



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR FACULTAD DE
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**Trabajo de Titulación como requisito previo para la obtención del título de Magíster en
Pedagogía de las Ciencias Experimentales con Mención Matemática y Física**

**PROPUESTA PEDAGÓGICA BAJO EL ENFOQUE ANALÍTICO Y GRÁFICO DE
FUNCIONES REALES A TRAVÉS DE GEOGEBRA EN PRIMERO DE
BACHILLERATO.**

Autora: Dayana Belén Díaz Pazmiño

Director: MSc. Mario Cueva

Quito, 28 de agosto de 2025

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, Dayana Belén Díaz Pazmiño con cédula de identidad 0401735360, autora del trabajo de titulación **“PROPUESTA PEDAGÓGICA BAJO EL ENFOQUE ANALÍTICO Y GRÁFICO DE FUNCIONES REALES A TRAVÉS DE GEOGEBRA EN PRIMERO DE BACHILLERATO”**, previo a la obtención del grado académico de **MAGISTER EN PEDAGOGÍA EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA Y FÍSICA** de la Facultad de Ciencias de la Educación.

1. Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tiene la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, de conformidad con el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de graduación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.
2. Autorizo a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador a difundir a través del sitio web de la biblioteca de la PUCE el referido trabajo de graduación, respetando las políticas de propiedad intelectual de Universidad.

Quito, 28 agosto de 2025.



DAYANA BELÉN DÍAZ PAZMIÑO

C.I. 0401735360

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Director (a) – Tutor (a) del Trabajo de Posgrado Titulado: **“PROPUESTA PEDAGÓGICA BAJO EL ENFOQUE ANALÍTICO Y GRÁFICO DE FUNCIONES REALES A TRAVÉS DE GEOGEBRA EN PRIMERO DE BACHILLERATO”**, presentado por la maestrante DAYANA BELÉN DÍAZ PAZMIÑO, titular de la Cédula de Identidad N.º 0401735360, para optar al Grado de Magíster en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con Mención Matemática y Física, considero que dicho Trabajo de Investigación reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la evaluación por parte de los Lectores – Evaluadores que se designen para tal fin por parte de las autoridades de la Facultad de Ciencias de la Educación.

En la ciudad de Quito, a los 28 días de agosto de 2025.



MSc. Mario Cueva

C.I. 1711572840

Mcueva522@puce.edu.ec

Se comunica que en el servicio de análisis Turnitin, el referido trabajo de titulación alcanzó el siguiente resultado: 05% índice de similitud con otras fuentes.

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD

Yo, Dayana Belén Díaz Pazmiño, titular de la Cédula de Identidad 0401735360, declaro que los resultados obtenidos en la investigación, como requisito previo para la obtención del Grado Académico de Magister en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con mención en Matemática y Física son absolutamente originales, auténticos y personales.

En tal virtud, declaro que el contenido, las conclusiones y los efectos legales y académicos, que se desprenden del trabajo de investigación, y luego de la redacción de este documento, son y serán de mi sola y exclusiva responsabilidad legal y académica.

En la ciudad de Quito, distrito metropolitano, capital de la república del Ecuador, a losdías del mes de abril del año 2025.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Dayana Belén Díaz Pazmiño', with a stylized flourish extending to the right.

Dayana Belén Díaz Pazmiño

C.I. 0401735360

DEDICATORIA

A Dios, por ser mi fortaleza y guía, a quien ofrezco con gratitud este logro.

A mis padres, Germania y Luis, por ser mi mayor inspiración y el pilar fundamental en cada paso de mi vida.

A mis hermanos, Luis y Guillermo, por su compañía, cariño y apoyo incondicional en este camino.

A mis familiares, por su aliento constante y por creer siempre en mí.

A mis amigos, por sus consejos, ánimo y la valiosa compañía en los momentos más importantes.

A mis profesores, por la formación académica y humana que me brindaron con dedicación.

Y, finalmente, a todas las personas que han valorado e impulsado la realización de este trabajo de titulación, con sincero agradecimiento.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por su guía, ayuda y bendición constante en cada etapa de mi vida académica, permitiéndome alcanzar un objetivo más en mi formación estudiantil, profesional y personal.

A mis padres, Luis y Germania, por su apoyo incondicional en cada momento de mi vida, y sobre todo por el amor, comprensión y sacrificio que me han brindado para llegar hasta aquí. Gracias de corazón, queridos papis.

A mis hermanos, Luis y Guillermo, por su cariño, paciencia y aliento permanente, que han sido un pilar fundamental en mi vida.

A mi tutor, MSc. Mario Cueva, por su orientación, conocimientos, experiencia y tiempo dedicados a la realización de este proyecto; así como a mis revisores, por sus valiosos aportes.

A mis profesores, por sus enseñanzas, conocimientos y experiencias profesionales compartidas en las aulas, las cuales han enriquecido mi formación.

Y a la Unidad Educativa San Antonio de Padua, mi sincero agradecimiento por brindarme el espacio para la ejecución de este proyecto de titulación, así como por la apertura y colaboración en el proceso de aprendizaje.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I – PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
1.1. Formulación del problema	2
1.2. Preguntas de investigación.....	3
1.3. Objetivos de la investigación.....	3
1.3.1. Objetivo General:.....	3
1.3.2. Objetivos Específicos:	3
1.4. Justificación de la investigación	4
CAPÍTULO II – FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	5
2.1. Antecedentes de la investigación.....	5
2.2. Bases teóricas.....	7
2.2.1. Teoría del constructivismo de Piaget	7
2.3. Bases conceptuales.....	8
2.3.1. Funciones reales.....	8
2.3.1.1. Funciones lineales.....	8
2.3.1.2. Funciones cuadráticas	9
2.3.1.3. Funciones polinómicas.....	9
2.3.1.4. Función racional.....	10
2.3.1.5. Función raíz cuadrada	10
2.3.1.6. Función valor absoluto.....	10
2.3.1.7. Grafica de funciones reales	11
2.3.2. Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas	11
2.3.2.1. GeoGebra	12
2.3.2. GeoGebra y la importancia de las matemáticas.....	12
2.3.2.1. Desarrollo del pensamiento matemático.....	13

2.3.3.2. GeoGebra como una herramienta de aprendizaje de funciones.....	13
2.3.3. Linealidad y Proporcionalidad.....	14
2.3.3.1. Enfoque analítico y gráfico.....	14
CAPÍTULO III – METODOLOGÍA.....	16
3.1. Tipo de investigación.....	16
3.2. Diseño de investigación.....	16
3.3. Unidades de estudio.....	16
3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	17
3.5. Técnica de análisis de datos.....	17
3.6. Operacionalización de variables.....	18
CAPÍTULO IV – PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS.....	20
4.1. Resultados.....	20
CAPITULO V - PRESENTACIÓN DE PROPUESTA.....	41
5.1. Tema.....	41
5.2. Justificación de la propuesta.....	41
5.3. Objetivos de la propuesta.....	42
5.3.1. Objetivo general.....	42
5.3.2. Objetivos específicos.....	43
5.4. Requisitos para la implementación de la propuesta.....	43
5.5. Fases de la propuesta.....	43
5.6. Desarrollo de la propuesta.....	44
5.6.1. Primera actividad.....	45
5.6.2. Segunda actividad.....	49
5.6.3. Tercera actividad.....	55
5.7. Impacto de la propuesta.....	57
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	58
CONCLUSIONES.....	58

RECOMENDACIONES.....	59
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
ANEXOS	65

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Porcentaje de respuestas sobre el interés por estudiar matemáticas.	20
Figura 2. Porcentaje de respuestas del nivel de conceptos básicos de funciones reales.....	21
Figura 3. Porcentaje de respuestas de explicaciones sobre funciones reales.....	22
Figura 4. Porcentaje de respuestas de la importancia de las funciones reales en el campo de las matemáticas.	23
Figura 5. Porcentaje de respuestas del conocimiento de los estudiantes acerca de la utilidad de GeoGebra.	24
Figura 6. Porcentaje de respuestas de las formas de aprender funciones reales.	25
Figura 7. Porcentaje de respuestas de la utilidad del uso de gráficos para entender funciones.	26
Figura 8. Porcentaje de respuestas del tiempo dedicado semanalmente a estudiar o repasar funciones reales fuera de clase.....	27
Figura 9. Porcentaje de respuestas de las principales dificultades del aprendizaje de las funciones reales.....	28
Figura 10. Porcentaje de respuestas de la necesidad de acompañamiento en los estudiantes.....	29
Figura 11. Porcentaje de respuestas de la inclusión de recursos visuales y tecnológicos en las clases.	30
Figura 12. Porcentaje de respuestas del enfoque actual de las clases es adecuado en el aprendizaje de funciones reales.	31
Figura 13. Porcentaje de respuestas en la participación en actividades extracurriculares relacionadas con funciones reales.....	32
Figura 14. Porcentaje de respuestas del interés por el uso de GeoGebra en clases.....	33
Figura 15. Porcentaje de respuestas de la importancia de las capacitaciones sobre uso de GeoGebra.	34
Figura 16. Interfaz de GeoGebra online.	44
Figura 17. Graficación de una función cuadrática.....	45
Figura 18. Procedimiento para obtener los puntos especiales.	46
Figura 19. Parte analítica y gráfica de una función cuadrática.....	46
Figura 20. Análisis y gráfica de una función de raíz cuadrada.....	47
Figura 21. Análisis y gráfica de una función racional, $f(x) = \frac{1}{x} + 1$	47
Figura 22. Análisis y gráfica de una función racional, $f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$	48
Figura 23. Análisis y gráfica de una función de valor absoluto.....	48

Figura 24. Sub-ventanas de activación de la “Hoja de cálculo”.....	49
Figura 25. Puntos en la Hoja de cálculo.	50
Figura 26. Procedimiento de la generación de puntos en la vista grafica.....	50
Figura 27. Opción Ajuste polinomial.....	51
Figura 28. Ajuste polinomial de una función lineal.....	51
Figura 29. Ajuste Polinomial de grado 1.	52
Figura 30. Ajuste Polinomial de grado 2.	53
Figura 31. Ajuste Polinomial de grado 3.	53
Figura 32. Ajuste Polinomial de grado 4.	54
Figura 33. Tabla de valores en la vista gráfica.....	54
Figura 34. Icono del Deslizador de GeoGebra.	55
Figura 35. Control del deslizador.....	56
Figura 36. Función en base a deslizadores.	56

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Tabla de valores.....	11
Tabla 2. Variables de estudio.....	18
Tabla 3. Interés por estudiar matemáticas.....	20
Tabla 4. Nivel de comprensión de los conceptos básicos de funciones reales.....	21
Tabla 5. Explicaciones sobre funciones reales.....	22
Tabla 6. Importancia de las funciones reales en el campo de las matemáticas.....	23
Tabla 7. Conocimiento de los estudiantes acerca de la utilidad de GeoGebra.....	24
Tabla 8. Formas de aprender funciones reales.....	25
Tabla 9. Utilidad del uso de gráficos para entender funciones.....	26
Tabla 10. Tiempo dedicas semanalmente a estudiar o repasar funciones reales fuera de clase.	27
Tabla 11. Las principales dificultades del aprendizaje de las funciones reales.....	28
Tabla 12. Necesidad de acompañamiento en los estudiantes.....	29
Tabla 13. Inclusión de recursos visuales y tecnológicos en las clases.....	30
Tabla 14. El enfoque actual de las clases es adecuado en el aprendizaje de funciones reales.	31
Tabla 15. Participación en actividades extracurriculares relacionadas con funciones reales.	32
Tabla 16. Interés por el uso de GeoGebra en clases.....	33
Tabla 17. Importancia de las capacitaciones sobre uso de GeoGebra.....	34
Tabla 18. Resultados de la entrevista aplicada a los docentes del área de matemática y física de la Unidad Educativa San Antonio de Padua.....	35
Tabla 19. Fases del diseño de la propuesta.....	43
Tabla 20. Evaluación del impacto de la propuesta.....	57

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A. Encuetas dirigida a estudiantes.....	65
Anexo B. entrevista dirigida para docentes.....	68
Anexo C.....	70
Anexo D.....	70
Anexo E.....	70

RESUMEN

Este estudio tiene un enfoque analítico y gráfico para el análisis de funciones reales mediante el uso de GeoGebra por lo que en esta investigación se utilizaron diferentes instrumentos de la aplicación, tales como tablas de valores, deslizadores y ajuste polinomial para visualizar y comprender mejor el comportamiento de las funciones. Para mejorar el aprendizaje en los estudiantes de primero de Bachillero General Unificado en la Unidad Educativa San Antonio de Padua en la ciudad de Tulcán. Por lo cual se utilizó una investigación proyectiva con diseño de campo de carácter contemporáneo transversal de diseño multivariable en una población de 71 estudiantes y 4 docentes del área de Matemáticas de la institución, usando la técnica de encuestas, entrevistas y como instrumento el cuestionario estructurado, para el análisis de los datos se lo realizó a través de la estadística descriptiva básica. Donde los resultados indican que GeoGebra es una herramienta útil en el estudio de funciones reales, ya que el estudiante puede manipular, visualizar y comprender de manera interactiva conceptos matemáticos de manera algebraica y grafica. Para así desarrollar el pensamiento crítico y analítico, generando aprendizajes significativos en las Matemáticas.

Finalmente, con GeoGebra se puede lograr un aprendizaje más interactivo e intuitivo, desarrollando en los estudiantes la exploración, el análisis y la comprensión de manera analítica y graficas de las funciones reales. Es así como la investigación muestra que la incorporación de herramientas tecnológicas como GeoGebra ayudara en el aula a fortalecer el pensamiento matemático.

Palabras clave: GeoGebra, funciones reales, análisis analítico y gráfico.

ABSTRACT

This study takes an analytical and graphical approach to the analysis of real-life functions using GeoGebra. Therefore, different tools of the application were used in this research, such as tables of values, sliders, and polynomial fitting to visualize and better understand the behavior of the functions. To improve learning among first-year students of Unified General Baccalaureate at the San Antonio de Padua Educational Unit in the city of Tulcán. Therefore, a projective research with a contemporary cross-sectional multivariate field design was used in a population of 71 students and 4 teachers in the area of Mathematics, using survey techniques, interviews, and the questionnaire instrument, for which the data was analyzed through basic descriptive statistics. The results indicate that GeoGebra is a useful tool in the study of real-life functions, since the student can interactively manipulate, visualize, and understand abstract mathematical concepts. This develops critical-analytical thinking, generating significant learning in Mathematics.

Finally, GeoGebra can achieve more interactive and intuitive learning, developing students' analytical and graphical exploration, analysis, and understanding of real-life functions. Research shows that incorporating technological tools in the classroom can help strengthen mathematical thinking.

Keywords: GeoGebra, real-life functions, analytical and graphical analysis.

INTRODUCCIÓN

El estudio de las funciones reales es un pilar esencial en la materia de matemáticas en los alumnos de Primero de Bachillerato, pues facilita la comprensión de fenómenos del mundo real a través del análisis de las funciones. No obstante, en el ámbito educativo se ha demostrado que numerosos alumnos enfrentan problemas considerables tanto en el análisis analítico como en la interpretación gráfica de las funciones, lo que da como resultado rendimiento escolar bajo y dificultades en el razonamiento lógico-matemático.

Frente a este desafío, es necesario tomar en cuenta las estrategias de enseñanza convencionales a través de la inclusión de recursos pedagógicos innovadores que fomenten un entendimiento más detallado de los conceptos matemáticos. En este caso, GeoGebra será tomada como un instrumento innovador y tecnológico que simplifica la representación dinámica de funciones, ayudando a estudiar a su vez el enfoque analítico y gráfico, lo que favorece el aprendizaje significativo.

Basándose en esta necesidad, el propósito principal de este estudio es la elaboración de una propuesta educativa que impulse el aprendizaje de funciones reales a mediante un enfoque analítico y gráfico a través del uso de GeoGebra, donde está destinada a los alumnos de Primero de Bachillerato de la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en Tulcán, durante el periodo escolar 2023-2024. Por lo cual, se va a evaluar el grado de entendimiento actual de las funciones reales, así como también se examina las tácticas pedagógicas utilizadas por los profesores, y finalmente, se elabora una propuesta enfocada en optimizar estos procesos.

La investigación se llevó a cabo bajo una perspectiva cuantitativa con un diseño proyectivo y de campo, lo que facilitó la interacción directa con alumnos y profesores en su ambiente educativo, reconociendo las necesidades auténticas del contexto. Se utilizó un cuestionario estructurado con escala Likert en un grupo de 71 alumnos y 4 profesores, y los datos recabados se examinaron a través de una estadística descriptiva.

Esta propuesta aspira no solo a solucionar un problema habitual en el salón de clases de Matemáticas, con el objetivo de encaminar hacia una educación más dinámica, visual e inclusiva, en la que la tecnología educativa desempeñe un rol fundamental en la formación del saber.

CAPÍTULO I – PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Formulación del problema

Actualmente, los estudiantes de bachillerato tienen dificultades para dominar la matemática, ya que carecen de habilidades en algunos temas y operaciones fundamentales. Siendo indispensable cimentar las bases y conocimientos en los estudiantes, ya que la matemática es una asignatura consecutiva. Siendo un reto motivar a los alumnos a su aprendizaje, además de que no tienen hábitos de estudios adecuados para las materias exactas, generando problemas en el aprendizaje. Así como también los modelos de enseñanza implementados en las aulas de clases. Por lo cual es necesario diseñar estrategias que permitan incentivar y generar interés por la matemática. Para que los estudiantes elaboren planes de estudio que les ayuden a mejorar y comprender la matemática de una manera que ya nos sea un reto para ellos.

Donde el aprendizaje de la matemática en las funciones reales permita comprender su ejecución y desarrollar el razonamiento lógico que ayude a los estudiantes a solucionar y enfrentar problemas de aplicación en la vida cotidiana. Además, es importante que los alumnos puedan desarrollar ejercicios de una manera gráfica y analítica para comprender cada una de las características y parámetros de las funciones reales para su correspondiente análisis. Las funciones reales permiten describir fenómenos y características como el dominio y rango de conjuntos de números reales que permiten construir operaciones para solucionar problemas.

Por lo que en la Unidad Educativa “San Antonio de Padua” los estudiantes que conforman el primero de bachillerato afrontan diferentes desafíos en la asignatura de matemática. Puesto que es una de las materias básicas de la educación, por lo cual dentro de las aulas es importante motivar a los estudiantes para que obtengan los conocimientos necesarios y estos permanezcan para toda su vida. Siendo un tema fundamental en el desarrollo y análisis de las funciones reales dentro de la enseñanza, ya que ayudan a caracterizar y describir fenómenos mediante el estudio analíticos y gráficos. Por lo tanto, para los docentes es importante motivar la enseñanza de las funciones reales, para que ellos puedan desarrollar su pensamiento lógico frente a problemas de aplicación.

