



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR  
FACULTAD DE INGENIERÍA**

Trabajo de Titulación como requisito previo para la obtención del título de Magíster en Ingeniería Civil con mención en Estructuras Sismorresistentes

**GENERACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA LA OBTENCIÓN DE UN FACTOR DE CORRECCIÓN DEBIDO AL ENVEJECIMIENTO DEL EQUIPO GENERADOR DE RAYOS X PARA EL CÁLCULO DE TIEMPOS DE EXPOSICIÓN EN UN ENSAYO NO DESTRUCTIVO DE RADIOGRAFÍA INDUSTRIAL X PARA ENSAYAR MUESTRAS DE ACERO SOLDADAS.**

**Autor:** Ing. Héctor Alexander Salazar Fonseca

**Director - Tutor:** Ing. Bolívar Mauricio Cely Vélez, MSc

Quito, Marzo 2024

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR****DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN**

Yo, **Héctor Alexander Salazar Fonseca**, con C.I. **1726046434**, autor (a) del trabajo de investigación titulado **“Generación de un Modelo Matemático para la Obtención de un Factor de Corrección debido al Envejecimiento del Equipo Generador de Rayos X para el Cálculo de Tiempos de Exposición en un Ensayo No Destructivo de Radiografía Industrial X para Ensayar Muestras de Acero Soldadas”**, previa a la obtención del grado académico de **MAGÍSTER EN INGENIERÍA CIVIL CON MENCIÓN EN ESTRUCTURAS SISMORRESISTENTES** en la Facultad de Ingeniería:

1. Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tiene la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), de conformidad con el Artículo 144° de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESYT en formato digital una copia del referido trabajo de investigación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.
2. Autorizo a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE) a difundir, a través del sitio web de la biblioteca virtual, el referido trabajo de investigación, respetando las políticas de propiedad intelectual de esta Universidad.

Quito, 8 de Marzo de 2024



---

Héctor Alexander Salazar Fonseca  
C.I. 1726046434

Pontificia Universidad  
Católica del Ecuador  
Facultad de Ciencias de la Educación



## APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Director (a) – Tutor (a) del Trabajo de Posgrado titulado “**Generación de un Modelo Matemático para la Obtención de un Factor de Corrección debido al Envejecimiento del Equipo Generador de Rayos X para el Cálculo de Tiempos de Exposición en un Ensayo No Destructivo de Radiografía Industrial X para Ensayar Muestras de Acero Soldadas**”, presentado por el maestrante **Héctor Alexander Salazar Fonseca**, titular de la Cédula de Identidad N° **1726046434** para optar al Grado de Magíster en Ingeniería Civil con mención de Estructuras Sismorresistentes, considero que dicho Trabajo de Investigación reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la evaluación por parte de los Lectores – Evaluadores que se designen para tal fin por parte de las autoridades de la Facultad de Ingeniería.

En la ciudad de Quito, a los 8 días de marzo de 2024.

---

Bolívar Mauricio Cely Vélez  
C.I. 1803769411  
[bmcely@puce.edu.ec](mailto:bmcely@puce.edu.ec)  
099 857 4876

### NOTA:

Se comunica que en el servicio de análisis Turnitin, el referido trabajo de titulación alcanzó el siguiente resultado: **X%** índice de similitud con otras fuentes.

Ave. 12 de Octubre 1076  
Apartado postal 17-01-2184  
Telf.: (+593)00000000ext. 0000  
Quito–Ecuador [www.puce.edu.ec](http://www.puce.edu.ec)



**TURNITIN: INCLUIR HOJA DEL INFORME CON EL  
PORCENTAJE**

Pontificia Universidad  
Católica del Ecuador



## DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD

Yo, **Héctor Alexander Salazar Fonseca**, titular de la Cédula de Identidad N° **1726046434**, declaro que los resultados obtenidos en la investigación, como requisito previo para lo obtención del Grado Académico de Magíster en Ingeniería Civil con mención de Estructuras Sismorresistentes, son absolutamente originales, auténticos y personales.

En tal virtud, declaro que el contenido, las conclusiones y los efectos legales y académicos, que se desprenden del trabajo de investigación, y luego de la redacción de este documento, son y serán de mi sola y exclusiva responsabilidad legal y académica.

En la ciudad de Quito, a los ocho días del mes de marzo de 2024.

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Hector Salazar Fonseca", with a stylized flourish at the end.

---

Héctor Alexander Salazar Fonseca  
C.I. 1726046434

## **DEDICATORIA**

El presente trabajo va dedicado especialmente a Dios por haberme encaminado por las elecciones correctas y sobre todo haberme ayudado a sobresalir con esas decisiones. A lo largo de esta travesía he presenciado su gran ayuda. Además, quiero dedicar este trabajo a mi familia. Mi padre Héctor Salazar, mi madre Rosa Fonseca, y mi hermano Luis Salazar.

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco de manera especial a mi tutor, el ingeniero Mauricio Cely por aceptarme en el proyecto de investigación relacionado con los Ensayos No Destructivos y los Materiales; además de su ayuda y guía a lo largo de todo el trabajo. Además, quiero agradecer a mi hermano Luis Salazar que me ha brindado su ayuda incondicional en la elaboración del presente trabajo. También, los comentarios de los matemáticos Alejandro Quiroga y Kevin Marroquín; y el físico Adrián Manzaba.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

APROBACIÓN DEL TUTOR	III
TURNITIN: INCLUIR HOJA DEL INFORME CON EL PORCENTAJE	IV
DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD	V
DEDICATORIA	VI
AGRADECIMIENTO	VII
ÍNDICE DE CONTENIDOS	VIII
ÍNDICE DE TABLAS	XI
ÍNDICE DE GRÁFICOS	XI
RESUMEN	XII
ABSTRACT	XIV
INTRODUCCIÓN	16
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	18
1.1. Justificación	18
1.2. Planteamiento del Problema	18
1.3. Objetivos de la Investigación	19
1.3.1. Objetivo General	19
1.3.2. Objetivos Específicos	19
1.4. Alcance	20
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	21
2.1. Naturaleza de la radiación penetrante	21
2.1.1. Equipo generador de rayos X	22
2.1.1.1. Rayos X	24
2.1.1.2. Tubo de rayos X - Principio de generación de rayos X	25

2.1.2.	Energía de Radiación	27
2.2.	Características de la imagen radiográfica	28
2.2.1.	Sensibilidad Radiográfica	29
2.2.2.	Densidad Radiográfica	30
2.2.3.	Definición Radiográfica	31
2.2.4.	Contraste Radiográfico	32
2.2.5.	Calidad de Imagen	33
2.3.	Factores geométricos que intervienen en la calidad de imagen en una toma radiográfica	35
2.3.1.	Punto Focal	36
2.3.1.1.	Punto Focal Actual	36
2.3.1.2.	Punto Focal Efectivo	36
2.3.2.	Principio del enfoque lineal en imágenes de rayos X	37
2.3.3.	Efecto Ánodo – Talón (Anode – Heel Effect)	38
2.3.4.	Medición de la Penumbra Geométrica	40
2.3.5.	Distancia Fuente – Objeto y Objeto – Película	42
2.3.6.	Distancia Fuente – Objeto (DFO)	42
2.3.7.	Distancia Objeto – Película (DOP)	43
2.4.	Factores físicos que intervienen en la calidad de imagen en una toma radiográfica	43
2.4.1.	Efecto Fotoeléctrico	43
2.4.2.	Efecto Compton	45
2.4.3.	Producción de pares	46
2.5.	Factores térmicos que intervienen en la calidad de imagen en una toma radiográfica	47
2.5.1.	Desgaste por esfuerzo térmico	47
2.5.2.	Dilatación y contracción térmica de los materiales	48

### CAPÍTULO III: ESTADO DEL ARTE PARA EL DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO DEL FACTOR DE ENVEJECIMIENTO 51

3.1.	Ecuación del tiempo de Exposición para equipos de Rayos X	52
3.1.1.	Factor de Corrección por Densidad (fn)	54
3.1.2.	Factor de Corrección por Película (fp)	54
3.1.3.	Factor de Corrección por Distancia (fd)	54
3.1.4.	Factor de Corrección por Varios (fv)	54
3.1.5.	Ley Inversa de los Cuadrados de Newton	55
3.2.	Selección de Variables Representativas de los distintos Efectos que intervienen en el Envejecimiento del Equipo de Rayos X	56
3.2.1.	Variable Representativas para los Efectos Físicos que intervienen en el Envejecimiento del Equipo de Rayos X	57
3.2.1.1.	Coefficiente de Atenuación Lineal $\mu$ .	57
3.2.1.2.	Interacción de los Efectos Físicos	59
3.2.2.	Variable Representativas para los Efectos Térmicos que intervienen en el Envejecimiento del Equipo de Rayos X	59

3.2.3. Variable Representativas para los Efectos Geométricos y de Linealidad del factor de Envejecimiento	60
3.2.3.1. Ecuación de la Penumbra Geométrica	61
3.3. Teorema Pi de Buckingham	62
3.4. Modelo Matemático de la Ecuación Diferencial Logística	64
3.4.1. Definición de la Ecuación Diferencial Logística	64
3.4.2. Análisis de la Ecuación Diferencial Logística	65
3.4.3. Solución de la Ecuación Logística	66
3.5. Ecuación del Monto a Interés Compuesto	67
CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA Y OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL FACTOR DE ENVEJECIMIENTO	68
4.1. Obtención del factor $\alpha$ con el Teorema de Pi de Buckingham	69
4.2. Modelamiento del área del foco del tubo de rayos X (A)	72
4.3. Modelamiento del factor de envejecimiento ( $f_e$ )	73
CAPÍTULO V: RESULTADOS	76
5.1. Obtención del Nomograma para determinar ( $f_e$ )	76
5.2. Análisis y discusión de resultados	77
5.3. Uso del Nomograma para determinar ( $f_e$ )	79
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS	84
6.1. Conclusiones	84
6.2. Recomendaciones	86
6.3. Trabajos Futuros	86
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
ANEXOS	95

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1.</i> .....	81
-----------------------	----

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<i>Figura 1.</i> .....	22
<i>Figura 2.</i> .....	24
<i>Figura 3.</i> .....	27
<i>Figura 4.</i> .....	32
<i>Figura 5.</i> .....	33
<i>Figura 6.</i> .....	34
<i>Figura 7.</i> .....	37
<i>Figura 8.</i> .....	38
<i>Figura 9.</i> .....	39
<i>Figura 10.</i> .....	41
<i>Figura 11.</i> .....	41
<i>Figura 12.</i> .....	42
<i>Figura 13.</i> .....	45
<i>Figura 14.</i> .....	46
<i>Figura 15.</i> .....	53
<i>Figura 16.</i> .....	55
<i>Figura 17.</i> .....	58
<i>Figura 18.</i> .....	62
<i>Figura 19.</i> .....	63
<i>Figura 20.</i> .....	69
<i>Figura 21.</i> .....	72
<i>Figura 22.</i> .....	77
<i>Figura 23.</i> .....	80
<i>Figura 24.</i> .....	83

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR FACULTAD DE  
INGENIERÍA MAESTRIA EN INGENIERÍA CIVIL

**GENERACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA LA OBTENCIÓN DE  
UN FACTOR DE CORRECCIÓN DEBIDO AL ENVEJECIMIENTO DEL EQUIPO  
GENERADOR DE RAYOS X PARA EL CÁLCULO DE TIEMPOS DE EXPOSICIÓN  
EN UN ENSAYO NO DESTRUCTIVO DE RADIOGRAFÍA INDUSTRIAL X PARA  
ENSAYAR MUESTRAS DE ACERO SOLDADAS.**

**Autor:**

Ing. Héctor Alexander Salazar Fonseca

**Director -Tutor:**

Ing. Bolívar Mauricio Cely Vélez, MSc

**Fecha:**

Marzo, 2024

**RESUMEN**

En este proyecto se presentan la fundamentación teórica y el proceso que permiten desarrollar un modelo matemático que describa el factor que representa el efecto causado por el uso del equipo generador de rayos X a través de los años. Este factor interviene directamente en la ecuación del tiempo de exposición de radiación X en la obtención de la toma radiográfica del Ensayo No Destructivo de Radiografía Industrial o *Radiographic Testing* por sus siglas en inglés (RT), como se nombrará en adelante. Además, se realizarán ensayos y pruebas que permitan realizar una comparación con la ecuación habitual del tiempo de exposición y la ecuación modificada por el factor mencionado.

Como primera instancia, se requiere plantear un capítulo de Fundamentación Teórica o Marco Teórico, en donde se presentan los fundamentos y principios teóricos en los que se sustenta los aspectos necesarios para desarrollar el modelo, partiendo de lo más general, como el equipo generador de rayos X y la naturaleza de la radiación X, hasta los factores geométricos y físicos que intervienen en la calidad de imagen en la toma radiográfica por RT.

Con la fundamentación teórica planteada, se procede con el capítulo del Estado del Arte para el Desarrollo del Modelo Matemático, el cual se basará en los efectos que afecten directa e indirectamente debido al uso del equipo a través del tiempo, estos efectos se integran con en base al Teorema de Buckingham Pi; posteriormente se realiza un modelo matemático que represente el crecimiento del área transversal del foco del tubo de rayos X a través de un modelo logístico, para con esto obtener en base a una adaptación de la ecuación del interés compuesto de finanza, el modelo que permite obtener el factor de envejecimiento.

Una vez obtenido el modelo matemático, el cual es una expresión compleja, se procede a representar este modelo, de acuerdo a las condiciones iniciales que se requieran, a través de nomogramas generados por un modelo computacional, el cual es elaborado en Python. Finalmente, se procede con el análisis y discusión de resultados; y con las conclusiones y recomendaciones que se han obtenido tanto del trabajo.

**Palabras clave:** rayos X, ecuación del tiempo de exposición, calidad de imagen, factores físicos y geométricos que intervienen en la calidad de imagen, modelo matemático

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR FACULTAD DE  
INGENIERÍA MAESTRIA EN INGENIERÍA CIVIL

**GENERATION OF A MATHEMATICAL MODEL FOR OBTAINING A  
CORRECTION FACTOR DUE TO THE AGING OF THE X-RAY GENERATOR  
EQUIPMENT FOR THE CALCULATION OF EXPOSURE TIMES IN A NON-  
DESTRUCTIVE TESTING OF INDUSTRIAL X-RAY RADIOGRAPHY TO TEST  
WELDED STEEL SAMPLES.**

**Author:**

Ing. Héctor Alexander Salazar Fonseca

**Supervisor:**

Ing. Bolívar Mauricio Cely Vélez, MSc

**Date:**

March, 2024

**ABSTRACT**

The present work introduces the theoretical foundations and the process that allows for the development of a mathematical model describing the factor representing the effect caused by the use of X-ray generator equipment over the years. This factor directly influences the X-ray radiation exposure time equation in obtaining radiographic images for the Non-Destructive Testing of Industrial Radiography or Radiographic Testing (RT), as it will be referred to hereafter. Additionally, tests and experiments will be conducted to enable a comparison between the conventional exposure time equation and the equation modified by the mentioned factor.

As a first step, it is necessary to establish a chapter on Theoretical Foundation or

Theoretical Framework, presenting the theoretical foundations and principles that underlie the necessary aspects for model development. This starts from the most general aspects, such as the X-ray generator equipment and the nature of X-ray radiation, to the geometric and physical factors influencing image quality in radiographic imaging for RT.

With the established theoretical foundation, the work proceeds to the State-of-the-Art chapter for the Development of the Mathematical Model, which will be based on effects directly and indirectly affected by the equipment's use over time. These effects are integrated based on the Buckingham Pi Theorem. Subsequently, a mathematical model is developed to represent the growth of the cross-sectional area of the X-ray tube focus through a logistic model. This leads to the derivation, based on an adaptation of the compound interest finance equation, of the model allowing for the determination of the aging factor.

Once the mathematical model, which is a complex expression, is obtained, it is represented according to the required initial conditions through nomograms generated by a computational model developed in Python. Finally, the analysis and discussion of results are carried out, along with the conclusions and recommendations derived from the research.

**Keywords:** X-rays, exposure time equation, image quality, physical and geometric factors involved in image quality, mathematical model.

## INTRODUCCIÓN

El ensayo no destructivo RT es el más adecuado para la detección de defectos internos en los materiales de diversos tipos, dado que es un ensayo volumétrico. En Ecuador, este ensayo es mayormente utilizado en la industria petrolera, como en recipientes de presión, u oleoductos. Sin embargo, también se lo aplica en estructuras metálicas civiles tales como edificios, o residencias. Por otra parte, la información obtenida acerca de las discontinuidades, se las presenta en las imágenes de las tomas radiográficas, pero si estas no son lo suficientemente precisas y con alta calidad de imagen, entonces se estaría interpretando mal la información a la hora de realizar un análisis acerca de los defectos que posee dicho material.

Un paso importante, previo a la obtención de la toma radiográfica mediante el ensayo no destructivo RT, es el de obtener el tiempo de exposición al cual estará sometido el material a la radiación. Particularmente, en este proyecto se hace referencia a la radiación X. Sin embargo, este tiempo de exposición es de crucial importancia a la hora de obtener una toma radiográfica con una buena calidad de imagen, ya que, por un lado, si se somete a mucho tiempo de radiación, la imagen saldrá demasiada oscura; mientras que, si se somete a poco tiempo de radiación, la toma radiográfica tendrá una imagen que no proporcionaría la verdadera información acerca de las discontinuidades del material, ya que sería demasiado clara.

Si bien el tiempo de exposición en el ensayo no destructivo RT para equipo de rayos X está dado por una ecuación que considera factores de corrección por densidad, por película radiográfica, por distancia, y por factores varios como son: el amperaje, la energía, el material, la técnica, etc., no se considera un efecto importante, relacionada con la degradación del equipo generador de rayos X debido a su uso a través del tiempo. Esto es importante considerar ya que todo equipo de cualquier naturaleza, tiende a disminuir su capacidad de producir buenos

resultados, en base a su función, debido al uso en tiempo. Para el caso específico del equipo de rayos X, la función principal es obtener tomas radiográficas con una calidad de imagen buena, capaz de mostrar todas las discontinuidades que presenta la probeta de material al ser ensayada.

Los factores que afectan a la calidad de la imagen por el uso que ha tenido el equipo con el pasar de los años, no se relaciona directamente, si no que depende de efectos geométricos y físicos que se relacionan con el foco del equipo, el cual está ubicado en el ánodo del tubo de rayos X. Por lo tanto, el presente trabajo busca relacionar matemáticamente esos efectos físicos y mecánicos que pueden ocasionar alteraciones en el foco del equipo y así producir un efecto adverso al deseado en cuanto al lograr una calidad de imagen buena en las tomas radiográficas del ensayo no destructivo RT. Este factor, permitirá corregir la ecuación del tiempo de exposición de rayos X, para entregar mejores resultados.

