ESCUELA DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

Tema:

"IMPLEMENTACIÓN DE UN SIMULADOR EDUCATIVO PARA EL APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA DE MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZANDO SOFTWARE LIBRE PARA LA ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS DE LA PUCESA EN EL AÑO 2013"

Disertación de grado previo a la obtención del título de Ingeniero de Sistemas y Computación.

Línea de Investigación:

INGENIERÍA DE SOFTWARE (ARQUITECTURA Y PROCESOS)

Autor:

FREDDY GUSTAVO MORALES TUBÓN

Director:

ING. MSc. RICARDO PATRICIO MEDINA CHICAIZA

Ambato – Ecuador

Diciembre 2014

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR SEDE AMBATO

HOJA DE APROBACIÓN

Tema:

"IMPLEMENTACIÓN DE UN SIMULADOR EDUCATIVO PARA EL APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA DE MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZANDO SOFTWARE LIBRE PARA LA ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS DE LA PUCESA EN EL AÑO 2013."

Línea de Investigación:

INGENIERÍA DE SOFTWARE (ARQUITECTURA Y PROCESOS)

Autor:

FREDDY GUSTAVO MORALES TUBÓN

Ricardo Patricio Medina Chicaiza Ing. MSC. f. ______________________

CALIFICADOR

Paúl Hernán Zurita Llerena Ing. MSC. f. ______________________

CALIFICADOR

Verónica Maribel Pailiacho Mena Ing. MSC. f. ______________________

CALIFICADOR

Galo Mauricio López Sevilla Ing. MSC. f. ______________________

DIRECTOR DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

Hugo Rogelio Altamirano Villarroel Dr. f. ______________________

SECRETARIO GENERAL PUCESA

Ambato – Ecuador

Diciembre 2014

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD

Yo, Freddy Gustavo Morales Tubón portador de la cédula de ciudadanía No. 180367983-4 declaro que los resultados obtenidos en la investigación que presento como informe final, previo a la obtención del título de Ingeniero de Sistemas y Computación son absolutamente originales, auténticos y personales.

En tal virtud, declaro que el contenido, las conclusiones y los efectos legales y académicos que se desprenden del trabajo propuesto de investigación y luego de la redacción de este documento son y serán de mi sola y exclusiva responsabilidad legal y académica.

Freddy Gustavo Morales Tubón

CI. 180367983-4

RESUMEN

Las nuevas tecnologías informáticas abren un mundo de posibilidades para el desarrollo de aplicaciones en los diferentes ámbitos, uno de ellos es el educativo.

En el entorno educativo se ha propuesto el desarrollo de un simulador educativo para el aprendizaje de la asignatura de Métodos Numéricos, como herramienta auxiliar para facilitar la comprensión y enriquecer el pensamiento del estudiante cultivando en él habilidades y aptitudes para descubrir y usar los conocimientos matemáticos.

Particularmente está destinado a la enseñanza-aprendizaje para la solución de ecuaciones no lineales, Interpolación, Aproximación Funcional, Integración Numérica y solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) dentro de la Asignatura de Métodos Numéricos.

El simulador didáctico objeto de este estudio se ha construido utilizando la plataforma NetBeans IDE 7.4 y como lenguaje de programación JAVA. El resultado es una herramienta educativa muy útil, que permite cambiar el modo de enseñanza, con la utilización de elementos tecnológicos que hacen posible brindar una herramienta didáctica que enriquezca los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

ABSTRACT

New information technologies open up a world of possibilities for the development of applications in various fields, one of them is education.

In the educational environment has been proposed to develop an educational simulator for learning the subject of numerical methods, as an auxiliary tool to facilitate understanding and enhance students' thinking skills and cultivating in the skills to discover and use mathematical knowledge.

In particular, for teaching is learning to solve nonlinear equations, interpolation, functional approximation, numerical integration and solution of ordinary differential equations (ODE) in the Course of Numerical Methods.

The simulator didactic purpose of this study is built using NetBeans IDE 7.4 platform and programming language JAVA. The result is a very useful educational tool, which lets you change the mode of teaching, using technology elements that make it possible to provide an educational tool that enriches the teaching and learning.

TABLA DE CONTENIDOS

Preliminares

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figuras

Tablas

CAPITULO I

PROYECTO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1.Antecedentes

A lo largo de la historia, la Tecnología de la Información se ha desarrollado, tanto en la actividad económica como en los aspectos sociales y culturales, contribuyendo al crecimiento de la producción y a la mejora de las condiciones políticas de cada época en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La Tecnología de la Información en los últimos años ha evolucionado en el aprendizaje, desarrollando diferentes herramientas o simuladores en Multimedia Educativa con el fin de ayudar a los estudiantes a tener un pensamiento más crítico para que aprendan a aprender por si mismos al momento de adquirir conocimiento.

Como ejemplo para el cálculo de ecuaciones lineales y no lineales tenemos la herramienta Matlab que se ha desarrollado para el aprendizaje de métodos numéricos y problemas matemáticos. Este paquete cuenta con un potente lenguaje de programación, en el cual los cómputos, la visualización y la programación se integran en un mismo ambiente, donde problemas y soluciones son expresados en notación matemática familiar. Esta aplicación aporta no sólo a la resolución numérica de este tipo de ecuaciones, sino que también muestra la interpretación gráfica de cada uno de los métodos numéricos utilizados y proporciona una breve ayuda teórica sobre cada técnica numérica empleada.

Visualizar un curso de Cálculo de Métodos Numéricos sin el uso de la tecnología, sería desaprovechar uno de los recursos más importantes con los que un profesor puede contar hoy en día. Pero también, pensar que el uso de la tecnología resolvería todos los problemas de enseñanza y aprendizaje, sería algo ingenuo.

Para el Cálculo Numérico, se estudian diferentes métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales, sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, aproximación e interpolación, derivación e integración numérica. El desarrollo de estos temas demanda a los estudiantes el aprendizaje de una gran cantidad de contenidos, que incluyen métodos y fórmulas.

1.2. Significado del Problema

La falta de un software Matemático para la signatura de Métodos Numéricos en la PUCESA ha generado la necesidad de proporcionar a los estudiantes un simulador Multimedia Educativo para mejorar la calidad educativa de los futuros profesionales de la Escuela de Sistemas.

1.3. Definición del Problema

- En la escuela de Ingeniería de Sistemas de la PUCESA aún no se ha desarrollado un Software Matemático que se ajuste al proceso de enseñanza-aprendizaje para los estudiantes en la asignatura de Métodos Numéricos; esta herramienta brindará un entorno inteligente como apoyo para mejorar la calidad educativa en la Universidad.
- Se ha visto la necesidad de desarrollar un programa didáctico que conlleve la simulación de situaciones reales las que ayudarán en la solución de problemas

matemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Métodos Numéricos.

1.4. Planteamiento del Tema

Implementación de un Simulador Educativo para el aprendizaje de la asignatura de Métodos Numéricos utilizando software libre como herramienta de desarrollo para la escuela de Ingeniería de Sistemas de la PUCESA.

1.5. Delimitación del Tema

a) La interfaz brindará un entorno amigable de fácil uso con la finalidad de que los estudiantes puedan resolver dentro de la signatura de Métodos Numéricos ecuaciones no lineales, interpolación de datos, integración numérica, aproximación funcional y ecuaciones diferenciales ordinarias.

b) El simulador matemático para la asignatura de Métodos Numéricos se desarrollará para el uso de los estudiantes de la Escuela de Sistemas de la PUCESA.

c) El presente simulador educativo para la enseñanza-aprendizaje ayudará en la asignatura de Métodos Numéricos a la solución de polinomios con los métodos de investigación, interpolación y Newton Raphson, integrales mediante la fórmula del trapecio, Simpson 1/3 y 3/8, interpolación con el método de Lagrange, aproximación funcional y ecuaciones diferenciales ordinarias con el método de Rungue Kutta, además servirá de base para futuros software que tengan como fin resolver problemas matemáticos utilizando la tecnología con principio de desarrollo.

1.6.Objetivos

1.6.1. Objetivo General

Implementar un simulador educativo para el aprendizaje de la asignatura de Métodos Numéricos utilizando la herramienta NetBeans IDE 7.4 como software libre para la Escuela de Ingeniería de Sistemas de la PUCESA.

1.6.2. Objetivos Específicos

- Recopilar y analizar las diferentes fórmulas y métodos para la solución de ecuaciones.
- Facilitar el cálculo de polinomios, interpolación, integrales, aproximación funcional y ecuaciones diferenciales ordinarias en la asignatura de Métodos Numéricos.
- Diseñar un software educativo que brinde una interfaz amigable e intuitiva.

1.7. Metodología de Trabajo

Investigación Bibliográfica: Método inicial que facilitó la obtención de información documental, la misma que aportó como base para poder iniciar el desarrollo del software educativo.

Metodología Inductiva: Analizando la problemática general que se presenta al impartir clases en la asignatura de Métodos Numéricos, se ha considerado la necesidad de desarrollar un software educativo que facilite y mejore el proceso de enseñanza- aprendizaje en dicha materia, dando una solución alternativa.

Metodología de Programación: Aplicada en la fase de desarrollo del simulador educativo, en la cual se toma en cuenta las características esenciales del lenguaje de programación Java, considerando que dicho lenguaje es fuertemente tipiado.

1.8. Justificación

El tema desarrollado será útil para guiar y cubrir el nivel de interés en el ámbito tecnológico, permitiendo adquirir y fortalecer conocimientos y destrezas de manera práctica.

Las nuevas tecnologías de la información y comunicación han evolucionado considerando de esta manera desarrollar herramientas útiles para el aprendizaje permitiendo así el razonamiento de cada individuo que aprenda a aprender las diferentes ventajas que pueden existir al utilizar este tipo de herramientas desarrolladas con el objetivo de investigar nuevos métodos de resolver problemas matemáticos ya no solo mediante teoría sino que, mediante el uso de ésta resolver de manera práctica con la iniciativa de investigar para aprender y emprender grandes destrezas en el sector educativo.

El avance de la tecnología ha originado la necesidad de desarrollar un simulador educativo para el aprendizaje de la asignatura de método numéricos el cual permitirá a los estudiantes de la Escuela de Sistemas de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador Sede – Ambato aprendan a aprender para de esta manera mejorar la calidad educativa de los futuros profesionales.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Métodos Numéricos

2.1.1. Introducción

Las matemáticas, desde las grandes culturas creadoras de los grandes teoremas aplicados en la actualidad, han estado por lo general sujetas a procesos repetitivos con la demora que su cálculo implica y el riesgo de cometer errores en el proceso numérico.

Aunque hay muchos tipos de métodos numéricos, todos comparten una característica común, llevan a cabo un buen número de tediosos cálculos aritméticos. Es por ello que la computación es una herramienta que nos facilita el uso y desarrollo de ellos.

Los métodos numéricos, al ser material de apoyo en las diferentes profesiones, especialmente en las carreras técnicas, deben volverse para el estudiante y futuro profesional una herramienta de uso diario en sus diferentes aplicaciones, y hoy con mucha más razón, cuando las exigencias buscan soluciones inmediatas a los diversos problemas.

La importancia de los métodos numéricos ha aumentado de forma drástica en la enseñanza de la ingeniería y la ciencia, lo cual refleja el uso actual y sin precedentes de las computadoras. Al aprender métodos numéricos nos volvemos aptos para:

1. Entender esquemas numéricos para resolver problemas matemáticos de ingeniería en una computadora.
2. Deducir esquemas numéricos básicos.
3. Escribir programas y resolver en una computadora.
4. Usar correctamente el software existente para dichos métodos.[1]

2.1.2. ¿Qué es un método numérico?