1.2. Preguntas de investigación

¿Cómo estaría diseñada una propuesta pedagógica para fortalecer los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemáticas, desde el enfoque analítico y gráfico, dirigido a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024?

¿Cuál es la situación actual sobre el aprendizaje de las funciones reales en el área de matemáticas, que evidencian a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024?

¿Cuáles son las estrategias didácticas que emplean los docentes en los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemática, con los de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. *Objetivo General:*

Generar una propuesta pedagógica para fortalecer los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemáticas, desde el enfoque analítico y gráfico, dirigido a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024.

1.3.2. *Objetivos Específicos:*

Diagnosticar la situación actual sobre el aprendizaje de las funciones reales en el área de matemáticas, que evidencian a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024.

Caracterizar las estrategias didácticas que emplean los docentes en los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemática, con los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024.

Diseñar los componentes de una propuesta pedagógica para fortalecer los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemáticas, desde el enfoque analítico y gráfico, dirigido a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024.

1.4. Justificación de la investigación

La investigación actual se enfoca en el estudio de funciones reales, debido a su importancia dentro de la asignatura de matemática, puesto que en los resultados de las evaluaciones registradas por NEVAL (2023) ha detectado que el 37,2% de los alumnos necesitan refuerzo y 44,7% apenas alcanza el desempeño elemental, es decir, que llegan al límite de las bases de conocimiento en el desarrollo de operaciones con funciones lineales y sobre todo que no implementan modelos matemáticos para la verificación gráfica y analítica dentro en la resolución de funciones reales en el periodo 2021 – 2022. Siendo importante enfocarnos en los conocimientos básicos para que ayuden a caracterizar las funciones reales y estudiarlas de manera analítica para que los alumnos puedan ejecutarlas en la solución de problemas reales y de la vida cotidiana.

Además, este trabajo permitirá mostrar cómo se puede implementar estrategias de enseñanza para el aprendizaje dinámico de los estudiantes con respecto a las funciones reales y así profundizar los conocimientos en el desarrollo analítico y gráfico de este tipo de funciones. Además de que se ofrecerán diferentes opciones y métodos que permitan motivar al estudiante para que se fortalezca el aprendizaje de las funciones reales y así las matemáticas sean llamativas, a través de la comprensión efectiva de los alumnos. Los motivos de esta investigación se centran en generar un estudio que contribuya a la asignatura de Matemáticas, permitiendo el desarrollo de la capacidad de resolución de funciones reales desde diferentes enfoques, ya sea analítico o gráfico, con el fin de caracterizar los parámetros más relevantes de dichas funciones. Además de que el análisis de las funciones reales ayuda a desarrollar el pensamiento lógico de cada uno de los estudiantes, siendo importante esta investigación para que los estudiantes puedan resolver problemas ya sea analítica o gráficamente. Por lo cual la Unidad educativa San Antonio de Padua considera importante implementar estrategias que permitan a los alumnos comprender de mejor manera las funciones reales y cómo estas ayudan a su desarrollo intelectual como estudiantil. Puesto que dentro de los ejes de la institución lo importante es generar conocimientos intelectuales a

través de la responsabilidad auto educación y utilización de estrategias innovadoras relacionadas con la tecnología.

CAPÍTULO II – FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Antecedentes de la investigación

Con respecto al tema propuesto, Rojas (2019), realizó una investigación titulada *“Función por tramos: representaciones gráfica y algebraica en una secuencia didáctica mediada por el GeoGebra”*. El propósito de este estudio es “analizar cómo los estudiantes de Humanidades realizan transformaciones entre los registros gráfico y algebraico de la función por tramos, en una secuencia mediada por el GeoGebra” (p. 28). Metodológicamente esta investigación es de tipo cualitativa, los tipos de investigación fueron descriptivo y de campo, bajo un diseño transversal y no experimental, con una población conformada por 65 estudiantes entre hombres y mujeres, que tiene edades entre los 17 y 19 años. Para la obtención de datos se utilizaron actividades propuestas por el investigador durante dos semanas, con dos sujetos de investigación. De esta investigación se concluyó que: al momento de la aplicación del software sobre el desarrollo de las actividades se mostró mayor interés de participar por parte de los niños; es por esta razón, la necesidad de establecer actividades en los estudiantes para establecer diferentes representaciones semióticas, además se ha identificado que el 46% participa con la necesidad de aprender en GeoGebra, en donde se obtuvo como conclusión que los niños participan de forma activa y dinámica en la utilización de esta plataforma, siendo una herramienta innovadora para el aprendizaje de las matemáticas

De igual manera, Chasi (2022) realizó un estudio de “Recursos Web 3.0 en el aprendizaje de funciones lineales en el Noveno año de EGB”. Esta tesis tiene como objetivo “Determinar la relación de los recursos Web 3.0 en el aprendizaje de funciones lineales en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa Ambato” (p.4). Metodológicamente tiene un enfoque cuantitativo, a través de una investigación de campo, con una población de 71 estudiantes. La encuesta fue el método utilizado para recopilar información y el instrumento utilizado fue un cuestionario de preguntas cerradas. De esta investigación se concluyó que al momento de fundamentar teóricamente los recursos en la Web 3.0 sobre el aprendizaje de las funciones lineales se obtuvo mayor interés por parte de los alumnos en aprender y participar

en estas actividades; se pudo identificar que el 68% de los estudiantes prefieren utilizar GeoGebra para el aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto, en este estudio se pudo concluir que el aprendizaje de las matemáticas con el uso de tecnologías fortalece la adquisición de conocimiento en los estudiantes, sirviendo de apoyo o mecanismo para los docentes.

También, Rodríguez (2022), realizó un estudio de *“La enseñanza – aprendizaje de las funciones y sus gráficas en grado 11°: una experiencia de trabajo usando la aplicación Desmos”*. Esta investigación tiene como objetivo “Mejorar la comprensión de los conceptos sobre funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas con sus propiedades, en los estudiantes del grado once del colegio Liceo Piñeros Cortés.” (p. 6) Con respecto a los criterios metodológicos el tipo de investigación que emplea es cualitativo, con una población de muestra conformada por 20 estudiantes, 11 mujeres y 9 hombres entre 16 y 17 años. En la obtención de datos se implementó seis actividades de conocimiento y encuestas de satisfacción a través de plataforma digitales. Entre los principales resultados de este estudio se obtuvo que 8 de cada 10 estudiantes presenta mayor interés por aprender mediante el uso de herramientas tecnológica, de hecho, se identificó que el 69% sostuvo no estar satisfecho con las modalidades de aprendizaje tradicional, por lo tanto, en este antecedente se pudo concluir que la implementación de las actividades y su análisis demostró un gran impacto de forma positiva en la participación muy activa de los estudiantes, donde se pudo constatar la motivación para el aprendizaje de los conceptos de funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas, lo cual implica el cumplimiento del objetivo propuesto de la investigación

Además, Vargas (2022), ejecutó una investigación de *“GeoGebra como estrategia didáctica para el desarrollo del rendimiento académico en el aprendizaje de funciones reales de los estudiantes de tercero de bachillerato de la Unidad Educativa “Camilo Gallegos””*. Este estudio tiene como objetivo “Evaluar GeoGebra como estrategia didáctica para el desarrollo del nivel del rendimiento académico de funciones reales de los estudiantes de tercero de Bachillerato de la Unidad Educativa “Camilo Gallegos” en el periodo académico 2020 – 2021” (p. 4). El enfoque de este estudio fue cuantitativo, los tipos de investigación descriptiva de campo y bibliográfico, bajo una modalidad transversal y no experimental. La población del estudio es de 58 estudiantes de tercero de bachillerato, 30 del curso A y 28 del curso B. la técnica utilizada de recolección de datos es test de evaluación. En el diagnóstico el

grupo de control tuvo una media de 6,83, mediana 7,00 y la desviación estándar 1,859 en cambio el grupo experimental alcanzó una media 6,21, mediana 6,00 y la desviación estándar 1,813 es decir, el nivel del rendimiento académico del grupo de control era superior al nivel de rendimiento del grupo experimental; por tal motivo, se obtuvo como conclusión que al momento de implementar GeoGebra el nivel de rendimiento de los estudiantes se incrementó de manera significativa.

Finalmente, Erazo (2023), realizó “*Implementación de simulaciones para el aprendizaje de fundamentos matemáticos de las funciones reales con una variable real*”. Esta investigación tiene como objetivo “Desarrollar simulaciones en las cuales se representan los fundamentos matemáticos característicos de diversas funciones reales con una variable real, a través de la utilización de un software matemático fomentando así el aprendizaje de las funciones reales con una variable real” (p. 21). Con respecto a los criterios metodológicos es un estudio de enfoque cuantitativo, los tipos de investigación fueron descriptivo, correlacional, de campo, bajo un diseño no experimental y transversal, la población de estudio fueron estudiantes de segundo año de bachillerato, con una muestra de 63 participantes. La técnica de recolección es la prueba objetiva. Los principales resultados de esta investigación demuestran que el 58% de los estudiantes aprenden de manera interactiva con la utilización de GeoGebra; el 85% está dispuesto a utilizar este programa para el aprendizaje de las matemáticas, obtenido como conclusión que mediante la prueba estadística de t-student se comprobó que el rendimiento académico de los estudiantes se incrementó, además se pudo identificar que existe un mayor conocimiento de las funciones reales.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Teoría del constructivismo de Piaget

Jean Piaget (1896-1980) fue considerado como un biólogo y psicólogo suizo que se destacó por sus aportes filosóficos sobre la teoría del desarrollo cognitivo; por lo tanto, la teoría del constructivismo implementada por este autor sobre el aprendizaje de las matemáticas sostiene en fortalecer la construcción activa según el conocimiento de los estudiantes, esto en lugar de la recepción de la información; en este sentido, los estudiantes aprenden las matemáticas mediante la exploración, además de la resolución de problemas y la utilización de herramientas en donde se tienen que enfrentar a varios conflictos cognitivos

que son considerados como los impulsores sobre los esquemas y la reestructuración mental (Raynaudo & Peralta, 2017).

Desde esta perspectiva, el constructivismo del Piaget radica que “los seres humanos comúnmente no acceden a una realidad objetiva externa, puesto que se construye, por tal motivo, el conocimiento que es entendido como una construcción no solamente abarca una copia en función de las realidades” (Ronquillo *et al.*, 2023, p. 4). Esto debido que identifica su objetivo que es transformarlo sobre diferentes esquemas.

2.3. Bases conceptuales

2.3.1. Funciones reales

Las funciones reales se han definido como funciones matemáticas de dominio en donde se establecen los valores de la entrada y el rango que se consideran los valores de la salida que por lo general son números reales; por tal motivo, es considerada como toda la correspondencia que se encuentra asociada en los elementos de un subconjunto de números reales. Desde esta perspectiva, es importante describir que una función se la define como aquella relación existente entre dos conjuntos, por lo tanto, los elementos del conjunto de partida mantienen una relación solo con los elementos de llegada (Maldonado *et al.*, 2023). De hecho, los dos conjuntos deben integrarse sobre los números reales, por lo tanto, la función se ha establecido como una relación entre dos conjuntos.

2.3.1.1. Funciones lineales

La función lineal se ha considerado mediante la representación de una línea recta un gráfico, por lo general su representación algebraica es $y = mx + b$, en donde la m es considerada como la pendiente de la recta; mientras tanto, la b se ha considerado como la ordenada sobre el origen, es decir, el punto en donde se corta con el eje de la y (Iñiguez & Ruiz, 2021).

El dominio de las funciones reales se ha considerado aquellos números reales que se pueden integrar en las funciones, por tal motivo, no existen restricciones sobre los valores utilizados en x ; mientras tanto el recorrido también se ha considerado como los números reales, esto debido que la línea de la función mantiene su desplazamiento sobre ambas

direcciones de manera infinita, siempre y cuando la pendiente no sea 0 (Iñiguez & Ruiz, 2021).

2.3.1.2. Funciones cuadráticas

Con respecto a las funciones cuadráticas se han considerada como funciones de carácter polinómica, siendo de grado, dos, en donde la variable denominada independiente suele ser la x y se encuentra a una potencia cuadrada, por lo tanto, su forma general se la considera como $f(x) = ax^2 + bx + c$, en donde los términos a, b, c , son considerados como constantes y la graficación sobre esta función suele ser una parábola (Reyes et al., 2023).

El dominio de las funciones cuadráticas se ha constituido como los números reales, esto debido que no existe una restricción sobre los valores en las variables x o independiente, en donde se puede sustituir cual número considerado como real según las ecuaciones en donde se obtiene un valor de salida (Reyes et al., 2023).

Mientras tanto, el recorrido de las funciones cuadráticas mantiene una dependencia de los valores sobre el coeficiente principal, es decir, si a es positivo la parábola se ubica hacia arriba (Reyes et al., 2023). Mientras tanto, cuando a es negativo la parábola se desprende hacia abajo

2.3.1.3. Funciones polinómicas

Comúnmente se las define sobre un polinomio, es decir, que es una expresión algébrica que se encuentra constituida sobre la suma de términos, en donde cada uno es considerado como un producto sobre la constante que se define como coeficiente, además de una variable elevada sobre una potencia siempre y cuando no sea negativa, en este sentido, su fórmula es $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, por tal motivo, la n es considerada como un número entero que no sea negativa, mientras que a_n, a_{n-1} son coeficientes constantes (Villegas et al., 2023).

Dominio de una función polinómica

Son considerados como aquellos números reales, por tal motivo, se puede sustituir valores reales sobre las funciones en donde se obtienen valores sobre salida válida, su expresión es $\text{Dom}(f)$, en donde la R se caracteriza como aquellos números reales (Villegas et al., 2023).

En relación al recorrido se caracteriza por el grado impar, es decir, cuando es impar su recorrido suele ser el conjunto de varios números reales, mientras tanto, cuando el grado es par el recorrido mantiene un máximo y mínimo (Villegas et al., 2023).

2.3.1.4. Función racional

En relación a la función racional se ha considerado como aquella que puede expresar el coeficiente de dos polinomios, por tal motivo, la función sobre la forma $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, considerado $p(x)$ son considerados polinomio, mientras que $q(x)$ no debe ser igual a 0 (Cano et al., 2020).

Mientras que el dominio de esta función se ha considerado como los números reales, a excepción de aquellos en donde el denominador sea 0, por tal motivo, el recorrido de esta función mantiene gran dependencia de funciones específicas que requieren de un análisis, considerados como detallado (Cano et al., 2020).

2.3.1.5. Función raíz cuadrada

Esta función por lo general se la define como $f(x) = \sqrt{x}$ considerada como aquella función en donde se delibera la raíz positiva de los números reales, siempre y cuando no sea negativo, por lo general su dominio es considerado como todos los números reales de carácter no negativo en donde se integra al 0; mientras que su rango es considerado como todos los números reales que tengan un signo positivo (García et al., 2022).

Mientras tanto, el recorrido de la función raíz cuadrada se suele producir sobre un resultado que no sea negativo, o también puede en 0, por tal motivo, no puede ser considerado un número negativo, por tal motivo, no se limita a ≥ 0 (García et al., 2022).

2.3.1.6. Función valor absoluto

Esta función también es conocida como una función módulo, considerada como aquella función matemática que permite devolver la distancia de los números al 0 sobre la recta numérica, esto sin importar el signo que lleve, es decir, que siempre devuelve un valor que no sea negativo (Aldana & Gonzales, 2022).

En este sentido, el dominio de esta función suele estar representada mediante la fórmula $f(x)$, en donde la x ha sido considerada como todos los números reales, es decir, puede ser ingresado cualquier número real que sean mayores o iguales a 0, debido que el valor absoluto de los números es positivo (Aldana & Gonzales, 2022).

Mientras tanto, el recorrido se ha considerado como el conjunto de los valores que se puedan tomar sobre una función en relación de la variable y o dependiente, además el valor absoluto de los números siempre es positivo, por esta razón, se ha considerado al recorrido como el conjunto de los números reales que sean mayores o incluso iguales a 0 (Aldana & Gonzales, 2022).

2.3.1.7. Gráfica de funciones reales

En relación de la graficación de las funciones reales se representa de manera gráfica una función sobre un plano cartesiano, en donde los puntos de las gráficas por lo general corresponden a un par ordenado, por tal motivo, se puede visualizar las relaciones sobre los valores de entrada, también considerados como dominio y todos los valores de salida que se han definido como el rango de la función (Sandoval et al., 2023).

Tabla de valores: Se pueden seleccionar varios valores de la x como -2, -1, 0, 1, 2, para ello, es necesario calcular los valores que corresponden a $f(x)$

Tabla 1.

Tabla de valores.

X	$f(x) = 2x + 1$
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5

2.3.2. Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas

Actualmente las tecnologías se han convertido en una herramienta de suma importancia sobre el desarrollo de las matemáticas, esto debido que se utilizan con la finalidad de adquirir nuevos conocimientos bajo la aplicación de herramientas innovadoras, por lo tanto, cuando los docentes y estudiantes no llevan a cabo un adecuado uso de la tecnología las aplicaciones virtuales pueden establecerse como una barrera sobre el desarrollo de conocimientos en las matemáticas (Hernández et al., 2023).

En este contexto, Morales y Cuevas (2021) afirman que “la enseñanza de las matemáticas permite al estudiante adoptar nuevas destrezas, facilitando de esta manera la solución de ejercicios matemáticos, por lo tanto, las tecnologías han demostrado mejorar la enseñanza y el aprendizaje” (p. 37). Debido que despierta interés en los estudiantes por utilizar herramientas innovadoras capaces de cumplir con las expectativas de la demanda estudiantil; permitiéndoles además adquirir conocimientos abstractos.

En este orden de ideas, las matemáticas no se aprenden con la utilización prolongada de las TIC, sin embargo, contribuye en facilitar el aprendizaje, desarrollo de las prácticas y los conocimientos, esto se ha establecido como apoyo sobre la transmisión de los conocimientos, por lo tanto, el desarrollo del aprendizaje mediante el uso de las TIC permite llevar a cabo un proceso de aprendizaje interactivo, en donde se adquieren nuevos conocimientos de manera innovadora y eficiente (Narváez *et al.*, 2024).