## **CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.1. Justificación**

El sentido de obtener un modelo matemático que represente el efecto producido por el uso a través de los años del equipo de rayos X para el ensayo RT, es lograr una ecuación que permita calcular el tiempo de exposición a la radiación X mucho más confiable al realizar el Ensayo No Destructivo RT. En la práctica actual, se utiliza la ecuación de tiempo de exposición que involucra factores de corrección por: densidad, por película radiográfica, por distancia, y por efectos varios, al tiempo obtenido del diagrama de exposición de acuerdo al espesor y material que se quiere ensayar.

Con la implementación de este nuevo factor, se podrá tener resultados más precisos que los que se obtendrían al utilizar la ecuación de tiempo de exposición habitual, que no involucra el efecto del uso del equipo, esto debido a que todos los equipos pierden efectividad al realizar su función, conforme pasan los años de uso. Al considerar este efecto se está tomando en cuenta factores que pueden afectar la calidad de imagen.

### **1.2. Planteamiento del Problema**

Como se ha evidenciado, todos los equipos, con el pasar del tiempo disminuyen su capacidad de operación para la que fueron diseñados; es decir que su tiempo de vida útil disminuye, debido al uso constante que han recibido; particularmente el equipo generador de rayos X. Con este antecedente, lo que se busca es incorporar un factor que considere la corrección por el uso del equipo de rayos X, durante su tiempo de operación, en la ecuación de tiempo de exposición de radiación, la cual se utiliza para realizar el ensayo RT a los materiales; en este caso, a las probetas soldadas de acero.

El tiempo de exposición es un parámetro fundamental que los inspectores de RT deben considerar y calcular, ya que es un factor físico que interviene directamente en la calidad de imagen y penumbra geométrica, dependiendo de la densidad del material; es decir debido al material y a su geometría, en la realización de la inspección por RT. Por lo tanto, dado que es un parámetro importante y fundamental en el ensayo, se desarrollará el modelo matemático que integre los efectos directos e indirectos que se deban a la pérdida de efectividad en la toma radiográfica por uso del equipo a través del tiempo, y así obtener mejores resultados en la toma radiográfica.

### **1.3. Objetivos de la Investigación**

#### **1.3.1. Objetivo General**

Obtener un modelo matemático para la obtención de un factor de corrección debido al envejecimiento del equipo generador de rayos X para el cálculo de tiempos de exposición en un Ensayo No Destructivo de Radiografía Industrial X para ensayar muestras de acero soldadas.

#### **1.3.2. Objetivos Específicos**

- Investigar sobre la ecuación del tiempo de exposición para el planteamiento del estado del arte del trabajo planteado.
- Analizar la ecuación de tiempo de exposición para la verificación de los factores de cálculo que corrigen los valores calculados.
- Discutir los resultados obtenidos a través de un modelo matemático donde se involucren los factores de cálculo necesarios.
- Obtener un modelo computacional que permita realizar nomogramas que representen de manera gráfica el modelo matemático obtenido del factor de envejecimiento.

#### 1.4. Alcance

El modelo matemático que se obtendrá, a partir del planteamiento de una sólida base teórica acerca de los principios físicos y geométricos que intervienen en la generación de radiación a partir de rayos X para la obtención de una toma radiográfica en el ensayo RT en probetas de acero, será una expresión matemática que represente los cambios y efectos producidos en y por el equipo generador de rayos X, debido a su uso a través del tiempo, que influyen en la calidad de imagen al obtener la toma radiográfica.

La fundamentación teórica es la que permitirá obtener el entrelazamiento de efectos, tanto directos, como indirectos, por lo que se presenta cada uno de los conceptos que se utilizarán en el desarrollo del modelo matemático. Mientras que, el planteamiento del Estado del Arte, permitirá el desarrollo de un proceso sistemático y consistente en base a las herramientas físicas y matemáticas para la obtención de un modelo matemático que permita obtener el factor de envejecimiento para corregir la ecuación de tiempos de exposición. Finalmente, se obtendrá un modelo computacional que permita generar nomogramas para representar gráficamente el modelo matemático obtenido.

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentan los principales principios físicos, geométricos y mecánicos, que permitirán relacionar los efectos directos e indirectos que intervienen en la calidad de los resultados (imagen) de una toma radiográfica por RT, debido a la degradación del equipo generador de rayos X, por el uso durante el tiempo.

### 2.1. Naturaleza de la radiación penetrante

El ensayo no destructivo RT utiliza radiación electromagnética de longitud de onda corta para poder atravesar los distintos materiales (Gomplewicz y otros, 2006). La intensidad de radiación penetrante que atraviesa el material, es capturada por la película radiográfica, la cual es sensible a la radiación. Por otra parte, la radiación es una forma manifestación de energía que se desplaza como ondas electromagnéticas o partículas, ya sea en el vacío, o a través de un medio material. Existen varios tipos de radiación, las cuales se desplazan como ondas electromagnéticas, estos son: las ondas de radio, microondas, infrarrojo, visible, ultravioleta, rayos X, y rayos gamma; el conjunto de todos estos tipos de radiación se denomina espectro electromagnético. Las radiaciones se las clasifican de acuerdo a su longitud de onda. (Gomplewicz y otros, 2006)

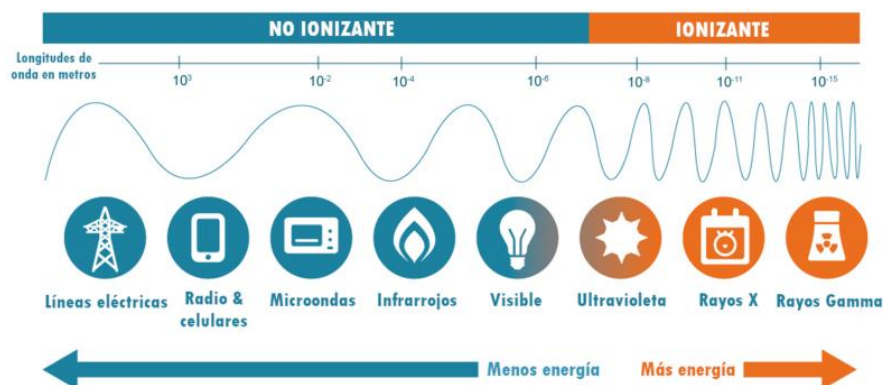
Además, la radiación electromagnética está compuesta o formada de fotones, en donde cada fotón contiene una cierta cantidad de energía, esta energía puede estar entre cero e infinito; por ende, otra manera de distinguir a los tipos de radiación es por la cantidad de energía en los fotones. Las radiaciones con longitud de onda más corta contienen mayor energía para traspasar el material, que las radiaciones con mayor longitud de onda. Al atravesar la materia, la radiación se dispersa, y se absorbe (Gomplewicz y otros, 2006). Por otra parte, la radiación al atravesar la materia, interactúa con las partículas subatómicas que conforman el material que es atravesado,

con la suficiente energía para ionizar la materia.

El espectro electromagnético está distinguido por dos zonas, una de radiación no ionizante, conformada por: las ondas de radio, microondas, infrarrojo, y visible. Mientras que, la ultravioleta, rayos X, y rayos gamma, constituyen la radiación ionizante. La radiación no ionizante contiene menos energía que la radiación ionizante (Figura 1), por ese motivo, en el ensayo RT, se utilizan los rayos X y rayos Gamma, con esto se aprovecha la capacidad de penetración en el material, la cual, junto con su efecto fotoquímico sobre la película radiográfica, se puede obtener información de los defectos de los materiales (Allen, 2022).

### **Figura 1.**

División del espectro electromagnético



*Nota.* Esta imagen fue extraída de la fuente (Luisa, 2022).

#### **2.1.1. Equipo generador de rayos X**

El equipo generador de rayos X es quien produce la radiación necesaria para realizar el ensayo no destructivo RT, a través de generar la imagen del interior del material en la película radiográfica. Los principales componentes son:

- Tubo de rayos X

- Generador de alto voltaje
- Consola de control
- Sistema de enfriamiento

El tubo de rayos X, como se detallará en la siguiente sección, es el encargado directo de generar los rayos X. Por otra parte, el generador de alto voltaje es el encargado de producir el potencial eléctrico elevado entre el cátodo y el ánodo (Gomplewicz y otros, 2006). Los electrones que se liberan del cátodo son atraídos fuertemente hacia el ánodo, este flujo de electrones se denomina corriente del tubo de rayos X y su unidad de medida es en miliamperios; esto se controla con el ajuste de corriente de bajo voltaje que calienta el cátodo. Mientras más se calienta el filamento, mayor será el flujo de electrones del cátodo al ánodo. El alto voltaje se mide en Kilovoltios y es regulado a través de la consola de control. (Allen, 2022)

La consola de control es un equipo que tiene seguro codificado para precautelar el uso exclusivo del personal autorizado. Los principales controles, regulan el voltaje del tubo en  $[kV]$ , el amperaje del tubo en  $[mA]$ , el tiempo de exposición, el cual también es controlado y seteado a partir de esta consola, en unidades de minutos y segundos. El sistema de enfriamiento, el cual puede ser, ya sea a través de la convección natural, a través de la convección forzada, utilizando energía de enfriamiento del refrigerante o algún líquido, o a través del fenómeno de conducción, es necesario para enfriar el ánodo, esto debido a que se produce bastante calor en éste, por el proceso. Cabe recalcar que, para evitar combustión dentro del equipo, se tiene una cámara de vacío, la cual aísla completamente el oxígeno. A través de la Figura 2, se puede visualizar la consola de control (Figura 2a) y el tubo de rayos X (Figura 2b).

## Figura 2.

Equipo de rayos X



*Nota.* Consola de control del equipo de rayos X, (b) tubo de rayos X. Esta imagen es propia del autor.

### 2.1.1.1. Rayos X

Son formas de radiación electromagnética de naturaleza ionizante, debido a su gran capacidad de penetración y energía, esto se debe a que presentan longitudes de onda pequeñas dentro del espectro electromagnético. La longitud de onda de los rayos X va de 5 a  $0.01 \text{ \AA}$  (Quinn & Sigi, 1980).

#### Propiedades:

- Se desplazan de forma rectilínea a la velocidad de la luz.
- Proporciona imágenes al entrar en interacción con una película radiográfica.
- No se alteran por la presencia de campos electromagnéticos.
- Se puede generar el fenómeno de difracción debido a que pueden ser desviados por una

red cristalina, mas no por prismas o lentes. Además de los fenómenos de interferencia y polarización, similar a la luz.

- Pueden causar daños o destruir las células vivas, provocando alteraciones genéticas.
- Son invisibles y e indetectables por cualquiera de los sentidos humanos, por ende, son peligrosos, para el operario de RT.

(Quinn & Sigi, 1980)

Particularmente, para el ensayo no destructivo RT, la propiedad más esencial es la “Absorción Diferencial”, que consiste en la capacidad de los rayos X de ser absorbidos por el material de manera independiente para cada uno. Esta absorción es de proporcionalidad directa con la densidad y el espesor del material ensayo, y de proporcionalidad inversa con la energía que poseen los rayos (Gomplewicz y otros, 2006).

#### **2.1.1.2. Tubo de rayos X - Principio de generación de rayos X**

Para producir fotones de rayos X, se tienen dos principales procesos atómicos: la radiación de frenado (Bremsstrahlung en alemán) y la emisión de celda K; cualquiera de estas se ven dadas por el cambio de estado de los electrones. En el proceso de Bremsstrahlung, la radiación se produce por la desaceleración del flujo de electrones. Mientras que, debido a la radiación por celda K, se produce cuando los electrones del ánodo se ionizan y los vacíos producidos en la capa K son ocupados por electrones de capas superiores, produciéndose fotones de Rayos X cargados de energía. Esta energía perdida, se manifiesta como un fotón de rayos X. De manera general, se produce mayor energía por la emisión de celda K, que con el frenado Bremsstrahlung. (Gambaccini y otros, 2011)

El tubo de rayos X consiste en una ampolla que está diseñada al vacío, y generalmente es

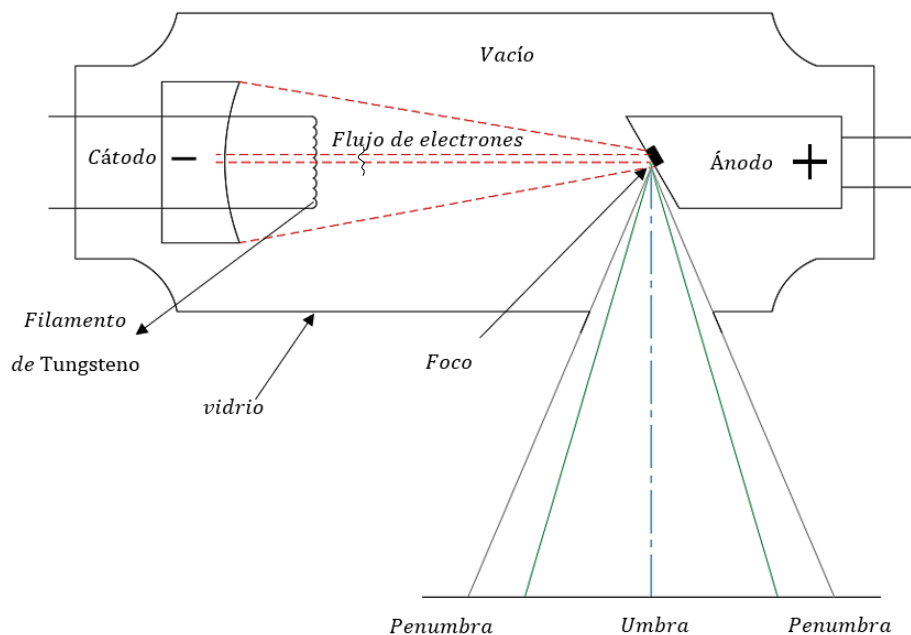
de vidrio. Principalmente, la producción de rayos X en el tubo se da debido al efecto Bremsstrahlung; es decir, el flujo de electrones a altas velocidades que se generan del cátodo y desaceleran de manera brusca debido al impacto contra el ánodo. Este flujo de electrones necesarios para la generación de rayos X se obtiene debido al calentamiento de un filamento de tungsteno debido a una corriente de miliamperios y de bajo voltaje. Conforme la temperatura se incrementa en el filamento, los electrones de su material se excitan hasta que los electrones adquieren vibración y se desprenden del material, formando una nube de electrones en su entorno. (Castro, 2015)

La envoltura de electrones que se circula alrededor del filamento de tungsteno, lo que permite que los electrones de la nube se aceleren hacia el ánodo es la aplicación de una diferencia de potencia de miles de voltios entre el cátodo y el ánodo, lo que se denomina “Tensión del Tubo”, con esto los electrones colisionan contra la placa objetivo de tungsteno (punto focal) del ánodo a gran velocidad. La colisión de los electrones provenientes del cátodo (negativo) hacia el ánodo (positivo), provoca perturbaciones atómicas en este material, las cuales permiten la emisión de rayos X; al mismo tiempo que se genere gran cantidad de calor. (Boyd, 2001)

Es importante señalar que la generación de rayos X es proporcional a la corriente inducida del tubo; asimismo, a mayor tensión del tubo, se producirá electrones con mayor velocidad, logrando un mayor poder de penetración. En la Figura 3, se esquematiza los elementos y factores mencionados para el proceso de generación de la radiación, a través del tubo de rayos X.

**Figura 3.**

Principio de generación rayos X donde se forma el perfil de radiación compuesto de umbra y penumbra.



*Nota.* Esta imagen es propia del autor de este trabajo.

### 2.1.2. Energía de Radiación

La energía de un rayo X es una cuantificación de la capacidad que presenta de penetración sobre el material expuesto. Además, también es denominada como calidad de radiación, la cual está dada debido a la longitud de onda que presenta el rayo X producido, como se mencionó, mientras menor longitud de onda, mayor calidad o energía de radiación. En el caso de los rayos X, se tiene que la capacidad de penetración o energía es controlada por la tensión o el voltaje del tubo de rayos X; de tal manera, que, a menor longitud de onda, mayor capacidad de penetración en el material. Esta energía de radiación puede ser descrita por la energía individual que presenta cada fotón. (Gomplewicz y otros, 2006)

La unidad SI para la energía es el Joule; sin embargo, la forma tradicional de representar a la unidad de medida de la energía de radiación es el electronvoltio ( $eV$ ). Un electronvoltio es la energía cinética que se le otorga a un electrón cuando es acelerado a través de un potencial eléctrico; siendo 1 [ $eV$ ] el equivalente de energía producida por un potencial de 1 [V]. La equivalencia de electronvoltio a Joule es  $1eV = 1.602 \times 10^{-19}$  [J]. Los fotones están en un rango de energía que va desde 1 [ $keV$ ] a 10 [ $MeV$ ]. La energía de radiación está relacionada con la composición elemental del material, la densidad, y el espesor del material a ser ensayado.

## 2.2. Características de la imagen radiográfica

La imagen radiográfica es un registro visual obtenido mediante la aplicación de radiación ionizante sobre la película radiográfica. Este método de diagnóstico médico e industrial permite la visualización de estructuras internas de objetos opacos a la luz visible, como tejidos humanos, huesos, o componentes metálicos, revelando detalles anatómicos y defectos de manera no invasiva (Almeida y Álvarez, 2017).

Las características fundamentales de la imagen radiográfica incluyen la densidad, que se relaciona con la radiación captada los materiales examinados, en el caso del ensayo de RT; el contraste, que representa las diferencias de densidad entre las diversas estructuras; y la nitidez, que describe la claridad de los bordes en la imagen. Además, la resolución espacial y la resolución de contraste son aspectos cruciales que determinan la capacidad del sistema radiográfico para representar detalles finos y diferencias sutiles en la densidad.

En el ámbito médico, las imágenes radiográficas son esenciales para el diagnóstico de enfermedades, lesiones y anomalías. En la industria, la radiografía se emplea para la inspección de materiales, soldaduras y componentes, contribuyendo a garantizar la integridad y calidad de productos manufacturados (Bushberg et al., 2011).

### 2.2.1. Sensibilidad Radiográfica

En la práctica del Ensayo No Destructivo RT, la sensibilidad radiográfica emerge como un concepto crucial en el diagnóstico de la integridad estructural de materiales metálicos. Este parámetro representa la capacidad del método radiográfico para detectar y caracterizar discontinuidades en el interior de las piezas evaluadas, permitiendo así la identificación temprana de posibles defectos que podrían comprometer la seguridad y funcionalidad de las estructuras.

La sensibilidad radiográfica se define como la mínima diferencia de atenuación de los rayos X que puede ser detectada por el sistema de imagen radiográfica. Esta capacidad está influenciada por varios factores, entre los que se incluyen la energía y la intensidad de radiación, el tipo y espesor del material inspeccionado, así como la calidad y resolución del detector utilizado (Rivera y Sotomayor Verónica, 2021).