Un método numérico es un procedimiento mediante el cual se obtiene, casi siempre de manera aproximada, la solución de ciertos problemas realizando cálculos puramente aritméticos y lógicos (operaciones aritméticas elementales, cálculo de funciones, consulta de una tabla de valores, etc.). Un tal procedimiento consiste de una lista finita de instrucciones precisas que especifican una secuencia de operaciones algebraicas y lógicas (algoritmo), que producen o bien una aproximación de la solución del problema (solución numérica) o bien un mensaje. La eficiencia en el cálculo de dicha aproximación depende, en parte, de la facilidad de implementación del algoritmo y de las características especiales y limitaciones de los instrumentos de cálculo (los computadores).[2]

---

[1] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Enero 2011.
[2] Ricardo Seminario Vásquez, Métodos Numéricos para Ingeniería / http://www.eumed.net/libros/2009a/488/Que%20es%20un%20metodo%20numerico.htm, Enero 2011

2.2. Método de solución de ecuaciones no lineales

Los métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales suelen ser métodos iterativos que producen una sucesión de valores aproximados de la solución, que se espera converja a la raíz de la ecuación. Estos métodos van calculando las sucesivas aproximaciones en base a los anteriores, a partir de una o varias aproximaciones iniciales.[3]

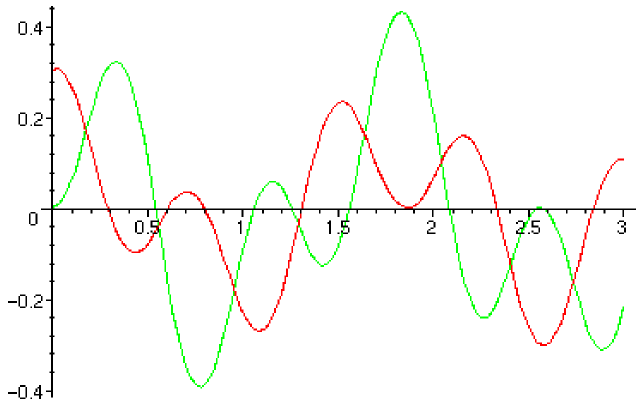


Figura 2.1. Solución de ecuaciones no lineales

2.2.1. Método de Investigación

Siendo el polinomio:

$$\mathbf{a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} + a_4x^{n-3} + \ldots.. + a_n = 0} \qquad \textbf{(Ec. 2.1)}$$

En el desarrollo matemático del análisis, para gráficamente identificar las soluciones de un polinomio, el método identifica el intervalo donde está la solución, recordando que su solución es el punto de cruce de la gráfica con el eje x como se puede apreciar en la **Figura 2.2**.

[3] Wikipedia la enciclopedia libre, Resolución de ecuaciones no lineales, http://es.wikipedia.org/wiki/Resoluci%C3%B3n_num%C3%A9rica_de_ecuaciones_no_lineales, marzo 2012.

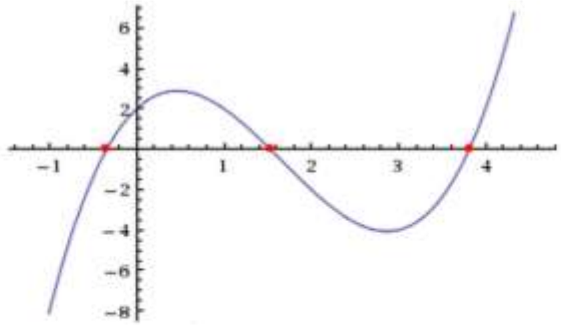


Figura 2.2. Método de investigación

De lo indicado se anota que: en una tabla de valores **x – y** para graficar una función, la solución o raíz del polinomio se encuentra entre los valores de **x** cuyos valores respectivos de **y** cambien de signo mediante el análisis que se hace para localizar las raíces de la tabulación, como lo muestra la siguiente tabla:

X	**Y**
5	22
4,5	9,875
4	**2**
3,5	**-2,375**
3	-4
2,5	-3,625
2	**-2**
1,5	**0,125**
1	2
0,5	2,875
0	2
-0,5	**-1,375**

Tabla 2.1. Datos Tabulados.

Al analizar los valores de la **Tabla 2.1** se concluye que existe cambios de signo en los intervalos [x = 4; x=3,5], [x = 2; x = 1,5] y [x = 0; x = -0,5] ya que las soluciones estarán en dichos intervalos es decir para el primero entre $4 \leq \mathbf{x} \leq 3{,}5$; el segundo intervalo entre $2 \leq x \leq 1{,}5$ y para el tercer término de solución entre $0 \leq \mathbf{x} \leq -0{,}5$.

Una forma fácil de iniciar la construcción de las tablas de valores es contar con un valor tentativo de x, el cual se lo puede calcular aplicando la fórmula indicada a continuación que presenta el valor máximo al que pueden llegar las soluciones del polinomio, fórmula que presenta coherencia en los resultados si las raíces del polinomio son reales.[4]

$$\mathbf{r_{máx}} = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{a_2}}{\mathbf{a_1}}\right)^{\mathbf{2}} - \mathbf{2} * \frac{\mathbf{a_3}}{\mathbf{a_1}}}$$

Donde a_1, a_2, a_3 son los primeros coeficientes del polinomio dado en la ecuación (2.1).

Para una mejor organización del método, se sugiere del uso de una tabla de datos donde:

k = número de iteraciones.

x1, x2 = valores de la variable x que pertenece al intervalo.

fx1, fx2= valores de la función o polinomio al remplazar el valor de **x.**

En la tabla se aplica el siguiente criterio: si la multiplicación de dos valores fx1* fx2 da como resultado un valor negativo, en el intervalo de sus correspondientes valores de x se encuentra la solución.

[4] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Marzo 2012.

En la **Tabla 2.2** a continuación se puede apreciar la solución en el método mediante el uso de la siguiente ecuación de grado 3, $x^3 - 5x^2 + 4x + 2 = 0$. Si la multiplicación de **f(x1)*f(x2)** es negativo, por lo tanto diremos que la solución se encuentra en el intervalo [4 ; 3,5].

K	X1	X2	f(x1)	f(x2)	f(x1)*f(x2)
1	5	4,5	22	9,875	(+) No hay solución
2	4,5	4	9,875	2	(+) No hay solución
3	4	3,5	2	-2,375	**(-) Solución**
4	3,5	3	-2,375	-4	(+) No hay solución
5	3	2,5	-4	-3,625	(+) No hay solución
6	2,5	2	-3,625	-2	(+) No hay solución
7	2	1,5	-2	0,125	**(-) Solución**
8	1,5	1	0,125	2	(+) No hay solución
9	1	0,5	2	2,875	(+) No hay solución
10	0,5	0	2,875	2	(+) No hay solución
11	0	-0,5	2	-1,375	**(-) Solución**

Tabla 2.2. Al multiplicar f(x1) * f(x2) tenemos solución.

Si al multiplicar **f(x1)*f(x2)** nos da como resultado un valor positivo para todos los valores de **x** se dice que no hay solución o son raíces imaginarias como se puede apreciar en la siguiente tabla tomando en cuenta el siguiente polinomio de grado 2, $x^2+2x+5 = 0$.

K	X1	X2	f(x1)	f(x2)	f(x1)*f(x2)
1	3	2,5	20	16,5	(+) No hay solución
2	2,5	2	16,5	13	(+) No hay solución
3	2	1,5	13	10,25	(+) No hay solución
4	1,5	0,5	10,25	8	(+) No hay solución
5	0,5	0	8	6,25	(+) No hay solución
6	0	-0,5	6,25	5	(+) No hay solución
7	-0,5	-1	5	4,25	(+) No hay solución

Tabla 2.3. En la multiplicación de f(x1)*f(x2) no existe solución.

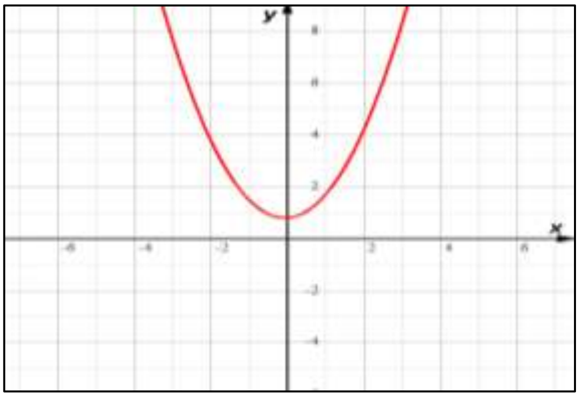


Figura 2.3. Cuando no corta el eje x no hay solución.

Causas de divergencia del método:[5]

Se dice que el método diverge siempre y cuando el intervalo de solución del polinomio dado es muy grande o muy pequeño, también diverge el método al momento de aplicar la solución gráficamente y que no corte el eje x entonces diremos que son raíces imaginarias, como se visualiza en la **Figura 2.4**.

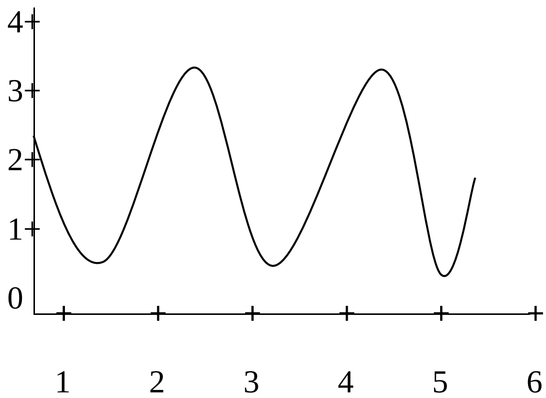


Figura 2.4. Divergencia del método

De lo indicado anteriormente se procede a realizar un ejemplo práctico para la resolución de Polinomios por el Método de Investigación, haciendo mención en la siguiente ecuación de tercer grado, $x^3-8x^2+15x-1=0$

[5] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Mayo 2013.

<u>Solución:</u>

Antes de realizar los cálculos de solución en este método es recomendable realizar la gráfica correspondiente mostrada más adelante en la **Figura 2.5** para saber si las raíces del polinomio son reales.

De la ecuación del ejemplo a resolver ubicamos los coeficientes como se puede apreciar a continuación.

$x^3-8x^2+15x-1=0$ $\qquad\qquad$ $a_1x^3- a_2x^2+ a_3x- a_4=0$

Para determinar el valor en el que se debe iniciar se calcula el valor máximo a las que puede llegar la solución del polinomio por medio de la fórmula Rmáx.

$\mathbf{r_{máx}} = \sqrt{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 - 2*\frac{a_3}{a_1}}$ remplazando los coeficientes tenemos:

$$\mathbf{r_{máx}} = \sqrt{\left(\frac{-8}{1}\right)^2 - 2*\frac{15}{1}} = \sqrt{8^2 - 2*15} = \sqrt{64-30} = \sqrt{34} \Rightarrow \mathbf{5.831 \approx 6.0}$$

Datos: $r_{máx}$= 6.0, decremento de x =0.5, y para el valor inicial de x es recomendable utilizar el valor de $r_{máx}$, y k corresponde al número de iteraciones.

Ahora procedemos al cálculo de los valores de x1, x2, $f(x_1)$ y $f(x_2)$ de la siguiente manera calculando hasta encontrar los intervalos de solución el cual dependerá del grado del polinomio, en este caso es de tercer grado. Para determinar si hay o no solución en el intervalo de sus correspondientes valores de x dependerá de la multiplicación de dos valores $f(x_1)*f(x_2)$, por lo que se procede a los cálculos correspondientes haciendo uso de los datos encontrados anteriormente.

A continuación en la **Tabla 2.4.** se observa los datos de los cálculos realizados para obtener los intervalos de solución por el Método de Investigación de forma tabulada.