2.3.2.1. GeoGebra

Es considerado como un software de cálculo gratuito y dinámico, suele abarcar temas de álgebra, geometría, estadística y cálculo sobre un paquete único, de hecho, permite a los docentes y estudiantes explorar varias definiciones matemáticas con la finalidad de resolver problemas, y de esta manera construir los modelos interactivos (Arteaga *et al.*, 2019). Es decir, mediante este software se pueden ofrecer la posibilidad de establecer objetos algebraicos y geométricos que permitan la resolución de problemas complejos.

Desde esta perspectiva, GeoGebra es considerado como un software de forma dinámica y matemática que es utilizado en todos los niveles académicos, en donde se integra hoja de cálculo de hecho, ofrece una plataforma en línea que cuenta con cerca de un millón de recursos que se pueden utilizar de forma gratuita para el aula; por lo tanto, estos recursos pueden ser compartidos de manera accesible, en donde los estudiantes pueden monitorear estas actividades en tiempo real (Dávila *et al.*, 2024).

2.3.2. *GeoGebra y la importancia de las matemáticas*

Cabe considerar que la utilización de GeoGebra ha mantenido una revolución sobre las formas de llevar a cabo el aprendizaje de las matemáticas, siendo una alternativa innovadora frente a los diferentes métodos tradicionales; más aún, cuando las matemáticas se han caracterizado por llevar procesos teóricos y abstractos, esto ha dificultado la comprensión de los estudiantes, no obstante, GeoGebra actualmente ha cambiado esta perspectiva, debido que los estudiantes pueden explorar nuevas definiciones matemáticas de forma práctica y

visual (Sarmiento & Moscoso, 2023). Es decir, los estudiantes pueden interactuar mediante diferentes representaciones gráficas y sobre todo en tiempo real.

En virtud de ello, bajo esta aplicación interactiva se ha evidenciado un impacto significativo sobre el aprendizaje de las matemáticas, debido que mediante GeoGebra se promueve el aprendizaje de manera antigua, permitiendo que los estudiantes puedan descubrir y experimentar definiciones por su mismos, por tal motivo, mediante la aplicación de esta herramienta los alumnos ya no son espectadores pasivos frente a las diferentes fórmulas matemáticas, considerándose participantes activos que tengan la potestad de experimentar y explorar los conceptos y prácticas matemáticas (Coronado *et al.*, 2025).

2.3.2.1. Desarrollo del pensamiento matemático

Es importante deducir que GeoGebra no solamente contribuye en la forma que se enseña mediante la interpretación real de ejercicios matemáticos y la visualización de todos los cambios en las variables que se encuentran sobre las representaciones graficas, es aquí, en donde se encuentran desarrollando habilidades basadas en la resolución de problemas y el fortalecimiento del pensamiento crítico (Muñoz, 2024). Es decir, GeoGebra no solamente contribuye en enseñar las matemáticas, sino que contribuye a los estudiantes al establecimiento de manera abstracta.

2.3.3.2. GeoGebra como una herramienta de aprendizaje de funciones

GeoGebra es considerada como una herramienta de suma importancia en la educación, debido que asimila de forma eficiente la información y los conocimientos, en donde se puede identificar que los estudiantes son mayormente activos, además de mejorar su rendimiento académico y el mejoramiento de la construcción en función de sus propios conocimientos; por tal motivo, esta aplicación permite a los estudiantes fortalecer la comprensión mediante la facilidad de los contenidos, de esta manera el aprendizaje será dinámico y atractivo, puesto que se utilizan representaciones gráficas y visuales que contribuyen la captación con mayor rapidez (Grefa, 2022).

Desde esta perspectiva, el uso de esta herramienta ha permitido crear recursos interactivos que permite el diseño de visualizaciones dinámicas, permitiendo de esta manera fortalecer la participación de los estudiantes, también es importante mencionar que GeoGebra se ha convertido en las últimas décadas como una herramienta educativa que permite cumplir con las necesidades de los docente y estudiantes con el propósito de contribuir, diseñar y resolver problemas de forma interactiva y creativa (Grefa, 2022).

2.3.3. Linealidad y Proporcionalidad

En relación con la linealidad y la proporcionalidad de la representación gráfica sobre las funciones reales son de suma importancia, esto debido que permite comprender la proporcionalidad y la linealidad en las matemáticas; por tal motivo, al momento que se grafican las funciones lineales se suelen obtener líneas rectas, además dicha linealidad es considerada como una característica puntual sobre las funciones lineales (Chacón & García, 2023). Por tal motivo, la linealidad adquiere varios cambios sobre las variables en donde se reflejan la proporcionalidad de una variable, siendo puntual para la identificación de las relaciones proporcionales en situación del mundo real

Desde esta perspectiva, la graficación en las funciones lineales se han considerado como una herramienta de suma importancia, esto con la finalidad de resolver los problemas y cálculos de las matemáticas, contribuyendo en la toma de decisiones en diferentes campos; por ejemplo, en la física las funciones lineales comúnmente son utilizadas con la finalidad de modelar fenómenos sobre el movimiento rectilíneo, en donde la gráfica de estas funciones permite a los físicos predecir y diagnosticar todos los comportamientos de un objeto (Chacón & García, 2023).

Por lo tanto, la graficación de funciones reales se ha considerado como una herramienta de suma importancia en las matemáticas, e incluso en diferentes campos; permitiendo de esta manera comprender y visualizar de forma efectiva todas las relaciones existentes entre las variables, de hecho, poder identificar las propiedades y los patrones con el propósito de resolver los problemas sobre un mundo real, de hecho, la ordenada y la pendiente sobre el origen se han establecido como indicadores puntuales sobre la interpretación de la gráfica (Chacón & García, 2023). Por lo tanto, la proporcionalidad y la linealidad son de suma importancia en las funciones reales en donde se pueden identificar mediante la graficación

2.3.3.1. Enfoque analítico y gráfico

Es importante señalar que las funciones reales pueden estar representadas de manera gráfica y analítica, por lo tanto, las representaciones algebraicas y gráficas sobre las funciones pueden generar registros de datos que permita adquirir una mejor comprensión; por tal motivo, los temas que deben establecerse de forma numérica, algebraicamente y numérica es necesario tomar como referencia el punto de vista descriptivo y verbal, esto en función de

la importancia conceptual sobre la experimentación numérica, visualización y los enfoques que se han modificado sobre varios aspectos de forma que se señala el razonamiento de los conceptos (Vázquez *et al.*, 2019).

En este contexto, es importante resaltar que para el análisis gráfico y analítico se puede llevar a cabo mediante herramientas tecnológicas, por lo tanto, las tecnologías informáticas no se han establecido sobre el quehacer de los docentes en el aula, de esta manera se puede coadyuvar sobre la facilidad en la motivación, esto abarca un rol de suma importancia en todos los procesos que integra la enseñanza y el aprendizaje, por lo tanto, es necesario la determinación de los contenidos matemáticos; de hecho, el Software matemático y todos los organizadores gráficos adquieren una dependencia sobre el perfeccionamiento y el mejoramiento en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje sobre las funciones reales (Vázquez *et al.*, 2019).

CAPÍTULO III – METODOLOGÍA

3.1. Tipo de investigación

El presente estudio es una investigación proyectiva, considerándose un tipo de investigación que se orienta sobre la creación de solución a los problemas, esto mediante la creación de programas o la elaboración de aplicaciones para garantizar el fortalecimiento del conocimiento; por lo tanto, este tipo de investigación se diferencia con otras investigaciones por su propósito de establecer propuestas que permitan la descripción de un fenómeno. Por tal motivo, mediante este tipo de investigación se puede proponer soluciones, por lo cual se procura una solución a través de una propuesta en la Unidad Educativa San Antonio de Padua de la ciudad de Tulcán, en los Primeros de Bachillerato general en la asignatura de matemática.

3.2. Diseño de investigación

Según McMillan y Schumacher (2005), el “diseño de investigación describe los procedimientos para guiar el estudio, incluyendo cuándo, de quién y bajo qué condiciones serán obtenidos los datos. En otras palabras, el diseño indica cómo se prepara la investigación, qué le pasa a los sujetos y qué métodos de recogida de datos se utilizan”. (p. 39) Es así como la presente investigación es de diseño de campo en un contexto de ambiente natural a partir de fuentes vivas en la Unidad Educativa San Antonio de Padua de la ciudad de Tulcán, en los Primeros de Bachillerato en la cátedra de matemática. Para este estudio la temporalidad es el presente con un solo momento, por lo que es un diseño contemporáneo transeccional, puesto que se enfoca en eventos actuales de la institución. Y las variables o eventos que se estudian son de varios eventos un diseño multivariable.

3.3. Unidades de estudio

En este estudio participaron 71 estudiantes de Primero de Bachillerato General y 4 docentes del área de matemática de la Unidad Educativa San Antonio de Padua, ubicada Roberto Sierra 0-723 y Bolívar, Tulcán – Carchi – Ecuador.

Debido que la población de estudio fueron los estudiantes de Primero de Bachillerato no fue necesario realizar el cálculo de la muestra, debido que la población es pequeña, sin

embargo, el tipo de muestreo fue no probabilístico deliberado o por juicio, debido que solamente se tomó como referencia a esta unidad de estudio, debido a sus dificultades de las funciones lineales en las matemáticas.

3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

En este estudio se utilizará como técnica la encuesta y como instrumentos el cuestionario.

Según Casa et al. (2003) afirma que la encuesta es una técnica que utiliza un conjunto de procedimientos estandarizados de investigación mediante los cuales se recoge y analiza una serie de datos de una muestra de casos representativa de una población o universo más amplio, del que se pretende explorar, describir, predecir y/o explicar una serie de características. (p. 527)

Cabe considerar que se utilizó un cuestionario estructurado mediante una constitución de la escala de Likert, considerándose como una herramienta puntual sobre la ejecución de las encuestas y la obtención de las conclusiones sobre muestras o grupos de poblaciones sobre algún tema de investigación.

3.5. Técnica de análisis de datos

En este estudio después de aplicar los instrumentos, se procederá al análisis de datos por medio de la estadística descriptiva básica. Por tal motivo, la estadística descriptiva es un procedimiento de la investigación que permite llevar a cabo un análisis de la información obtenida, es decir, es un procedimiento que permite la obtención de información, su interpretación y análisis de forma objetiva. En donde los resultados de este estudio se presentan mediante cuadros de frecuencia, siguiendo una modalidad cuantitativa.

3.6. Operacionalización de variables

Tabla 2.

Variables de estudio.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	VARIABLE	DEFINICIÓN NOMINAL	DIMENSIONES	INDICADORES
Diagnosticar la situación actual sobre el aprendizaje de las funciones reales en el área de matemáticas, que evidencian a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024.	Situación actual sobre el aprendizaje de las funciones reales en el área de matemáticas.	<p>Son las circunstancias de los procesos de aprendizajes en la asignatura de matemática en el tema de funciones reales.</p> <p>Y la información del modelo pedagógico empleado, para así comprender la situación actual de los estudiantes en la materia de matemática.</p>	<p>Cognitiva</p> <p>Interpersonal</p>	<p>Dominio de Destrezas</p> <p>Dominio de contenidos</p> <p>Rendimiento académico</p> <p>Motivación</p> <p>Resolución de problemas de aplicación</p> <p>Acompañamiento pedagógico.</p>
Caracterizar las estrategias didácticas que emplean los docentes en los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemática, con los de	Estrategias didácticas que emplean los docentes en los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemática,	Son las estrategias didácticas de enseñanza utilizadas por parte de los docentes en el proceso de aprendizaje en la asignatura de matemática	<p>Pedagógica</p> <p>Contexto escolar</p>	<p>Didáctica en la enseñanza</p> <p>Técnicas de aprendizaje</p> <p>Técnicas de evaluación</p> <p>Participación</p> <p>Ambiente escolar</p>

CAPÍTULO IV – PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

4.1. Resultados

Datos de las encuestas (Anexo A) realizadas a los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa San Antonio de Padua.

1. ¿Qué tanto te interesa estudiar matemáticas?

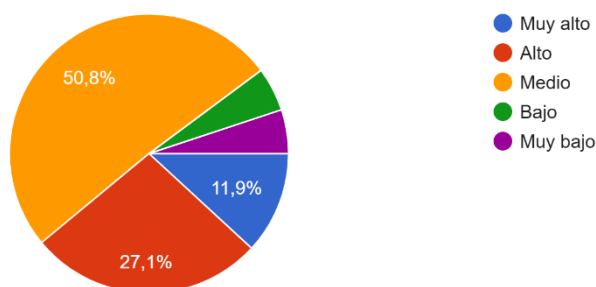
Tabla 3.

Interés por estudiar matemáticas.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Muy alto	8	11.9%
Alto	19	27.1%
Medio	36	50.8%
Bajo	4	5.1%
Muy bajo	4	5.1%
TOTAL	71	100%

Figura 1.

Porcentaje de respuestas sobre el interés por estudiar matemáticas.



Como se puede verificar en la Tabla 3 y Figura 1, del 100% de los estudiantes encuestados, se observa que 50.8% indica que le interesa medianamente estudiar la cátedra de matemáticas, 27.1% alto, 11.9% muy alto, 5.1% bajo y 5.1% muy bajo. Indicando que un grupo considerable de estudiantes están motivados en el aprendizaje

de matemática, pero es necesario implementar estrategias de enseñanza para llamar la atención de los estudiantes con bajo interés en la asignatura.

2. ¿Cómo evaluarías tu nivel de comprensión de los conceptos básicos de funciones reales?

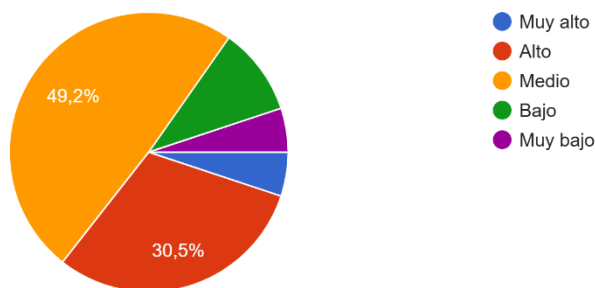
Tabla 4.

Nivel de comprensión de los conceptos básicos de funciones reales.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Muy alto	4	5.1%
Alto	21	30.5%
Medio	35	49.2%
Bajo	4	5.1%
Muy bajo	7	10.2%
TOTAL	71	100%

Figura 2.

Porcentaje de respuestas del nivel de conceptos básicos de funciones reales.



Como se puede verificar en la Tabla 4 y Figura 2, el 49.2% de los encuestados revela que su nivel de comprensión de los conceptos básicos de funciones reales indicando que tienen conocimientos pero que tiene algunos vacíos, 30.5% alto manifiestan que posee competencias en el tema, 5.1% muy alto que tienen dominio de funciones reales, 5.1% bajo y el 10.2% muy bajo de los estudiantes señalan que tiene dificultades con los conceptos básicos de funciones reales lo cual indica que es

necesario refuerzo para facilitar el aprendizaje del tema. Por lo cual, se debe fomentar la comprensión conceptual y el razonamiento gráfico.

3. ¿Has recibido explicaciones sobre funciones reales (definición, dominio, rango etc.) antes de este año escolar?

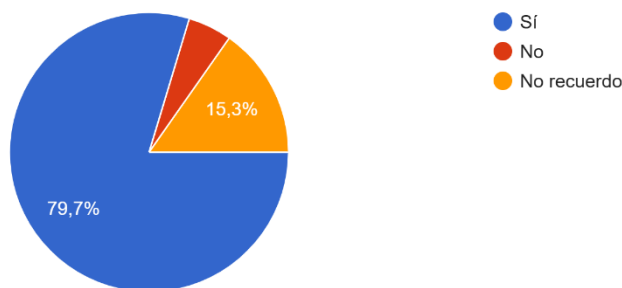
Tabla 5.

Explicaciones sobre funciones reales.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	56	79.7%
No	4	5.1%
No recuerdo	11	15.3%
TOTAL	71	100%

Figura 3.

Porcentaje de respuestas de explicaciones sobre funciones reales.



Como se puede verificar en la Tabla 5 y Figura 3, del 100% de encuestados el 79.7% han recibido explicaciones previas sobre funciones reales, en las características de dominio, rango, etc. Sin embargo 15.3% no recuerdan haber recibido estos temas lo que indica la falta de aprendizaje del conocimiento o las dificultades de comprensión del tema. Y el 5.1% no ha recibido explicaciones previas. Pero a pesar de que la mayoría de estudiantes tienen conocimientos previos sobre funciones reales existen algunos que no recuerdan o no han recibido estos temas indicando la necesidad de reforzar los conocimientos previos.

4. ¿Consideras que las funciones reales son un tema relevante dentro de las matemáticas?

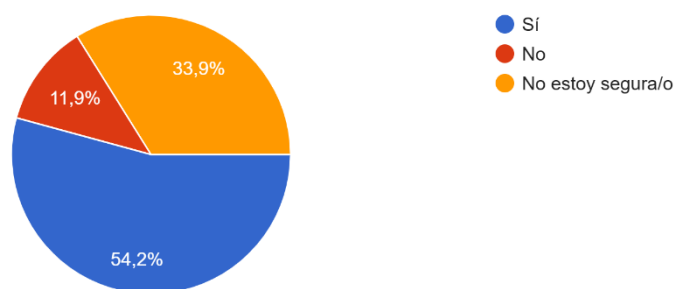
Tabla 6.

Importancia de las funciones reales en el campo de las matemáticas.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	39	54.2%
No	8	11.9%
No estoy segura/o	24	33.9%
TOTAL	71	100%

Figura 4.

Porcentaje de respuestas de la importancia de las funciones reales en el campo de las matemáticas.

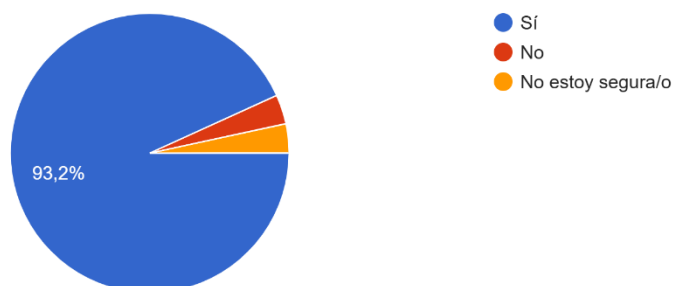


Como se puede verificar en la Tabla 6 y Figura 4, el 54.2% de los estudiantes encuestados si reconocen la importancia de las funciones reales dentro de las matemáticas, mientras que el 33.9% no está seguro respecto a la relevancia de este tema indicando que tal vez no han logra conectar los conceptos del tema. y el 11.9% considera que los conceptos de las funciones no son importantes dentro de la asignatura de matemática lo que podría estar vinculado a experiencias previas poco significativas o al hecho de no haber comprendido su utilidad en la resolución de problemas.