Para comprender mejor la sensibilidad radiográfica, es esencial considerar el proceso de generación de una imagen en la toma radiográfica. Esto es, cuando un haz de rayos X atraviesa una muestra metálica, interactúa con los átomos del material, siendo absorbido o dispersado en diferentes grados según la composición y densidad del metal. Las áreas más densas, como las inclusiones, grietas o discontinuidades internas, producen una mayor atenuación del haz de rayos X, lo que resulta en una disminución de la intensidad del flujo radiográfico que llega al detector. Por lo tanto, la sensibilidad radiográfica se relaciona directamente con la capacidad del sistema de detección para distinguir estas variaciones de intensidad y convertirlas en una imagen visible.

En la práctica, la sensibilidad radiográfica se evalúa mediante la inspección de estándares de referencia que contienen discontinuidades calibradas de diferentes tamaños y tipos. Estos estándares, como las placas de referencia y los bloques con agujeros de diámetros conocidos, permiten establecer los límites de detección del sistema radiográfico y determinar su capacidad

para identificar defectos específicos en condiciones controladas.

Es importante destacar que la sensibilidad radiográfica no solo depende de las características técnicas del equipo utilizado, sino también de la habilidad y experiencia del operador para interpretar correctamente las imágenes radiográficas y distinguir entre las discontinuidades reales y las artefactuales. En este sentido, la formación y certificación de los técnicos en END, sirve de mucho en cuanto a la garantía de la fiabilidad y precisión de los resultados obtenidos (Rivera y Sotomayor Verónica, 2021).

En conclusión, la sensibilidad radiográfica constituye un parámetro fundamental en los ensayos no destructivos de estructuras metálicas, proporcionando información crucial sobre la presencia y características de posibles defectos internos. Su correcta evaluación y aplicación permiten mejorar la seguridad y confiabilidad de las instalaciones industriales, contribuyendo así al desarrollo y mantenimiento de estándares de calidad en el sector.

### **2.2.2. Densidad Radiográfica**

La densidad radiográfica es una medida del nivel de oscurecimiento en la película que produce la imagen. También se hace referencia a la densidad transmitida, que se refiere a la radiación capaz de atravesar la película. Esta medida se obtiene mediante un densitómetro, un dispositivo que evalúa la cantidad de luz transmitida a través de un fragmento de película utilizando un sensor fotovoltaico.

Después de capturar una imagen radiográfica de un componente y procesar la película, el nivel de oscurecimiento resultante variará según la cantidad de radiación que haya atravesado la película durante el proceso. Como se mencionó previamente, las áreas más oscuras indican una mayor exposición, mientras que las áreas más claras indican una exposición menor (Oliveira et

al., 2015).

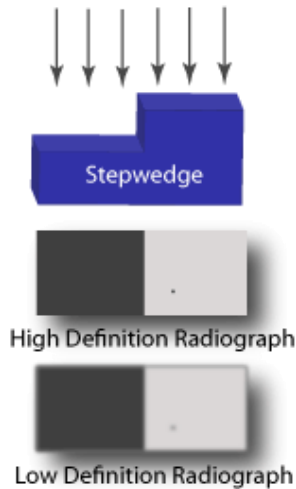
La película procesada se examina a contraluz frente a una pantalla iluminada. De esta manera, la luz atraviesa la película y permite visualizar la imagen de manera distintiva. La densidad radiográfica puede determinarse mediante el logaritmo de la relación de dos medidas: la intensidad de radiación que toca el material; es decir la inicial ( $I_0$ ) y la intensidad de radiación que traspasa el material y es captada por la película radiográfica; también intensidad final o transmitida ( $I_t$ ).

### **2.2.3. Definición Radiográfica**

La definición radiográfica se refiere a la brusquedad del cambio al pasar de una zona de una densidad radiográfica dada a otra. Al igual que el contraste, que será el siguiente concepto a abordar, la definición facilita la visualización de características de interés, como defectos, pero de una manera totalmente diferente. En la Figura 4, la radiografía superior presenta un alto nivel de definición, mientras que la radiografía inferior muestra un nivel de definición más bajo. En la radiografía de alta definición, se observa que un cambio en el grosor de la cuña de paso se traduce en un cambio abrupto en la densidad radiográfica. Se aprecia que los detalles, en particular el pequeño círculo, son mucho más distinguibles en la radiografía de alta definición (Almeida y Álvarez, 2017). Se podría afirmar que el detalle retratado en la radiografía es equivalente al cambio físico presente en la cuña de paso. En otras palabras, se logró una reproducción visual fiel de la cuña de paso. En la imagen inferior, la configuración radiográfica no produjo una reproducción visual fiel. La línea de borde entre los escalones está borrosa. Esto se evidencia por la transición gradual entre las áreas de alta y baja densidad en la radiografía.

**Figura 4.**

Definición radiográfica



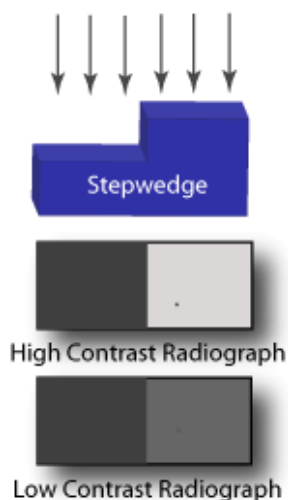
*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Almeida y Álvarez, 2017).

Dado que el contraste y la definición radiográficos no dependen del mismo conjunto de factores, es posible producir radiografías con las siguientes cualidades:

- Bajo contraste y baja definición.
- Alto contraste y baja definición.
- Bajo contraste y buena definición.
- Alto contraste y buena definición.

#### **2.2.4. Contraste Radiográfico**

El contraste radiográfico se define como el grado de diferencia de densidad entre dos áreas en una radiografía. Este parámetro facilita la distinción de características de interés, tales como defectos, en comparación con el área circundante. En la Figura 5 se presentan dos radiografías de la misma cuña de paso.

**Figura 5.****Contraste Radiográfico**

*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Almeida y Álvarez, 2017).

La radiografía superior exhibe un alto nivel de contraste, mientras que la radiografía inferior muestra un nivel de contraste más bajo. A pesar de que ambas capturan el mismo cambio en el grosor, la imagen de alto contraste emplea un cambio más pronunciado en la densidad radiográfica para representar esta variación (Almeida y Álvarez, 2017). En ambas radiografías, se ha incluido un círculo de igual densidad. Este círculo es significativamente más discernible en la radiografía de alto contraste. Se manifiestan dos formas de contraste:

- **Contraste de Objeto:** Relación que distingue las intensidades de radiación que se transmiten a través de diversas secciones del objeto evaluado.
- **Contraste de Película:** Es la diferencia de densidad que resulta del tipo de película utilizada.

### 2.2.5. Calidad de Imagen

La calidad de una imagen radiográfica es un aspecto crucial en la radiología, ya que

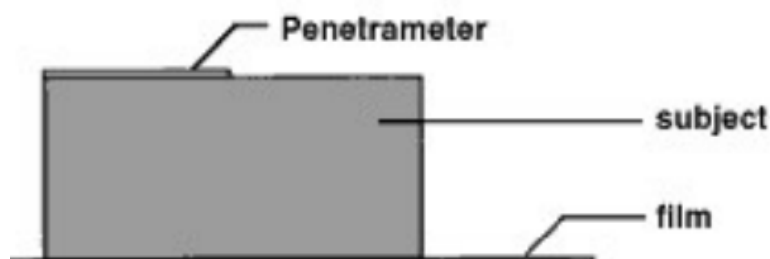
incide directamente en la capacidad de diagnóstico y evaluación de las estructuras anatómicas. Para comprender la calidad de una imagen, resulta esencial considerar diversos indicadores y factores que influyen en su formación. Uno de los métodos que permite controlar la calidad de una imagen es mediante el uso de los Indicadores de Calidad de Imagen (ICI), también conocidos como "Penetrómetros".

Los ICI señalan la cantidad en la cual un cambio específico en el espesor del material puede ser detectado en la radiografía y aseguran que la imagen tenga un nivel adecuado de definición para evitar la pérdida de detalles debido a la falta de nitidez. Actúan como puntos de referencia que permiten identificar cuando la calidad y la consistencia no pueden ser mantenidas, lo que podría resultar en la falta de detección de discontinuidades.

Por lo general, los ICI se posicionan en el lado del componente hacia la fuente, en una sección del material con un espesor equivalente a la región de interés. En caso de no ser posible, el ICI se puede colocar en un bloque de material con un espesor similar a la región requerida; particularmente, el ICI debe estar a la misma distancia de la película como si estuviera posicionado directamente sobre la región de interés (Boyd, 2001). La Figura 6, presentada a continuación, proporciona una comprensión más clara de lo explicado en el párrafo anterior.

### **Figura 6.**

Metodología del ICI



*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Boyd, 2001).

### 2.3. Factores geométricos que intervienen en la calidad de imagen en una toma radiográfica

La calidad de una imagen radiográfica está intrínsecamente ligada a diversos factores geométricos que inciden en la formación y representación de estructuras anatómicas. Estos factores desempeñan un papel crítico en la obtención de imágenes radiográficas nítidas y precisas, afectando directamente la capacidad de diagnóstico en radiología.

- **Distancia Foco-Película (DFP):** La DFP es un factor geométrico esencial que impacta en la nitidez de la imagen. A medida que la DFP aumenta, se reduce la divergencia de los rayos X, lo que contribuye a una imagen más definida. El mantenimiento de una DFP adecuada es crucial para preservar la resolución espacial (Bushberg et al., 2011).
- **Ángulo de Inclinación:** La inclinación del tubo de rayos X y de la película radiográfica puede afectar la calidad de la imagen. Un ángulo inadecuado puede provocar distorsiones y pérdida de detalles anatómicos. La corrección de la inclinación es esencial para lograr imágenes anatómicas precisas.
- **Colimación:** La colimación restringe los rayos X a la región requerida, minimizando la exposición innecesaria y mejorando la resolución de la imagen. Un adecuado control de la colimación es esencial para optimizar la calidad de la imagen radiográfica (Huda y Nickoloff, 2010).
- **Magnificación y Distorsión:** La magnificación y distorsión afectan la relación dimensional de las estructuras anatómicas en la imagen. Mantener una distancia constante y ángulos adecuados es crucial para evitar alteraciones no deseadas en la representación de las estructuras.

En resumen, estos factores geométricos son determinantes para la calidad de la imagen radiográfica. La comprensión y aplicación adecuada de estos principios geométricos son esenciales para obtener imágenes radiográficas de alta calidad, mejorando así la precisión y confiabilidad en el diagnóstico clínico.

### **2.3.1. Punto Focal**

El punto focal en radiografía se refiere al punto en el tubo de rayos X desde el cual los rayos se emiten para formar una imagen en el receptor de imagen. Es un parámetro crucial que impacta en la calidad de la imagen y se divide en dos conceptos esenciales: el Punto Focal Actual y el Punto Focal Efectivo.

#### **2.3.1.1. Punto Focal Actual**

El Punto Focal Actual se define como el punto en el ánodo del tubo de rayos X desde el cual los rayos X emergen durante la emisión de radiación. Este punto es una característica física del tubo de rayos X y se encuentra en la superficie de la zona de impacto del haz de electrones en el ánodo. La determinación precisa del Punto Focal Actual es crucial para entender la geometría del haz de rayos X y su interacción con los objetos radiográficos (Oliveira et al., 2015).

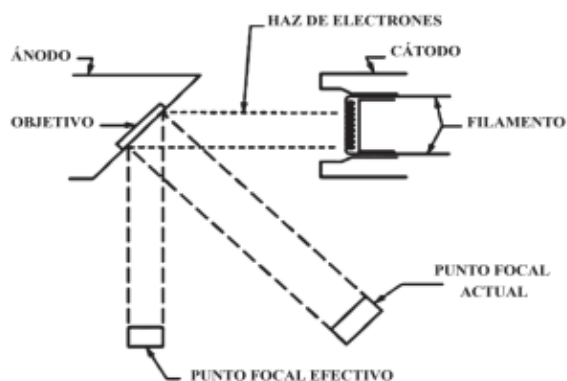
#### **2.3.1.2. Punto Focal Efectivo**

El Punto Focal Efectivo es un concepto que toma en cuenta la dispersión del haz de rayos X y la forma en que se proyecta en la dirección del objeto radiográfico. Representa el punto aparente desde el cual los rayos X parecen originarse en términos de geometría de formación de imagen. La dispersión angular del haz y la forma en que interactúa con el objeto radiográfico generan este punto, que puede no coincidir directamente con el Punto Focal Actual. La magnitud de la dispersión angular y su impacto en la calidad de la imagen son aspectos cruciales en la comprensión del Punto Focal Efectivo (Constante y Haro, 2018).

La Figura 7 que se presenta a continuación proporciona mayor detalle del concepto de punto focal.

**Figura 7.**

Punto Focal Actual y Efectivo



*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Constante y Haro, 2018).

### 2.3.2. Principio del enfoque lineal en imágenes de rayos X

Este principio manifiesta que mientras el ángulo del ánodo sea más pequeño, reducirá el tamaño del punto focal efectivo; mientras que, un ángulo objetivo mayor a  $45^\circ$ , aumentará el tamaño del mismo, en comparación con el ancho del haz de rayos X (Allen, 2022). A través de la Figura 8 se puede apreciar que el tamaño del punto focal real es controlado debido al tamaño del haz de electrones proveniente del cátodo y el ángulo objetivo; además se puede apreciar que el ancho del haz de electrones puede ser mayor que el ancho del haz de rayos X (Nett, s.f.). Este principio, se lo puede representar matemáticamente, por:

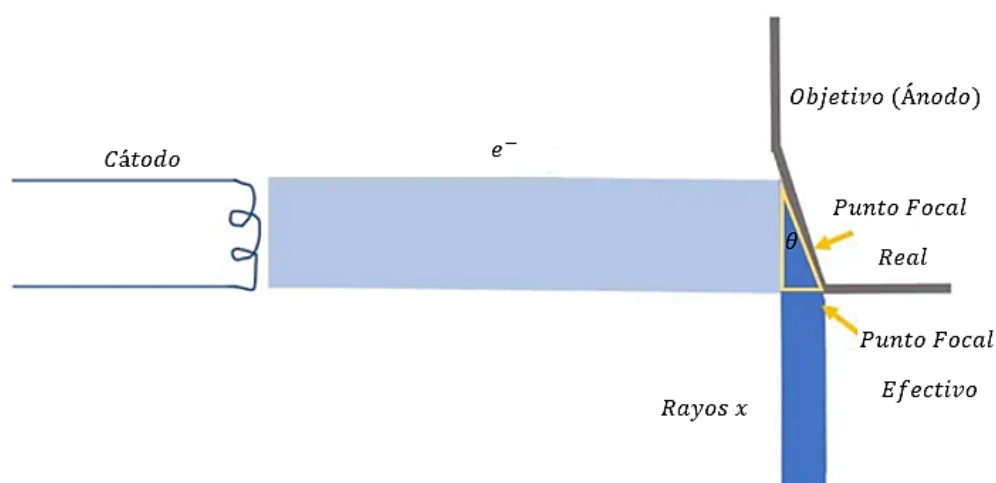
$$\sin(\theta) = \frac{\text{Punto Focal Efectivo}}{\text{Punto focal Actual}} \quad (1)$$

Es preferible tener un punto focal efectivo más peño, porque así se obtendrá mejor nitidez

y calidad en la imagen. Esto se puede lograr al seleccionar un filamento de cátodo más pequeño y cambiando el ángulo del bisel del ánodo. Si el ángulo del ánodo se vuelve más paralelo al haz central de electrones, el punto focal efectivo se hace más pequeño. Además, la aplicación de este principio, permite distribuir el calor creado por el impacto del haz de electrones en una porción más grande de la superficie del ánodo. (Allen, 2022)

### **Figura 8.**

Esquemmatización del Principio de Enfoque Lineal



*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Nett, s.f.).

### **2.3.3. Efecto Ánodo – Talón (Anode – Heel Effect)**

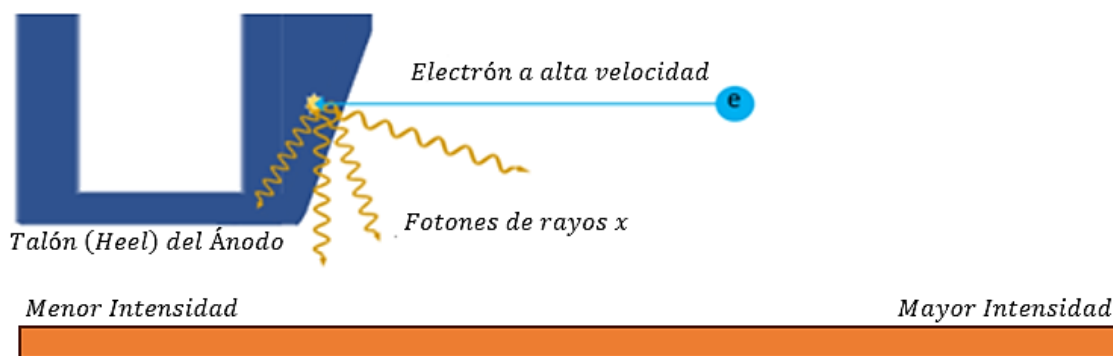
Este efecto representa la variación de intensidad de los rayos X a través del tubo. Esto es causado por la absorción de rayos por el ánodo del tubo. Además, puesto que el material del ánodo es Tungsteno, esto lo hace que sea un buen absorbente de rayos X; además de ser un buen blanco u objetivo para la producción de éstos; esto debido al elevado número atómico del Tungsteno. Como se observa en la Figura 9, los rayos X generados a partir de las interacciones de los electrones de alta velocidad pueden emitirse en cualquier dirección, al chocar en algún

punto del ánodo. Los rayos X que salen en dirección perpendicular con respecto a la superficie del ánodo viajan a través de menos material que los que salen directamente hacia abajo o hacia el extremo del ánodo del tubo. (Allen, 2022)

Debido a este efecto, la intensidad de los rayos X es mayor en el lado del receptor de imagen, que se encuentra localizado debajo del cátodo, y menor en el extremo debajo del ánodo. Esto debido a que cuando los rayos x abandonan el sitio de interacción de los electrones de manera perpendicular a la superficie del ánodo, viajan a través del menor espesor posible de metal. Por otra parte, los que salen del sitio de interacción en dirección hacia el extremo del ánodo del tubo de rayos X, lo hacen a través de una cantidad mucho más gruesa de metal y es mucho más probable que sean absorbidos antes de salir del ánodo. Por lo tanto, La exposición es mayor en el lado del cátodo de la imagen y es menor en el lado del ánodo de la imagen. (Allen, 2022)

**Figura 9.**

Esquemmatización del efecto Ánodo Talón en un Tubo de Rayos X



Nota. Imagen extraída del trabajo de (Allen, 2022).