INTERVALOS					
K	X1	X2	FX1	FX2	FX1 * FX2
1	6.0	5.5	17.0	5.875	(+)No hay ...
2	5.5	5.0	5.875	-1.0	(-)Solución
3	5.0	4.5	-1.0	-4.375	(+)No hay ...
4	4.5	4.0	-4.375	-5.0	(+)No hay ...
5	4.0	3.5	-5.0	-3.625	(+)No hay ...
6	3.5	3.0	-3.625	-1.0	(+)No hay ...
7	3.0	2.5	-1.0	2.125	(-)Solución
8	2.5	2.0	2.125	5.0	(+)No hay ...
9	2.0	1.5	5.0	6.875	(+)No hay ...
10	1.5	1.0	6.875	7.0	(+)No hay ...
11	1.0	0.5	7.0	4.625	(+)No hay ...
12	0.5	0.0	4.625	-1.0	(-)Solución
13	0.0	-0.5	-1.0	-10.625	(+)No hay ...
14	-0.5	-1.0	-10.625	-25.0	(+)No hay ...
15	-1.0	-1.5	-25.0	-44.875	(+)No hay ...
16	-1.5	-2.0	-44.875	-71.0	(+)No hay ...
17	-2.0	-2.5	-71.0	-104.125	(+)No hay ...

Tabla 2.4. Al multiplicar f(x1)*f(x2) existe solución.

Al analizar la **Tabla 2.4** se puede concluir que si la multiplicación de f(x1)*f(x2) es negativa, entonces se puede decir que la solución se encuentra en los intervalos [x=5.5; x=5], [x=3; x=2.5] y [x=0.5; x=0].

Por último la representación gráfica de la **Figura 2.5** en la que se puede apreciar la solución resultante correspondiente al polinomio x^3-8x^2+15x-1=0.

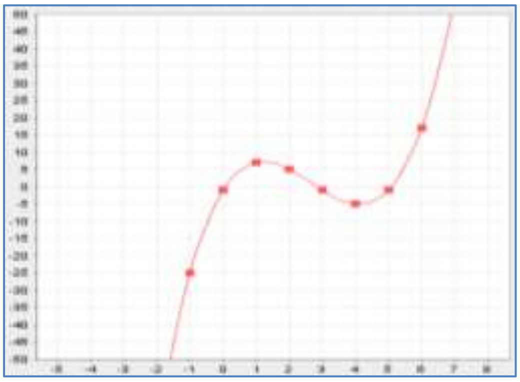


Figura 2.5. Solución gráfica del polinomio x^3-8 x^2+15x-1

2.2.2. Método de Interpolación

El método de interpolación es un método cerrado ya que necesita de un intervalo para encontrar la raíz real. Una vez que se han determinado los intervalos donde se encuentran las soluciones de un polinomio, se analiza cada intervalo por separado y, aplicando el método de interpolación, se obtiene la solución aproximada. El método de interpolación permite encontrar la solución de un polinomio bajo las siguientes condiciones:

1. Requiere de un intervalo donde se encuentre la solución, para esto nos ayudamos del método de investigación.
2. Requiere calcular un valor **$x3 = \varepsilon + x1$** donde **ε** se define así:

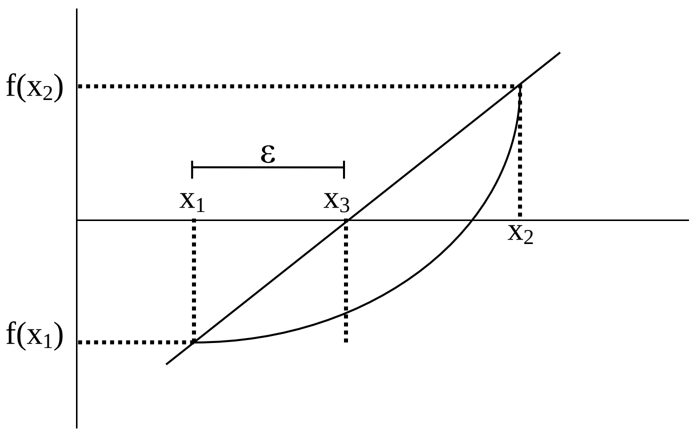


Figura 2.6. Método de interpolación

$$\frac{f(x_1)}{\varepsilon} = \frac{f(x_2)}{x_2 - x_1 - \varepsilon}$$

$$f(x_1)*[(x_2 - x_1) - \varepsilon] = f(x_2)*\varepsilon$$

$$f(x_1)*(x_2 - x_1) - f(x_1)*\varepsilon = f(x_2)*\varepsilon$$

$$f(x_1)(x_2 - x_1) = f(x_2)\varepsilon + f(x_1)*\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{|f(x_1)|(x_2 - x_1)}{|f(x_2)| + |f(x_1)|} \qquad \textbf{E.c.2.2}$$

El valor $\mathbf{x_3}$ será el nuevo límite por lo tanto el intervalo ha sido reducido y se acerca a la respuesta.

Análisis de concavidades: Se debe considerar además la concavidad de la función en el intervalo, esto se obtiene analizando el valor de la función $f(x_3)$ calculando al remplazar **x3** en la función, así, $f(x_3)$ nos indicara si es cóncavo hacia abajo o hacia arriba según su signo.

La función en el intervalo será cóncava hacia arriba siempre y cuando $f(x_3)$ sea negativo.

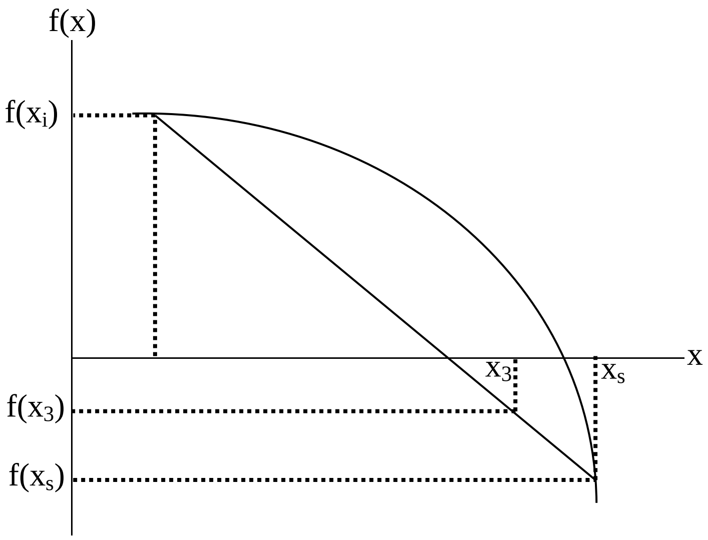


Figura 2.7. Análisis de concavidad negativa

La función en el intervalo es cóncava hacia abajo si $f(x_3)$ es positivo.

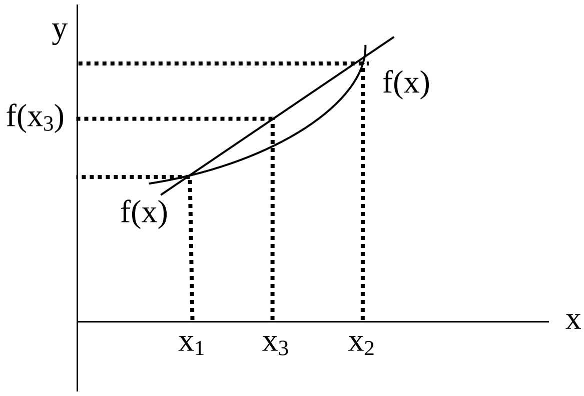
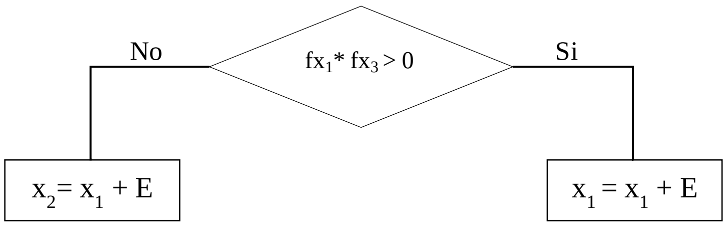


Figura 2.8. Análisis de concavidad positiva.

Se concluye que, la gráfica en el análisis de concavidades dependerá de la función resultante si el intervalo de solución es negativo será cóncava hacia arriba, caso contrario si el intervalo de solución de la función es positivo será cóncava hacia abajo.

De lo mencionado anteriormente en el análisis de concavidades en el método de interpolación se obtiene las siguientes posibilidades resueltas en el flujograma descrito a continuación.



Causas de divergencia del Método

El método se dice que diverge siempre y cuando en el intervalo escogido no se encuentre la solución o las soluciones estén muy cercanas entre sí, esto por la mala elección del intervalo y por lo tanto no se encontrará la solución deseada.

En el método es recomendable realizar un control del Error por lo que se sugiere al usuario utilizar un error permisible del 0.001 equivalente al 0,1%, ya que mientras se cumpla la siguiente condición del Error que dice $\varepsilon <=$ error asumido en la raíz, dicho resultado será aceptado. Sin embargo, se recomienda hacer uso de los valores absolutos conocidos.

En la solución el número de iteraciones se calcularán hasta cuando el valor absoluto de la función sea menor o igual al error establecido.

En el ejemplo a continuación se detalla lo mencionado anteriormente sobre el Método de Interpolación para encontrar la solución del polinomio $x^3-8x^2+15x-1=0$, haciendo uso del intervalo [x=5; x=5.5] encontrado en el ejemplo descrito por el Método de Investigación.

Datos: X1= 5 X2= 5.5

El valor de X1 variará en los cálculos realizados, mientras que el valor que corresponde a X2 será constante, además el número de iteraciones dependerá de encontrar la solución cuando se aproxime o este en el intervalo buscado, a continuación se puede apreciar en la siguiente tabla los datos en donde la raíz de solución aplicando el Método de Interpolación a partir de un intervalo conocido es: **5.0937.**

INTERVALOS

K	X1	X2	FX1	FX2	E
1	5.0	5.5	-1.0	5.875	0.0727
2	5.0727	5.5	-0.2353	5.875	0.0165
3	5.0892	5.5	-0.0518	5.875	0.0036
4	5.0928	5.5	-0.0112	5.875	8.0E-4
5	5.0935	5.5	-0.0024	5.875	2.0E-4
6	5.0937	5.5	-5.0E-4	5.875	0.0

Tabla 2.5. Solución por el Método de Interpolación.

2.2.3. Método de Newton Raphson

Este método encuentra una raíz de forma más eficaz ya que permite determinar la solución en pocos pasos.[6]

Es uno de los métodos más eficaces para la resolución de ecuaciones algebraicas no lineales debido a la velocidad de convergencia hacia la raíz de solución, para lograr este propósito se puede utilizar cualquier valor, pero es recomendable utilizar $r_{máx.}$

---

[6]Makamura Saichiro, Métodos Numéricos Aplicados con Software, 1era edición 1992, febrero 2012.

Uno de los inconvenientes de este método es el conocimiento de la derivada de la función que en muchos de los casos puede resultar difícil o imposible de obtener.[7]

En la **Figura 2.9** se puede ver una descripción gráfica del método. Empezando con la primera estimación de la función $f(x_0)$, se calcula la recta tangente a la curva $y= f(x_0)$ en dicho punto. Se calcula la intersección de esa tangente con el eje x y se toma ese valor, x_1, como la siguiente aproximación al cero. Este proceso se repite en forma iterada. Definiendo el ángulo de la tangente en la gráfica siguiente se deduce la fórmula para el cálculo de una solución del polinomio.[8]

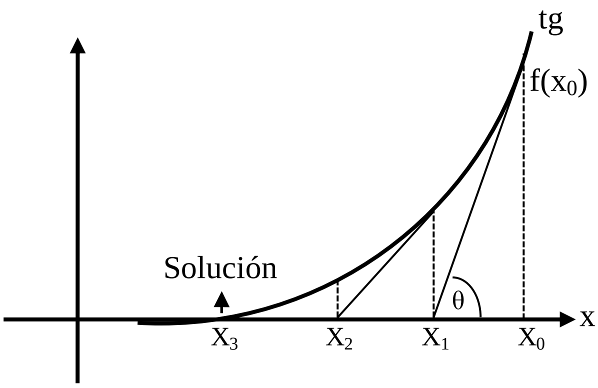


Figura 2.9. Deducción de la fórmula para el cálculo del polinomio

A θ se le considera como el ángulo de la tangente, por lo tanto.

$$\mathbf{tg\theta = \frac{f(X_0)}{X_0 - X_1}}$$

Como tgθ es igual a la pendiente, por lo tanto a la primera derivada de la función, remplazando tgθ por la primera derivada:

$$\mathbf{f'(X_0) = \frac{f(X_0)}{X_0 - X_1}}$$

---

[7] L. Carrasco V., Métodos Numéricos (aplicaciones), 1era edición 2002, Marzo 2012.
[8] Luis Vázquez, Salvador Jiménez, Carlos Aguirre, Pedro José Pascual, Métodos Numéricos para la Física y la Ingeniería, 1era edición 2009, marzo 2012.