5. ¿Sabes para qué sirve GeoGebra?

Tabla 7.*Conocimiento de los estudiantes acerca de la utilidad de GeoGebra.*

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	65	93.2%
No	3	3.4%
No estoy segura/o	3	3.4%
TOTAL	71	100%

Figura 5.*Porcentaje de respuestas del conocimiento de los estudiantes acerca de la utilidad de GeoGebra.*

Como se puede verificar en la Tabla 7 y Figura 5, del 100% de encuestados la gran mayoría de los estudiantes es decir el 93.2% sabe para que se utiliza la herramienta GeoGebra, sugiriendo que previamente se ha utilizado en las horas de clase. El 3.4% no saben para que sirve y el 3.4% no está seguro acerca de las utilidades de GeoGebra por lo cual es necesario una capacitación de la herramienta.

6. ¿Cómo prefieres aprender funciones reales? (Puedes seleccionar más de una opción)

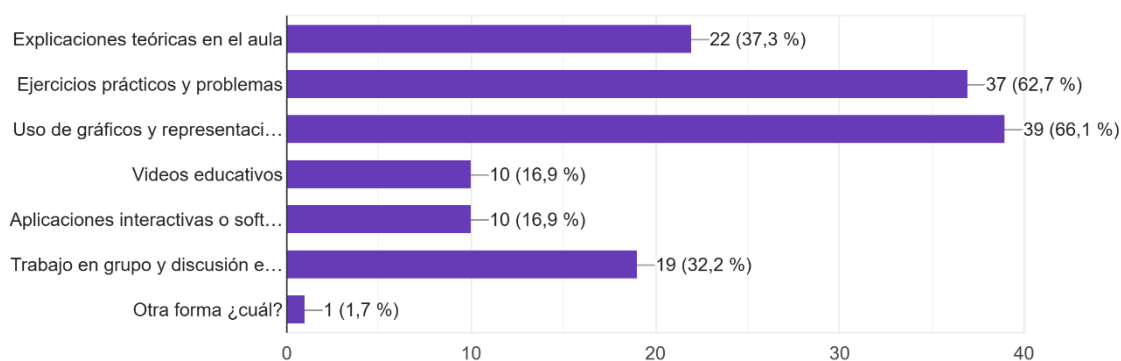
Tabla 8.

Formas de aprender funciones reales.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Explicaciones teóricas en el aula	22	37,3%
Ejercicios prácticos y problemas	37	62,7%
Uso de gráficos y representaciones visuales	39	66,1%
Videos educativos	10	16,9%
Aplicaciones interactivas o software matemático	10	16,9%
Trabajo en grupo y discusión en clase	19	32,2%
Otra forma ¿cuál?	1	1,7%

Figura 6.

Porcentaje de respuestas de las formas de aprender funciones reales.



Como se puede verificar en la Tabla 8 y Figura 6, de la encuesta aplicada los estudiantes el 66.1% prefieren aprender funciones reales usando gráficas y representaciones visuales, el 62,7% a través de ejercicios prácticos y problemas, orientándose a un enfoque visual e interactivo para comprender los conceptos de manera práctica. El 37.3% también considera necesario las explicaciones teóricas en el aula. Además, el 32.2% prefiere el trabajo en grupo y la discusión en clase, por lo cual es necesario promover el intercambio de ideas y el aprendizaje colaborativo. También, el

16.9% a través de videos educativos y aplicaciones interactivas o softwares matemáticos por lo cual son relevantes estos recursos de enseñanza.

7. ¿Qué tan útil consideras el uso de gráficos para entender funciones?

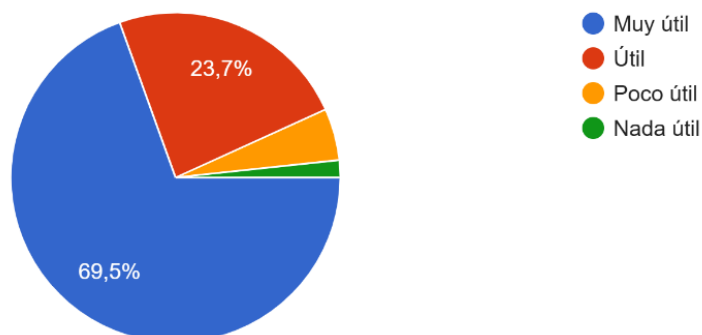
Tabla 9.

Utilidad del uso de gráficos para entender funciones.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Muy útil	49	69.5%
Útil	17	23.7%
Poco útil	4	5.1%
Nada útil	1	1.7%
TOTAL	71	100%

Figura 7.

Porcentaje de respuestas de la utilidad del uso de gráficos para entender funciones.



Como se puede verificar en la Tabla 9 y Figura 7, del 100% de estudiantes encuestados el 69.5% considera que el uso de gráficos es muy útil para comprender las funciones reales, el 23.7% considera que los gráficos son útiles para entender las funciones, 5.1% poco útil y el 1.7% nada útil, lo que podría ser resultado de experiencias anteriores donde los gráficos no se utilizaron de forma clara o no se vincularon correctamente con el contexto matemático.

8. ¿Cuánto tiempo dedicas semanalmente a estudiar o repasar funciones reales fuera de clase?

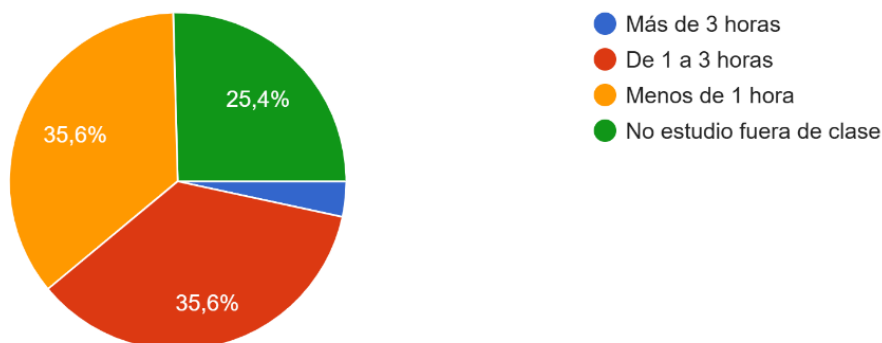
Tabla 10.

Tiempo dedicas semanalmente a estudiar o repasar funciones reales fuera de clase.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Más de 3 horas	3	3.4%
De 1 a 3 horas	25	35.6%
Menos de 1 hora	25	35.6%
No estudio fuera de clase	18	25.4%
TOTAL	71	100%

Figura 8.

Porcentaje de respuestas del tiempo dedicas semanalmente a estudiar o repasar funciones reales fuera de clase.



Como se puede verificar en la Tabla 10 y Figura 8, los resultados reflejan que el 35.6% dedican de 1 a 3 horas semanales a estudiar funciones reales fuera de clase, pero por otra parte 35.6% de los estudiantes dedican menos de 1 hora semanal, que indica un nivel de compromiso reducido que podría impactar en la consolidación de los conocimientos. Además, 25.4% de los estudiantes no estudia fuera de las horas de clase reflejando la falta de interés y las dificultades de aprendizaje. Pero solo el 3.4% de estudiantes repasan de 3 horas semanales asumiendo un estudio profundo y constante.

9. ¿Cuáles consideras que son las principales dificultades que enfrentas al aprender funciones reales? (Puedes seleccionar más de una opción)

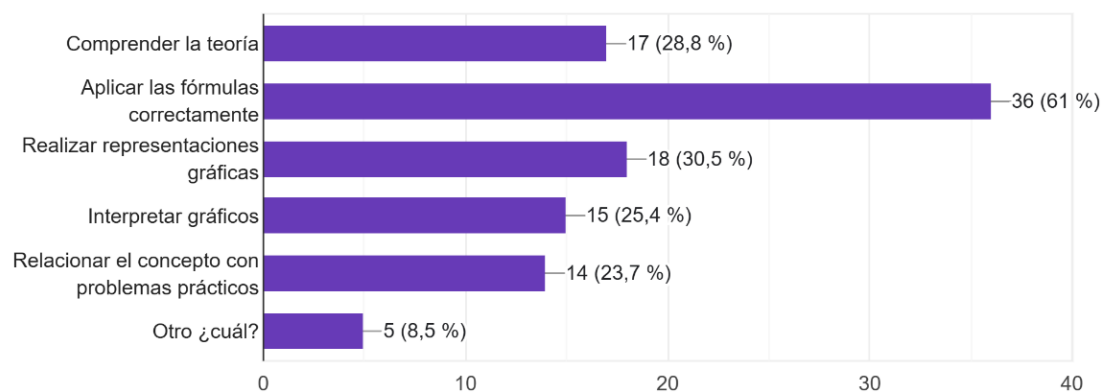
Tabla 11.

Las principales dificultades del aprendizaje de las funciones reales.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Comprender la teoría	17	28.8%
Aplicar las fórmulas correctamente	36	61%
Realizar representaciones gráficas	18	30.5%
Interpretar gráficos	15	25.4%
Relacionar el concepto con problemas prácticos	14	33.7%
Otro ¿cuál?	5	8.5%

Figura 9.

Porcentaje de respuestas de las principales dificultades del aprendizaje de las funciones reales.



Como se puede verificar en la Tabla 11 y Figura 9, el 61% de los estudiantes considera que la principal dificultad de aprender funciones reales es la aplicación de fórmulas de manera correctamente, mientras que el 30.5% posee desafíos en realizar representaciones graficas lo que señala que algunos alumnos enfrentan dificultades al convertir conceptos abstractos en gráficos tangibles. Por otro lado, el 28.8% indica problemas en comprender la teoría de funciones reales, así como 25.4% posee conflictos en la interpretación de gráficos, el 23.7% dificultades en relacionar los

conceptos con problemas prácticos y el 8.5% hace referencia a otros problemas no detallados, lo que podría estar relacionado con aspectos individuales o particulares de su proceso de aprendizaje.

10. ¿Sientes que necesitas más apoyo en alguna de las siguientes áreas? (Puedes seleccionar más de una opción)

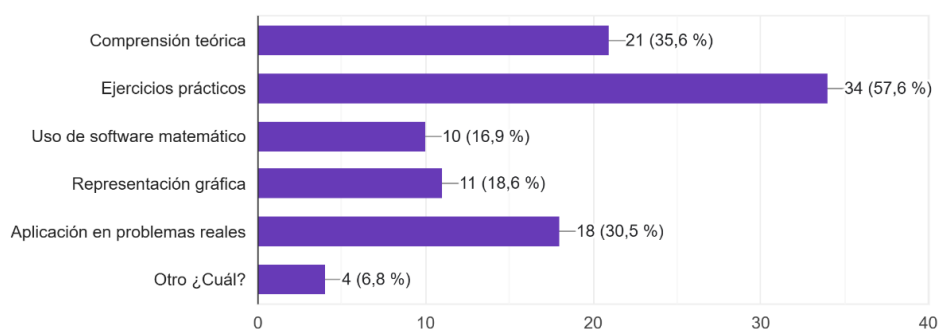
Tabla 12.

Necesidad de acompañamiento en los estudiantes.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Comprensión teórica	21	35.6%
Ejercicios prácticos	34	57.6%
Uso de software matemático	10	16.9%
Representación grafica	11	18.6%
Aplicación en problemas reales	18	30.5%
Otro ¿cuál?	4	6.8%

Figura 10.

Porcentaje de respuestas de la necesidad de acompañamiento en los estudiantes.



Como se puede verificar en la Tabla 12 y Figura 10, el 57.6% de los estudiantes sienten que necesitan más ejercicios prácticos como apoyo ya que demuestra la importancia de robustecer la práctica constante y dirigida para consolidar los conocimientos obtenidos. Además, 35.6% necesita apoyo en la comprensión teórica de este tema indicando que falta dominio teórico. Mientras que el 30.5% siente que necesita aplicaciones en problemas reales siendo importante de situar los temas matemáticos en

contextos reales y diarios. En cuanto a las representaciones gráficas el 18.6% de los estudiantes considera integrar gráficos para el aprendizaje y el 16.9% la utilización del uso de software matemáticos para que sea más efectivo en el proceso de enseñanza, observación e interacción con funciones reales.

11. ¿Te gustaría que se incluyan más recursos visuales y tecnológicos (como gráficos interactivos o software) en las clases?

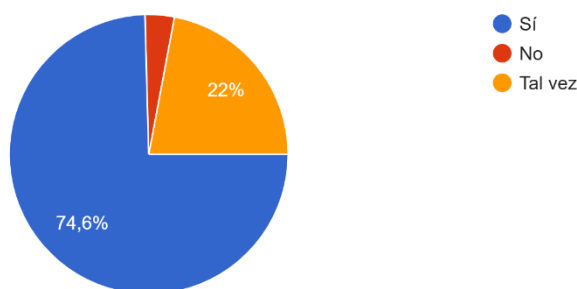
Tabla 13.

Inclusión de recursos visuales y tecnológicos en las clases.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	52	74.6%
No	2	3.4%
Tal vez	17	22%
TOTAL	71	100%

Figura 11.

Porcentaje de respuestas de la inclusión de recursos visuales y tecnológicos en las clases.



Como se puede verificar en la Tabla 13 y Figura 11, Del 100% de los encuestados el 74.6% le gustaría incluir recursos visuales y tecnológicos en las clases para así innovar los métodos de enseñanza en la asignatura de matemáticas, el 22% de los estudiantes consideran que tal vez se pueden incluir recursos visuales y tecnológicos, pero se encuentran abiertos a nuevas metodologías. Y 3.2% no optan implementar recursos tecnológicos y prefieren los métodos tradicionales.

12. ¿Consideras que el enfoque actual de las clases es adecuado para tu aprendizaje de funciones reales?

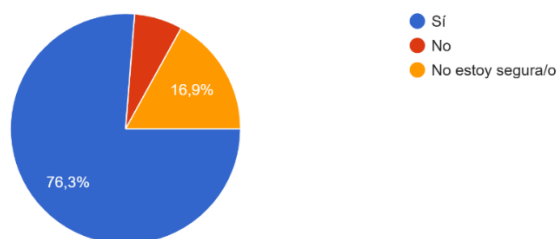
Tabla 14.

El enfoque actual de las clases es adecuado en el aprendizaje de funciones reales.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	54	76.3%
No	5	6.8%
No estoy segura/o	12	16.9%
TOTAL	71	100%

Figura 12.

Porcentaje de respuestas del enfoque actual de las clases es adecuado en el aprendizaje de funciones reales.



Como se puede verificar en la Tabla 14 y Figura 12, del 100% de estudiantes encuestados el 76.3% si están de acuerdo que el enfoque actual de las clases para aprender funciones reales, el 16.9% no está segura/o respecto al enfoque indicando inseguridad ya que pueden tener vacíos o dudas por lo que se debe implementar estrategias para una mayor participación. Y el 6.8% no le gusta el enfoque actual de aprendizaje del tema por lo cual se debe examinar algunos elementos pedagógicos para mejora los recursos y tácticas que mejoren la comprensión de funciones auténticas.

13. ¿Te gustaría participar en actividades extracurriculares relacionadas con funciones reales? (por ejemplo, talleres, tutorías, etc.)

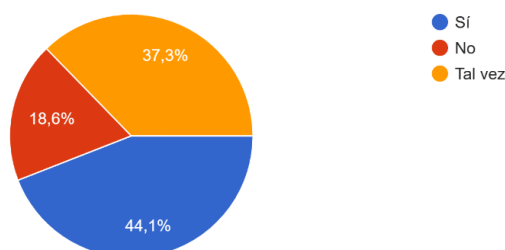
Tabla 15.

Participación en actividades extracurriculares relacionadas con funciones reales.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	31	44.1%
No	13	18.6%
Tal vez	27	37.3%
TOTAL	71	100%

Figura 13.

Porcentaje de respuestas en la participación en actividades extracurriculares relacionadas con funciones reales.

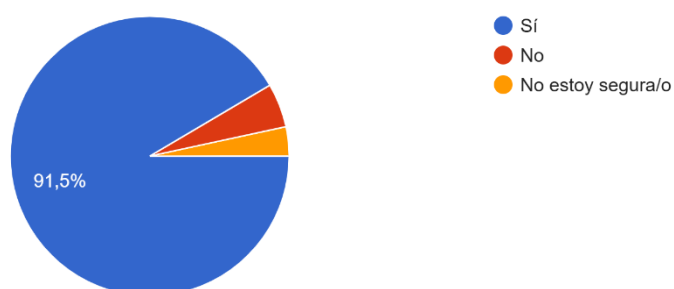


Como se puede verificar en la Tabla 15 y Figura 13, del 44.1% de estudiantes si les gustaría participar en actividades extracurriculares relacionadas con funciones reales, el 37.3% tal vez les gustaría actividades extracurriculares esto podría sugerir que, a pesar de que algunos alumnos podrían estar interesados, requieren motivación extra o información más precisa sobre las ventajas de dichas actividades. Y el 18.6% no están interesados en actividades extracurriculares que puede ser por falta de tiempo, motivación o percepciones negativas respecto al tema.

14. ¿Te gustaría utilizar GeoGebra en tus clases de matemáticas?

Tabla 16.*Interés por el uso de GeoGebra en clases.*

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	65	91.5%
No	4	5.1%
No estoy segura/o	2	3.4%
TOTAL	71	100%

Figura 14.*Porcentaje de respuestas del interés por el uso de GeoGebra en clases.*

Como se puede verificar en la Tabla 16 y Figura 14, Del 100% de estudiantes encuestados el 91.5% si le encantaría utilizar GeoGebra en tus clases de matemáticas, puesto que los estudiantes interesados en la capacidad de GeoGebra para potenciar su entendimiento de los principios matemáticos. el 5.1% no está interesado en implementar GeoGebra en las horas de clase y el 3.4% no está seguro de utilizar GeoGebra ya que puede que su incertidumbre sea resultado de una falta de entendimiento acerca de las ventajas concretas que la herramienta podría proporcionarles en el marco de sus lecciones de matemáticas.

15. ¿Consideras importante las capacitaciones sobre cómo usar GeoGebra en tus estudios de matemáticas?