#### 2.3.4. Medición de la Penumbra Geométrica

Se denomina penumbra geométrica a la falta de definición radiográfica, producto de la configuración y de la geometría del equipo de radiografía. Sucede cuando la radiación es originada desde un área y no desde un punto específico. Los factores que controlan la penumbra son los siguientes:

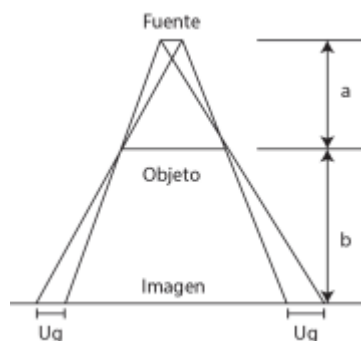
- Distancia objeto – película.
- Tamaño de la fuente.
- Distancia fuente – objeto.

Para obtener el efecto del tamaño de la fuente se debe referenciar las diferentes especificaciones de los fabricantes para determinada fuente, sea RG o RX. Para producir un nivel de definición muy elevado, la fuente debe poseer un tamaño que se acerque lo máximo posible a un punto. La distancia fuente – objeto, sin dejar de ser práctica, debe ser la máxima posible y la distancia entre el objeto y la película (detector) debe ser práctica y la mínima posible. Todo esto debe considerarse en la práctica ya que las normativas y los códigos en radiografía industrial establecen que la penumbra geométrica debe ser limitada. Los valores que sugieren las normas se refieren al ancho de la sombra de la penumbra en una imagen radiográfica. (Cely, 2016)

A través de la Figura 10, se puede apreciar los parámetros que intervienen en la obtención de la penumbra geométrica. Estos son: la distancia representada por  $a$ , que es la medición longitudinal desde la fuente a la superficie del objeto a inspeccionar, la distancia representada por  $b$ , que es la medición longitudinal desde el elemento hacia la película radiográfica.

**Figura 10.**

Parámetros que se relacionan con la penumbra Geométrica ( $U_g$ )

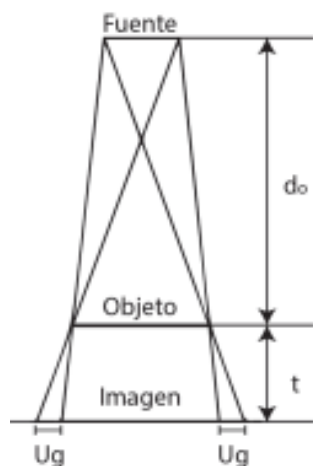


*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Almeida y Álvarez, 2017).

Análogo a estos parámetros, como se aprecia en Figura 11, se muestran valores más comúnmente utilizados en la práctica real, como el espesor del material  $t$  y la distancia entre el foco y el material  $d_0$  (Almeida y Álvarez, 2017). Según la ASTM – E94, estos parámetros se relacionan de la siguiente manera  $U_g = F \cdot t/d_0$ , donde  $F$  es el foco.

**Figura 11.**

Penumbra geométrica sin magnificación

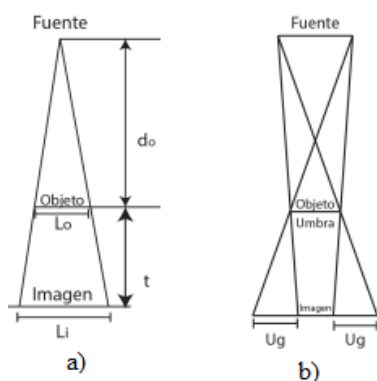


*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Almeida y Álvarez, 2017).

La penumbra geométrica ( $Ug$ ) influye significativamente en la calidad de la radiografía, haciendo crucial la obtención del valor de la distancia entre la fuente y la película radiográfica (SFD) (Castro, 2015). La imagen radiográfica puede ser mayor o menor que el objeto real, esto se debe a la relación entre el tamaño del objeto, el tamaño de la fuente, y de las distancias entre ellos, como se aprecia en las Figuras 12 a y 12 b.

**Figura 12.**

Representación SFD



*Nota.* En a) Ampliación radiográfica, y b) reducción radiográfica. Imagen extraída del trabajo de (Almeida y Álvarez, 2017).

### 2.3.5. Distancia Fuente – Objeto y Objeto – Película

La Distancia Fuente – Objeto (DFO) y la Distancia Objeto – Película (DOP) son dos parámetros cruciales en la radiografía, ambos desempeñan un papel fundamental en la calidad y claridad de las imágenes obtenidas. Estos conceptos están intrínsecamente relacionados y su correcta comprensión es esencial para lograr resultados radiográficos precisos.

### 2.3.6. Distancia Fuente – Objeto (DFO)

La DFO se refiere a la distancia entre la fuente de radiación (tubo de rayos X) y el objeto que se está radiografiando. Esta distancia tiene un impacto significativo en la nitidez y definición

de la imagen. Mantener una DFO adecuada es esencial para preservar la resolución espacial y evitar distorsiones en la representación radiográfica (Bushberg et al., 2011).

### **2.3.7. Distancia Objeto – Película (DOP)**

La DOP, por otro lado, es la distancia entre el objeto radiográfico y el detector o la película radiográfica. La elección de la DOP afecta la magnificación de la imagen y la reducción de la penumbra geométrica. Se debe considerar cuidadosamente al seleccionar la DOP para garantizar que se capturen detalles finos y se minimice la pérdida de nitidez.

La relación entre la DFO y la DOP es crucial para la calidad de la imagen radiográfica. Un ajuste adecuado de la DFO y la DOP puede influir en la ampliación o reducción de la imagen, permitiendo una representación precisa del objeto radiográfico (Seeram, 2007). La selección cuidadosa de las distancias fuente-objeto y objeto-película impacta directamente en la calidad de la radiografía. Una DFO inapropiada puede resultar en imágenes borrosas o distorsionadas, mientras que una DOP incorrecta puede afectar la magnificación y nitidez de la imagen.

## **2.4. Factores físicos que intervienen en la calidad de imagen en una toma radiográfica**

En las siguientes secciones, se presentan los conceptos relevantes acerca de los factores físicos que aportan al deterioro u envejecimiento del equipo generador de rayos X, que a su vez produce que una distorsión y falta de nitidez en la toma obtenida. durante un proceso de toma radiográfica a partir de un ensayo no destructivo de radiografía industrial X.

### **2.4.1. Efecto Fotoeléctrico**

Debido al choque que se produce del flujo de electrones hacia la superficie del material del ánodo, estos se desvían y además transfieren parte de la energía de ellos a las capas de baja

energía de los átomos del material del ánodo, por lo general Tungsteno. El hecho de esta transferencia de energía, resulta de la absorción de fotones y con esto se liberan electrones del átomo. Es importante destacar que todos los electrones pueden ser emitidos debido a este efecto, siendo aquellos que requieren menor energía los más abundantes y los que más fácilmente se liberan (Constante y Haro, 2018).

Para realizar un análisis cuantitativo del efecto fotoeléctrico, es necesario plantear las siguientes ecuaciones:

$$E_{fa} = E_e + E_c$$

$$hf = hf_o + \frac{1}{2}mv_m^2 = \Phi + E_c$$

$$\text{Si } hf < \Phi \rightarrow \text{no se emiten } e^-$$

Donde:

**$E_{fa}$** : es la energía absorbida del fotón

**$E_e$** : es la energía que libera un electrón

**$h$** : es la constante de Planck

**$f_o$** : es la frecuencia mínima que tienen los fotones

**$\Phi$** : es la Función de Trabajo del material

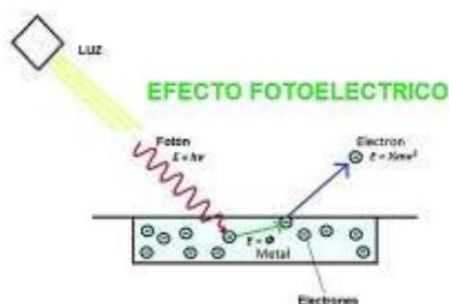
**$E_c$** : es la energía cinética que poseen los electrones máxima

La relevancia de este fenómeno se evidencia en la aplicación de la radiación gamma ( $\gamma$ ) sobre los materiales pesados, ya que absorbe energía de baja intensidad (Constante y Haro,

2018). Un esquema de este fenómeno, se manifiesta a través de la Figura 13.

**Figura 13.**

Efecto fotoeléctrico sobre una superficie



Nota. Imagen extraída del trabajo de (Constante y Haro, 2018).

### 2.4.2. Efecto Compton

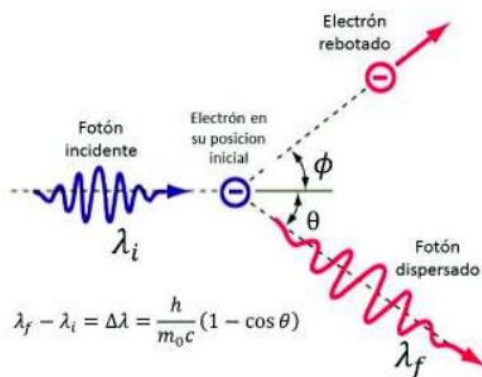
Este fenómeno describe cómo los fotones de rayos X inciden en los átomos de tungsteno del ánodo, en el caso de que este sea su material. Al incidir, estos fotones se dispersan. La energía del fotón que incide se traspa al electrón del átomo de tungsteno, esto hace que se produzca un retroceso, y con esto que se desvíe de su trayectoria inicial. Con esto aumenta la longitud de onda del fotón y disminuye su energía, dependiendo del ángulo de dispersión.

Es importante destacar que un fotón no puede ser completamente absorbido, lo que da lugar a la formación a lo que se conoce como “*fotón dispersado*”; el cual se mueve con distinta dirección en referencia al fotón original. Esto con distintas cantidades de energía y velocidades. La longitud de onda de la radiación dispersada está condicionada debido al ángulo de difusión, el mismo que debería ser mayor que el que se forma debido a la radiación incidente. En el momento de la colisión, la energía transferida al electrón es mínima, manteniendo constante la frecuencia y dirección del fotón. Por el contrario, cuando el fotón que es dispersado experimenta retroceso, entonces la energía es máxima.

En base a lo publicado por el Ministerio de Electricidad y Energía Renovable, se tiene que los fotones al chocar un material de gran espesor, experimentan dispersión del tipo múltiple, y con esto dando paso a la tecnología de blindajes. Este fenómeno tiene implicaciones significativas en la absorción y protección contra radiaciones en diversos contextos, lo que subraya su importancia en la investigación y aplicación de medidas de seguridad radiológica. En la siguiente Figura 14 se representa una esquematización del efecto Compton (Constante y Haro, 2018).

**Figura 14.**

Esquema del Efecto Compton



*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Constante y Haro, 2018).

### 2.4.3. Producción de pares

Este término se refiere a la deformación o cambio en las dimensiones aparentes de un objeto causado por la incidencia de rayos X. En el campo de la ingeniería, donde la precisión y exactitud de las imágenes radiográficas son cruciales, entender la producción de pares es esencial para garantizar resultados fiables y precisos.

Cuando un objeto se somete a un proceso de radiografía, los rayos X atraviesan el material, interactuando con sus estructuras internas. La producción de pares puede ocurrir debido

a la variación en la composición y densidad de los materiales que componen el objeto. Esta producción resulta en cambios aparentes en las dimensiones del objeto en la imagen radiográfica, lo que puede afectar la interpretación y toma de acciones, como la inspección de componentes, y la evaluación de integridad estructural (Cely, 2016).

El fenómeno de producción de pares se describe matemáticamente mediante ecuaciones específicas que relacionan las dimensiones reales del objeto con las dimensiones aparentes en la imagen radiográfica. Estas ecuaciones dependen de factores como la geometría de la disposición del objeto, la energía de los rayos X utilizados y las propiedades del material.

Es crucial considerar y mitigar la producción de pares en ingeniería mecánica para garantizar mediciones y evaluaciones precisas. Diversas estrategias, como la optimización de la geometría de la fuente de rayos X y el detector, así como el uso de técnicas avanzadas de procesamiento de imágenes, pueden contribuir a minimizar la producción de pares y mejorar la calidad de las imágenes radiográficas (Almeida y Álvarez, 2017).

## **2.5. Factores térmicos que intervienen en la calidad de imagen en una toma radiográfica**

### **2.5.1. Desgaste por esfuerzo térmico**

El desgaste por esfuerzo térmico es un fenómeno complejo que involucra la degradación de materiales debido a ciclos repetitivos de calentamiento y enfriamiento bruscos. Aunque comúnmente asociado con aplicaciones de alta temperatura, este desgaste puede ocurrir en diversas condiciones y puede tener un impacto significativo en la vida útil y el rendimiento de los materiales.

El desgaste por esfuerzo térmico puede manifestarse en diversas situaciones, como en motores de combustión interna, componentes industriales expuestos a ciclos térmicos, o incluso

en aplicaciones aeroespaciales. Los ciclos térmicos repentinos generan tensiones internas en los materiales, lo que eventualmente conduce a la pérdida de propiedades mecánicas y estructurales.

Aunque la expansión térmica es un fenómeno asociado con cambios de temperatura, no es el principal contribuyente al desgaste por esfuerzo térmico. Este tipo de desgaste implica fluctuaciones rápidas de temperatura que provocan tensiones significativas en la estructura del material. A diferencia de la expansión térmica, que generalmente se manifiesta de manera uniforme, el desgaste por esfuerzo térmico se caracteriza por gradientes térmicos abruptos que generan tensiones locales y ciclos de carga térmica repetitivos (Davidge, 1991).

El desgaste por esfuerzo térmico conlleva a la pérdida progresiva de propiedades mecánicas, térmicas y químicas de los materiales afectados. A medida que los ciclos térmicos se repiten, se produce la formación de grietas y microgrietas en la estructura del material, debilitándolo con el tiempo. Este proceso puede resultar en la disminución de la resistencia, la dureza y la tenacidad del material, lo que afecta negativamente su capacidad para soportar cargas y condiciones de servicio.

Los cambios bruscos de temperatura generan calor debido a la respuesta térmica diferencial de los materiales. Cuando un material se somete a una variación térmica rápida, las áreas con restricciones térmicas pueden experimentar tensiones internas, generando calor por deformación y dislocación atómica. Este calor adicional contribuye a la degradación del material a lo largo del tiempo (Davidge, 1991).

### **2.5.2. Dilatación y contracción térmica de los materiales**

La dilatación y contracción térmica de los materiales son fenómenos fundamentales que deben ser considerados en el análisis de la calidad de imagen en radiografía industrial aplicada a

ensayos no destructivos de estructuras metálicas. Estos fenómenos se derivan de la respuesta de los materiales a los cambios en la temperatura ambiente o a la exposición directa al calor durante el proceso de radiografía.

La dilatación térmica se refiere al aumento en las dimensiones de un material cuando se calienta y la contracción térmica implica la reducción en las dimensiones cuando se enfría. Estos cambios dimensionales pueden ser significativos, particularmente en materiales metálicos, donde las variaciones de temperatura pueden provocar expansiones o contracciones lineales, volumétricas y angulares.

En el contexto de la radiografía industrial, la dilatación térmica puede causar distorsiones geométricas en la estructura de la pieza bajo inspección. Por ejemplo, si una parte metálica se calienta antes de la toma radiográfica, experimentará una expansión en sus dimensiones. Esto puede resultar en una sobreposición de detalles o en la modificación de las dimensiones y posiciones relativas de las características de interés, lo que impacta directamente en la interpretación de la imagen radiográfica (Smith, 2004).

Por otro lado, la contracción térmica que ocurre durante el enfriamiento después de la exposición al calor también puede generar efectos adversos en la calidad de la imagen radiográfica. La rápida contracción de la pieza metálica puede causar tensiones residuales, deformaciones o incluso fracturas, lo que se traduce en artefactos en la imagen radiográfica que pueden ser malinterpretados como defectos reales.

Es esencial tener en cuenta estos factores térmicos al diseñar y ejecutar procedimientos de radiografía industrial. Esto implica controlar y estabilizar las condiciones de temperatura durante el proceso de inspección, así como realizar correcciones adecuadas en la interpretación

de las imágenes radiográficas para tener en cuenta los efectos de la dilatación y contracción térmica de los materiales.

La comprensión detallada de estos fenómenos térmicos y su influencia en la calidad de la imagen radiográfica es crucial para garantizar la fiabilidad y precisión de los resultados obtenidos en los ensayos no destructivos de estructuras metálicas mediante radiografía industrial (ASME V, 2010).

### **CAPÍTULO III: ESTADO DEL ARTE PARA EL DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO DEL FACTOR DE ENVEJECIMIENTO**

En base a lo planteado en el marco teórico, se procede a enumerar y describir las herramientas, y modelos matemáticos y físicos que permitirán el desarrollo y la obtención del modelo matemático que servirá para calcular el factor adimensional que represente los del envejecimiento o deterioro del equipo, el cual se ha denominado simplemente como factor de envejecimiento ( $f_e$ ). Este factor es un número de corrección que permite obtener un tiempo de exposición optimizado con respecto a los efectos del envejecimiento del equipo en la calidad de toma radiográfica. Esto quiere decir que a la ecuación de tiempo de exposición estándar se modificará por este factor.

En este capítulo, se indica los modelos y métodos que se necesitan para el desarrollo estos son:

- Teorema de Buckingham-Pi, que permitirá obtener un factor adimensional global de los factores aportantes de los efectos físicos, térmicos y geométricos al envejecimiento del equipo.
- Modelo de la Ecuación Logística, que permitirá obtener un modelamiento del crecimiento controlado del área de la sección transversal del foco del tubo de rayos X, conforme haya pasado el tiempo.
- Adaptación de la ecuación del interés compuesto, que permitirá obtener el modelamiento matemático de la ecuación de envejecimiento con respecto al tiempo.

Además, se presenta en este capítulo la ecuación de tiempo de exposición con la

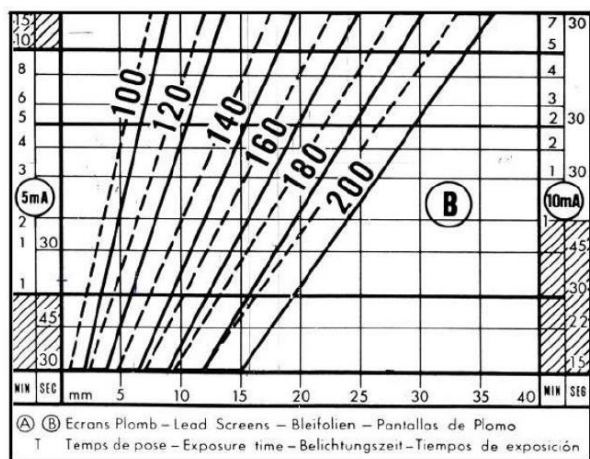
descripción de los factores de corrección existentes, o comúnmente utilizados. Cabe recalcar que, para la obtención del parámetro adimensional global representativo de efectos, se deben obtener previamente los efectos parciales con un factor representativo de cada aporte, los efectos físicos, geométricos y lineales, y térmicos.