Por consiguiente despejando tenemos la variable $\mathbf{X_1}$ de la ecuación formulada anteriormente.

$$\mathbf{X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{f'(X_0)}}$$

Generalizando las variables, se concluye que la fórmula de Newton Raphson para el cálculo de raíces de un polinomio es:

$$\mathbf{X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}}$$

Control de errores:

Es necesario imponernos un valor de error, que permita a la vez acercarnos al resultado y delimitar las iteraciones, por lo que se podría asumir la siguiente relación.[9]

$$|fx| \leq er$$

Donde **er** es el error impuesto por el calculista, como recomendación se puede asumir un error del 0,1% es decir 0,001.

El número de iteraciones se calcularan hasta cuando el valor absoluto sea $f(x) \leq$ al error establecido.

Para la solución es conveniente construir, por organización, una tabla de valores que nos permita visualizar con facilidad los cálculos que vamos obteniendo, dicha tabla consta de las siguientes columnas.

[9] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros, 5[ta] Edición 2007.

k= número de iteraciones

$\mathbf{x_{0=}}$ valor de la variable **x** con el cual se inicia el proceso de cálculo

f(x) = valor que toma la función o polinomio al remplazar el valor de **x**

f´x valor que toma la primera derivada de la función al remplazar el valor de **x.**

$\mathbf{x_{n+1}}$ valor encontrado según el remplazo en la fórmula de Newton Raphson, siendo éste el nuevo valor de $\mathbf{x_{1.}}$[10]

Causas de divergencia del método

Mientras realizamos los cálculos de las ecuaciones planteadas por el método de Newton Raphson y no encontramos solución decimos que el método diverge o las raíces de la ecuación ingresada tienen soluciones imaginarias o a su vez las soluciones son muy cercanas entre sí que provoca infinito número de cálculos sin obtener el resultado deseado.

En ocasiones el método puede tener divergencia en el cálculo de la ecuación por lo que puede provocar de esta manera cambios inesperados de sentido en la solución que pueden ir en una dirección y luego en otra alejándose de la raíz de solución, es decir si trazamos una tangente a la función en ese punto se puede apreciar que a un lado del punto la función queda por encima de la recta tangente y al otro lado por debajo, como se puede apreciar en la **Figura 2.10**. la función pasa de cóncava cuando ($f''(a) < 0$) a convexa cuando ($f''(a) > 0$) por lo que lo normal es que en ese punto la función se anule y si $f''(a) = 0$, o $f''(a)$ no existe, y la derivada $f''(x)$ cambia

[10] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Enero 2011.

de signo al pasar por el valor de x=a, entonces, el punto de la función de abscisa x=a es un punto de inflexión.

Los puntos de inflexión donde la función es derivable, tienen la característica de tener una recta tangente que cruza la gráfica de f(x) como se puede observar en la siguiente gráfica.

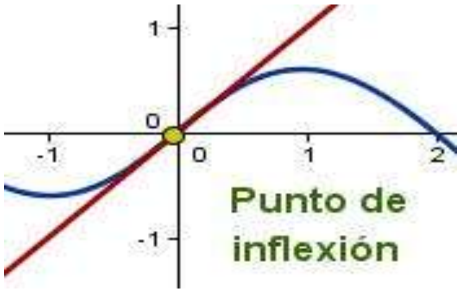


Figura 2.10. Punto de inflexión en la función.

Ejemplo demostrativo sobre los puntos de inflexión en una función.

Teniendo la siguiente ecuación. $f(x) = x^3 – 3x^2 + 6x – 6$, si calculamos la primera derivada.

Tenemos lo siguiente $f’(x) = 3x^2 - 6x + 6$

Por consiguiente al resolver la segunda derivada tenemos: $f ’’(x) = 6x – 6$

Igualando $f ’’(x) = 0$

Tendremos que $6x – 6 = 0$

Concluyendo de esta manera con el siguiente resultado $x = 1$.

El punto x=1 es un punto de inflexión, puesto que antes de x=1 la segunda derivada es negativa y después de x=1 es positiva, representando así en la siguiente ilustración gráfica.

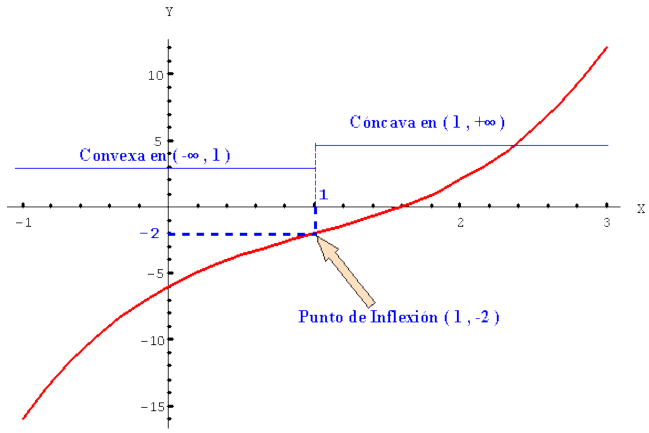


Figura 2.11. Punto de inflexión para la función f(x) = x^3-3x^2+6x-6.

El método de Newton Raphson también tiene una tendencia a caer en un máximo o en un mínimo de una función y, entonces, la tangente de pendiente cero se dirige fuera de la región de interés, ya que es paralela al eje x. El algoritmo puede también ocasionalmente oscilar hacia atrás o hacia delante, entre dos regiones que contienen raíces para un número bastante grande de iteraciones, encontrando después una u otra raíz. Desde luego, si la función no oscila, el método de Newton, encontrará una raíz sin mayor dificultad.[11]

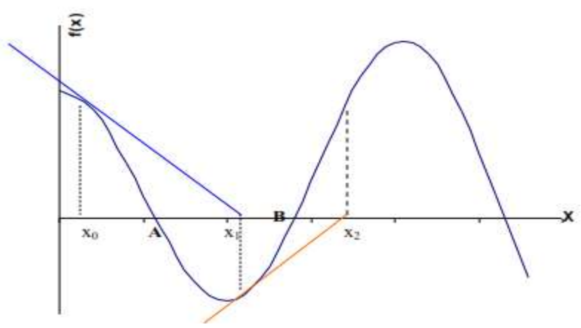


Figura 2.12. Función oscilatoria máximos y mínimos

[11] Introducción y Alcance de los Métodos, http://www.monografias.com/trabajos-pdf4/metodosnumericos/metodosnumericos.pdf, Junio 2013.

A continuación se aplicará el método de Newton Raphson para el cálculo del siguiente polinomio $x^3 - 4x^2 - 5x + 7 = 0$.

Primeramente procedemos a derivar el polinomio a uno de menor grado como se muestra a continuación.

$x^3 - 4x^2 - 5x + 7 = 0$ derivando nos queda:

$y' = 3x^2 - 8x - 5$

procedemos a calcular $r_{máx}$ ya conocida para obtener el valor inicial de x_0.

$\mathbf{r_{máx}} = \sqrt{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 - 2 * \frac{a_3}{a_1}}$ remplazando los valores tenemos.

$\mathbf{r_{máx}} = \sqrt{\left(\frac{-4}{1}\right)^2 - 2 * \frac{-5}{1}}$ ➔ **5.099 ≈ 6.0**

El número de iteraciones se calculará hasta que el valor absoluto f(x) se acerque al error establecido, para este caso el error es: er = 0.001.

Una vez obtenido estos datos se procede al cálculo de los valores para X, Fx, F'x y la división de los valores obtenidos de Fx/F'x.

En conclusión sobre este método la solución del polinomio es: **4.743**

A continuación en la siguiente tabla de datos se obtiene los resultados y su correspondiente gráfica (**Figura 2.13).**

INTERVALOS

K	Xi	FXi	F'Xi	FXi/F'Xi
1	6.0	49,0000	55.0	0.8909
2	5.1091	10,4049	32.4357	0.3208
3	4.7883	1,1326	25.4771	0.0445
4	4.7438	0,0204	24.5615	8.0E-4
5	4.743	0,0000	24.5445	0.0

Tabla 2.6. Solución por el Método de Newton Raphson.

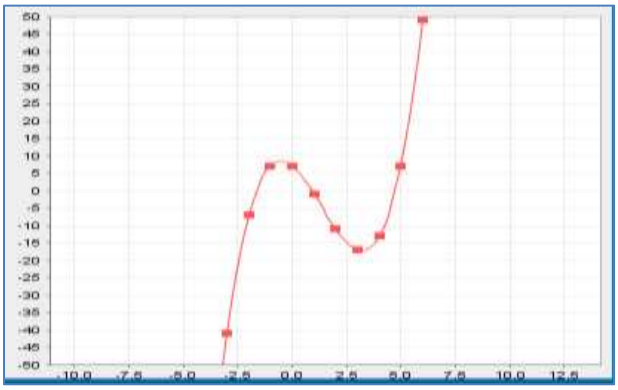


Figura 2.13. Solución gráfica del Método de Newton Raphson

2.3. Interpolación Polinomial

Una función de interpolación es aquella que pasa a través de puntos dados como datos, los cuales se muestran comúnmente por medio de una tabla de valores o se toman directamente de una función dada.[12]

La interpolación polinomial es uno de los temas más importantes en métodos numéricos, ya que los datos obtenidos mediante una medición pueden interpolarse, permitiendo encontrar un valor intermedio entre los puntos base conocidos, un polinomio de interpolación se puede determinar mediante varios métodos entre los más conocidos la Interpolación de Newton y Lagrange, ésta última se hará mención más adelante ya que se trata de encontrar una fórmula de interpolación aplicable a

[12] Nakamura Saichiro, Métodos Numéricos Aplicados con Software, 1^{era} edición 1992, febrero 2012.

funciones tabulares con valores de x que no sean equidistantes, como se puede apreciar en la **Tabla 2.7**.[13]

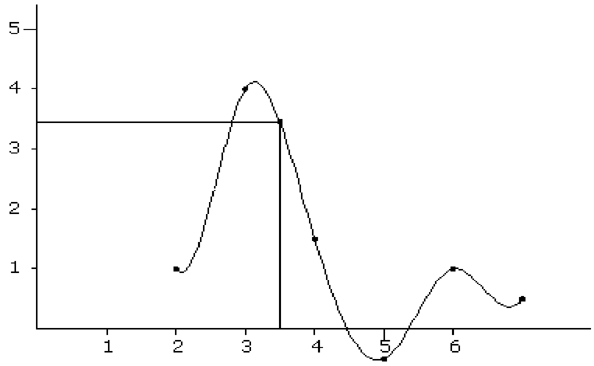


Figura 2.14. Interpolación polinomial

2.3.1. Interpolación de Lagrange

La interpolación de Lagrange es simplemente una reformulación del Polinomio de Newton que evita el cálculo por diferencias divididas.[14]

Este método se utiliza a partir de una tabla de datos en donde los valores de x no son equidistantes. Para realizar la interpolación, se busca un polinomio que pase por todos los puntos. Si se tienen n puntos el polinomio debe ser de grado n-1.

Si se presenta un conjunto de datos tabulados de la forma:

X	**Y**
x_0	y_0
x_1	y_1
x_2	y_2
………	…..…….
x_n	y_n

Tabla 2.7. Conjunto de valores x, y.

