación Educativa, 7(2), 45-58
- Piaget, J. (1972). *La psicología del niño*. Ediciones Morata.
- Rodríguez, M. (2020). Importancia de los límites en la teoría de números y su aplicación en física e ingeniería. Revista de Matemáticas Teóricas, 33(2), 85-95
- Secretaría Nacional de Planificación y Desarrollo (SENPLADES). (2017). *Plan Nacional para el Buen Vivir 2017-2021*. Recuperado de http://www.planificacion.gob.ec/
- Serrano, M. (2020). Efectos del aprendizaje colaborativo en la retención de información en estudiantes universitarios. Educación y Desarrollo, 28(1), 80-95

- Slavin, R. E. (1991). Synthesis of research on cooperative learning. Educational Leadership, 48(5), 71-82.
- Slavin, R. E. (2011). Instruction based on cooperative learning. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), Handbook of research on learning and instruction (pp. 344-360). Routledge.
- Smith, J. (2008). "Evolución histórica del concepto de límite en el cálculo". Revista de Historia de las Matemáticas, 5(2), 110-120.
- Smith, K. A., Sheppard, S. D., Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2005). Pedagogías de compromiso: Prácticas basadas en el aula. Journal of Engineering Education, 94(1), 87-101. https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2005.tb00831.x
- Stewart, J. (2015). *Cálculo: Trascendentes tempranas* (7a ed.). Cengage Learning.
- Stewart, J. (2016). Cálculo: Trascendentes tempranas (8ª ed.). México: Cengage Learning.
- Thompson, K. (2018). El concepto de límite en el análisis matemático: una perspectiva fundamental. Revista de Matemáticas Avanzadas, 21(3), 50-60
- Torres, S. (2014). Clasificación de límites en matemáticas: límites al infinito y límites en el infinito. Revista de Matemáticas Teóricas, 7(2), 30-88
- Tran, D., & Lewis, J. (2020). Aprendizaje colaborativo en cálculo: El papel de la interacción y la orientación entre pares. Journal of Mathematical Behavior, 58, 100767.
- Villamizar, G., Araujo, T., y Trujillo, W. (2020). Relación entre ansiedad Matemática y rendimiento académico en Matemáticas en estudiantes de secundaria. Ciencias Psicológicas, 14(1), e-2174. http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?pid=S1688-42212020000102208&script=sci_arttext&tlng=pt

- Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Editorial Crítica.
- Vygotsky, L. S. (1978). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Ciudad de México: Grijalbo.
- Wilson, A. (2012). "El concepto de límite en el cálculo y su importancia en ciencias aplicadas". Revista de Matemáticas Aplicadas, 15(2), 30-40.