### **3.1. Ecuación del tiempo de Exposición para equipos de Rayos X**

El tiempo de exposición es el lapso en el cual estará expuesto el objeto que va a ser ensayado. Esta magnitud se basa en la energía de radiación, distancia fuente-película y amperaje utilizado. Dado esta relación, se ha desarrollado diagramas de exposición, a través de las cuales se obtiene el tiempo de exposición a partir del espesor del material y de la energía utilizada para realizar el ensayo. Esta energía influye en los resultados de la toma radiográfica; es decir, mientras menos energía se use, entonces mayor será el contraste alcanzado. Por lo general el tiempo de exposición viene dado a través de nomogramas (diagramas de exposición) otorgados por los propios manufacturados de equipos, en donde, con condiciones de entrada de energía y de espesor de material, se obtiene el tiempo inicial en minutos (Jurado, 2017). A través de la Figura 15, se ilustra un ejemplo de diagrama de cálculo de tiempos de exposición para el equipo Baltographe BF 200/10 de Balteau.

**Figura 15.**

Ejemplo de Diagrama de operación o de exposición



*Nota.* Imagen extraída del trabajo (Rivera & Sotomayor Verónica, 2021).

La ecuación que normalmente se usa en la práctica para calcular el tiempo de exposición ( $t_{exp}$ ) de un equipo de rayos X es:

$$t_{exp} = t_c \cdot f_n \cdot f_p \cdot f_d \cdot f_v \quad (2)$$

Donde:

$t_c$ : es el tiempo obtenido del diagrama de exposición, [*min*]

$f_n$ : es el factor de corrección por densidad, [*adimensional*]

$f_p$ : es el factor de corrección por película, [*adimensional*]

$f_d$ : es el factor de corrección por distancia, [*adimensional*]

$f_v$ : es el factor de corrección por varios, [*adimensional*]

(Jurado, 2017)

Dado a que tanto la película como el equipo de generación de rayos X es distinto, con el fin de utilizar los diagramas de manera general, es necesario aplicar ciertos factores que corrijan este tiempo, como se los mencionó en la Ecuación 1, y como se detalla a continuación:

### **3.1.1. Factor de Corrección por Densidad ( $f_n$ )**

Este factor se relaciona con la densidad que presenta la película radiográfica, esta puede variar según el valor de la lectura del densitómetro, esto no es lo mismo entre un equipo y otro. El uso de un tipo diferente de película se puede corregir comparando la diferencia en la cantidad de exposición necesaria para dar la misma densidad en ambas películas. (Jurado, 2017)

### **3.1.2. Factor de Corrección por Película ( $f_p$ )**

Es el factor que tiene en cuenta la sensibilidad de la película radiográfica utilizada. Este factor se relaciona con el tipo de película. Por lo tanto, los valores son proporcionados por los fabricantes de películas radiográficas. (Jurado, 2017)

### **3.1.3. Factor de Corrección por Distancia ( $f_D$ )**

Es el factor que relaciona la distancia entre la fuente de emisión de radiación y la película, radiográfica debido a que es un parámetro del cual depende el tiempo de exposición. Un cambio en la distancia de fuente-película puede ajustarse mediante la Ley Inversa de los Cuadrados, que se detalla en la siguiente sección. (Jurado, 2017)

### **3.1.4. Factor de Corrección por Varios ( $f_v$ )**

Es el factor que relaciona la dependencia del tiempo de exposición con el amperaje y la energía del equipo generador de rayos X, además del material y de la técnica con la que se ejecuta el ensayo, entre otros. Entre estos factores varios, el más incluyente es debido al tipo de material, ya que se puede realizar el ensayo a diversos tipos de materiales, y estos tienen

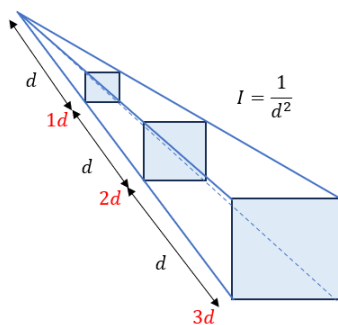
diferentes propiedades de absorción de radiación; los diagramas están desarrollados para el acero, pero con el factor de corrección se puede obtener un ajuste para utilizarlo en otros materiales. (Evaluation, s.f.)

### 3.1.5. Ley Inversa de los Cuadrados de Newton

Dado que la radiación X pertenece al espectro electromagnético, tiene como una de sus propiedades, que su intensidad tiene relación de proporcionalidad inversa con respecto al cuadrado de la distancia al punto de origen o la fuente de radiación (Jami, 2016). La intensidad de radiación que se recibe desde una fuente, puede ser caracterizada mediante el diagrama mostrado en la Figura 16.

**Figura 16.**

Esquemmatización de la Ley Inversa de los Cuadrados de Newton



*Nota.* Esta imagen es propia, elaborada por el autor de este trabajo.

Además, todas las medidas de exposición o tasa de radiación recibida se calculan a partir de la Ley Inversa de los Cuadrados de Newton. Particularmente, el tiempo de exposición. De forma matemática, se puede representar esta ley, mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{t_{exp1}}{t_{exp2}} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (3)$$

Donde:

$t_{exp1}$ : es el tiempo de exposición calculado, [min]

$t_{exp2}$ : es el tiempo de exposición del ensayo (a obtener), [min]

$d_1$ : es la distancia fuente- película teórica, dada por el fabricante del equipo, [cm]

$d_2$ : es la distancia fuente-película medida, [cm]

$I_1$ : es la intensidad emitida a la distancia desde la fuente  $d_1$ , [mR/h]

$I_2$ : es la intensidad emitida a la distancia desde la fuente  $d_2$ , [mR/h]

(Rivera & Sotomayor Verónica, 2021)

En la práctica, se utiliza la Ley Inversa de los Cuadrados cuando el tiempo corregido sobrepasa los 5 minutos. (Rivera & Sotomayor Verónica, 2021)

### **3.2. Selección de Variables Representativas de los distintos Efectos que intervienen en el**

#### **Envejecimiento del Equipo de Rayos X**

En el marco teórico se ha mencionado algunos efectos que influyen en el envejecimiento del equipo generador de rayos X, y por ende en la calidad de imagen de la toma radiográfica. El envejecimiento del equipo y calidad de imagen de la toma dependen de varios factores, los cuales se han mencionado en el marco teórico. Sin embargo, en las siguientes secciones, se va a seleccionar el factor representativo; es decir el factor más influyente o que abarca a todos, de cada efecto, los efectos físicos, los geométrico y de linealidad, y los térmicos o termodinámicos.

### 3.2.1. Variable Representativas para los Efectos Físicos que intervienen en el Envejecimiento del Equipo de Rayos X

Debido a que en la radiación X se produce por el principalmente por el proceso físico de Bremsstrahlung, que como se mencionó antes, se refiere a la radiación producto de la desviación de los electrones frenados por los átomos del material del foco de rayos X, entonces se tiene la presencia de los fenómenos físicos que se producen debido a este acontecimiento, estos son: Efecto Fotoeléctrico, Efecto Compton y Producción de Pares.

Los tres fenómenos físicos antes nombrados se consideran como secciones transversales parciales, las cuales al sumarse o al considerar su efecto combinado, se tiene un factor denominado como **Coefficiente de Atenuación Lineal**, como lo describe la siguiente ecuación (Connor, 2020):

$$\mu = \tau_{(fotoeléctrico)} + \sigma_{(Compton)} + \kappa_{(Producción\ de\ pares)} \quad (4)$$

Donde:

$\tau_{(fotoeléctrico)}$ : es el aporte por el Efecto Fotoeléctrico

$\sigma_{(Compton)}$ : es el aporte por el Efecto Compton

$\kappa_{(Distorsión\ pares)}$ : es el aporte por el efecto de Producción de pares

#### 3.2.1.1. Coeficiente de Atenuación Lineal ( $\mu$ ).

En este contexto, el Coeficiente de Atenuación Lineal es la suma de las tres probabilidades de aporte de los efectos físicos Fotoeléctrico, Compton, y Producción de Pares (Connor, 2020). La atenuación que se menciona, es debido a la incidencia de la radiación

penetrante en material; es decir el objeto a ser ensayado. Matemáticamente está representado por la siguiente ecuación:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (5)$$

Donde:

**$I$** : es la intensidad de radiación penetrante después de la atenuación, [ $mR/h$ ]

**$I_0$** : es la intensidad de radiación emitida o inicial, antes de la atenuación, [ $mR/h$ ]

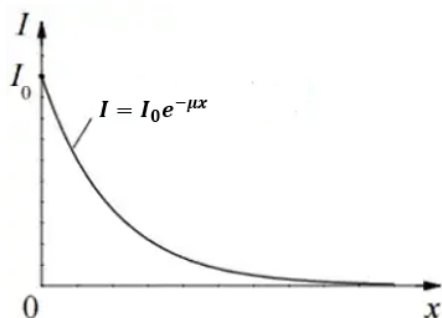
**$\mu$** : es el Coeficiente de Atenuación Lineal, [ $1/cm$ ]

**$x$** : es el espesor del material absorbente, [ $cm$ ]

El Coeficiente de Atenuación Lineal es un valor que se incrementa debido al incremento del número atómico del elemento del material que absorbe la radiación emitida. Además, como el modelo que representa la relación Intensidad-Coeficiente de Atenuación Lineal es exponencial, entonces este coeficiente para cualquier material absorbente, disminuye con la energía producida, esto se plasma en la Figura 17.

**Figura 17.**

Función Intensidad vs Distancia, en función del Coeficiente de Atenuación Lineal



*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Connor, 2020).

### 3.2.1.2. Interacción de los Efectos Físicos

En base a la energía de rayos X y al material absorbente, las secciones transversales descritas por los tres fenómenos físicos pueden diferir en tamaño o peso de aportación. Si la energía de rayos X es pequeña, entonces es dominante el Efecto Fotoeléctrico. Ahora, si la energía de rayos X es intermedia, entonces es dominante el Efecto Compton, el cual también aumenta debido a la disminución del número atómico del material absorbente, esto quiere decir, que predomina mucho más en núcleos ligeros. (Connor, 2020)

Por otra parte, el efecto de Producción de pares (electrón-positrón), es predominante a altas energía de rayos X. Además, la intensidad de rayos X es dependiente con el espesor del material absorbente, debido a la interacción de las secciones transversales descritas a partir de los tres fenómenos físicos. Estas interacciones se caracterizan por una probabilidad de ocurrencia por unidad de longitud en el material absorbente. (Connor, 2020)

**Selección:** Para representar los efectos físicos de la producción de rayos X en el tubo catódico del equipo, se selecciona al **Coefficiente de Atenuación Lineal**, el cual puede ser obtenido de tablas en unidades  $\left(\frac{1}{cm}\right)$  dependiendo del material absorbente.

### 3.2.2. Variable Representativas para los Efectos Térmicos que intervienen en el Envejecimiento del Equipo de Rayos X

Ya se ha mencionado que para producir la radiación X, se debe transferir grandes cantidades de energía eléctrica al tubo de rayos X, pero la mayor parte de esta energía se transforma en calor, esto es una limitante, ya que, si se produce un calor excesivamente alto, a temperaturas por encima de los valores críticos, el tubo de rayos X, se puede averiar. Es por esta razón que los materiales deben ser resistentes a los cambios bruscos de temperatura y a altas

temperaturas, esto es un indicio para considerar la propiedad de resistencia al choque térmico de los materiales, por ejemplo, del tungsteno.

La resistencia al choque térmico es la primera variable representativa de los efectos térmicos que intervienen en el envejecimiento del equipo de rayos X, ya que es la capacidad de un sólido de resistir cambios bruscos de temperatura. De hecho, es esta propiedad la que puede provocar una acumulación de deformación permanente en la placa de tungsteno del foco del tubo de rayos X.

Sin embargo, en el proceso de realizar una toma radiográfica, también puede existir el fenómeno temporal térmico de la expansión térmica superficial; es decir la dilatación y contracción de los materiales dado el cambio de temperatura, pero es un fenómeno elástico, en este caso. Por lo tanto, la segunda variable representativa será el coeficiente de expansión térmica superficial.

**Selección:** Para representar los efectos térmicos se ha determinado que los influyentes son la **Resistencia al Choque Térmico ( $\Delta T$ )**, la cual es una propiedad para cada material, que se puede obtener de tablas; para este caso, se utilizará el paquete computacional de Oxford CES EduPack 2019. Además, la segunda variable influyente es el **Coefficiente de expansión térmica superficial ( $\gamma$ )**, cuyo valor depende del material, y se lo obtiene al considerar el doble del coeficiente de expansión térmica lineal ( $\alpha'$ ). Es decir,  $\gamma = 2\alpha'$ .

### **3.2.3. Variable Representativas para los Efectos Geométricos y de Linealidad del factor de Envejecimiento**

Se ha visto que los factores que entre los factores que controlan la nitidez de la imagen de la toma radiográfica son: el Tamaño de la fuente, la Distancias Fuente-Objeto, y la Distancia

Objeto-Película. Además, para evaluar la calidad de la imagen se deben analizar los parámetros de densidad radiográfica a través de los indicadores de calidad. Sin embargo, todo esto es causa de obtener una buena o mala calidad de imagen y está relacionado con la nitidez o Penumbra Geométrica.

### 3.2.3.1. Ecuación de la Penumbra Geométrica

Como se ha mencionado, este factor es la pérdida de definición, resultado de los efectos geométricos del equipo generador de rayos X, los cuales se han mencionado anteriormente, y de su configuración. Por otra parte, se ha dicho que es un parámetro que influye en la calidad de imagen (Cely, 2016). El haz de radiación X se caracteriza por la penumbra y la umbra, lo que es generado por el efecto Bremsstrahlung.

La ecuación para obtener la Penumbra Geométrica, se describe a continuación:

$$U_g = f \cdot \frac{b}{a} \quad (6)$$

Donde:

**$U_g$** : es la Penumbra Geométrica, [ $mm$ ]

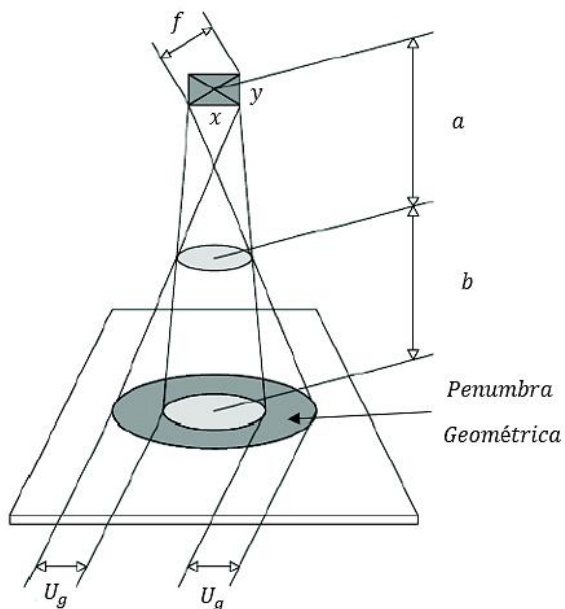
**$a$** : es la distancia mediada desde el foco al objeto, [ $cm$ ]

**$b$** : es el espesor del objeto o material, [ $cm$ ]

A través de la Figura 18, se muestra esquemáticamente los parámetros utilizados en la ecuación de la Penumbra Geométrica.

**Figura 18.**

Perfil de haz de radiación X con sus parámetros, en donde se muestra el factor  $U_g$ .



*Nota.* Imagen extraída del trabajo de (Cely, 2016)

**Selección:** Para representar los efectos geométricos y de linealidad que intervienen en el factor de envejecimiento, se elige la **Penumbra Geométrica**, puesto que es consecuencia directa de las configuraciones y disposiciones geométricas y lineales en una toma radiográfica, en relación con la fuente, el objeto y la película radiográfica.

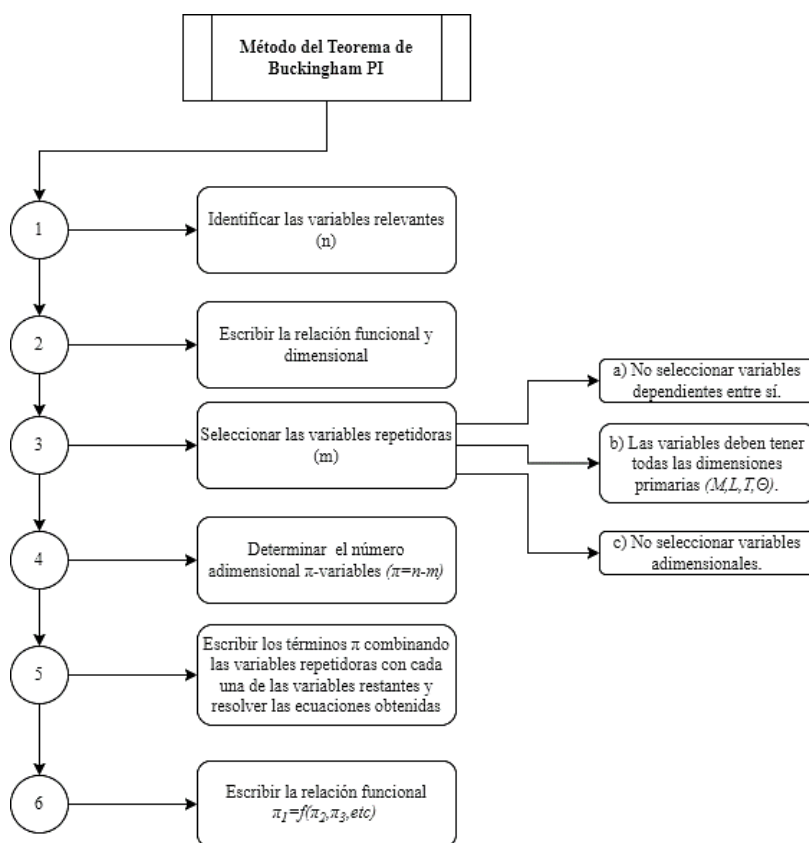
### 3.3. Teorema Pi de Buckingham

El Teorema Pi de Buckingham es una herramienta de análisis dimensional que se utiliza para generar parámetros adimensionales o los conocidos como variables  $\pi$ . Cuando una expresión temática es consistente dimensionalmente, es posible agrupar las variables en grupos adimensionales, cada una de estas variables elevada a un exponente literal. A cada grupo adimensional se asigna  $\pi$ , que es la cantidad de grupos adimensionales, se determina con la cantidad de variables que interviene en el fenómeno estudiado y la cantidad de unidades

fundamentales que intervienen. Una de las condiciones esenciales de este teorema es que la relación adimensional obtenida debe tener sentido o significado físico (Cengel & Cimbala, 2018). A través de la Figura 19, se ilustra el cuadro metodológico que servirá de base para la aplicabilidad del teorema de Buckingham Pi, en el presente proyecto.