[13] Ward Cheney y David Kincaid, Métodos Numéricos y computación, 6ta edición, junio 2014.
[14]Rodolfo Luthe, Métodos Numéricos, edición 1985, febrero 2012.

Entonces el Polinomio:

$$Y = a_0x^{n-1} + a_1x^{n-2} + \ldots + a_{n-2}x + a_{n-1} \qquad \textbf{(Ec. 2.2)}$$

pasa por todos los puntos definidos en la **Tabla 2.8**.

Este Polinomio puede escribirse en la forma:

$$Y = A_1(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\ldots(x-x_n) + A_2(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)\ldots(x-x_n) + \ldots$$

$$+ A_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)\ldots(x-x_n) + \ldots A_n(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_{n-1}) \qquad \textbf{Ec. 2.3}$$

El grado del polinomio es n-1, los coeficientes A_1, A_2, $A_3 \ldots A_n$, se determinarán de tal modo que la gráfica del polinomio pase por todos y cada uno de los puntos tabulados, entonces si se evalúa una función para $X = x_p$, donde x_p debe estar dentro del rango de puntos base conocidos, es decir: $x_0 < x_p < x_n$, se obtiene $Y=y_p$ entonces remplazando en la Ec.2.3 se llega a:

$$y_p = A_n (x_p-x_0)(x_p-x_1)(x_p-x_2)\ldots(x_p-x_{n-1}) \qquad \textbf{Ec.2.4}$$

donde despejando el coeficiente A_n se tiene:[15]

$$A_n = \frac{y_p}{(x_p-x_0)(x_p-x_1)(x_p-x_2)\ldots(x_p-x_{n-1})} \qquad \textbf{Ec. 2.5}$$

Si se sustituyen los coeficientes dados por la ecuación 2.5 en la ecuación 2.4 se tiene la fórmula de Interpolación de Lagrange:[16]

[15] Rodolfo Luthe, Antonio Olivera, Métodos Numéricos, 1^{era} edición 1985, junio 2014.
[16] Dra. Chillao Lucrecia Lucia, Cálculo Numérico, 1^{a} edición 2008, marzo 2014.

$$Y = \frac{x-x_1 \quad x-x_2 \quad x-x_3 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_n)}{x_0-x_1 \quad x_0-x_2 \quad x_0-x_3 \;\ldots\ldots\ldots(x_0-x_n)}\; y_0 +$$

$$\frac{x-x_0 \quad x-x_2 \quad x-x_3 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_n)}{x_1-x_0 \quad x_1-x_2 \quad x_1-x_3 \;\ldots\ldots\ldots(x_1-x_n)}\; y_1 +$$

$$\frac{x-x_0 \quad x-x_1 \quad x-x_3 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_n)}{x_2-x_0 \quad x_2-x_1 \quad x_2-x_3 \;\ldots\ldots\ldots(x_2-x_n)}\; y_2 + \ldots + \qquad \textbf{Ec. 2.6}$$

$$\frac{x-x_0 \quad x-x_1 \quad x-x_2 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_{n-1})}{x_n-x_0 \quad x_n-x_1 \quad x_n-x_2 \;\ldots\ldots\ldots(x_n-x_{n-1})}\; y_n$$

Considerando que:

$$L_0(x) = \frac{x-x_1 \quad x-x_2 \quad x-x_3 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_n)}{x_0-x_1 \quad x_0-x_2 \quad x_0-x_3 \;\ldots\ldots\ldots(x_0-x_n)}$$

$$L_1(x) = \frac{x-x_0 \quad x-x_2 \quad x-x_3 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_n)}{x_1-x_0 \quad x_1-x_2 \quad x_1-x_3 \;\ldots\ldots\ldots(x_1-x_n)}$$

$$L_2(x) = \frac{x-x_0 \quad x-x_1 \quad x-x_3 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_n)}{x_2-x_0 \quad x_2-x_1 \quad x_2-x_3 \;\ldots\ldots\ldots(x_2-x_n)}$$

……………………………………….

$$L_n(x) = \frac{x-x_0 \quad x-x_1 \quad x-x_2 \;\ldots\ldots\ldots.(x-x_{n-1})}{x_n-x_0 \quad x_n-x_1 \quad x_n-x_2 \;\ldots\ldots\ldots(x_n-x_{n-1})}$$

Entonces el polinomio es: $Y = L_0(x)*y_0 + L_1(x)*y_1 + L_2(x)*y_2 + \ldots.+ L_n(x)*y_n$

En el siguiente ejemplo dada la tabla de datos, se encontrará su correspondiente valor de y cuando $x_p = 3.5$.

X		**Y**	
x_0	1	y_0	0
x_1	2	y_1	-1
x_2	3	y_2	2
x_3	4	y_3	-5

Tabla 2.8. Pares ordenados X, Y

Solución

Remplazando en la fórmula de Lagrange **Ec.2.6** mencionada anteriormente se define en este caso de la siguiente manera.

$$Y = \frac{x-x_1 \quad x-x_2 \quad x-x_3}{x_0-x_1 \quad x_0-x_2 \quad x_0-x_3} *y_0 + \frac{x-x_0 \quad x-x_2 \quad x-x_3}{x_1-x_0 \quad x_1-x_2 \quad x_1-x_3} *y_1 +$$

$$\frac{x-x_0 \quad x-x_1 \quad x-x_3}{x_2-x_0 \quad x_2-x_1 \quad x_2-x_3} *y_2 + \frac{x-x_0 \quad x-x_1 \quad x-x_2}{x_3-x_0 \quad x_3-x_1 \quad x_3-x_2} *y_3$$

A continuación:

$$L_0(x) = \frac{x-2 \quad x-3 \quad x-4}{1-2 \quad 1-3 \quad 1-4} = -\frac{1}{6}(x^3 - 9x^2 + 26x - 24)$$

$$L_1(x) = \frac{x-1 \quad x-3 \quad x-4}{2-1 \quad 2-3 \quad 2-4} = \frac{1}{2}(x^3 - 8x^2 + 19x - 12)$$

$$L_2(x) = \frac{x-1 \quad x-2 \quad x-4}{3-1 \quad 3-2 \quad 3-4} = -\frac{1}{2}(x^3 - 7x^2 + 14x - 8)$$

$$L_3(x) = \frac{x-1 \quad x-2 \quad x-3}{4-1 \quad 4-2 \quad 4-3} = \frac{1}{6}(x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$$

En donde el polinomio de interpolación es.

$$Y = y_0*L_0(x) + y_1*L_1(x) + y_2*L_2(x) + y_3*L_3(x)$$

$$Y = 0 * L_0(x) + (-1) * L_1(x) + 2 * L_2(x) + (-5) * L_3(x)$$

por lo que la función representativa nos queda de la siguiente manera:

$$Y = -2.33x^3 + 16\,x^2 - 32.66x + 19$$

De lo mencionado anteriormente donde $x_p = 3.5$ se tiene.

$$y = \frac{(3.5-2)(3.5-3)(3.5-4)}{(1-2)(1-3)(1-4)}*0 + \frac{(3.5-1)(3.5-3)(3.5-4)}{(2-1)(2-3)(2-4)}*-1 +$$

$$\frac{(3.5-1)(3.5-2)(3.5-4)}{(3-1)(3-2)(3-4)}*2 + \frac{(3.5-1)(3.5-2)(3.5-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)}*-5$$

Concluyendo de esta manera la solución buscada es y_p = **0.625**

Este mismo resultado lo podemos obtener si remplazamos x_p=3.5 en el polinomio $Y=-2.33x^3 + 16\,x^2 - 32.66x + 19$

$Y= -2.33*(3.5)^3 + 16*(3.5)^2 - 32.66*(3.5) + 19$

Y= -2.33*(42.875) + 16*(12.25) – 32.66*(3.5) + 19

Y= - (99.8871) + 196 – (114.31) +19

Y= **0.625**

La gráfica correspondiente a la tabla de datos x,y de la **Tabla 2.8** obtenida por el método de Lagrange es:

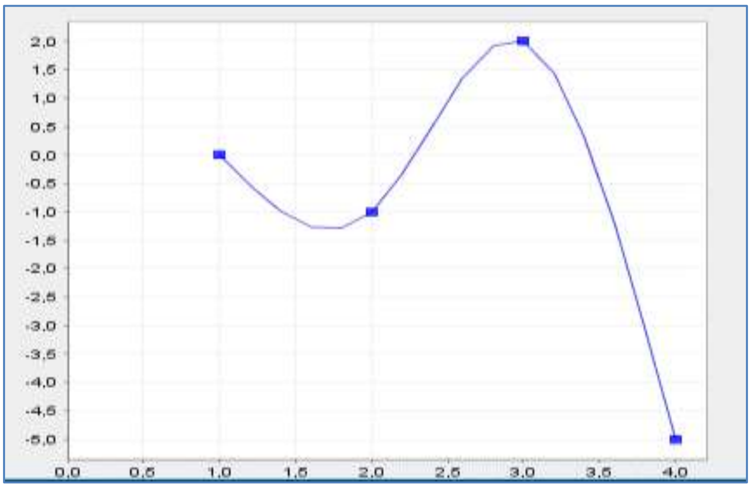


Figura 2.15. Solución gráfica obtenida de la Tabla 2.8 aplicando el método de Lagrange.

2.4. Integración Numérica

La integración numérica se fundamenta esencialmente en obtener una aproximación al área bajo una curva representada por una función f(x), que ha sido definida a partir de datos experimentales o por medio de una expresión matemática.[17]

Cuando se calcula una integral se acude a las fórmulas de integración, la integración numérica nos permite calcular dicha integral definida, de una función expresada en forma tabular o en forma algebraica, en los dos casos se debe disponer necesariamente de la tabla de valores **x, y**.[18]

2.4.1. Método del Trapecio

La regla del trapecio es la primera de las fórmulas cerradas de Integración de Newton-Cotes. Corresponde al caso donde el polinomio de la ecuación es de primer grado.[19]

La regla del trapecio es equivalente a aproximar el área del trapecio bajo la curva que une f(a) y f(b) como se muestra en la **Figura 2.16**. Recuerde que la fórmula para calcular el área de un trapecio es la altura por el promedio de las bases, la cual se observa a continuación.

$$\text{Área} = \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) * \Delta x}{2}$$

[17]James Smith Wolford, Métodos Numéricos Aplicados a la Computación Digital con FORTRAN, 1967, marzo 2012.
[18] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Enero 2011.
[19] Steven C. Chapra y Raymond P. Canale, Métodos numéricos para ingenieros, 5ta edición 2007, mayo 2014.

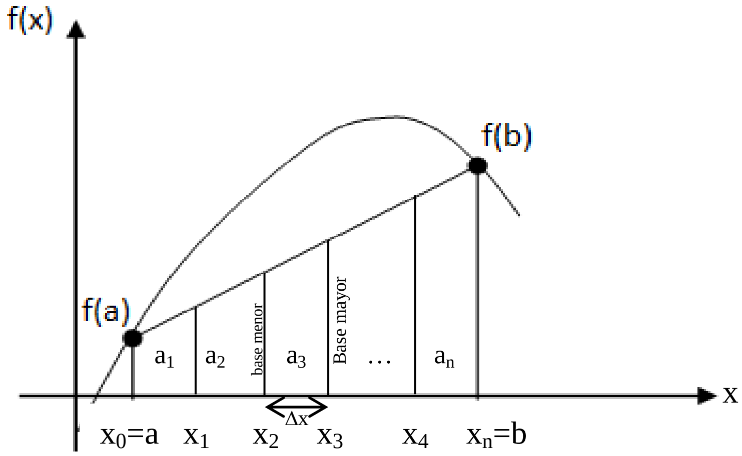


Figura 2.16. Representación de la Integral Trapezoidal

Considerando que se han trazado n trapecios de altura Δx; se estima las áreas a_i (i =1, 2, 3, 4,…n) y posteriormente se suman para obtener el área total, la cual será aproximadamente igual a la integral.