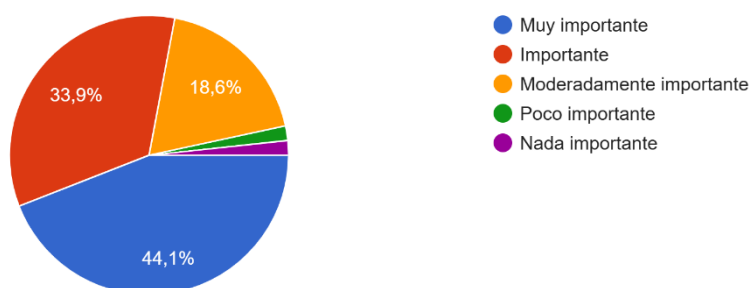
Tabla 17.

Importancia de las capacitaciones sobre uso de GeoGebra.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Muy importante	31	44.1%
Importante	25	33.9%
Moderadamente importante	13	18.6%
Poco importante	1	1.7%
Nada importante	1	1.7%
TOTAL	71	100%

Figura 15.

Porcentaje de respuestas de la importancia de las capacitaciones sobre uso de GeoGebra.



Como se puede verificar en la Tabla 17 y Figura 15, El 44.1% de los estudiantes consideran muy importante las capacitaciones sobre cómo usar GeoGebra, 33.9% importante reflejando interés que permitan mejora los conceptos matemáticos especialmente relacionados con funciones reales. El 18.6% considera modernamente importante indicando que, aunque reconocen cierto valor en la herramienta, todavía podría carecer de motivación o experiencias específicas que evidencien su efectividad directa en el proceso de aprendizaje. Y el 1.7% poco importante y 1.7% nada importante, siendo una minoría de los estudiantes que tal vez desconocen el potencial de aprendizaje que genera GeoGebra.

Tabla 18.

Resultados de la entrevista aplicada a los docentes del área de matemática y física de la Unidad Educativa San Antonio de Padua.

PREGUNTAS	Entrevistado	RESPUESTAS
1. ¿Ha utilizado GeoGebra en sus clases para enseñar funciones reales? (Si la respuesta es "No", pase a la pregunta 4).	Entrevistado 1	No
	Entrevistado 2	Si he tenido la oportunidad de utilizar GeoGebra ya que la clase la vuelve más dinámica.
	Entrevistado 3	Si para graficar las funciones que doy en clases.
	Entrevistado 4	No
Análisis e interpretación	<p>Dos de los profesores entrevistados han utilizado GeoGebra en la enseñanza de funciones reales para que sea más activa y la sencillez para representar gráficamente. Indicando que quienes han integrado la herramienta reconocen la importancia pedagógica y visual de GeoGebra en las funciones reales.</p> <p>En cambio, los otros dos docentes no han empleado GeoGebra, lo que podría atribuirse a varios factores como carencia de capacitación, desconocimiento tecnológico en el entorno educativo.</p>	
2. Si ha utilizado GeoGebra, ¿cómo lo ha integrado en sus clases sobre funciones reales? (Describa las actividades prácticas	Entrevistado 1	
	Entrevistado 2	La he utilizado para la graficar diferentes funciones y para obtener tabla de valores de manera automática.

que diseña con GeoGebra para que sus estudiantes comprendan los conceptos de funciones reales).

Análisis e interpretación

3. ¿Cuáles han sido las principales dificultades que ha encontrado al implementar GeoGebra en su práctica docente?

(Describa las estrategias que ha utilizado para superar estas dificultades y fomentar el aprendizaje significativo en los estudiantes).

Análisis e interpretación

Entrevistado 3 Sobre todo, lo he utilizado para graficar las funciones cuando preparo clases.

Entrevistado 4

Dos de los entrevistados han integrado GeoGebra en el uso de clases para la representación gráfica de funciones reales, lo cual facilita la visualización de conceptos como el dominio, rango, puntos de corte y comportamiento general de la función. Sin embargo el resto no utilizan GeoGebra en sus clases.

Entrevistado 1

Entrevistado 2 La falta de observación e imaginación por parte de los estudiantes. Además, se les dificulta identificar visualmente las características de las funciones.

Entrevistado 3 Cuando intento utilizar con los estudiantes se distraen en otras aplicaciones puesto que deben tener la aplicación de GeoGebra.

Entrevistado 4

Los docentes que han implementado GeoGebra en sus clases se han enfrentado con obstáculos tanto pedagógicos como tecnológicos. Por un lado, se identifica el cognitivo en los alumnos ya que comprender componentes visuales se les dificulta; por otro, existe una distracción digital al trabajar desde aparatos personales, lo que impacta la concentración.

4. Si no ha utilizado GeoGebra, ¿cuáles han sido las razones principales para no incorporarlo en sus clases de funciones reales?

Entrevistado 1	No implementado por el desconocimiento de la herramienta.
Entrevistado 2	Desmos es una calculadora gráfica y la he utilizado debido a su facilidad de graficar funciones. Pero también utilizo GeoGebra.
Entrevistado 3	No conozco otras herramientas digitales solo GeoGebra.
Entrevistado 4	No implementado la herramienta debida que solo doy clases a novenos y octavos.

Análisis e interpretación

Algunos docentes poseen desconocimientos y falta de formación en herramientas digitales.

El Entrevistado 2 sí lo utiliza, aunque elige una herramienta diferente (Desmos), lo que demuestra que algunos docentes optan por plataformas que consideran más fáciles o intuitivas. Aunque el Entrevistado 3 conoce GeoGebra, no menciona su uso en clases, lo que podría estar vinculado con la falta de experiencia práctica o confianza. Además, la idea de que no es apropiado para determinados grados de educación, lo que demuestra una perspectiva limitada del campo pedagógico de GeoGebra.

5. Si ha utilizado GeoGebra, ¿ha observado alguna mejora en el aprendizaje de sus estudiantes?

Entrevistado 1	No he utilizado GeoGebra
Entrevistado 2	Ha mejorado la concentración de los estudiantes y me permite que los estudiantes interactúen con la herramienta generando curiosidad.

(Si es así, por favor explique en qué aspectos)

Análisis e interpretación

6. ¿Considera que GeoGebra (si lo ha utilizado) ha sido útil para que sus estudiantes visualicen y comprendan mejor los conceptos de funciones reales?
(Describa ejemplos específicos si es posible).

Análisis e interpretación

Entrevistado 3 Me ayudado para explicaciones de las características de las funciones y también para reconozcan la graficas de acuerdo a la función.

Entrevistado 4 No he utilizado GeoGebra

Los docentes consideran que es un impacto positivo en el aprendizaje puesto que mejora la atención y participación de los estudiantes. Además, de que ayuda a mejor comprensión de los conceptos por su representación visual, fortaleciendo la mejora de aprendizaje de los estudiantes.

Entrevistado 1 No se utilizar GeoGebra

Entrevistado 2 Si puesto que ya no realizan tradicionalmente las gráficas y se concentran en la observación de la característica para luego analizar analíticamente. Por ejemplo, para diferencia la función afín, línea y constante

Entrevistado 3 Cuando observan si una función cuadrática en cóncava o convexa ya no necesitan graficar manualmente si no lo hacen a través de la graficadora de GeoGebra.

Entrevistado 4 No he utilizado GeoGebra

Los profesores que han empleado GeoGebra están de acuerdo en que este instrumento ha sido fundamental para optimizar la representación y entendimiento de conceptos abstractos vinculados a funciones reales.

7. Si no ha utilizado GeoGebra, ¿considera que el uso de esta herramienta podría ser beneficioso para la enseñanza de funciones reales?

Entrevistado 1	Si porque es una manera innovadora de dictar la hora de clase.
Entrevistado 2	Claro que es beneficioso ya que permite visualizar gráficas de manera interactiva, lo que facilita la comprensión de conceptos.
Entrevistado 3	Si ya que fomenta el pensamiento a través de la visualización, además de que les motiva a realizar preguntas sobre las gráficas, siendo GeoGebra una herramienta de apoyo.
Entrevistado 4	Si porque ayuda a los estudiantes al ofrecer un enfoque práctico y visual en el estudio de las funciones reales.

Análisis e interpretación

A pesar de no tener experiencia directa con GeoGebra, estos profesores aprecian su importancia pedagógica como instrumento adicional para impartir funciones reales. La herramienta es vista como un recurso efectivo para fomentar en el alumno el desarrollo de habilidades visuales, analíticas y reflexivas. Además, resaltan su importancia para tornar la clase de matemáticas más interesante y relevante.

8. ¿Cómo ha influido (o podría influir) el uso de GeoGebra en la motivación y participación de sus estudiantes en las clases de matemáticas?

Entrevistado 1	De una manera muy positiva. Ya que el estudiante comprendería mejor de una manera gráfica las funciones y sus aplicaciones.
Entrevistado 2	Los estudiantes se sienten motivados a participar en clases y manipular la herramienta generando interés en las características de las funciones reales.

(Explique los cambios observados o las expectativas que tiene).

-
- | | |
|----------------|---|
| Entrevistado 3 | Es positiva porque permite mayor interacción por parte de los estudiantes en la hora de clase y ayuda mejora el trabajo colectivo ya que existe intercambio de opiniones. |
| Entrevistado 4 | De una manera positiva porque es un desafío para los estudiante y manera diferente de aprender. |

Análisis e interpretación

Se considera que el empleo de GeoGebra promueve la participación activa, dado que promueve un enfoque más dinámico y exploratorio en las lecciones de matemáticas. Esta herramienta tecnológica no solo respalda la instrucción conceptual, sino que también optimiza el ambiente en el salón de clases al crear entusiasmo, inquietud y cooperación entre los alumnos.

Fuente: Unidad Educativa San Antonio de Padua, 2024.

CAPITULO V - PRESENTACIÓN DE PROPUESTA

5.1. Tema

Propuesta pedagógica para fortalecer los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en el área de matemáticas, desde el enfoque analítico y gráfico, dirigido a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán, durante el año 2023-2024.

5.2. Justificación de la propuesta

La propuesta del presente estudio se constituye de varias actividades de aprendizaje que se han desarrollado en GeoGebra con la finalidad de fortalecer el aprendizaje de los estudiantes de primer año de bachillerato; debido que los programas informáticos de carácter dinámico posibilitan las exploraciones sobre los diferentes escenarios en las matemáticas, esto mediante la utilización de instrumentos para que los estudiantes puedan realizar prácticas bajo representaciones gráficas o funciones reales; de hecho, es importante mencionar que la era postmoderna requiere de la aplicación de la tecnológica como un mecanismo de apoyo en la enseñanza cuantitativa, especialmente sobre el aprendizaje bajo funciones cuadráticas.

En virtud de ello, la aplicación de programas educativos sobre el escenario de aprendizaje en las matemáticas ha representado grandes avances cualitativos, en donde se han introducido nuevos componentes didácticos, considerados como recursos que permitan mejorar la comprensión bajo múltiples planteamientos que forma parte de esta disciplina; de hecho, la influencia de las tecnologías ha ocasionado modificaciones sustanciales; más aún, cuando el aprendizaje en las matemáticas desde un escenario dinámico es un campo relativamente reciente; por esta razón, surge la necesidad de utilizar programas informáticos como el GeoGebra.

Actualmente el uso de las TIC que promuevan el desarrollo del aprendizaje es tema de estudio y debate, pues las TIC son las encargadas de motivar al estudiante para que construya nuevos conocimientos. Este documento está dirigido principalmente a los docentes del área de matemáticas de la Unidad Educativa “Fernando Daquilema”, para que se pueda tener una visión general, y se constituya una herramienta sustancial para el

docente y el estudiante. La presente propuesta promueve el uso del software GeoGebra en el proceso de enseñanza -aprendizaje de las matemáticas, además de generar inquietudes y reflexiones para docentes y estudiantes.

Desde esta perspectiva, la propuesta de mejora en el aprendizaje de las funciones reales en GeoGebra se justifica desde el punto de vista teórico, metodológico y práctico, considerándose una herramienta útil en la transformación del contexto educativo; por lo tanto, el propósito de la presente propuesta es implementar GeoGebra como una herramienta efectiva para el aprendizaje de las funciones en estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa San Antonio de Padua; permitiendo brindar a los estudiantes diferentes oportunidades de comprender y explorar las funciones reales de forma interactiva, además los estudiantes pueden identificar en tiempo real cómo se modifican las gráficas y su relación con aspectos teóricos en diferentes funciones como los cortes en el eje X, entre otros.

En este contexto, esta propuesta se sustenta en la teoría de Vygotsky sobre el aprendizaje, puesto que el aprendizaje es considerado como un proceso en donde se construye el conocimiento mediante la interacción y la utilización de herramientas simbólicas; también se sustenta bajo los Objetivos de Desarrollo Sostenible en su objetivo 4 sobre la educación de calidad que permite garantizar una educación inclusiva y promover el aprendizaje para todos. Por lo tanto, los beneficiados de esta propuesta serán los docentes y estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa San Antonio de Padua; mientras que los beneficiados indirectos serán los padres de familia.

5.3. Objetivos de la propuesta

5.3.1. Objetivo general

Diseñar componentes de una propuesta pedagógica para fortalecer los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en GeoGebra para el área de matemáticas, desde el enfoque analítico y gráfico, dirigido a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán.

5.3.2. Objetivos específicos

Diseñar una planificación para utilizar y graficar funciones lineales mediante la utilización de GeoGebra.

Establecer actividades pedagógicas sobre las funciones lineales utilizando GeoGebra

Aplicar las actividades planificación mediante la graficación sobre las funciones lineales matemáticos en GeoGebra.

5.4. Requisitos para la implementación de la propuesta

Para esta propuesta se recomienda tener una velocidad en la transferencia de la información de al menos 10Mbit/seg en la conexión de internet.

Es importante que los docentes y estudiantes cuenten con una computadora portátil o de escritorio de preferencia, también se lo puede realizar mediante dispositivos móviles.

Es necesario que el estudiante cuente con un manual de GeoGebra para solventar todas sus inquietudes.

5.5. Fases de la propuesta

Para el diseño de la propuesta se lleva a cabo los siguientes procedimientos, Tabla 19:

Tabla 19.

Fases del diseño de la propuesta.

Fase	Actividad	Descripción
1	Diagnóstico y análisis	En esta etapa inicial se realiza un diagnóstico con el objetivo de recopilar información que permita la identificación de las necesidades y los desafíos que se enfrentan al momento de realizar las funciones cuadráticas.

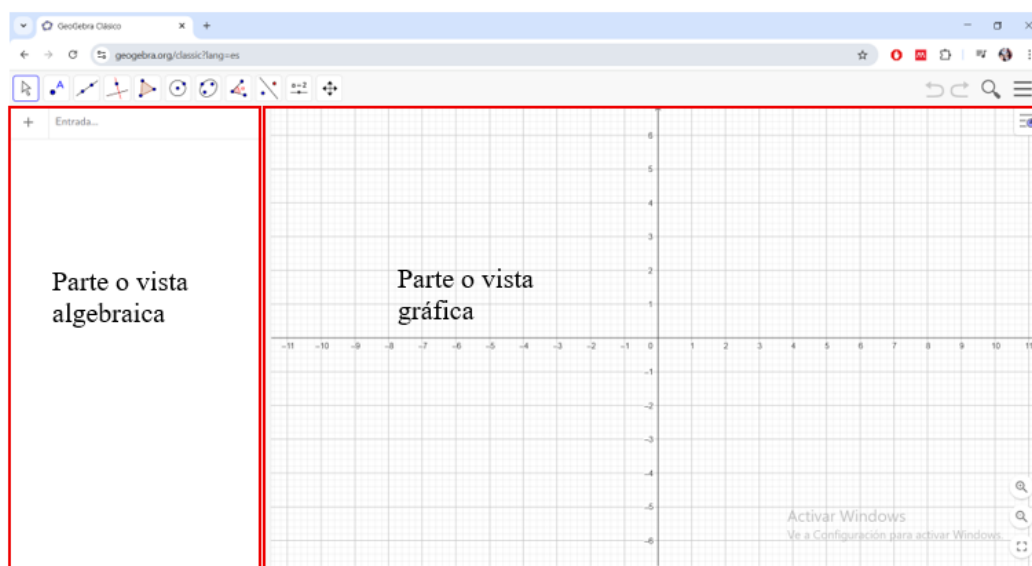
2	Definición de los objetivos	Se definen los objetivos generales y específicos; en donde se puedan establecer metas que puedan respaldar el desarrollo de este plan.
3	Diseño	En este procedimiento se elabora la propuesta en donde se identifican los recursos requeridos, además de las actividades o estrategias desarrolladas con la utilización de GeoGebra, considerándose la herramienta principal que permita potencializar el aprendizaje y de esta manera abordar el problema
4	Validación de la propuesta	Finalmente, en este procedimiento se realiza una evaluación de la propuesta que permita verificar su viabilidad y la coherencia.

5.6. Desarrollo de la propuesta

Como primer proceso si el estudiante no ha instalado el GeoGebra en su ordenador lo puede utilizar de forma virtual; para ello, en el buscador de preferencia se coloca en enlace <https://www.geogebra.org/classic?lang=es> para el correspondiente ingreso y utilización como se muestra en la Figura 16:

Figura 16.

Interfaz de GeoGebra online.



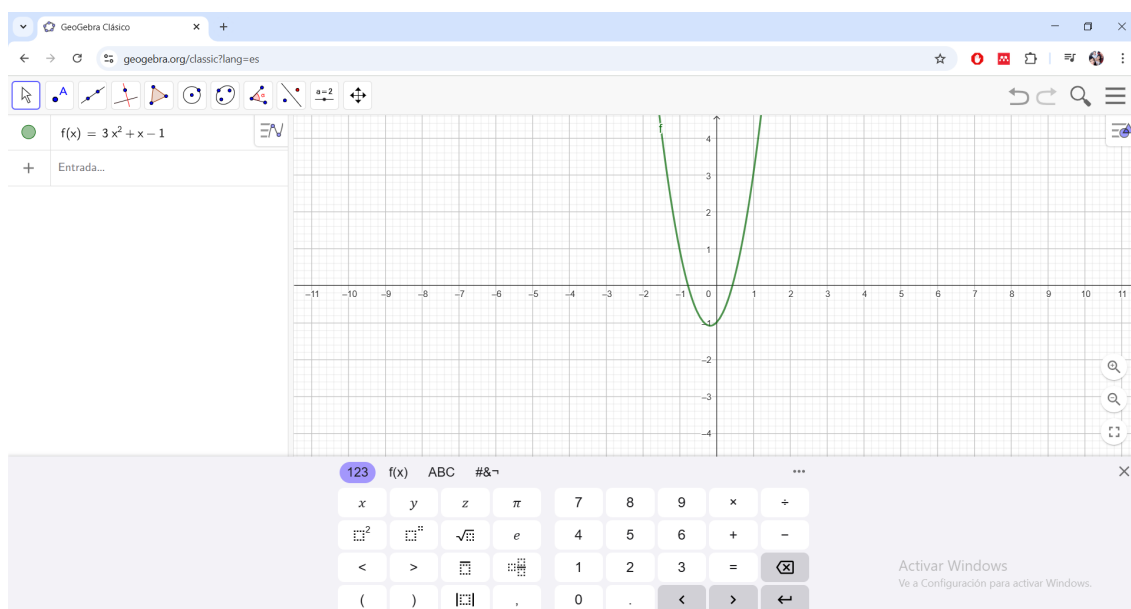
5.6.1. Primera actividad

Tema: Graficación de funciones reales en GeoGebra.