**Figura 19.**

Cuadro Metodológico del Proceso para aplicar el Teorema de Buckingham Pi



*Nota.* Esta imagen es propia, elaborada por el autor de este trabajo.

A través de esta metodología, se obtendrá el primer factor importante en el desarrollo del modelo matemático del factor de envejecimiento, este factor agrupo o involucra los efectos combinados de todas las variables representativas mencionadas anteriormente, estas variables representativas estaban relacionadas acorde a los efectos físicos, geométricos y lineales, y

térmicos, que intervienen en el envejecimiento del equipo generador de rayos X debido al uso o funcionamiento del mismo, para la obtención de las tomas radiográficas a través del Ensayo No Destructivo de Radiografía Industrial por Rayos X. A este factor se lo denotará con la letra griega “Alpha”  $\alpha$ .

### 3.4. Modelo Matemático de la Ecuación Diferencial Logística

Como se ha mencionado antes, el aumento del área transversal del foco del ánodo del tubo de rayos X es una consecuencia directa que permite el aumento de la penumbra geométrica; por lo tanto, la imagen pierda nitidez. Con el fin de modelar matemáticamente este crecimiento, se adaptará el modelo matemático, conocido como la Ecuación Logística.

Este modelo matemático se utiliza para modelar el crecimiento de algo en función del tipo, pero con una limitante en el número, es decir no puede crecer desmesuradamente. Por esta razón, se lo adaptará para modelar la variación creciente de la sección trasversal del foco del equipo de rayos X, dado que con este modelo se puede tener control en los parámetros y límites para que estén lo más cercano a la realidad; además de que el crecimiento sea moderado y no brusco o acelerado.

#### 3.4.1. Definición de la Ecuación Diferencial Logística

En base al libro de Ecuaciones Diferenciales de Zill (Zill & Wright, 2013), se tiene que el modelo de la Ecuación Diferencial Logística está representado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left( 1 - \frac{P}{K} \right) \quad (7)$$

Donde:

**$P(t)$** : es la población en función del tiempo

$\frac{dP}{dt}$ : es la tasa de variación de la población en función del tiempo

$r$ : es la tasa de crecimiento

$K$ : es la capacidad de sustento del ambiente o capacidad de carga

$P_0$ : es la población inicial, en un problema con valor inicial

Este modelo contempla un medio donde existe una determinada cantidad de individuos de una población limitada por un número  $K$ ; es decir, no puede haber más individuos que  $K$ . (Zill & Wright, 2013)

### 3.4.2. Análisis de la Ecuación Diferencial Logística

Teniendo un problema con condición inicial  $P(0) = P_0$ ; donde  $P_0$  es la población inicial, se tiene que al ser  $P_0$  pequeña con respecto a  $K$ , entonces  $\frac{P}{K}$  es pequeña, con tendencia a cero, por lo que  $\frac{dP}{dt} \rightarrow rP$ . Por otra parte, si  $r > 0$ , entonces  $P_0$  aumenta su valor de manera acelerada, asimilándose a un crecimiento de naturaleza exponencial. Particularmente, para el presente trabajo, se quiere que el crecimiento que se va a representar del área transversal del foco del ánodo sea sutil y no rápido.

Además, si  $P$  se incrementa en el tiempo, el factor  $\frac{P}{K}$  también lo hace, dado que  $K$  es un valor constante. Ahora, si  $P_0 < K$ , entonces  $\frac{P}{K} < 1$ ; por lo tanto,  $\frac{P}{K} - 1 < 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{P}{K} > 0$ , entonces  $dP/dt$  va a decrecer. Finalmente, si  $P = K \Rightarrow \frac{dP}{dt} = cte$ .

Por otro lado, si  $P_0 > K$ , entonces  $\frac{P}{K} > 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{P}{K} < 0$ . Por lo tanto,  $dP/dt$  es negativa y  $P$  disminuye. Esto quiere decir que siempre que  $P > K$ , entonces  $P$  decrece. Sin embargo,

nunca  $P = K$ , debido a que  $\frac{dP}{dt} \rightarrow 0$ , pero si  $t \rightarrow \infty$  entonces  $P \cong K$ .

(openstax, s.f.)

### 3.4.3. Solución de la Ecuación Logística

Se redefine las constantes de la ecuación (4), de tal modo que se tiene

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP), \text{ con } a > 0 \text{ y } b > 0$$

Aplicando el método de resolver EDOs “separación de variables” y descomponiendo los términos en fracciones parciales, se tiene

$$\left( \frac{1}{P} + \frac{b}{a - bP} \right) dP = dt$$

$$\frac{1}{a} \ln|P| - \frac{1}{a} \ln|a - bP| = t + c$$

$$\ln \left| \frac{P}{a - bP} \right| = at + ac$$

$$\frac{P}{a - bP} = c_1 e^{at}$$

$$\Rightarrow P(t) = \frac{ac_1 e^{at}}{a - bc_1 e^{at}}$$

$$P(t) = \frac{ac_1}{bc_1 + e^{-at}}$$

Utilizando la condición inicial  $P(0) = P_0, P_0 \neq \frac{a}{b}$ , se tiene que  $c_1 = P_0 b(a - bP_0)$  (Zill & Wright, 2013). Luego de sustituir, simplificar las expresiones y volver a las constantes originales, se llega a:

$$P(t) = \frac{P_0 K e^{rt}}{(K - P_0) + P_0 e^{rt}} \quad (8)$$

### 3.5. Ecuación del Monto a Interés Compuesto

El interés compuesto, también conocido como interés sobre el interés, es la acumulación en forma sucesiva de los intereses de todos y cada uno de los periodos al capital inicial. Esto se obtiene sobre el principal más el monto total del interés que se acumula de los periodos anteriores. Se caracteriza porque el interés generado en un determinado tiempo, se suma al monto y este valor nuevamente genera intereses y nuevamente se vuelve a acumular al monto, de manera sucesiva, tantas veces como periodos de capitalización estén determinados (Mora, 2009). El monto a interés compuesto, se lo puede obtener de manera matemática mediante la siguiente ecuación:

$$M = C(1 + i)^n \quad (9)$$

Donde:

**M:** es el valor futuro

**C:** es el valor presente o valor actual

**i:** es la tasa de interés compuesto

**n:** número de periodos en años

(Mora, 2009)

Esta expresión se utilizará de manera análoga para la deducción del modelo matemático para calcular el factor de envejecimiento.

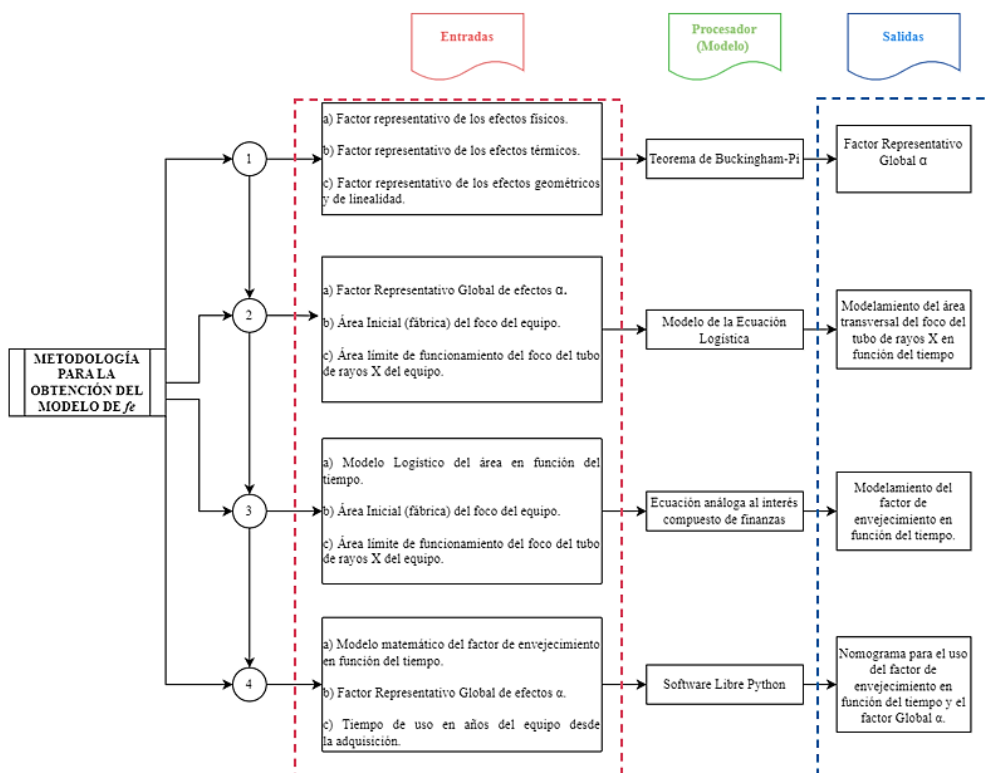
## **CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA Y OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL FACTOR DE ENVEJECIMIENTO**

Con los conceptos planteados en el marco teórico y las herramientas matemáticas y físicas del capítulo de Estado del Arte, se procede al desarrollo y la obtención del modelo matemático que define el factor de envejecimiento en función del tiempo; es tiempo es el total de funcionamiento del equipo; es decir, desde que se lo hizo funcionar por primera vez, hasta el momento en el que se quiere aplicar el ensayo no destructivo, o tiempo actual. Sin embargo, se debe considerar que otros parámetros adicionales a este tiempo, como el factor de efectos globales  $\alpha$ , el cuál se lo obtiene con el Teorema de Buckingham -Pi.

Además, se requiere conocer el comportamiento creciente del área de la sección transversal del foco del tubo de rayos X, ya que como se ha visto esta tiene gran aporte en la calidad de imagen de la toma radiográfica. Este comportamiento se lo modela con el modelo de la Ecuación Logística. Una vez obtenido el factor  $\alpha$  y el área en función del tiempo  $A(t)$ , mediante la aplicación análoga de la ecuación del interés compuesto, se procede a desarrollar el modelo matemático. Una vez obtenida la expresión del modelo, en el Capítulo 5, se presenta una alternativa útil y sencilla de utilizar el modelo, a través de un nomograma. La metodología a utilizar se resume en el cuadro metodológico de la Figura 20.

**Figura 20.**

Cuadro Metodológico del Proceso para obtener el modelo matemático del factor de envejecimiento ( $f_e$ )



*Nota.* Esta imagen es propia, elaborada por el autor de este trabajo.

#### 4.1. Obtención del factor $\alpha$ con el Teorema de Pi de Buckingham

Siguiendo la metodología mostrada en la Figura 20, se procede a aplicar el Teorema de Pi DE Buckingham con las variables representativas mencionadas las secciones 3.2.1, 3.2.2, y 3.2.3 en el presente trabajo. El teorema establece que cualquier conjunto de  $n$  – variables puede ser reducido a  $n - m$  números adimensionales, donde  $m$  es el número de dimensiones básicas de las variables. Entonces, aplicando los pasos, se tiene:

1. Identificar las variables relevantes ( $n$ ).

Para este caso las variables son ( $n = 4$ ):

Resistencia al Choque Térmico  $\Delta T$  [ $^{\circ}C$ ]

Coefficiente de Atenuación Lineal  $\mu$  [ $\frac{1}{cm}$ ]

Penumbra geométrica  $U_g$  [ $mm$ ]

Coefficiente de Expansión Térmica Superficial  $\gamma$  [ $\frac{1}{^{\circ}C}$ ]

2. Escribir la relación funcional y dimensional.

$$\alpha = \pi_1 * \pi_2^{-1}$$

Donde:

$\alpha$  = Factor representativo global adimensional de todos los efectos involucrados.

3. Seleccionar las variables repetidoras ( $m$ ).

En este caso  $m = 2$ , ya que incluye las dimensiones primarias T y L.

4. Determinar el número  $\pi$  - variables ( $\pi_v$ ).

$$\pi_v = n - m = 4 - 2 = 2$$

5. Escribir los términos  $\pi$  combinando las variables repetidoras con cada una de las variables restantes y resolver las ecuaciones obtenidas.

$$\pi_1 = \Delta T^a * \gamma = \Theta^0 \rightarrow \Theta^a * \frac{1}{\Theta} = \Theta^0 \rightarrow a - 1 = 0 \rightarrow a = 1 \quad \therefore \pi_1 = \Delta T * \gamma$$

$$\pi_2 = \mu^a * U_g = L^0 \rightarrow \frac{1}{L^a} * L = L^0 \rightarrow -a + 1 = 0 \rightarrow a = 1 \quad \therefore \pi_2 = \mu * U_g$$

6. Escribir la relación funcional.

$$\pi_3 = \pi_1 * \pi_2^{-1} = \frac{\Delta T * \gamma}{\mu * U_g} = \alpha$$

Por lo tanto, la ecuación final para obtener  $\alpha$  es:

$$\alpha = \frac{\Delta T \cdot \gamma}{\mu \cdot U_g} \quad (10)$$

Donde:

$U_g$ : es la Penumbra Geométrica, [mm]

$\mu$ : es el Coeficiente de Atenuación Lineal,  $\left[\frac{1}{mm}\right]$

$\gamma$ : es el Coeficiente de Expansión Térmica Superficial,  $\left[\frac{1}{^\circ C}\right]$

$\Delta T$ : es la Resistencia al Choque Térmico, [ $^\circ C$ ]

### Significado Físico:

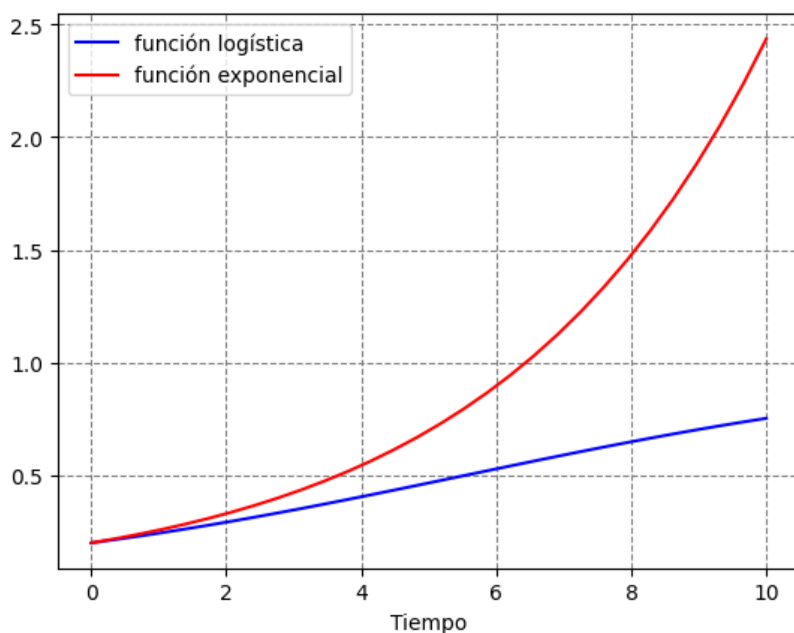
La variable adimensional  $\alpha$  representa la relación entre los efectos térmicos producido en el foco del tubo de rayos X y los efectos lineales que intervienen en el material y la toma radiográfica. Cabe recalcar que la variable lineal del Coeficiente de Atenuación Lineal representa los efectos físicos de las secciones transversales producidos por los: Efecto Fotoeléctrico, Efecto Compton y Producción de Pares, así como la nitidez de la calidad de imagen, según corresponda. Un valor alto de  $\alpha$  indica que el material del foco presenta buena Resistencia al Choque Térmico y coeficiente de Expansión Térmica grande, o que el material tiene bajas propiedades de atenuación de la radiación; también que se presenta poca distorsión o falta de nitidez en la imagen producida de la toma radiográfica.

#### 4.2. Modelamiento del área del foco del tubo de rayos X ( $A$ )

El primer intento que se podría abordar para modelar el crecimiento del área  $A$  es a través de un modelo de crecimiento exponencial, pues es posible asumir que la tasa de crecimiento de  $A$  respecto del tiempo  $t$  es directamente proporcional al área  $A$  medida de forma regular. No obstante, esta aproximación no considera la información del área máxima  $A_{m\acute{a}x}$  que significaría el límite teórico que indica cuando el foco del tubo de rayos X se vuelve obsoleto y no produce buenos resultados; además las predicciones del crecimiento son de orden exponencial. Por esta razón, se decide ir por un modelo de tipo crecimiento logístico. En la Figura 21, se puede apreciar la comparación entre un modelo exponencial y logístico, en función del tiempo.

**Figura 21.**

Comparación entre modelo logístico y exponencial en función del tiempo



*Nota.* Esta imagen es propia, elaborada por el autor de este trabajo.

El modelo de crecimiento logístico permitirá predecir el área  $A$  del foco del tubo de rayos X respecto del tiempo con la que se medirá su deterioro debido al uso. Por lo tanto, para modelar este fenómeno, se usa la siguiente ecuación diferencial logística con condición inicial:

$$\frac{dA}{dt} = \alpha A \left( 1 - \frac{A}{A_{max}} \right);$$

$$A(0) = A_0,$$

donde  $A_0$  es el área inicial del foco y  $\alpha$  es el factor representativo global deducido en la Sección 4.1. Por lo tanto, la solución de esta ecuación bajo la condición inicial es:

$$A(t) = \frac{A_{max}}{1 + c_0 A_{max} e^{-\alpha t}}, \text{ con } c_0 = \frac{A_{max} - A_0}{A_{max} A_0}. \quad (11)$$

Donde:

$A_0$ : es el área del foco cuando se fabricó el equipo (área inicial), [ $mm^2$ ]

$A_{m\acute{a}x}$ : es el área del foco cuando se estima que el equipo ya no está en condiciones óptimas de funcionamiento (área límite), [ $mm^2$ ]

### 4.3. Modelamiento del factor de envejecimiento ( $f_e$ )

En base a lo expuesto tanto en el marco teórico como en las secciones previas de Capítulo 3, del presente trabajo, se procede a aplicar los conceptos matemáticos para la obtención del modelo matemático para el factor de envejecimiento ( $f_e$ ). En términos de uso, cuando el equipo generador de rayos X es nuevo o ha recibido mantenimiento correctivo, se considera un valor de factor de envejecimiento  $f_e = 1$ , esto quiere decir que este factor no puede ser menor a 1, ya que se debe corregir por envejecimiento, es decir debe ser mayor a 1, con un crecimiento lento.

Además, el factor  $f_e$  no puede ser infinito, por lo que es importante idear una forma de

incorporar el máximo factor de envejecimiento  $f_e^*$  en el modelo de esta propuesta.