Por consiguiente se deduce de la siguiente manera:

$$a_1 = \frac{\Delta x}{2}\,[f(x_0) + f(x_1)]$$

$$a_2 = \frac{\Delta x}{2}\,[f(x_1) + f(x_2)]$$

$$a_3 = \frac{\Delta x}{2}\,[f(x_2) + f(x_3)]$$

$$a_4 = \frac{\Delta x}{2}\,[f(x_3) + f(x_4)]$$

……………………..

$$a_n = \frac{\Delta x}{2}\,[f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Puesto que $\int_a^b f(x)\,dx = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$, entonces se puede escribir que, $\int_a^b f(x)\,dx = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0)+2\sum_{j=1}^{n-1}(x_0+\Delta x.j) + f(x_n)\right]$

Como $x_0 = a$

$x_n = b$

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$, entonces **Ec.2.7**

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{2n}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n-1}\left(a + \frac{b-a}{n} * j\right) + f(b)\right] \qquad \textbf{Ec.2.8}$$

Donde n es el número de trapecios en la que se ha dividido el área total.

Tomando en cuenta lo dicho anteriormente y considerando que:

$$h = \Delta x = \frac{b-a}{n} \qquad \textbf{Ec.2.9}$$

se realiza las operaciones correspondientes para deducir la formula trapezoidal mostrada a continuación. [20]

$$\mathbf{A = \frac{h}{2}(y_0 + y_n + 2 \textstyle\sum \text{resto de ordenadas})} \qquad \textbf{Ec.2.10}$$

Si se aprecia en el análisis los trapecios de x_0 a x_n se concluye que, para el cálculo de la regla trapezoidal a n se le considera cualquier número de divisiones pares o impares.[21]

---

[20] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros con programas de Aplicación, 4[ta] edición, Marzo 2012.
[21] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Enero 2011.

Ejemplo: Considerando el siguiente ejemplo de integración numérica por la regla del trapecio calcular la función $y = x^2+4$, en los límites correspondientes de a=4 y b=6, tabulando datos para n=5 subintervalos.

Solución

Tomando en cuenta lo dicho en la regla del trapecio se procede a realizar los cálculos correspondientes para encontrar el área bajo la curva.

Datos: a=4, b=6, n=5, h=?

Como ya se conoce que para sacar el intervalo h considerada en la ecuación **Ec.2.9**, se obtendrá:

$h=\frac{b-a}{n}$, remplazando los valores tenemos: $h=\frac{6-4}{5}$ ➔ **h = 0.40**

Procedemos de la siguiente manera considerando la función $y = x^2+4$, para obtener la tabla de valores x, y.

Si $X_i = X_{i-1}+h$ donde i= 1, 2, 3…n, así hasta n subintervalos y considerando que: x_0= a = **4**

$x_1= x_0+h = 4+0.4 =$ **4.4**

$x_2= x_1+h = 4.4+0.4 =$ **4.8**

$x_3= x_2+h = 4.8+0.4 =$ **5.2**

$x_4= x_3+h = 5.2+0.4 =$ **5.6**

$x_5= x_4+h = 5.6+0.4 =$ **6**

Para obtener los datos tabulados de y_i, remplazamos cada valor de X_i en la función $y=x^2+4$ de la siguiente manera.

$y_0 = x_0^2 + 4 = 4^2+4 \quad = \mathbf{20}$

$y_1 = x_1^2 + 4 = (4.4)^2+4 = \mathbf{23.36}$

$y_2 = x_2^2 + 4 = (4.8)^2+4 = \mathbf{27.04}$

$y_3 = x_3^2 + 4 = (5.2)^2+4 = \mathbf{31.04}$

$y_4 = x_4^2 + 4 = (5.6)^2+4 = \mathbf{35.36}$

$y_5 = x_5^2 + 4 = 6^2+4 \quad = \mathbf{40}$

entonces de los cálculos realizados obtenemos la tabla de datos x, y.

K	**X**		**Y**	
0	x_0	4	20	y_0
1	x_1	4.4	23.36	y_1
2	x_2	4.8	27.04	y_2
3	x_3	5.2	31.04	y_3
4	x_4	5.6	35.36	y_4
5	x_5	6	40	y_5

Tabla 2.9. Datos obtenidos para la tabla X, Y

Considerando los valores de la **Tabla 2.9.** Tenemos que $y_0 = 20$, $y_n=40$ y el resto de ordenadas es igual a los valores (23.36, 27.04, 31.04 y 35.36).

Remplazando los valores obtenidos se procede a calcular el área bajo la curva usando la fórmula del trapecio mencionada en la **Ec.2.10,** expresada en la forma**.**

$\mathbf{A = \frac{h}{2}(y_0 + y_n + 2 \sum \text{resto de ordenadas}),}$ remplazando nos queda:

$\mathbf{A} = \frac{0.4}{2} * (20 + 40 + 2 \sum (23.36 + 27.04 + 31.04 + 35.36))$

$\mathbf{A = 58.72\ u^2}$

Concluyendo de esta manera el área es igual a: A= 58.72 u^2.

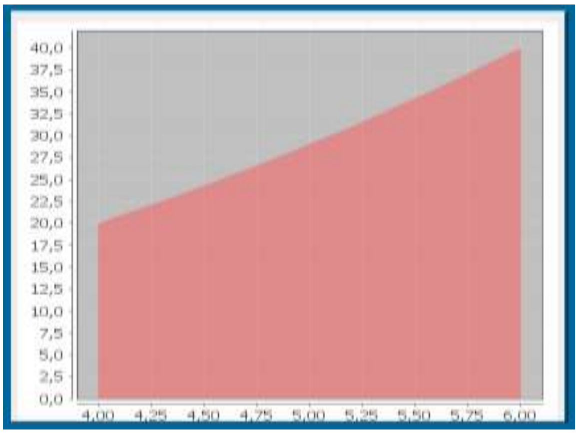


Figura 2.17. Área bajo la curva de la Integral Trapezoidal.

2.4.2. Formula de Simpson 1/3

La fórmula de Simpson 1/3 es otra manera de obtener una estimación más exacta de una integral, que se basa en usar polinomios de grado superior, por consiguiente, si hay un punto medio entre f(a) y f(b), pueden unirse los tres puntos con una parábola. El resultado de evaluar la integral bajo estos polinomios se les llama Regla de Simpson.[22]

Este procedimiento ayuda a conseguir una aproximación más precisa que la regla trapezoidal, ya que se unen puntos consecutivos mediante curvas, los cuales se determinaran a partir de aplicar la fórmula de Simpson 1/3 como se puede apreciar en la siguiente figura.

---

[22]Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros con programas de Aplicación, 4[ta] edición, Marzo 2012.

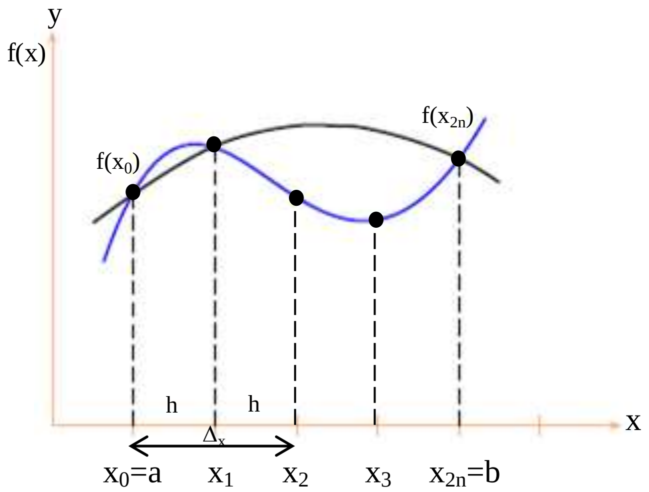


Figura 2.18. Ilustración gráfica de la regla de Simpson 1/3

Tomando en cuenta que el intervalo [a, b] se puede dividir en n subintervalos pares de amplitud Δx donde $\Delta x = h = \frac{b-a}{2n}$ de tal forma que x_0=a y x_{2n}=b.

La regla de Simpson 1/3 viene dada por la fórmula:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + \ldots + \int_{x_{n-2}}^{x_{2n}} f(x)dx$$

Si a lo largo del intervalo se tiene $[x_i, x_{1+2}]$, y considerando que i=0, 2, 4,….,2_{n-2} se obtiene:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x)dx = \frac{h}{3}[f(x_0)+4f(x_1)+f(x_2)]+\frac{h}{3}[f(x_2)+4f(x_3)+f(x_4)]+\ldots$$

$$+\frac{h}{3}[f(x_{2n-2})+4f(x_{2n-1})+f(x_{2n})]$$

Realizando las operaciones correspondientes se obtiene:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x)dx = \frac{h}{3}[f(x_0)+4f(x_1)+2f(x_2)+4f(x_3)+2f(x_4)+\ldots+2f(x_{2n-2})+4f(x_{2n-1})+f(x_{2n})]$$

Simplificando la expresión anterior se tiene:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x)\,dx = \frac{h}{3}[f(x_0)+f(x_{2n})]+\frac{2h}{3}\sum_{k=1}^{n-1} f(x_{2k})+\frac{4h}{3}\sum_{k=1}^{n} f(x_{2k-1}) \qquad \textbf{Ec.2.11}$$

Generalizando la **Ec.2.12**, la fórmula de Simpson 1/3 nos queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{A = \frac{h}{3}(y_0 + y_n + 2 \sum ordenadas\ pares + 4 \sum ordenadas\ impares)} \qquad \textbf{Ec.2.12}$$

Para encontrar la fórmula de Simpson 1/3 su análisis se lo realizo con dos trapecios por tal razón n debe ser siempre par.[23]

En el siguiente ejemplo para la resolución de integración numérica por la fórmula de Simpson 1/3 calcular la función $Y=-x^2+x+6$, entre los límites correspondientes a a=-2 y b=3, tabulando datos para n=6 subintervalos.

<u>Solución</u>

Teniendo presente lo mencionado con anterioridad en la resolución de Integrales se procede a realizar los cálculos correspondientes para encontrar el área bajo la curva por la fórmula de Simpson 1/3.

Datos: a = -2, b =3, n=6, h=?

Para obtener el valor correspondiente al intervalo h nos basamos en la ecuación $h=\frac{b-a}{n}$ de lo cual obtenemos:

$h=\frac{b-a}{n}$, remplazando los valores tenemos: $h=\frac{3-(-2)}{6}$ ➔ **h = 0.83**

---

[23] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Marzo 2012.

Haciendo mención en la función $Y=-x^2+x+6$, procedemos de la siguiente manera para obtener la tabla de datos X, Y.

Si $X_i=X_{i-1}+h$ donde i= 1, 2, 3…n, así hasta n subintervalos, y considerando que:

$x_0 = a = \mathbf{-2}$, se obtiene:

$x_1= x_0+h = -2+0.83 = \mathbf{-1.17}$

$x_2= x_1+h = -1.17+0.83 = \mathbf{-0.34}$

$x_3= x_2+h = -0.34+0.83 = \mathbf{0.5}$

$x_4= x_3+h = 0.5+0.83 = \mathbf{1.33}$

$x_5= x_4+h = 1.33+0.83 = \mathbf{2.16}$

$x_6= x_5+h = 2.16+0.83 = \mathbf{3}$

Para calcular los datos correspondientes a Y_i, remplazamos cada valor de X_i en el polinomio $Y=-x^2+x+6$ de la siguiente forma.

$y_0= - x_0^2+ x_0+6 = -(-2)^2+(-2)+6 = \mathbf{0}$

$y_1= - x_1^2+ x_1+6 = -(-1.17)^2+(-1.17)+6 = \mathbf{3.46}$

$y_2= - x_2^2+ x_2+6 = -(-0.34)^2+(-0.34)+6 = \mathbf{5.54}$

$y_3= - x_3^2+ x_3+6 = -(0.5)^2+(0.5)+6 = \mathbf{6.25}$

$y_4= - x_4^2+ x_4+6 = -(1.33)^2+(1.33)+6 = \mathbf{5.56}$

$y_5= - x_5^2+ x_5+6 = -(2.16)^2+(2.16)+6 = \mathbf{3.49}$

$y_6= - x_6^2+ x_6+6 = -(3)^2+3+6 = \mathbf{0}$

al obtener los resultados de los cálculos realizados en X,Y se obtiene la siguiente tabla de datos.