Cualquier fórmula de una función real introducida en el modo algebraico de GeoGebra, por ejemplo $f(x) = 3x^2 + x - 1$, se representará automáticamente en el modo gráfico, Figura 17. La implementación de la función puede efectuarse a través del teclado físico del ordenador o a través del teclado virtual integrado en la interfaz de GeoGebra, lo que simplifica la redacción de expresiones matemáticas de manera exacta y comprensible.

Figura 17.

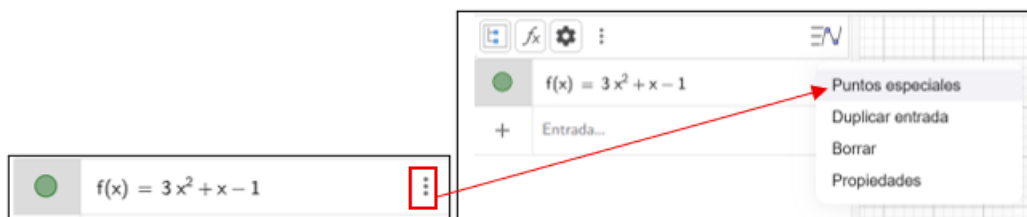
Graficación de una función cuadrática.



La representación gráfica de funciones facilita la visualización de sus propiedades fundamentales, siendo crucial reconocer los puntos específicos, como los cortes con el eje X y el eje Y, dado que estos contribuyen a entender y examinar el funcionamiento de la función. En GeoGebra, se pueden obtener estos puntos de manera analítica desde la vista algebraica, haciendo clic en los tres puntos (opciones) de la función estudiada y posteriormente clic en la opción "Puntos especiales", Figura 18.

Figura 18.

Procedimiento para obtener los puntos especiales.

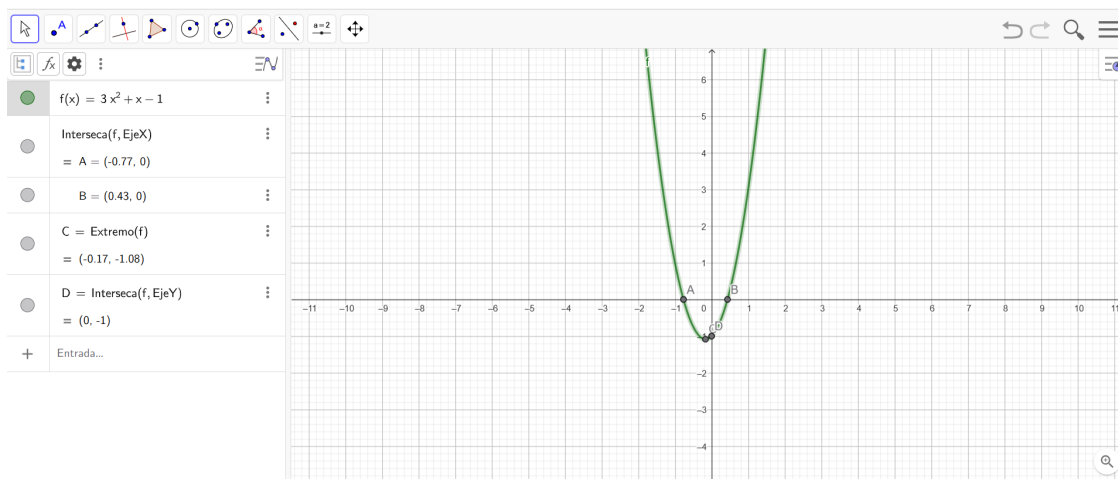


En GeoGebra, se pueden identificar con precisión las intersecciones de la función con el eje X (las raíces o ceros de la función) y con el eje Y (la ordenada). Además, la gráfica permite reconocer visualmente tanto el dominio como el rango o recorrido de la función, lo que simplifica su estudio y entendimiento.

Como se observa en la Figura 19 la función cuadrática cuya ley de asignación $f(x) = 3x^2 + x - 1$, donde su dominio es los números reales, el rango va desde el vértice de la parábola al infinito, $[-1.8, \infty + [$, el vértice es $(-0.17, -1.08)$, las raíces o ceros de la función corresponden a los cortes con el eje X, esto es $x_1 = -0.77$, $x_2 = 0.43$. Por último, tenemos la intersección en y es $(0, -1)$.

Figura 19.

Parte analítica y gráfica de una función cuadrática.

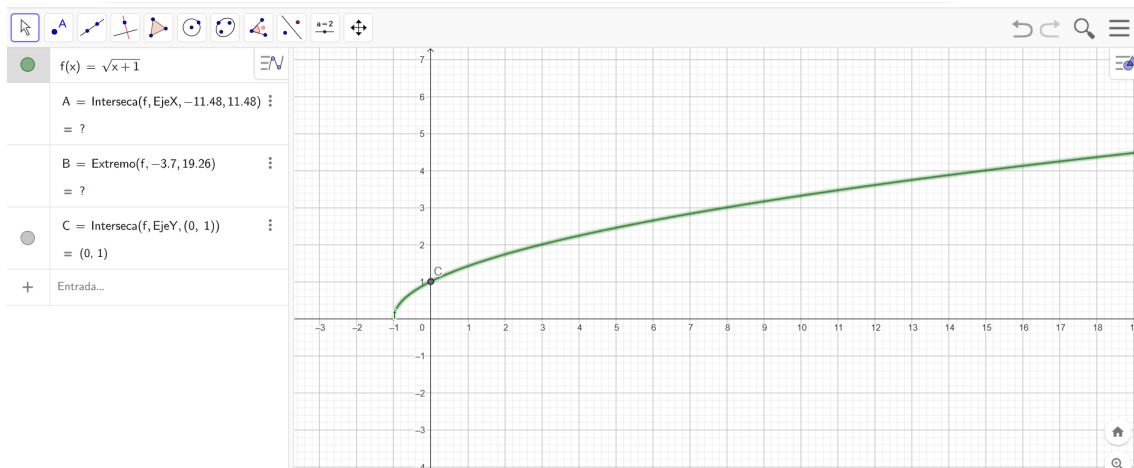


Otro caso, al introducir la función de raíz cuadrada de fórmula $f(x) = \sqrt{x + a}$, se puede obtener los puntos especiales y analizar visualmente sus características. Como podemos ver, en la Figura 20 se muestra la función de raíz cuadrada definida por la

expresión $f(x) = \sqrt{x+1}$, donde su dominio es todos los valores de x desde -1 en adelante, $[-1, \infty + [$, el rango todos los valores de y desde 0 en adelante $[0, \infty + [$, el punto inicial o extremo es $(-1,0)$.La raíz o cero de la función corresponden a $x_1 = -1$ y la intersección en y es $(0,1)$.

Figura 20.

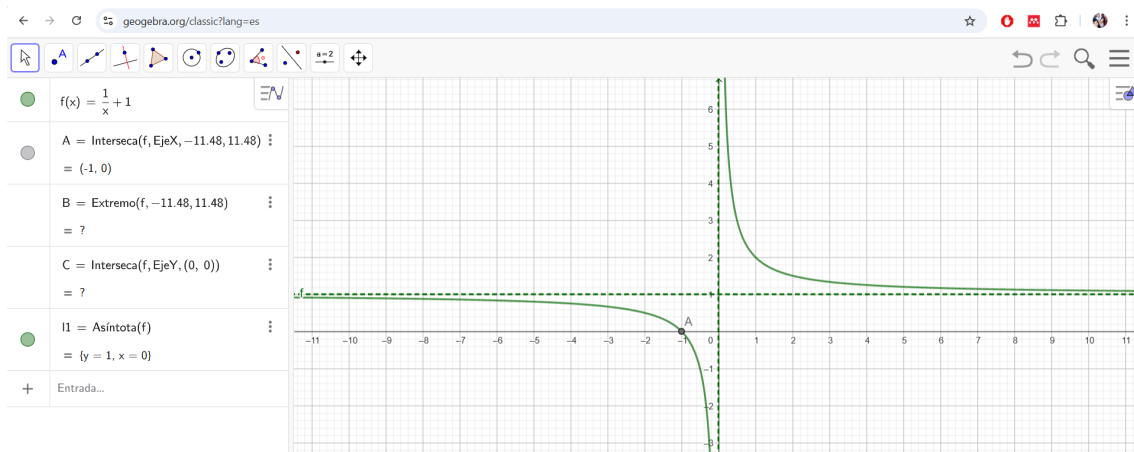
Análisis y gráfica de una función de raíz cuadrada.



Asimismo, se puede representar una función racional de la forma $f(x) = \frac{a}{x} + b$, por ejemplo, la función cuya ley de asignación es $f(x) = \frac{1}{x} + 1$. Como se muestra en la Figura 21, donde su dominio es $\mathbb{R} - \{0\}$, el rango $\mathbb{R} - \{1\}$, la asíntota horizontal $y=1$, la asíntota vertical $x=0$ se obtienen con el comando $\text{Asíntota}(f)$, la raíz o cero de la función corresponden a $x_1 = -1$ y la intersección en y no tiene.

Figura 21.

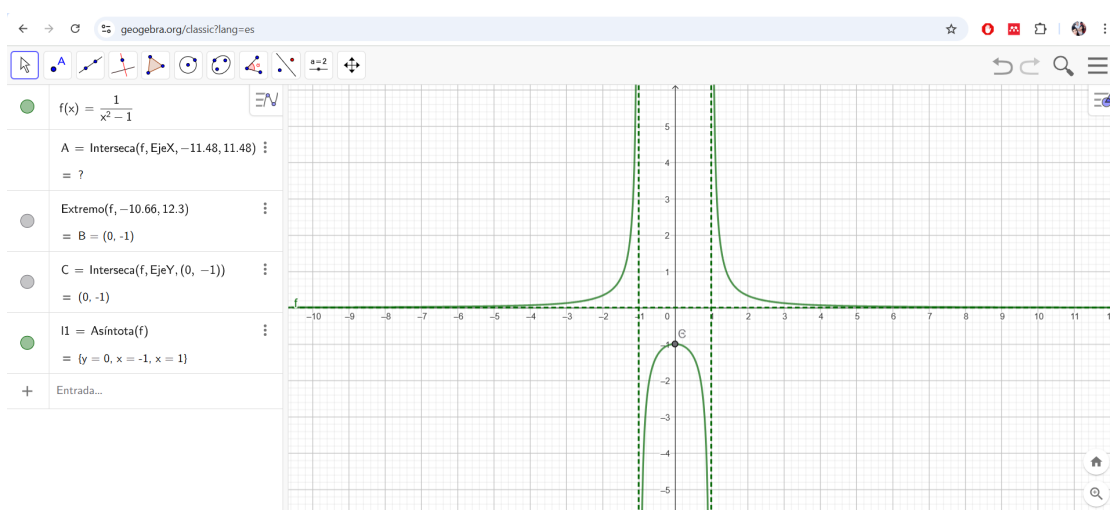
Análisis y gráfica de una función racional, $f(x) = \frac{1}{x} + 1$.



Otro ejemplo de función racional es aquella de la forma $f(x) = \frac{1}{x^2+a}$, por ejemplo, la función cuya ley de asignación es $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$. La figura 22 muestra que su dominio es $] -\infty, -1[\cup] -1, 1[\cup] 1, \infty[$, el rango $] -\infty, -1] \cup] 0, \infty[$, la asíntota horizontal $y=0$, las asíntotas verticales son $x=-1$ $x=1$ se obtienen con el comando *Asíntota(f)*, no tiene raíz o cero de la función y la intersección en y es $(0, -1)$.

Figura 22.

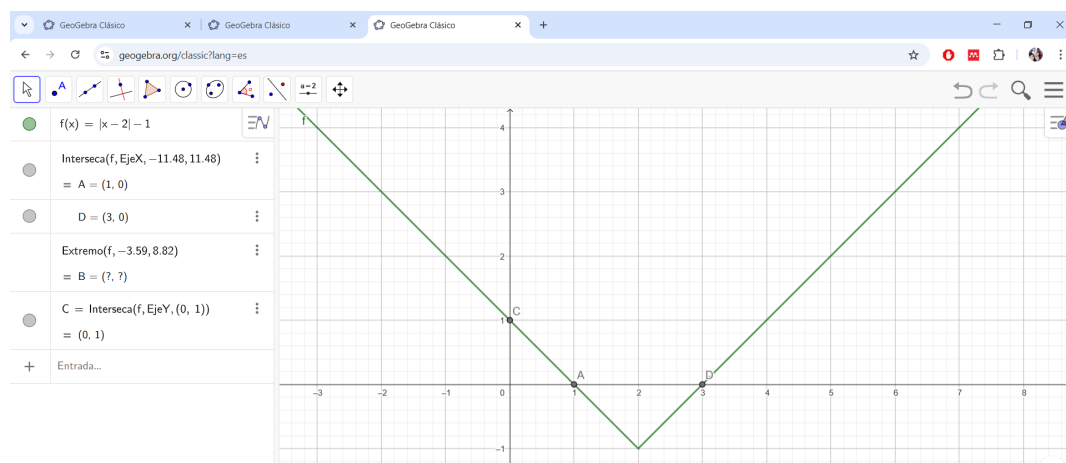
Análisis y gráfica de una función racional, $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$.



Finalmente, se grafica la función de valor absoluto de la forma $f(x) = |x + a| - b$ representada por la expresión $f(x) = |x - 2| - 1$. La Figura 23 muestra que su dominio es los números reales, el rango $[-1, +\infty + [$, el vértice es $(1, -1)$, las raíces o ceros de la función corresponden a $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ y la intersección en y es $(0, 1)$.

Figura 23.

Análisis y gráfica de una función de valor absoluto.



Asimismo, a través del uso de deslizadores, es factible representar cualquier función real. Para enriquecer la explicación, consulte el Anexo C.

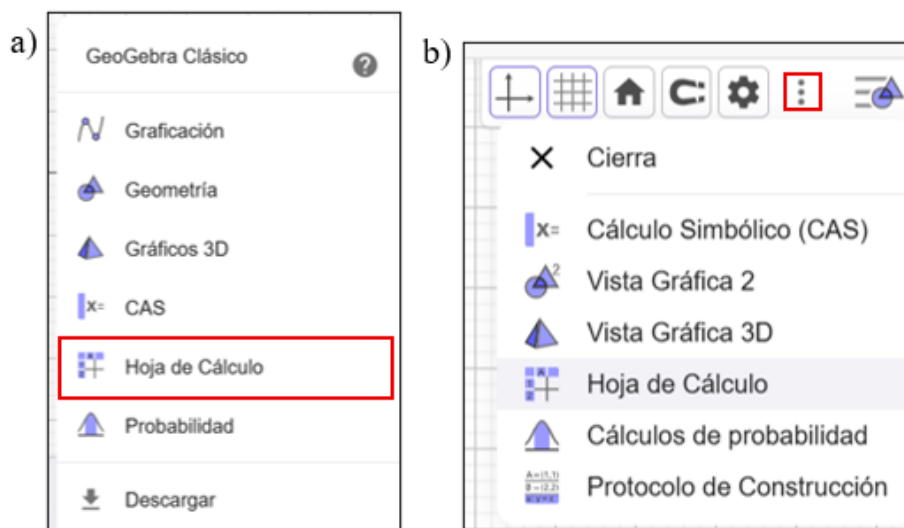
5.6.2. Segunda actividad

Tema: Cómo graficar con puntos a través de la hoja de cálculo.

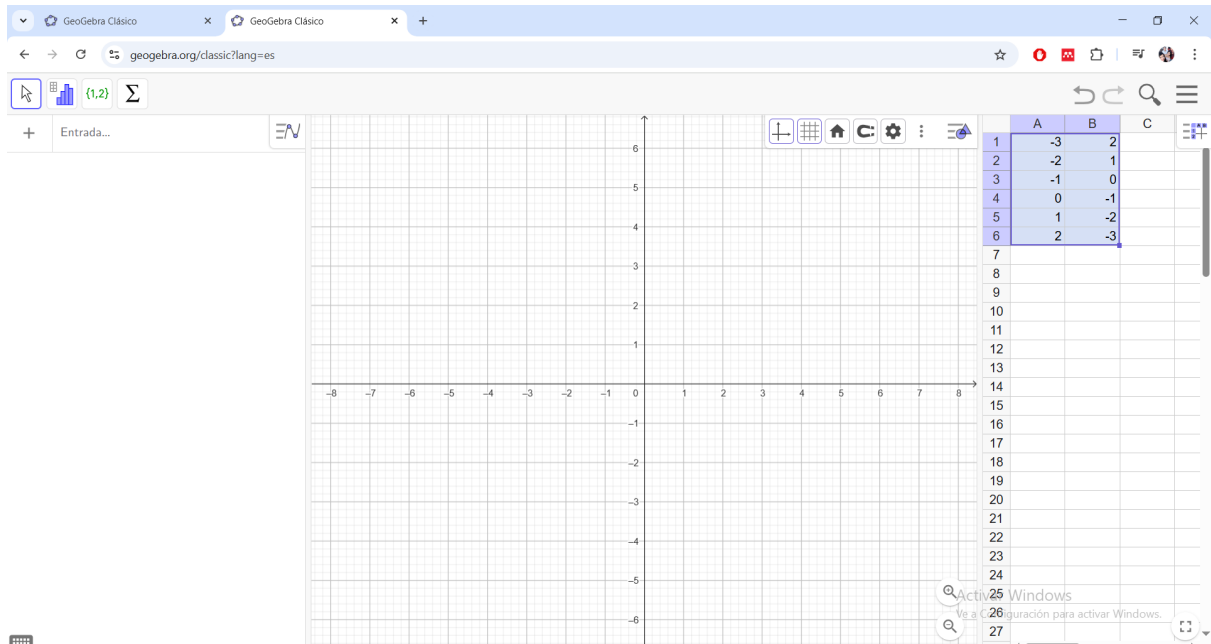
Para analizar el tipo de función o gráfica se puede llevar a cabo a partir de un conjunto de puntos o coordenadas. Para ello, GeoGebra brinda la posibilidad de emplear la hoja de cálculo, un instrumento que facilita la introducción de datos numéricos. Esta hoja puede ser activada desde el comienzo de GeoGebra en línea, donde surge la sub-ventana inicial, Figura 24 – opción a) o a través de la barra de estilos, Figura 20 - opción b) donde se debe presionar el menú de tres puntos y seleccionando la alternativa "Hoja de cálculo". Esta característica es particularmente beneficiosa para crear funciones basándose en datos tabulados, detectar patrones y establecer el tipo de vínculo presente entre las variables.