La propuesta que se ofrece para este factor es por medio de una analogía al cálculo de interés bajo una tasa de interés de tipo compuesto usado en finanzas. Supóngase que se realizan  $n$  rondas de radiografías, en cada ronda se produce un desgaste del foco del tubo de rayos X, el cual es la suma del desgaste de la ronda previa más un porcentaje constante  $i$  de esta cantidad. En general, se tiene que el factor de envejecimiento se determina por

$$f_e = (1 + i)^n.$$

Para conocer cuál debería ser el valor que  $i$ , desde ahora llamada tasa de envejecimiento que debe tomarse, se propone en este trabajo utilizar  $A(t)$  como indicador puesto que este es una causa relevante que aumenta el tiempo de exposición. No obstante, antes se debe realizar un tratamiento de ajuste de medidas. Para ello, considere lo siguiente:  $R_{max} = A_{max} - A_0$  que es el área máxima del anillo rectangular del foco de rayos X. Luego,  $R(t) = A(t) - A_0$  para  $t \geq 0$  la función del área del anillo rectangular respecto del tiempo  $t$ . Así, se define la función

$$P(t) = \frac{R(t)}{R_{max}}, \quad t \geq 0$$

que indica porcentualmente cuál es el avance de crecimiento del área de este anillo, la cual a su vez depende de cuáles sean los valores de  $A(t)$ .

Nótese que  $P(0) = 0, P(+\infty) = 1$  y  $0 \leq P(t) \leq 1$  para cualquier  $t \geq 0$ . Ahora bien, es posible tomar  $i = P(t)$ , pero la función devuelve una tasa instantánea al tiempo  $t$ , lo cual no hace justicia a la ecuación  $f_e = (1 + i)^n$  porque los periodos  $n$  no son necesariamente instantáneos. Recordando que es posible considerar periodos más pequeños para el cálculo de intereses bajo el perfil de interés compuesto, prácticamente tan pequeños como se desee, se

sugiere entonces usar tasas de interés, en este caso, tasas de desgaste más pequeñas. Así, la fórmula para el cálculo del factor de envejecimiento queda como:

$$f_e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n = e^i$$

donde  $e$  es la constante de Euler.

Con el fin de introducir  $f_e^*$ , se toma  $f_e^* = \frac{A_{max}}{A_0}$  y en  $i = \beta P(t)$ . Al despejar  $\beta$  de  $f_e(t) = e^{\beta P(t)}$  y cuando  $t \rightarrow \infty$  se obtiene que  $\beta = \ln(f_e^*)$  puesto que  $P(+\infty) = 1$ .

Finalmente, se resume este modelamiento en la siguiente ecuación:

$$f_e(t) = \left(\frac{A_{max}}{A_0}\right)^{P(t)}, \quad t \geq 0 \quad (12)$$

Donde:

$P(t)$ : es la función indicatriz de la tasa de desgaste del foco del tubo de rayos X

$t$ : es tiempo de funcionamiento del equipo de rayos X medido desde el primer funcionamiento hasta el actual, [años]

A partir de este modelo, se desarrolla un nomograma, el cual corresponde a la etapa final de la metodología planteada, el mismo que se lo presenta en el Capítulo de Resultados.

## CAPÍTULO V: RESULTADOS

El objetivo principal del presente trabajo es obtener un modelo matemático que permita obtener el factor de envejecimiento para calcular el tiempo de exposición a la radiación X para realizar ensayos no destructivos de radiografía Industrial. Este valor se lo obtuvo a través de un proceso de tallado en el capítulo anterior. Sin embargo, la expresión es compleja para que puede ser utilizada por los operarios del ensayo. Por esta razón en esta sección se presenta un resultado más versátil y visualizable.

### 5.1. Obtención del Nomograma para determinar ( $f_e$ )

El modelo matemático obtenido se lo va a representar a través de un Nomograma, que es una herramienta matemática gráfica, con el cual dado una o más variables de entrada, se puede obtener una variable nueva. Para el presente trabajo, el nomograma tiene como entradas dos variables. El factor global de efectos representativos  $\alpha$  y el tiempo de uso total del equipo  $t$ , para ello, se sigue el siguiente proceso:

- **Paso 1:** Obtención del factor de efectos globales  $\alpha$
- **Paso 2:** Obtener el tiempo de uso del Equipo de Rayos X hasta la actualidad.
- **Paso 3:** Obtener el valor de  $A_0$  y de  $A_{m\acute{a}x}$ .  $A_0$  es un dato que otorga el fabricante del equipo y de la estimación adecuada del  $A_{m\acute{a}x}$  depende de los años que se estime que el equipo tendrá su vida útil máxima.
- **Paso 4:** Generación del Nomograma a partir del modelo

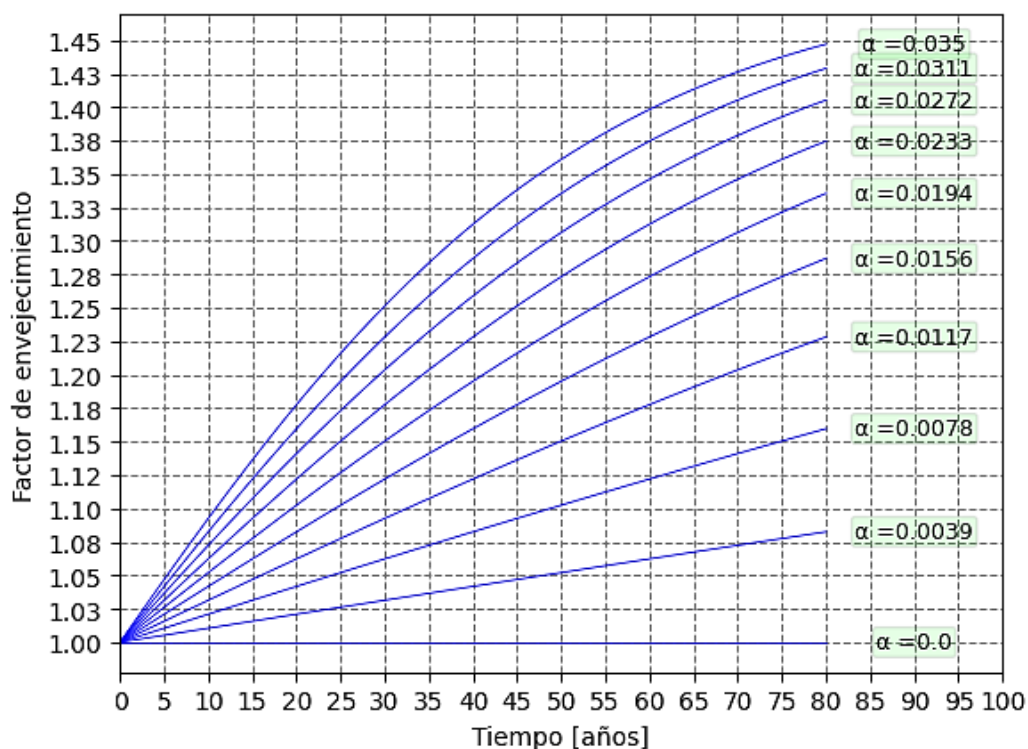
$$f_e(t) = \left( \frac{A_{max}}{A_0} \right)^{P(t)}, \quad t \geq 0$$

Es recomendable utilizar un lenguaje de programación para generar los nomogramas. En

la Figura 22, se presenta un nomograma generado con un intervalo de  $\alpha \in [0; 0.035]$ . En la Sección de ANEXOS, se muestra el código Python utilizado para el desarrollo del modelo computacional para aplicar el modelo matemático obtenido.

**Figura 22.**

Nomograma para obtener  $f_e$  en función del tiempo y el factor  $\alpha$



*Nota.* Esta imagen es propia, elaborada por el autor de este trabajo.

## 5.2. Análisis y discusión de resultados

Los nomogramas que se generan a partir de la data de ingreso son variables, y dependen exclusivamente del valor de  $\alpha$ , de  $A_0$  y de  $A_{m\acute{a}x}$ . Conforme se varíen estos factores las curvas cambiarán. Por otra parte, dado que el modelo es una función compuesta cuya composición es a base de un modelo logístico, presenta un crecimiento controlado a través del tiempo; es decir que no se tienen factores de envejecimiento tan distantes o distorsionados conforme transcurren los

años.

Como se puede observar en la Figura 22 el factor de envejecimiento es creciente conforme transcurre el tiempo de uso del equipo; es decir, mientras más años de funcionamiento, mayor será el factor que corrija los efectos del deterioro del equipo generador de rayos X. Además, como se anticipó en el la sección 4.3, el factor de envejecimiento no puede ser menor a 1, debido que se considera que no se requiere corrección por envejecimiento cuando el equipo es nuevo o no ha tenido uso.

Conforme el tiempo de uso transcurre, el factor debe ser mayor a 1, con el fin de que el valor pueda corregir a un tiempo mayor y así obtener más definición de imagen. Sin embargo, este crecimiento no puede ser infinito ni brusco, debe ser moderado y tener un límite, este límite está controlado por el valor del facto  $A_0/A_{m\acute{a}x}$ , lo cual se denominó como factor de envejecimiento máximo  $f_e^*$ .

Como se puede apreciar el modelo es bastante consistente, una vez fijado los valores de  $A_0$  y  $A$ , se obtiene un nomograma aplicado el modelo obtenido, pero el valor que decide cual es el factor de envejecimiento es el  $\alpha$  este factor es muy importante porque considera los efectos de físicos, geométricos y lineales; y térmicos o termodinámicos que provocan o influyen en el deterioro o envejecimiento del equipo y por ende en la calidad de imagen de la toma radiográfica obtenida del ensayo.

Los factores de envejecimiento por lo general no sobrepasarán el 50% de su modificación; es decir el valor de 1.5; esto porque los equipo no serían eficiente con un uso mayor a 80 años. Además, los factores  $\alpha$  son, de manera general, similares, ya que los materiales del foco del tubo de rayos X son de Carburo de Tungsteno y el material a ensayar es acero de

bajo carbono, es decir, el factor  $\alpha$  dependerá del porcentaje de carbono que presente el acero y de la penumbra geométrica.

### **5.3. Uso del Nomograma para determinar ( $f_e$ )**

Para dar una forma de uso del Nomograma, se presenta un ejemplo de aplicación, para una placa de acero de bajo carbono 20 mm de espesor con el equipo Baltographe BF 200/10 de Balteau, con energía de 200 [keV]. Para ello, se siguen los pasos planteados en la sección 5.1.

#### **Paso 1: Obtención del factor de efectos globales $\alpha$**

Para obtener este factor se aplica la Ecuación 10 con las propiedades del Tungsteno para el caso del foco del tubo de rayos X, y con las propiedades del acero de bajo carbono para el caso de las propiedades del material de la placa a ensayar. Además, se debe obtener el valor de la Penumbra Geométrica.

#### **Propiedades del Tungsteno:**

Puesto que el Tungsteno es el material del foco de tubo de rayos X, y en el tubo se producen el fenómeno físico de Bremsstrahlung, entonces los factores que correspondo son la Resistencia al Choque Térmico y el Coeficiente de Expansión Superficial, para lo cual se acude al paquete computacional CES EduPack 2019 y se obtiene lo siguiente

**Figura 23.****Propiedades termodinámicas del carburo de tungsteno**

Tungsten carbide				
Ver hoja de datos:	All attributes			Mostrar/ocultar
Toughness (G)	0.0866	-	0.127	kJ/m <sup>2</sup>
<b>Thermal properties</b>				
Melting point	2.82e3	-	2.92e3	°C
Maximum service temperature	* 727	-	777	°C
Minimum service temperature	-273			°C
Thermal conductivity	28	-	88	W/m.°C
Specific heat capacity	184	-	190	J/kg.°C
Thermal expansion coefficient	4.5	-	7.1	µstrain/°C
Thermal shock resistance	* 93.6	-	164	°C
Thermal distortion resistance	* 4.84	-	15.9	MW/m
Latent heat of fusion	* 330	-	370	kJ/kg

*Nota.* Esta imagen es obtenida mediante el paquete computacional CES EduPack 2019.

El valor de coeficiente de expansión térmica corresponde al lineal, pero para obtener el superficial se multiplica por 2; es decir

$$\gamma = 2\alpha' = 2(4.5 \times 10^{-6})$$

$$\therefore \gamma = 9 \times 10^{-6} \left[ \frac{1}{^{\circ}\text{C}} \right]$$

Mientras que el valor de la resistencia al choque Térmico  $\Delta T = 93.6 [^{\circ}\text{C}]$

**Propiedades del Acero de Bajo Carbono:**

Puesto que el material al que se le va a aplicar el ensayo es el atenuante de la radiación, el valor del Coeficiente de Atenuación Lineal ( $\mu$ ) corresponde al del acero de bajo carbono para

una energía de 200 [keV], este valor corresponde a  $\mu = 0.147 \left[ \frac{1}{\text{mm}} \right]$  (Guaycha, 2017)

**Obtención de la Penumbra Geométrica:**

El ejemplo se lo está haciendo para el equipo de radiografía industrial del Laboratorio de Ensayos No Destructivos de la Escuela Politécnica Nacional, Baltographe BF 200/10 de Balteau.

Además, se necesita de los resultados del trabajo titulación de maestría del ingeniero Mauricio

Cely (Cely, 2016). Según este trabajo el área de la sección transversal del foco es de  $x = 4.48 [mm]$  y  $y = 3.84 [mm]$ , aplicando la ecuación de la Figura 18, se tiene

$$f = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\therefore f = 5.90 [mm]$$

Ahora, reemplazando datos en la ecuación de la penumbra geométrica, se tiene

$$U_g = f \cdot \frac{t}{a} = \left( 5.9 \text{ mm} \cdot \frac{20 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} \right)$$

$$\therefore U_g = 0.24 [mm]$$

Como información importante, en la sección T-274 del artículo 2 del código ASME V 2010 (Cely, 2016), se exhiben los máximos valores de penumbra geométrica dependiendo del espesor del material a analizar, como se ilustra en la Tabla 1.

**Tabla 1.**

Valores límites de penumbra geométrico que recomienda la norma ASME V 2010. (ASME V, 2010)

<i>Espesor del material [mm]</i>	<i><math>U_g</math> Máximo [mm]</i>
Hasta 50	0.51
Desde 50 a 75	0.76
Entre 75 y 100	1.02
Mayor a 100	1.78

*Nota.* Esta tabla es basada de la norma (ASME V, 2010).

Con los parámetros encontrados, se aplica la Ecuación 10, entonces:

$$\alpha = \frac{\Delta T \cdot \gamma}{\mu \cdot U_g}$$

$$\alpha = \frac{93.6 [^{\circ}\text{C}] \cdot 9 \times 10^{-6} \left[ \frac{1}{^{\circ}\text{C}} \right]}{0.147 \left[ \frac{1}{\text{mm}} \right] \cdot 0.24 [\text{mm}]}$$

$$\therefore \alpha = 0.023$$

**Paso 2:** Obtener el tiempo de uso del Equipo de Rayos X hasta la actualidad.

En base a la fecha de fundación de la Facultad de Ingeniería Mecánica (1961) y tomando en cuenta que se quiere realizar el ensayo actualmente, se utilizará un tiempo de uso del equipo de 60 años  $t = 60$  [años].

**Paso 3:** Obtener el valor de  $A_0$  y de  $A_{m\acute{a}x}$ .

En base al trabajo de Mauricio Cely (Cely, 2016), se tiene que inicialmente el foco del equipo a analizar es de  $A_0 = 3.2 \times 3.2 [\text{mm}^2] = 10.24 [\text{mm}^2]$ . El valor de  $A_{m\acute{a}x}$  corresponde al área del foco que hará que el equipo sea obsoleto, se provee esto para unos 10 años aproximadamente y el valor de  $A_{m\acute{a}x}$  es  $A_{m\acute{a}x} = 18 [\text{mm}^2]$ .

**Paso 4:** Generación del Nomograma.

Con la ayuda de un lenguaje de programación cualquiera, para este caso Python, se ingresan las variables obtenidas en los pasos anteriores con el modelo obtenido en la Ecuación

12

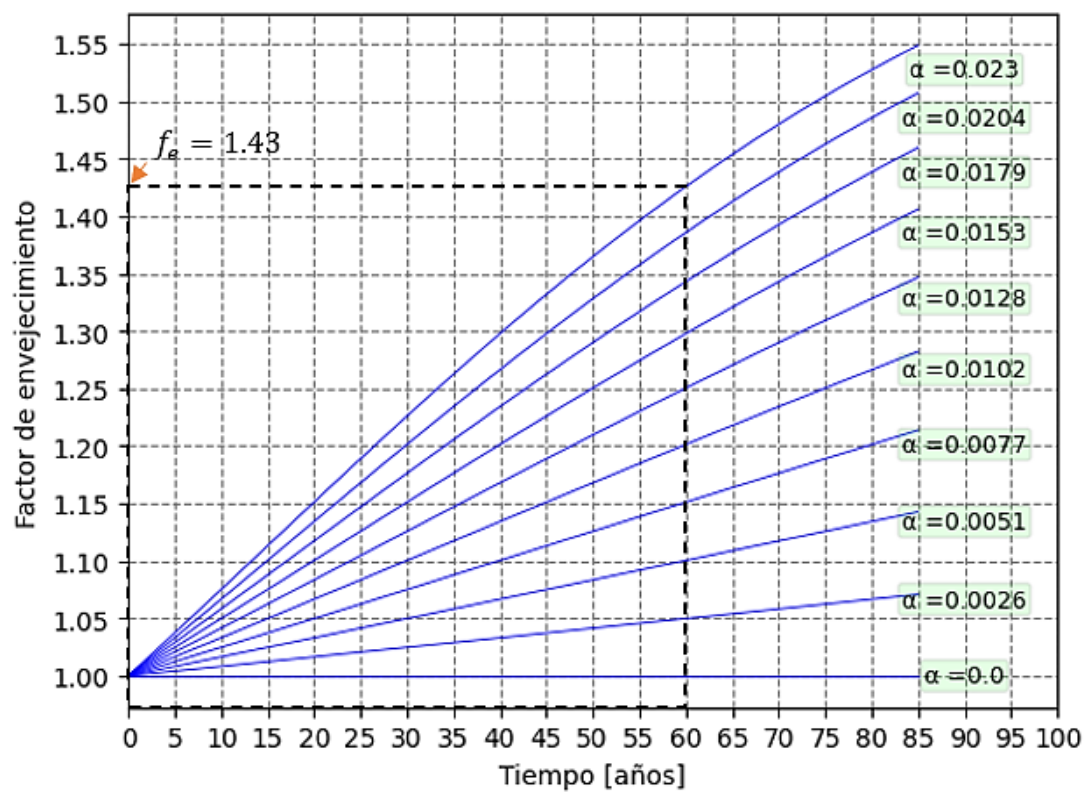
$$f_e(t) = \left( \frac{A_{max}}{A_0} \right)^{P(t)}, \quad t \geq 0$$

Con las entradas de tiempo  $t = 60$  años y  $\alpha = 0.023$ , se traza una recta paralela al eje

x, y se obtiene el factor de envejecimiento, que para este caso es  $f_e = 1.43$ , como se muestra en la Figura 24.