K	X		Y	
0	x_0	-2	0	y_0
1	x_1	-1.17	3.46	y_1
2	x_2	-0.34	5.54	y_2
3	x_3	0.5	6.25	y_3
4	x_4	1.33	5.56	y_4
5	x_5	2.16	3.49	y_5
6	x_6	3	0	y_6

Tabla 2.10. Tabla de datos obtenidos de x, y.

Considerando Y los valores de la **Tabla 2.10.** Tenemos que $y_0 = 0$, $y_n=0$, los datos pares son (5.54 y 5.56) y los datos impares corresponden a (3.46, 6.25, 3.49).

Remplazando los valores obtenidos procedemos a calcular el área bajo la curva usando la fórmula de Simpson 1/3 mencionada en la **Ec.2.12,** expresada de la forma**.**

$$\mathbf{A = \frac{h}{3}\,(y_0 + y_n + 2 \sum \text{ordenadas pares} + 4 \sum \text{ordenadas impares})}$$

Remplazando nos queda:

$$\mathbf{A} = \frac{0.83}{3}*(0 + 0 + 2 \sum (5.54 + 5.56) + 4\sum (3.46 + 6.25 + 3.49))$$

$$\mathbf{A = 20.83\ u^2}$$

Concluyendo de esta manera el área resultante es: A= 20.83 u^2, y la representación gráfica del área bajo la curva de los datos obtenidos en la **Tabla 2.10** es:

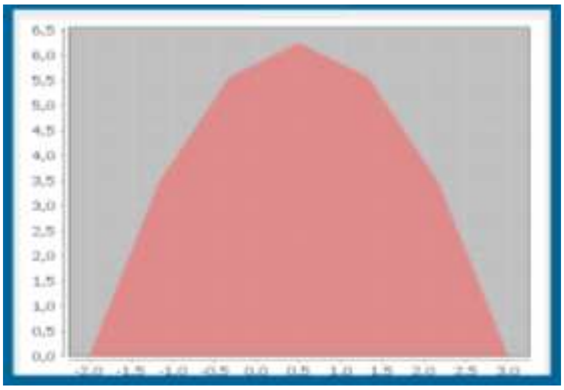


Figura 2.19. Área bajo la curva por la fórmula de Simpson 1/3.

2.4.3. Formula de Simpson 3/8

La Regla de los Tres Octavos de Simpson es similar a la regla de un tercio, excepto que se determina el área sobre una curva que conecta cuatro puntos, como se puede observar en la **Figura 2.20**. La regla de 3/8 es útil cuando el número de segmentos es múltiplo de tres.[24]

Esta ecuación se llama regla de Simpson 3/8 debido a que la altura se multiplica por 3/8. Esta es la tercera fórmula de integración cerrada de Newton-Cotes.[25]

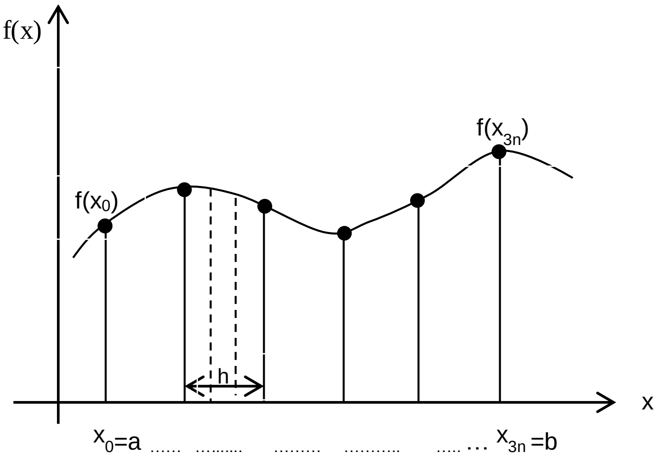


Figura 2.20. Ilustración gráfica de la regla de Simpson 3/8

[24]James Smith Wolford, Métodos Numéricos Aplicados a la Computación Digital con FORTRAN, 1967, marzo 2012.
[25] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros con programas de Aplicación, 5[ta] edición, Mayo 2014.

Si se escoge tres trapecios en este caso n=3, se tiene.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f_3(x)dx$$

Partiendo de la fórmula de Lagrange para integrar f(x) entre cuatro puntos consecutivos x_0, x_1, x_2, x_3, se tiene:

$$f(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} f(x_0) + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} f(x_1) +$$

$$+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} f(x_2) + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} f(x_3)$$

Y tomando en cuenta que $a=x_0$ y $b=x_{3n}$, y considerando a $X_i=(x_1, x_2, x_3,\ldots x_{3n})$ del intervalo [a, b], donde $h=\frac{b-a}{n}$, con $X_i = X_i+h$, donde i= 1, 2, 3,…n, aplicando a cada sub-intervalo, se tiene:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{3}{8}h[f(x_0)+3f(x_1)+3f(x_2)+f(x_3)]$$

Haciendo mención de las fórmulas explicadas anteriormente para la resolución de integrales por la fórmula de los tres octavos de Simpson se obtiene lo siguiente:

$$\int_{x_0}^{x_{3n}} f(x)\,dx = \sum_{k=1}^{n} \frac{3h}{8}\left[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)\right]$$

$$\int_{x_0}^{x_{3n}} f(x)\,dx = \frac{3h}{8}\left[f(x_0) + f(x_3) + f(x_6) + \cdots + f(x_{3n-3}) + 3f(x_1) + 3f(x_4) + 3f(x_7) + \cdots\right.$$

$$+ 3f(x_{3n-2}) + 3f(x_2) + 3f(x_5) + 3f(x_8) + \cdots + 3f(x_{3n-1}) + f(x_3) + f(x_6)$$

$$\left. + f(x_9) + \cdots + f(x_{3n})\right]$$

$$\int_{x_0}^{x_{3n}} f(x)\,dx = \frac{3h}{8}[f(x_0) + f(x_{3n})] + \frac{6h}{8}[f(x_3) + f(x_6) + f(x_9) + \cdots + f(x_{3n-3})]$$
$$+ \frac{9h}{8}[f(x_1) + f(x_4) + f(x_7) + \cdots + f(x_{3n-2})] + \frac{9h}{8}[f(x_2) + f(x_5) + f(x_8)$$
$$+ \cdots + 3f(x_{3n-1})]$$ [26]

Realizando los cálculos correspondientes llegamos a la fórmula general de Simpson 3/8 detallada a continuación:

$A = \frac{3}{8}h\,(y_0 + y_n + 2 \sum$ ordenadas múltiplos de 3 $+ 3 \sum$ resto de ordenadas) Ec.2.13

Para esta fórmula de los tres octavos de Simpson se considera que n debe ser siempre múltiplo de 3 puesto que su análisis se lo realizo con tres trapecios.[27]

A continuación se dará a conocer la resolución de Integrales por la fórmula de los tres Octavos de Simpson tomando como ejemplo la siguiente integral $\int_1^{17}(x^3-3x^2+2x+1)$, teniendo en cuenta que n debe ser múltiplo de 3 por lo tanto escogemos n=9 subintervalos.

<u>Solución</u>

Poniendo en práctica lo mencionado en la resolución de Integrales por la fórmula de los tres octavos de Simpson se procede a realizar los cálculos correspondientes para encontrar el área bajo la curva de este método.

Datos: a=1, b=17, n=9, h=?.

[26] Ing. Ricardo Seminario Vásquez, Métodos Numéricos para Ingeniería, Junio 2014
[27] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Marzo2012.

Para obtener el valor correspondiente al intervalo h nos basamos en la ecuación $h=\frac{b-a}{n}$ de lo cual remplazando se tiene: $h=\frac{17-1}{9}$ ➔ **h = 1.78**

Tomando el ejemplo de la integral $\int_1^{17}(x^3-3x^2+2x+1)$, procedemos de la siguiente manera para obtener la tabla de datos X, Y.

Donde $X_i= X_{i-1}+h$, así hasta n sub-intervalos, en este caso n=9, y considerando que: x_0= a = **1**, por lo tanto,

$x_1= x_0+h = 1+1.78 = \mathbf{2.78}$

$x_2= x_1+h = 2.78+1.78 = \mathbf{4.55}$

$x_3= x_2+h = 4.55+1.78 = \mathbf{6.33}$

$x_4= x_3+h = 6.33+1.78 = \mathbf{8.11}$

$x_5= x_4+h = 8.11+1.78 = \mathbf{9.88}$

$x_6= x_5+h = 9.88+1.78 = \mathbf{11.66}$

$x_7= x_6+h = 11.66+1.78 = \mathbf{13.44}$

$x_8= x_7+h = 13.44+1.78 = \mathbf{15.22}$

$x_9= x_8+h = 15.22+1.78 = \mathbf{17}$

Para el cálculo de los datos correspondientes a Y, remplazamos cada valor de X_i en la integral $\int_1^{17}(x^3-3x^2+2x+1)$ de la siguiente manera.

$y_0= x_0^3 -3x_0^2 + 2x_0+1 = 1^3-3*(1)^2+2*(1)+1= \mathbf{1}$

$y_1= x_1^3 -3x_1^2 + 2x_1+1 = (2.78)^3-3*(2.78)^2+2*(2.78)+1 = \mathbf{4.84}$

$y_2= x_2^3 -3x_2^2 + 2x_2+1 = (4.55)^3-3*(4.55)^2+2*(4.55)+1 = \mathbf{42.395}$

$y_3= x_3^3 -3x_3^2 + 2x_3+1= (6.33)^3-3*(6.33)^2+2*(6.33)+1 = \mathbf{147.367}$

$y_4= x_4^3 -3x_4^2 + 2x_4+1 = (8.11)^3-3*(8.11)^2+2*(8.11)+1 = \mathbf{353.48}$

$y_5= x_5^3 -3x_5^2 + 2x_5+1 = (9.88)^3-3*(9.88)^2+2*(9.88)+1 =$ **694.445**

$y_6= x_6^3 -3x_6^2 + 2x_6+1 = (11.66)^3-3*(11.66)^2+2*(11.66)+1 =$ **1203.97**

$y_7= x_7^3 -3x_7^2 + 2x_7+1 = (13.44)^3-3*(13.44)^2+2*(13.44)+1 =$ **1915.73**

$y_8= x_8^3 -3x_8^2 + 2x_8+1 = (15.22)^3-3*(15.22)^2+2*(15.22)+1 =$ **2863.51**

$y_9= x_9^3 -3x_9^2 + 2x_9+1 = (17)^3-3*(17)^2+2*(17)+1 =$ **4081**

Por consiguiente obtenemos los datos de la tabla X, Y de los cálculos realizados anteriormente.

k	**X**		**Y**	
0	x_0	1	1	y_0
1	x_1	2.78	4.84	y_1
2	x_2	4.55	42.39	y_2
3	x_3	6.33	147.367	y_3
4	x_4	8.11	353.48	y_4
5	x_5	9.88	694.445	y_5
6	x_6	11.66	1203.97	y_6
7	x_7	13.44	1915.73	y_7
8	x_8	15.22	2863.51	y_8
9	x_9	17	4081	y_9

Tabla 2.11. Tabla de datos x, y de la integral.

Considerando los valores de Y de la **Tabla 2.11.** se tiene a y_0=1, y_n=4081, los datos para los cálculos mediante la fórmula de los tres octavos de Simpson son: múltiplos de 3 se tiene (147.367, 1203.97) y el resto de datos (4.84, 42.39, 353.48, 694.445, 1915.73, 2863.51), respectivamente.