Figura 24.

Sub-ventanas de activación de la “Hoja de cálculo”.



Como podemos ver, la Figura 25 muestra que, en la hoja de cálculo de GeoGebra, se pueden ingresar o copiar los puntos. Una vez introducidos, se debe seleccionar el conjunto de coordenadas para proceder con su graficación.

Figura 25.*Puntos en la Hoja de cálculo.*

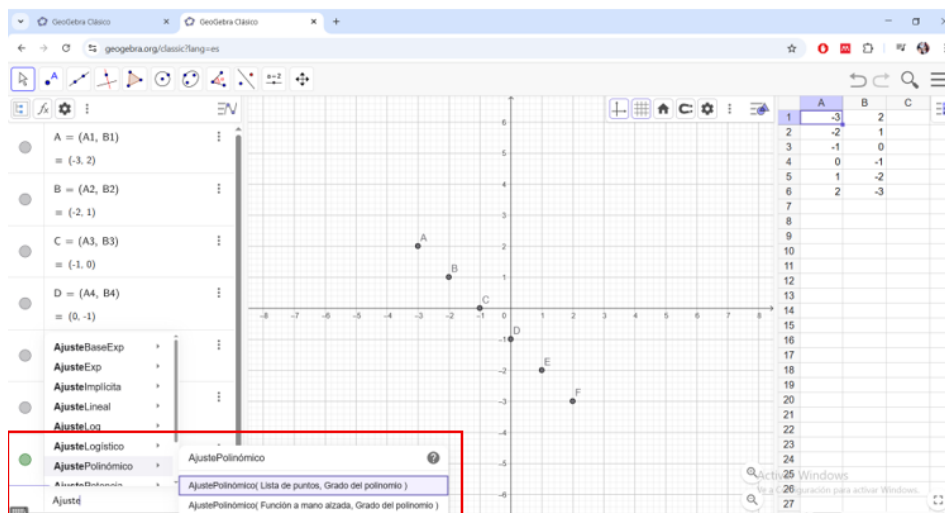
Para ello, se debe hacer clic derecho sobre la tabla de valores previamente seleccionada, luego elegir la opción "Crear" y, finalmente, hacer clic en "Lista de puntos", ver Figura 26. Esta acción permite la visualización automática de los puntos en la vista gráfica y, al mismo tiempo, su registro como un conjunto de coordenadas en la vista algebraica, facilitando el análisis visual de la tendencia de los datos y su comportamiento funcional.

Figura 26.*Procedimiento de la generación de puntos en la vista grafica.*

Para determinar la forma de la función se ingresa Ajuste polinomial en la vista algebraica. Para proceder a dar clic en “AjustePolinomial (Lista de puntos, Grado del polinomio)” como se indica en la Figura 27.

Figura 27.

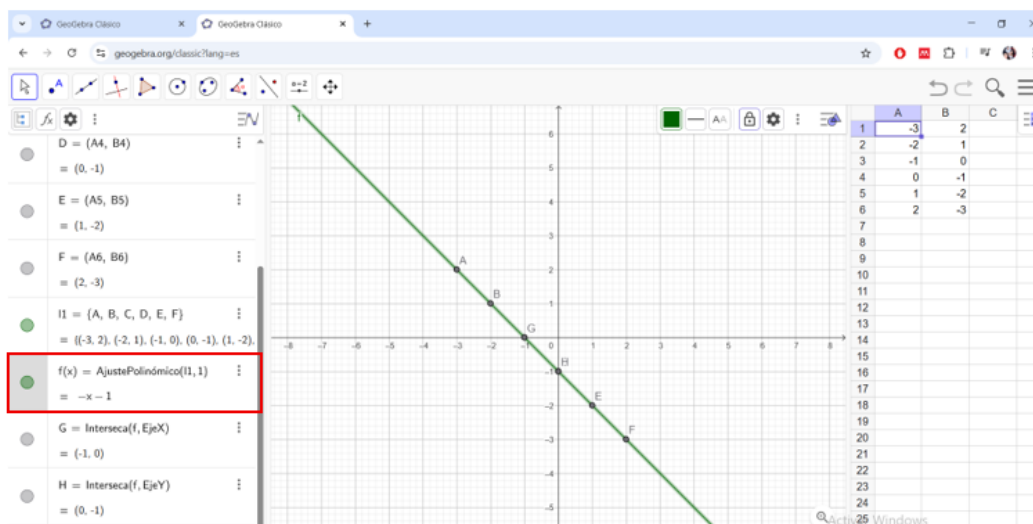
Opción Ajuste polinomial



La función "Ajuste polinomial" de GeoGebra se lo puede ver en la Figura 28, en la sección "Lista de puntos", es necesario introducir el nombre del grupo de puntos (por ejemplo, l1). El grado del polinomio se define a través de un valor numérico, que establece el tipo de función que se adecuará al grupo de puntos previamente graficados (como 1 para lineal, 2 para cuadrática, etc.), dando la ecuación de la función encontrada. También se puede encontrar los puntos especiales para caracterizar la función.

Figura 28.

Ajuste polinomial de una función lineal.

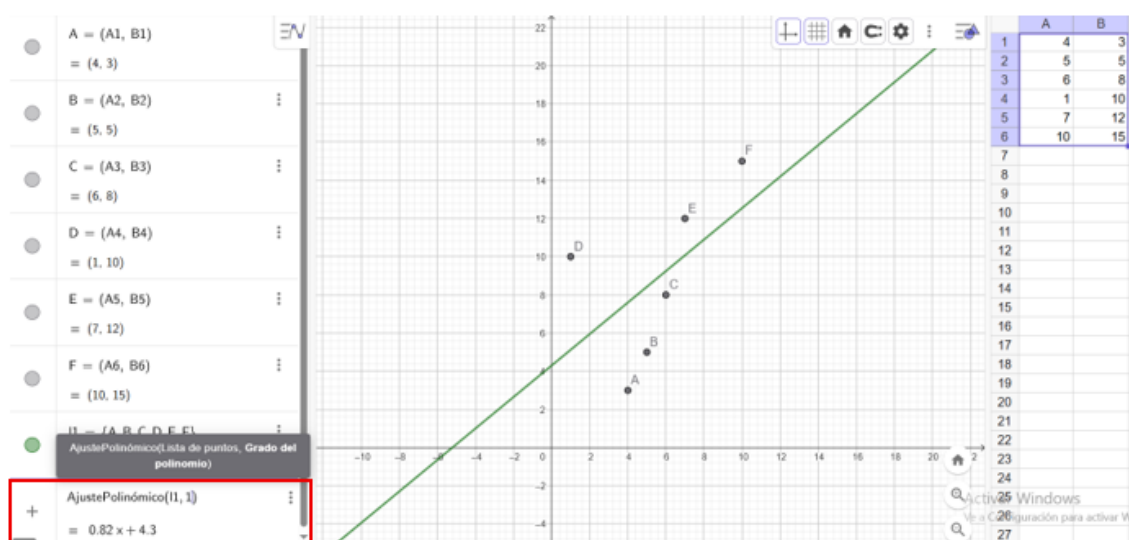


Asimismo, este procedimiento puede aplicarse a cualquier tipo de función real, independientemente de la tendencia visible o no del conjunto de puntos representados en la vista gráfica. GeoGebra ayuda a través del Ajuste polinomial el análisis y ajuste a mediante los puntos para determinación de las diferentes funciones, lo que hace más fácil el análisis incluso si la tendencia no es aparente a simple vista.

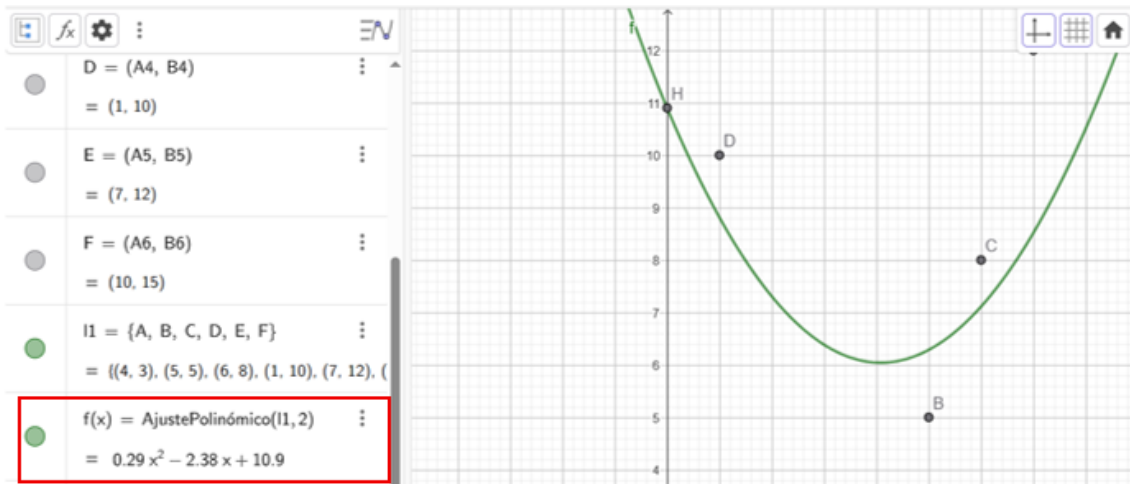
Como por ejemplo en la Figura 29 se presenta un conjunto de puntos que, mediante la herramienta de Ajuste polinomial de GeoGebra, se realiza un análisis para identificar el tipo de función que mejor se ajusta a dichos datos. Esta estrategia permite observar, de manera dinámica, cómo varía la representación algebraica en función del grado del polinomio utilizado.

Figura 29.

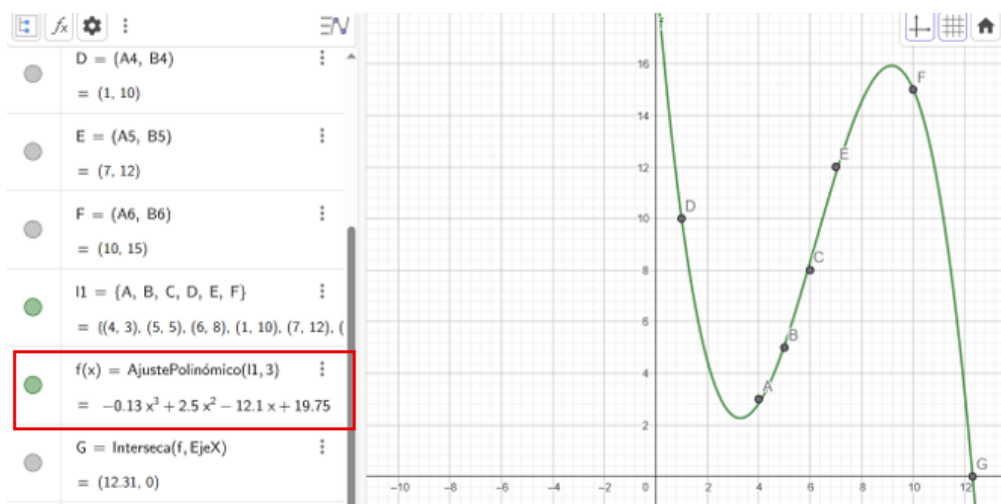
Ajuste Polinomial de grado 1.



Se observa que el grado 1, correspondiente a una función lineal, no se ajusta adecuadamente a la tendencia de los puntos graficados en GeoGebra. Esto demuestra que la relación entre los datos no es lineal y por lo cual en la Figura 30 se prueba con un grado 2.

Figura 30.*Ajuste Polinomial de grado 2.*

La función cuadrática, correspondiente al grado 2, tampoco se ajusta adecuadamente a la tendencia de los puntos representados en la vista gráfica de GeoGebra. Demostrando que la relación entre los datos no es cuadrática y por lo cual en la Figura 31 se prueba con un grado 3.

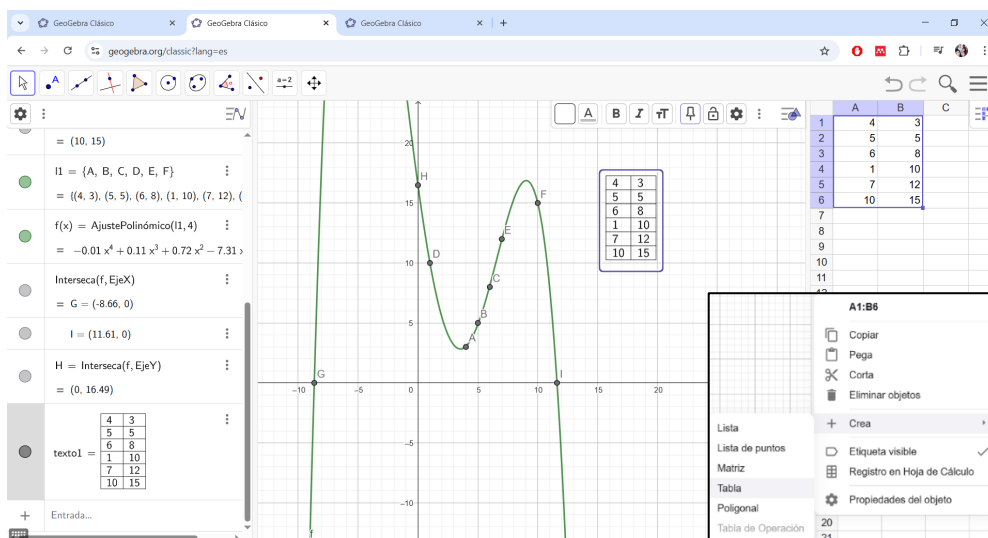
Figura 31.*Ajuste Polinomial de grado 3.*

Se observa que el grado 3, correspondiente a la función cúbica, se aproxima al ajuste polinomial o tendencia de los puntos, pero no coincide completamente con todos ellos. Por lo que se analizó con el grado 4, con el fin de verificar si ofrece una mejor aproximación.

Figura 32.*Ajuste Polinomial de grado 4.*

Finalmente al analizar la variación del grado del polinomio el mejor ajuste observado es el grado 4 de una función polinómica que es la mejor opción de ajuste a los puntos graficados, mostrando mayor precisión en la representación del comportamiento de los datos.

Además, es posible transcribir la tabla de valores a la vista gráfica seleccionando previamente los datos en la hoja de cálculo, haciendo clic derecho sobre ellos, eligiendo la opción "Crear" y luego seleccionando "Tabla". Esta función permite visualizar los datos organizados directamente en la vista gráfica como muestra la Figura 33.

Figura 33.*Tabla de valores en la vista gráfica.*

La tabla de datos se puede crear con cualquier conjunto de valores que se necesiten, dependiendo del tipo de función que se quiera analizar o representar.

Para enriquecer la explicación, consulte el Anexo D.

5.6.3. Tercera actividad

Tema: Graficación y análisis con deslizadores.

Los deslizadores en GeoGebra son herramientas interactivas que permiten modificar dinámicamente los parámetros de una función real, lo cual facilita la exploración y visualización de diferentes tipos de funciones y sus comportamientos gráficos en tiempo real.

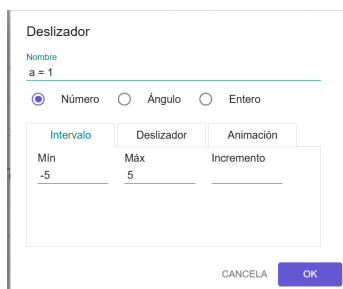
En la Figura 34 podemos ver cómo insertar un deslizador en GeoGebra, se debe hacer clic en el ícono de deslizador ubicado en la barra de herramientas, luego seleccionar la opción "Deslizador" y, a continuación, hacer clic en la vista gráfica en el punto donde se desea ubicarlo.

Figura 34.

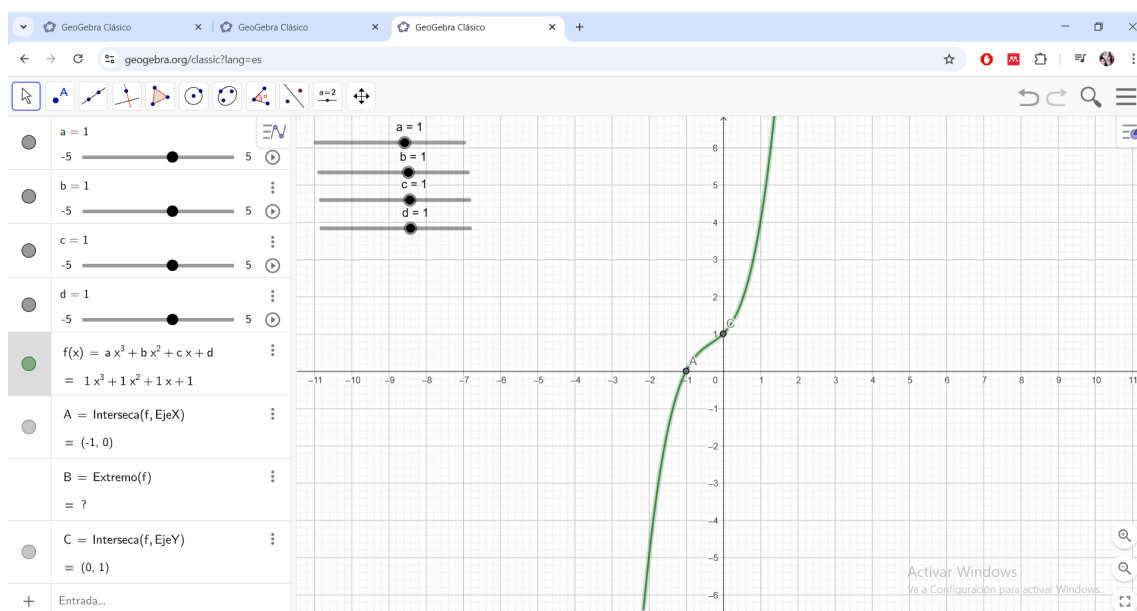
Icono del Deslizador de GeoGebra.