**Figura 24.**

Nomograma aplicado a un tiempo de funcionamiento del equipo de 60 años y un factor de efectos globales  $\alpha = 0.023$ .



*Nota.* Esta imagen es propia, elaborada por el autor de este trabajo.

## CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES

### Y TRABAJOS FUTUROS

#### 6.1. Conclusiones

- El envejecimiento o deterioro del equipo está relacionado directamente con el aumento del área de la sección transversal del foco del tubo de rayos X, debido a los efectos físicos Fotoeléctrico, Compton, y Producción de Pares; además de los efectos por las grandes cantidades de calor que se producen debido al efecto Bremsstrahlung en la generación de rayos X; estos son el Desgaste Por Choque Térmico y la Expansión y Contracción de los materiales.
- Para considerar la influencia de los efectos físicos Fotoeléctrico, Compton, y Producción de Pares, se utiliza el Coeficiente de Atenuación Lineal, el cual comprime las probabilidades de aporte de estos tres efectos en un solo factor, pero esto se ve reflejado en la atenuación del material del objeto a ensayar. Este factor fue de mucha utilidad y simplificación, debido a que solo se necesita saber el material del objeto y la energía en  $[keV]$  que se va a utilizar para el ensayo.
- El teorema de Buckingham Pi es una herramienta útil para relacionar variables físicas independientes. En el caso de las variables: Factor de Atenuación Lineal, Resistencia al Choque Térmico, Coeficiente de Expansión Térmica y Penumbra Geométrica, el teorema permite reducir estas variables a un solo número adimensional:  $\pi_3 = \alpha$ . Este número adimensional representa la relación entre las propiedades termodinámicas del material del foco y las propiedades de atenuación del material a ensayar; así como de la penumbra geométrica de la imagen radiográfica.

- El Área de la sección transversal del foco crece con el tiempo debido a los efectos físicos y térmicos producidos en el tubo, se concluye que el crecimiento que más se aproxima a la realidad es del tipo logístico, porque es un crecimiento controlado y con limitantes; en cambio, sería erróneo considerar un crecimiento exponencial, dado que este modelo no tiene limitaciones de crecimiento y éste es muy acelerado.
- El uso análogo de la ecuación del interés compuesto de finanzas funcionó correctamente ya que lo que se quería es acumular los efectos de envejecimiento producidos por el uso, esto, fue necesario para la obtención del modelo matemático del factor de envejecimiento.
- Conocer las áreas  $A_0$  y  $A_{máx}$  del foco del tubo de rayos X es de fundamental importancia, dado que la relación  $\frac{A_{máx}}{A_0}$  representa el factor de envejecimiento máximo  $f_e *$  y con esto se tiene control de la limitación del crecimiento del factor de envejecimiento a través del uso del equipo.
- Los resultados de factor de envejecimiento no pueden ser menores a 1 debido a que se considera como 1 o que no es necesario corregir por envejecimiento al tiempo de exposición habitual, cuando el equipo no ha sido usado o es completamente nuevo, mientras que conforme pasa el tiempo este valor aumenta.
- El nomograma obtenido a partir de las entradas de tiempo de uso del equipo y factor  $\alpha$ , permite facilitar el uso del modelo obtenido a través de una expresión compleja de utilizar por un operario de radiografía industrial.

## 6.2. Recomendaciones

- Se debe llevar un seguimiento, control o seguimiento tipo manteniendo de los equipos de radiografía industrial X, debido a que así se tendría a través de una especie de bitácora, el registro del comportamiento real del equipo a través del tiempo, desde el momento de su adquisición hasta la actualidad, y con esa información valiosa como el tiempo de uso desde la adquisición.
- Para controlar el efecto de envejecimiento del equipo, se debe seleccionar adecuadamente los parámetros de energía y corriente de entrada, ya que con esto se evitaría las sobrecargas térmicas o de calor en el interior del tubo de rayos X.
- Para obtener los nomogramas del modelo matemático del factor de envejecimiento es recomendable utilizar un lenguaje de programación, debido a que así se pueden establecer los parámetros de entrada, los cuales pueden variarse en cualquier momento sin la necesidad de cambiar el modelo.

## 6.3. Trabajos Futuros

Ya se ha visto la utilidad y aplicabilidad del modelo matemático obtenido en el presente trabajo. Sin embargo, este modelo está limitado al Ensayo No Destructivo de Radiografía Industrial por radiación X. Por otra parte, el ensayo de gammagrafía o de radiografía industrial por rayos gamma, es de mucha utilidad, y el modelo actual no funcionaría en este caso, ya que no se producen efectos de Bremsstrahlung en el equipo de gammagrafía industrial. Por lo tanto, un trabajo futuro sería el desarrollar un modelo matemático que involucre los efectos del envejecimiento, pero para el equipo de gammagrafía y así corregir los tiempos de exposición para este ensayo.

Otro trabajo futuro de gran importancia sería el análisis estadístico de resultados obtenidos a través del modelo determinado en el presente trabajo, a través de tomas radiográficas reales y compararlas con el tiempo de exposición que no contenga el factor de envejecimiento, con el que sí tenga el factor de envejecimiento propuesto aquí y realizar una comparación y un análisis probabilístico y estadístico.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Allen, C. (2022). Focal Spot Size - Digital Radiographic Exposure: Principles & Practice. (Umsystem.PressBooks) Retrieved 4 de Enero de 2024, from <https://umsystem.pressbooks.pub/digitalradiographicexposure/chapter/focal-spot-size/>
- Almeida, G., & Álvarez, G. (2017). Estudio de la Penumbra Geométrica de un Generador de Rayos X y su Influencia en la Evaluación de Discontinuidades (Tesis de Pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito.
- Arenas, A. (01 de 2020). <https://issuu.com/>. <https://issuu.com/>: [https://issuu.com/hsoriapuce.edu/docs/documento\\_de\\_lectura\\_s\\_4a](https://issuu.com/hsoriapuce.edu/docs/documento_de_lectura_s_4a)
- Arenas, A. (2020). Modelo ADDIE. Pontificia Universidad Católica del Ecuador.
- ASME V. (2010). Nondestructive Examination. En ASME Boiler and Pressure Vessel Code, An International Code.
- Astudillo, B. (2017). Modelo ADDIE como apoyo al desarrollo docente instrumental en competencias TIC como plan de certificación en estándares internacionales. Universidad de Chile, Santiago.
- Behar, D. (2008). Metodología de la investigación. Shalom.
- Boyd, C. G. (2001). Radiographic imaging for the radiographer. McGraw-Hill.
- Bushberg, J. T., Seibert, J. A., Leidholdt, E. M., & Boone, J. M. (2011). The Essential Physics of Medical Imaging. Lippincott Williams & Wilkins.
- Castro, D. (2015). Diseño de procedimientos radiográficos y tintas penetrantes para control de calidad de las soldaduras en las construcciones de estaciones de bombeo de petróleo (Tesis de

Pregrado). Universidad Politécnica Salesiana, Quito.

Cely, B. (2016). Método normalizado "Pinhole Imaging" en la determinación del tamaño de foco de un equipo de Rayos X para la evaluación de la calidad de imágenes radiográficas de juntas soldadas (Tesis de Maestría). Escuela Politécnica Nacional, Quito.

Cengel, Y., & Cimbala, J. (2018). Mecánica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones (4th ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill.

Charmaz, K. (2013). La teoría fundamentada en el siglo XXI: Aplicaciones para promover estudios sobre la justicia social. Estrategias de investigación cualitativa: Vol. III., 272.

Chicaiza, M. (2018). Diseño de una propuesta didáctica mediante la elaboración de herramientas tecnológicas Educaplay y Jelic para refuerzo académico en la asignatura inglés aplicado en los estudiantes de octavo grado de educación básica. Quito.

Connor, N. (9 de Junio de 2020). ¿Qué es el coeficiente de atenuación lineal? Definición. (Radiation Dosimetry) Retrieved 4 de Enero de 2024, from <https://www.radiation-dosimetry.org/es/que-es-el-coeficiente-de-atenuacion-lineal-definicion/>

Constante, G., & Haro, S. (2018). Influencia del Fenómeno de Penumbra Producida por un Generador de Rayos X en el Estudio y Análisis de Discontinuidades en Probetas Soldadas de Acero (Tesis de Pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito.

Cortés Valiente, J. A., & Villafuerte Garzón, C. (2016). La realidad de la calidad educativa del nivel técnico y tecnológico en el Ecuador y el cambio de la Matriz Productiva.

Dans, E. (2009). Educación online: plataformas educativas y el dilema de la apertura. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento, 22-30.

Davidge, R. (1991). Thermal Shock. En Concise Encyclopedia of Advanced Ceramic Materials (págs. 478-481). Pergamon: RJ BROOK.

De La Fuente, J., Martínez, J., Peralta, F., & García, A. (2010). Percepción del proceso de enseñanza-aprendizaje y rendimiento académico en diferentes contextos. *Psicothema*, 806-812.

Evaluation, I. S. (s.f.). Nondestructive Evaluation Techniques: Radiography. (NDE-Ed)  
<https://www.nde-ed.org/NDETechniques/Radiography/TechCalibrations/Sensitometric.shtml>

Gambaccini, M., Cardarello, P., Taibi, A., Franconieri, A., Di Domenico, G., Marziani, M., . . .

Trimarchi, M. (2011). Measurement of focal spot size in a 5.5 MeV linac. *ELSEVIER*, 9.

Gomplewicz, D., Tuja, E., Rimoldi, C., Rubio, L., De la Paz, M., & Codisco, F. (2006).

CATEDRA ENSAYOS NO DESTTRUCTIVOS: RADIOGRAFÍA INDUSTRIAL. Universidad Nacional de La Plata, La Plata.

Guaycha, F. (9 de Julio de 2017). Enumero 3 Ventajas de La Radiografia Industrial. (SCRIBD)  
<https://es.scribd.com/document/353291295/Enumero-3-Ventajas-de-La-Radiografia-Industrial-1>

Hernández, S. F. (2014). Metodología de la Investigación. México: MC Graw Hill.

Huda, W., & Nickoloff, E. L. (2010). Radiation doses and risks in chest radiography. *Physica Medica*, 26(4), 229-239.

Hurtado, J. (2012). El proyecto de investigación. Caracas.

Iza, M. (2019). Diseño de un programa de formación de líderes juveniles para la Fundación Young Life Ecuador, a través de una plataforma virtual. Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito.

Jami, B. (2016). Desarrollo de una Metodología para la Obtención de Diagramas de Exposición

Radiográficas para Probetas de Aluminio y Acero Mediante el Uso de un Equipo Generador de Rayos X (Tesis de Pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito.

Jurado, D. (2017). Estudio de Discontinuidades en Bronce Fundido Mediante Radiografía Industrial. Escuela Politécnica Nacional (Tesis de Pregrado), Quito.

Luisa. (15 de mayo de 2022). Radiación - Enciclopedia de Energia. (Energy Education)

Retrieved 6 de octubre de 2023, from

[https://energyeducation.ca/Enciclopedia\\_de\\_Energia/index.php/Radiaci%C3%B3n](https://energyeducation.ca/Enciclopedia_de_Energia/index.php/Radiaci%C3%B3n)

Moodle. (2017). Moodle.org. <https://moodle.org/>

Mora, A. (2009). Matemáticas financieras (3era ed.). México: Alfaomega.

Morales, B., Edel, R., & Aguirre, G. (2014). Modelo ADDIE (análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación): Su aplicación en ambientes educativos. Los modelos tecnológicos, revolucionando el aprendizaje del siglo XXI, 33-46.

Moreno, A. (2011). “El proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de Plataformas virtuales en distintas etapas educativas”. Madrid- España.

Navarro, G., & Ledesma, D. (2020). Plataforma para la digitalización de la formación-técnico profesional: un proyecto de innovación a escala nacional. Congreso Internacional de Innovación Educativa 2021.

Nett, B. (s.f.). Magnification and Blurring Effects for Radiographers and Radiologic Technologists (with Focal Spot Blur Formula). (How Radiology Works) Retrieved 4 de Enero de 2024, from <https://howradiologyworks.com/magnification-and-blurring-effects-for-radiographers-and-radiologic-technologists/>

Oliveira, A., Fartaria, M., Cardoso, J., Santos, L., Oliveira, C., & Pereira, J. A. (2015). The determination of the focal spot size of an X-ray tube from the radiation beam profile. Elsevier.

OMS. (13 de 02 de 2020). <https://www.who.int/>. <https://www.who.int/>:

[https://www.who.int/docs/default-source/coronaviruse/situation-reports/20200213-sitrep-24-covid-19.pdf?sfvrsn=9a7406a4\\_4](https://www.who.int/docs/default-source/coronaviruse/situation-reports/20200213-sitrep-24-covid-19.pdf?sfvrsn=9a7406a4_4)

openstax. (s.f.). La ecuación logística - Cálculo Volumen 2. (openstax)

<https://openstax.org/books/calculo-volumen-2/pages/4-4-la-ecuacion-logistica>

Ozollo F., M. M. (2010). El aprendizaje virtual desde la concepción de los docentes universitarios. Universitaria.

Peña, M. (2014). La plataforma Moodle: características y utilización en ELE. università degli Studi di Perugia.

Peñaherrera, S., & Robalino, E. (2012). Diseño de un entorno virtual del aprendizaje y su efecto en la Carrera de Organización de Empresas de la Facultad de Ciencias Administrativas.

<https://repositorio.uta.edu.ec:8443/jspui/handle/123456789/7208>:

<https://repositorio.uta.edu.ec:8443/jspui/handle/123456789/7208>

Pesantez, S., & Pacheco, M. (2014). Caracterización del proceso de enseñanza aprendizaje de los docentes de las carreras de Ingeniería Mecánica Automotriz e Ingeniería Electrónica de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca en el periodo 2013. Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca.

Poma, L. (2021). Diseño del entorno virtual de enseñanza y aprendizaje del módulo de metodología de la investigación científica de la Maestría en Educación, Gestión en Aprendizaje

Mediado por TIC para el Consejo de Posgrado de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias d. Universidad Central del Ecuador, Quito.

Quinn, R., & Sigi, C. (1980). *Radiography in Modern Industry (Vol. IV)*. New York: Eastman Kodak Company.

Quispe, C. (2020). Entorno Virtual de Aprendizaje para el módulo de seguridad y confortabilidad en el. Universidad Tecnológica Israel, Quito.

Rincón, M. (2008). Los entornos virtuales como herramientas de asesoría académica en la modalidad a distancia. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 25.

Rivera, J., & Sotomayor Verónica, S. H. (2021). Procedimiento General de Inspección por el Método de Radiografía Industrial (Guía Práctica de Laboratorio). Laboratorio de Ensayos No Destructivos de la Escuela Politécnica Nacional, Quito.

Rondón, A., Mora, O., Machado, O., & Romero, R. (2017). Puesta en práctica de las aulas virtuales, en la formación de los estudiantes universitarios. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información: RITI*, 48-54.

Sabariego Puig, M. (2019). *Fundamentos metodológicos de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

Sampieri, R. C. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.

Sandoval, P. (2015). Desarrollo de un entorno virtual b-learning con simuladores de circuitos e instrumentos para la enseñanza de electrónica básica en bachillerato técnico. Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ambato.

Seeram, A. M. (2007). *Radiography Essentials for Limited Practice*. Delmar Cengage Learning.

Smith, J. (2004). Effective and Efficient Non-Destructive Testing of Large and Complex Shaped Aircraft Structures (Tesis de Doctorado). University of Central Lancashire.

Zill, D., & Wright, W. (2013). Differential Equations with Boundary-Value Problems (8th ed.). Boston: Books/ Cole CENGAGE Learning.

## ANEXOS

### Código Python Utilizado para la generación de Nomogramas, aplicando el modelo matemático Obtenido

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.ticker as ticker # permite modificar Los tickers de Los ejes

```

[31] ✓ 0.0s Python

#### Datos

```

A0 = 10.24 # mm2
Amax = 18 # mm2
Rmax = Amax - A0
c0 = Rmax/(Amax*A0)
femax = Amax/A0 # factor de envejecimiento maximo
beta = np.log(femax)
alpha = np.linspace(0,0.023,10)
time = np.linspace(0,85,40)
print(femax)

```

[32] ✓ 0.0s Python

... 1.7578125

#### Funciones

```

def P_function(t,alpha):
    ft = Amax/(1+ c0*Amax*np.exp(-alpha*t)) #Logistic function with parameter alpha
    Rt = ft-A0
    Pt = Rt/Rmax
    return Pt

def fe_function(t,alpha):
    fe = femax**(P_function(t,alpha))
    return fe

def logistic_function(t):
    ft = 1/(1 + 4*np.exp(-0.25*t))
    return ft

```

[33] ✓ 0.0s Python

## Nomograma

```

fig = plt.figure()
ax = plt.subplot2grid((1,1),(0,0)) # Las escalas de los ejes y el punto de inicio
# Eje secundario y
#ax1 = ax.twinx() # este eje agrega un eje y secundario
#ax1.set_ylim(0, 0.01) # establece el min max del eje secundario y
#ax1.set_yticks(alpha) # divide el eje secundario

# Activacion del grid
ax.grid(True,linestyle='--', color='gray', which = 'major') # activa y modifica las lineas de la grilla primaria
#ax1.grid(True, linestyle='--', color='gray', which='major', axis='y') # activa y modifica las lineas de la grilla secundaria

# Modificaciones del grid
#ax1.yaxis.set_major_formatter(ticker.FormatStrFormatter('%0.4f')) # formato de los labels del eje y secundario
ax.yaxis.set_major_formatter(ticker.FormatStrFormatter('%0.2f')) # formato de los labels del eje y primario
ax.xaxis.get_major_locator().set_params(nbins=20) # aumenta el numero de lineas guias eje x
ax.yaxis.get_major_locator().set_params(nbins=20) # aumenta el numero de lineas guias eje y primario

ax.set_xlim(0,100) # modifica los limites del eje x

# Etiquetas de los ejes
ax.set_xlabel('Tiempo [años]')
ax.set_ylabel('Factor de envejecimiento')
#ax1.set_ylabel('Alpha')
#ax.set_title('Factor de envejecimiento (tiempo, alpha)')

f = []
for j in alpha:
    for i in time:
        f.append(fe_function(i,j))
ax.plot(time,f,'b-', linewidth=0.6)
numero_marcador = round(j,4)
posicion_marcador = (90,fe_function(80,j))
ax.annotate('j ='+str(numero_marcador), xy=posicion_marcador, fontsize=9,
           ha='center', va='center', color='black',
           bbox=dict(boxstyle='round,pad=0.15', fc='lime', alpha=0.1))
#ax.plot(time,f,'b-',label='a', linewidth=0.6)
f = []

# Guardar la imagen formato .png
ax.figure.savefig('nomograma1.png', dpi=300, bbox_inches='tight')

#ax.legend(loc='center left',bbox_to_anchor=(1.2, 0.5), fontsize='medium')

```