Esta acción anterior se genera la sub-ventana que permite crear un control interactivo que puede utilizarse para modificar valores dentro de una función de forma dinámica. Ver Figura 35.

Figura 35.*Control del deslizador.*

De esta manera, se pueden crear todos los deslizadores que se deseen utilizar según los parámetros que intervengan en la función. Finalmente, se procede a escribir la función en la barra de entrada, donde x representa la variable independiente y los deslizadores las constantes respectivas. Por ejemplo, en la Figura 36 podemos observar que para la función cúbica de fórmula es $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, donde a , b , c , d son constantes numéricas controladas dinámicamente mediante los deslizadores creados.

Figura 36.*Función en base a deslizadores.*

Moviendo cada uno de los deslizadores, podemos observar el comportamiento de la función. Asimismo, es posible representar cualquier función real mediante el uso de los deslizantes. Para enriquecer la explicación, consulte el Anexo E.

5.7. Impacto de la propuesta

El Software GeoGebra se ha considerado como una aplicación dinámica para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, permitiendo de esta manera diseñar construcciones de carácter geométrico, esto mediante la representación de funciones gráficamente, además del establecimiento de cálculos algebraico, por lo tanto, en el presente estudio se propuso la utilización de esta herramienta que permita facilitar comprensión y promover el aprendizaje colaborativo y activo, permitiendo de esta manera visualización y explorar las relaciones matemáticas de una forma dinámica que despierte interés en los estudiantes, en este sentido, en la siguiente tabla se evalúa el impacto de esta propuesta.

Tabla 20.

Evaluación del impacto de la propuesta.

Objetivos de la propuesta	Impacto			Justificación del impacto
	Alto	Medio	Bajo	
Diseñar componentes de una propuesta pedagógica para fortalecer los procesos de aprendizaje sobre funciones reales en GeoGebra para el área de matemáticas, desde el enfoque analítico y gráfico, dirigido a los estudiantes de primer año de bachillerato en la Unidad Educativa San Antonio de Padua, en la ciudad de Tulcán.	X			El impacto de esta propuesta es alto debido que gracias a la utilización de GeoGebra se podrán realizar construcciones dinámicas y la manipulación de expresiones numéricas, geográficas o algebraicas, convirtiéndose en un mecanismo innovador ara fortalecer el aprendizaje de los estudiantes de primer año de bachillerato.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

En el diagnóstico del aprendizaje de funciones reales de los 71 alumnos de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa San Antonio de Padua se encontró que tienen algunos conocimientos, pero con bastantes vacíos en el tema de funciones reales puesto que presentan problemas tanto en el análisis analítico como en la interpretación gráfica de las funciones. Estos huecos teóricos restringen su habilidad para analizar y solucionar problemas, lo que evidencia la necesidad de reconsiderar los métodos de enseñanza utilizados. Por lo cual GeoGebra es un recurso visual y tecnológico que permite innovar en la hora clase, pero se encontró la falta de conocimiento de las utilidades de GeoGebra por parte de los alumnos.

En cuanto a las tácticas pedagógicas utilizadas por los maestros, se detectó que predominan métodos convencionales enfocados en la exposición teórica y la aplicación de procedimientos mecánicos. Hay poca aplicación de instrumentos tecnológicos y visuales como GeoGebra, lo que limita el progreso hacia un pensamiento matemático más completo y relevante.

La propuesta educativa elaborada, basada en un enfoque analítico y gráfico, propone la utilización de GeoGebra como herramienta innovadora para representar, examinar e interpretar funciones reales. Esta propuesta tiene como objetivo potenciar los procesos de aprendizaje a través de tareas dinámicas, interactivas y contextualizadas, que fomenten la implicación activa del alumno y el fortalecimiento de habilidades matemáticas.

RECOMENDACIONES

Formar a los profesores en la aplicación pedagógica de GeoGebra, proporcionando espacios de capacitación constante que les faciliten incorporar este recurso tecnológico en sus métodos de enseñanza de manera eficaz y creativa.

Fomentar una evaluación formativa y constante durante la implementación de la propuesta, que posibilite supervisar los progresos en el aprendizaje de los alumnos y modificar las tácticas pedagógicas de acuerdo a las necesidades identificadas.

Promover la cooperación entre profesores, intercambiando experiencias y materiales educativos que impulsen la optimización de los procesos de enseñanza-aprendizaje en el campo de las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aldana, E. & Gonzales, T. (2022). La función valor absoluto y el desarrollo del esquema de la integral definida. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*. 4(2), 56-74.
- Álvarez, M. & Murúa, R. (2020) Interpretación de gráficos: el uso de GeoGebra. *Revista de Educación Matemática*. 35(3), 7–19.
<https://doi.org/10.33044/revem.31160>.
- Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, J. F., & Sol Martínez, J. L. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Conrado*, 15(70), 102-108.
http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102&lng=es&tlng=es.
- Cedeño Guadamud, A. M., & Pazmiño Campuzano, M. F. (2024). Uso de herramientas digitales para el aprendizaje de las funciones lineales en estudiantes de 1ero BGU. *MQRInvestigar*, 8(3), 595–612.
<https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.3.2024.595-612>
- Cano, L., Domínguez, P., & Vázquez, J. (2020). Ejemplos de codificación de la dinámica de una función racional en un árbol topológico. *Revista Integración, Temas De matemáticas*, 38(1), 1–14. <https://doi.org/10.18273/revint.v38n1-2020001>
- Chacón Coy, I. C., & García Castro, L. I. (2023). Proporcionalidad y Linealidad desde el Concepto de Función Lineal una Mirada desde el Enfoque Semiótico de Raymond Duval y Bruno D'amore. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(5), 10292-10316. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i5.8651
- Chasi, D. (2022). *Recursos Web 3.0 en el aprendizaje de funciones lineales en el Noveno año de EGB*. Ambato – Ecuador: Universidad Técnica de Ambato.
- Coronado Huanaco, I., Martínez Horna, D. J., & Vilcapoma Lara, N. F. (2025). El software GeoGebra como herramienta técnica en la enseñanza universitaria de

matemáticas. *Revista InveCom / ISSN En línea: 2739-0063*, 5(4), 1–9.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15114455>

Dávila Guamán, B. E., Avelino Villacis, J. E., Benavides Torres, R. F., & Dávila Jiménez, D. E. (2024). Impacto del uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato. *Revista Minerva*, 5(9). <https://doi.org/10.53591/minerva.v5i9.1611>

Erazo, A. (2023). *Implementación de simulaciones para el aprendizaje de fundamentos matemáticos de las funciones reales con una variable real*. Riobamba – Ecuador: Universidad Nacional de Chimborazo.

García Quezada, S., Borjón Robles, E., Calvillo Guevara, N. J., & Torres Ibarra, M. R. (2022). Enseñanza-aprendizaje de la raíz cuadrada con uso de geometría en el nivel bachillerato. *Educación matemática*, 34(3), 352-371. <https://doi.org/10.24844/em3403.13>

Grefa, E. (2022). *El uso de GeoGebra para la graficación de funciones lineales en estudiantes de Educación General Básica*. [Tesis de postgrado, Universidad Nacional de Educación]. Guayaquil-Ecuador. <https://repositorio.unae.edu.ec/server/api/core/bitstreams/9b407b41-bc98-480d-916a-7a2f79163705/content>

Hernández Martínez, M., Arciniegas Romero, M. G., & Rivadeneira Flores, J. (2023). El uso de las TIC en el proceso de enseñanza de las matemáticas en bachillerato. *Revista Ecos De La Academia*, 9(18), 89–115. <https://doi.org/10.53358/ecosacademia.v9i18.982>

Herrera, F. (2021). *Aplicación del software Geogebra para mejorar el rendimiento académico en la aplicación de funciones lineales*. Institución Educativa “Renán Elías Olivera” - Chiclayo. Lambayeque- Perú: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Iñiguez, A., & Ruiz Leal, B. (2021). Atractores en funciones lineales crecientes por parte en la recta real. *Revista Digital Novasineria*, 4(2), 48-61. <https://doi.org/10.37135/ns.01.08.03>

- INEVAL. (2023). *Informe Nacional de Resultados Ser Estudiante DEL NIVEL DE bachillerato. Año lectivo 2021-2022*. Quito-Ecuador: Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Obtenido de https://evaposgrado.puce.edu.ec/2023-01/pluginfile.php/182249/mod_resource/content/1/Informe%20INEVAL_2021_2022_Bachillerato.pdf
- López, L. (2018). *Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericana*. [Tesis de postgrado, Universidad Católica de Manizales]. Manizales- Colombia. <https://repositorio.ucm.edu.co/server/api/core/bitstreams/c0b3e6f0-b624-44f3-95c1-b9b9bc2efba2/content>
- Maldonado Tocto, J. S., Vivanco-Román, J., & Quizhpe Uchuari, I. A. (2023). Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de pedagogía de las matemáticas y la física. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 7225-7244. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.5864
- McMillan, J., & Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa*. Madrid : Person Educación S.A.
- Morales, F. A. & Cuevas Valencia, R. E. (2021). Uso de las TIC en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel superior. *CONDUCIR. Revista Iberoamericana de Investigación y Desarrollo Educativo*, 12 (23), <https://doi.org/10.23913/ride.v12i23.1023>
- Muñoz Arboleda, M. (2024). Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático y su relación con las Prácticas Pedagógicas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(1), 4556-4565. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.9794
- Narváez Pinango, M., Pozo Revelo, D., & Álvarez Tinajero, N. (2024). El impacto de las herramientas tecnológicas en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Ecos De La Academia*, 10(19), <https://doi.org/10.53358/ecosacademia.v10i19.983>
- Quintero, S. (2019). *Aprendizaje del concepto de función de variable real desde sus diferentes representaciones usando como herramienta principal el software GeoGebra*. Manizales, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

- Raynaudo, Gabriela, & Peralta, Olga. (2017). Cambio conceptual: una mirada desde las teorías de Piaget y Vygotsky. *Liberabit*, 23(1), 110-122. <https://doi.org/https://doi.org/10.24265/liberabit.2017.v23n1.10>
- Reyes Figueroa, Ángel P., Torres Medina, I. C., Tumbaco Reyes, A. R., & Zea Cortez, R. R. (2023). Recursos educativos digitales y el proceso de enseñanza aprendizaje sobre funciones cuadráticas en la unidad educativa Ancón. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 3207-3246. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4651
- Rodríguez, G. (2022). *La enseñanza – aprendizaje de las funciones y sus gráficas en grado 11°: una experiencia de trabajo usando la aplicación Desmos*. Bogotá D. C.: Universidad Antonio Nariño.
- Rodríguez, S., & Sánchez, F. (2016). *Aprendizaje de funciones reales y actitudes hacia la matemática en estudiantes de secundaria de la I.E. “Juan Parra Del Riego”*. Huancayo: Universidad Nacional del Centro del Perú.
- Rojas, C. (2019). *Función por tramos: representaciones gráfica y algebraica en una secuencia didáctica mediada por el GeoGebra*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Ronquillo Murrieta, G. V., De Mora Litardo, E., Bohórquez Morante, A. M., & José Luis, P. P. (2023). Modelo constructivista y su aplicación en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. <https://doi.org/10.5281/zenodo.10420471>
- Sánchez, A. (2015). Estrategias para el aprendizaje de las funciones reales con la plataforma moodle. *Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento*, vol. 12, núm. 2, 41-54.
- Sandoval, D. L., Quiñones Huatangari, L., & Damián Sandoval, J. (2023). Análisis de gráficas de funciones y su incidencia en la interpretación del fenómeno en el estudio del cálculo. *Revista Científica Pakamuros*, 7(1). <https://doi.org/10.37787/xfqbz29>
- Sarmiento-Segovia, M. J., & Moscoso-Bernal, S. A. (2023). GeoGebra como recurso de la enseñanza de matemática: caso Unidad Educativa Kennedy. *Revista*

Metropolitana De Ciencias Aplicadas, 6(Suplemento 2), 269-276. <https://doi.org/10.62452/5518z767>

Vargas, V. (2022). *Geogebra como estrategia didáctica para el desarrollo del rendimiento académico en el aprendizaje de funciones reales de los estudiantes de tercero de bachillerato de la Unidad Educativa “Camilo Gallegos”*. Riobamba-Ecuador: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Vázquez González, B., Jiménez Rabiela, H., Ramírez Cruz, J. L. & Quintana Díaz, M. B. (2019). El método gráfico y analítico en la teoría de mecanismos. *Revista del Desarrollo Tecnológico*. 3(10), 24-29. https://www.ecorfan.org/spain/researchjournals/Desarrollo_Tecnologico/vol3num10/Revista_del_Desarrollo_Tecnol%C3%B3gico_V3_N10_4.pdf

Villegas Hernández, O. P. Ulloa Ibarra, J. T., Estrada Esquivel, A. L., & Ortega Arcega, M. I. (2023). La calculadora científica como apoyo en el estudio de funciones polinomiales. *Matemáticas, Ingeniería Y Ciencias Ambientales*, 6(12), 33–43. <https://revista-mica.com/index.php/mica/article/view/76>

ANEXOS

Anexo A. Encuestas dirigida a estudiantes

**MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES
CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA Y FÍSICA**

Encuesta dirigida a estudiantes de Bachillerato de la Unidad Educativa San Antonio de Padua de la ciudad de Tulcán, con el fin de plantear una propuesta pedagógica bajo el enfoque analítico y gráfico de funciones reales a través de GeoGebra que permitan mejorar la motivación y el interés en el aprendizaje de la asignatura de Matemática en los estudiantes de primero de bachillerato, durante el año 2024-2025.

Estimado estudiante, mi nombre es Dayana Belén Díaz Pazmiño, actualmente estudiante de maestría en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con mención en Matemática y Física. Solicito su colaboración, respondiendo el cuestionario de investigación para obtener el grado de maestría. Mi tema de estudio es “Propuesta pedagógica bajo el enfoque analítico y gráfico de funciones reales a través de GeoGebra”.

Agradezco de antemano su tiempo y sinceridad al proporcionarme la información necesaria. Me gustaría enfatizar que sus respuestas serán confidenciales y serán utilizadas únicamente para la recolección y análisis de datos para esta investigación.

Datos informativos:

Sexo: Fecha: Edad en años:

Nivel de instrucción:

Primero de bachillerato “A”	Primero de bachillerato “B”

Conteste las siguientes preguntas marcando con una “x” la respuesta que describa mejorar su situación:

1. ¿Considera que domina algunos conceptos de funciones reales?

Muy alto	Alto	Medio	Bajo	Muy bajo

--	--	--	--	--

2. ¿Identifica cuáles son los elementos principales de una función?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

3. ¿Has trabajado anteriormente con funciones lineales, cuadráticas o exponenciales?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

4. ¿Le resulta fácil emparejar las características de la gráfica de una función?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

5. ¿Has utilizado GeoGebra en tus clases de matemáticas?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

6. ¿Conoces las herramientas básicas de GeoGebra para trabajar con funciones?

Muchas	Algunas	Pocas	Muy pocas	Nada

7. ¿Sabes cómo representar gráficamente una función en GeoGebra?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

8. ¿Sabes cómo usar GeoGebra para representar el dominio y rango de una función?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

9. ¿Has utilizado GeoGebra para resolver problemas de funciones?

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Casi nunca	Nunca

10. ¿Cómo describirías tu habilidad para manejar GeoGebra?

Excelente	Bueno	Regular	Malo	Muy malo

11. ¿Consideras que GeoGebra es una herramienta útil para el estudio de las funciones?

Muy útil	Útil	Moderadamente útil	Poco útil	Nada útil

12. ¿Cree que GeoGebra le ayuda a visualizar mejor el comportamiento de las funciones?

Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Neutral	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo

13. ¿Cree que GeoGebra puede complementar el aprendizaje de las funciones en el aula?

Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Neutral	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo

14. ¿Consideras importante las capacitaciones sobre cómo usar GeoGebra en tus estudios de matemáticas?

Muy importante	Importante	Moderadamente importante	Poco importante	Nada importante

MUCHAS GRACIAS

Anexo B. entrevista dirigida para docentes.

**MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES
CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA Y FÍSICA**

Entrevista para los docentes.

Entrevista dirigida a Docentes de la Unidad Educativa San Antonio de Padua de la ciudad de Tulcán, con el fin de plantear una propuesta pedagógica bajo el enfoque analítico y gráfico de funciones reales a través de GeoGebra que permitan mejorar la motivación y el interés en el aprendizaje de la asignatura de Matemática en los estudiantes de primero de bachillerato durante el año 2024-2025.

Estimado docente, mi nombre es Dayana Belén Díaz Pazmiño, actualmente estudiante de maestría en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con mención en Matemática y Física. Solicito su colaboración, respondiendo a la siguiente entrevista de investigación para obtener el grado de maestría. Mi tema de estudio es “Propuesta pedagógica bajo el enfoque analítico y gráfico de funciones reales a través de GeoGebra”.

Agradezco de antemano su tiempo y sinceridad al proporcionarme la información necesaria. Me gustaría enfatizar que sus respuestas serán confidenciales y serán utilizadas únicamente para la recolección y análisis de datos para esta investigación.

Datos informativos:

Sexo: Fecha: Edad en años:

¿Usted utiliza herramientas digitales para sus clases de funciones reales?

.....
.....
.....

¿Cómo integra usted las herramientas digitales o GeoGebra en sus clases de funciones reales? y ¿Qué tipo de actividades prácticas diseñas con GeoGebra para que tus estudiantes comprendan los conceptos de funciones reales?

.....
.....
.....

¿Cuáles son las principales dificultades que ha encontrado al implementar GeoGebra en su práctica docente? ¿Qué estrategias ha utilizado para superar estas dificultades y fomentar el aprendizaje significativo de los estudiantes?

.....
.....
.....

¿Ha observado alguna mejora en el aprendizaje de sus estudiantes al utilizar GeoGebra para el estudio de funciones reales?

.....
.....
.....

¿Considera que GeoGebra ha sido útil para que sus estudiantes visualicen y comprendan mejor los conceptos de funciones reales?

.....
.....
.....

¿Cómo ha influido el uso de GeoGebra en la motivación y participación de sus estudiantes en las clases de matemáticas?

.....
.....
.....

MUCHAS GRACIAS

Anexo C

https://youtu.be/ITQxXNFr_RU

Anexo D

<https://youtu.be/nZG0FAf1CE>

Anexo E

<https://youtu.be/8T5VNLP16Sc>