Remplazando los valores obtenidos procedemos a calcular el área bajo la curva usando la fórmula de los tres Octavos de Simpson expresada en la **Ec.2.13.**

$$\mathbf{A = \frac{3}{8}h\ (y_0 + y_n + 2\sum \text{ordenadas múltiplos de } 3 + 3\sum \text{resto de ordenadas})}$$

Remplazando los valores calculados anteriormente se tiene:

$$A = \frac{3}{8}(1.78)*(1 + 4081 + 2\sum(147.367+1203.97)+3\sum(4.84+42.39+353.48+694.445+1915.73+2863.5))$$

$$\mathbf{A = 16271.95\ u^2}$$

Concluyendo de esta manera el área resultante de la fórmula de Simpson 3/8 es igual a: A=16271.95 u^2 y la representación gráfica de los datos tabulados para X, Y obtenidos en la **Tabla 2.11** es:

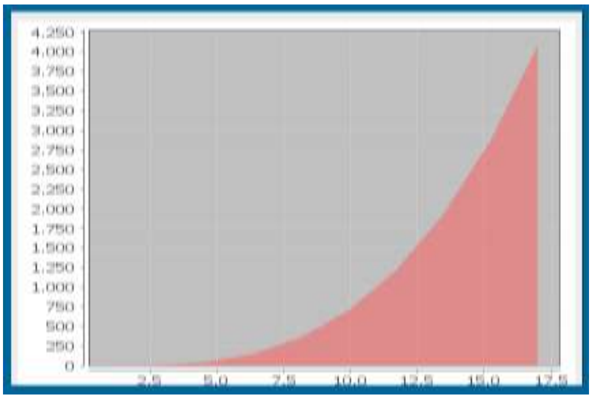


Figura 2.21. Área bajo la curva por la fórmula de Simpson 3/8.

2.5. Aproximación Funcional

Se trata de encontrar la ecuación de una curva que, aunque no pase por todos los puntos tenga pocas variaciones como se muestra en la **Figura 2.22**, y pase lo más cerca posible de todos los puntos. Generalmente, “lo más cerca posible” se obtiene imponiendo el criterio de los mínimos cuadrados, ya que el objetivo de este método es calcular una aproximación p(x) de una función dada.

Antes de aplicar este criterio, debe escogerse la forma de la curva que se va a ajustar al conjunto de puntos dados. La ecuación de esa curva puede obtenerse por conocimiento previo del problema, es decir, por la interpretación física del fenómeno, o en forma arbitraria observando qué ecuación conocida describe aproximadamente a esta curva.[28]

Una de las restricciones está en el hecho de conocer previamente a que grado se acerca la tabla de datos; por ello es que utilizamos el método de los mínimos cuadrados para ajustar la curva y definir los coeficientes de la función.

Para definir el grado del Polinomio al que se desea ajustar el conjunto de puntos se puede optar por construir el cuadro de diferencias finitas, pero, es más recomendable graficar los puntos y observar que tipo de curvatura es para escoger el correspondiente grado, también es recomendable que en lo posible se relacione a los puntos con una ecuación de grado tres como máximo (aceptar este criterio como una recomendación, puesto que con el uso de computadoras al facilitar los cálculos, la ecuación puede relacionarse con un polinomio de grado n-1).[29]

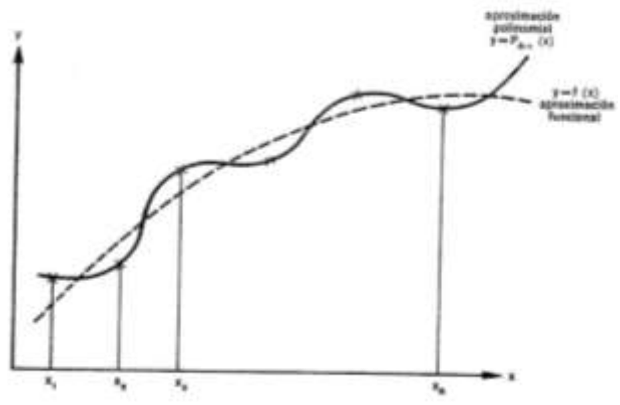


Figura 2.22. Aproximación Funcional (ajuste de curvas)

[28] Rodolfo Luthe, Antonio Olivera, Fernando Schutz, Métodos Numéricos, 1era edición 1978, Marzo 2012

[29] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Marzo2012.

2.5.1. Ajuste de curvas por regresión de los mínimos cuadrados.

Dentro de la aproximación funcional por mínimos cuadrados se distinguen tres tipos de regresión: lineal, polinomial y lineal múltiple.[30]

La regresión por mínimos cuadrados, es una técnica cuyo objetivo es derivar una curva que minimice la discrepancia entre los puntos y la curva. Algunas suposiciones estadísticas inherentes en los procedimientos por mínimos cuadrados lineales son:

1. Cada **x** tiene un valor fijo, no es aleatorio y es conocido sin error.
2. Los valores **y** son valores aleatorios independientes y todos tienen la misma varianza.
3. Los valores de **y** para una **x** dada deben ser normalmente distribuidos.
4. La regresión de **y** contra **x** no es la misma que la de **x** contra **y**.[31]

Regresión lineal:

El ejemplo más simple de aproximación por mínimos cuadrados es el ajuste de un conjunto de datos a una línea recta.

La expresión matemática de una recta es:

$$y = a_0 + a_1x + e$$

en donde a_0 y a_1 son coeficientes que representan la intersección con el eje de las ordenadas y la pendiente, respectivamente y **e** es el error o residuo entre el modelo y las observaciones. Reordenando, se puede calcular el error como:

[30] Dra. Lucrecia Chaillau., Cálculo Numérico, 2008, abril 2014.
[31] L.R.H, Interpolación y ajuste de curvas, < http://fisica.udea.edu.co/~lab-gicm/Laboratorio%20Fisica%201_2011/2010_teoria%20de%20errores/Minimos_cuadrados_2010.pdf >,abril 2014.

$e = y - a_0 - a_1x$

es decir, es la diferencia entre el valor real de **(y)** y el valor aproximado, $a_0 + a_1x$ que predice la ecuación lineal.[32]

Cuantificación del error:

La media aritmética de una muestra se define como la suma de los datos individuales (Y_i) dividida entre el número de puntos. (m), o:

$y = \frac{\mathbf{Y_i}}{\mathbf{m}}$ de i = 1…m **Ec.2.14**

La desviación estándar (S) es la medida más común del espaciamiento de una muestra alrededor de la media: si las mediciones están muy espaciadas alrededor de la media, la desviación estándar será grande; si están agrupadas cerca de ella, será pequeña.

$S = \sqrt{\frac{S_t}{m-1}}$ donde **Ec.2.15**

$S_t = \sum(Y_i - y)^2$ **Ec.2.16**

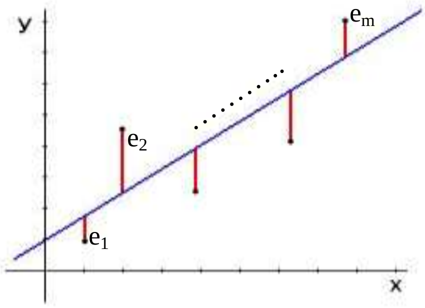
Donde St es la suma total de los cuadrados de los residuos entre los datos y una sola estimación de la medida de tendencia central (la media).

La varianza es el cuadrado de la desviación estándar. $S^2 = \frac{S_t}{m-1}$ **Ec.2.17**

[32] Dra. Lucrecia Lucia Ch., Regresión Lineal, 1[ra] edición 2008, abril 2014

Cuantificación del error de una regresión Lineal.

Los cuadrados de los residuos (Sr) representa el cuadrado de la distancia vertical entre los datos y la línea recta.[33]



Si se minimiza la suma de cuadrados de los residuos (Sr) se obtiene una mejor línea de ajuste, es decir.[34]

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} e_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - a_0 - a_1 x)^2$$

La desviación estándar para la línea de regresión se puede determinar por:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

Donde Sy/x es llamado el error estándar del estimado, la notación del subíndice “y/x" designa que el error es para un valor predicho de **Y** correspondiente a un valor particular de **X**; asimismo, se divide entre n-2 debido a los dos datos estimados (a_0 y a_1) que se usaron para calcular Sr; el error estándar de la estimación cuantifica la dispersión de los datos. Sin embargo, Sy/x cuantifica la dispersión alrededor de la línea de regresión.

[33] Ing. Salomón Ortiz Q., Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería, Junio 2014.
[34] Dra. Lucrecia Lucia Ch., Cálculo Numérico, 1ra edición 2008, diciembre, 08 del 2013.

Cuantificación del ajuste por mínimos cuadrados.

El Coeficiente de correlación (r) cuantifica la mejora o reducción del error originado por la representación de los datos por medio de una línea recta en vez de como un valor promedio. Antes de aplicar la regresión se calcula el St (suma total de los cuadrados alrededor de la media). Después de obtener la ecuación de la línea de regresión se calcula el Sr (suma de los cuadrados de los residuos alrededor de la recta de regresión), y para obtener (r) se aplica la siguiente ecuación.

$$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} \qquad \textbf{Ec.2.18}$$

r^2 = coeficiente de determinación. Para un ajuste perfecto Sr = 0 y $r^2 = 1$

Un coeficiente de correlación cercano a la unidad indicada un buen ajuste, mientras que si es próximo a cero, el ajuste es pobre.[35]

Método de mínimos cuadrados para el caso Polinomial

En la ingeniería, aunque algunos datos exhiben un patrón marcado, son pobremente representados por una línea recta, entonces una curva será la más adecuada para ajustarse a los datos; una alternativa es ajustar polinomios a los datos mediante regresión polinomial.[36]

Como ya hemos mencionado anteriormente, los polinomios son muy usados en los cálculos numéricos, por sus propiedades. La ecuación de un polinomio de grado n es:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n = \sum_{i}^{n} a_i x^i$$

---

[35] Ing. Salomón Ortiz Quintanilla, Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería, Junio 2014.
[36] Steven Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros, 5ta edición, mayo 2014.

Aplicando el método de los mínimos cuadrados. La curva propuesta es:

$y_p = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n + e$

Donde a_i son coeficientes y **e** es el error. Una estrategia es minimizar la suma de los cuadrados de los residuos (Sr), entre la diferencia de Y_i y $Y_{estimado}$ elevado al cuadrado representada a continuación.

$S_r = \sum e_i^2 = \sum(Y_i - Y_{i\ estimado})^2 = \sum(Y_i - a_0 - a_1x - a_2x_i^2 - \ldots - a_nx_i^n)^2$ **Ec.2.19**

Las derivadas parciales están dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial a_0} S_r = \frac{\partial}{\partial a_0} \sum(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \ldots - a_nx_i^n)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial a_1} S_r = \frac{\partial}{\partial a_1} \sum(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \ldots - a_nx_i^n)^2$$

…………………………………………………………

…………………………………………………………

$$\frac{\partial}{\partial a_n} S_r = \frac{\partial}{\partial a_n} \sum(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \ldots - a_nx_i^n)^2$$

Esto es:

$$\frac{\partial}{\partial a_0} S_r = -2 \sum(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \ldots - a_nx_i^n)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_1} S_r = -2 \sum(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \ldots - a_nx_i^n)$$

Y así sucesivamente hasta la n-ésima ecuación.

Igualando a 0 las ecuaciones tenemos:

$$\frac{\partial}{\partial a_0} S_r = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial a_1} S_r = 0 \ \ldots \ \frac{\partial}{\partial a_n} S_r = 0$$

Obteniendo los pasos siguientes, reordenando, para desarrollar el siguiente sistema de ecuaciones normales se tiene.[37]

$$a_0\,(m) + a_1 \sum x_i + a_2 \sum x_i^2 + \ldots + a_n \sum x_i^n = \sum y_i$$
$$a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 + a_2 \sum x_i^3 + \ldots + a_n \sum x_i^{n+1} = \sum y_i\, x_i$$
$$a_0 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i^3 + a_2 \sum x_i^4 + \ldots + a_n \sum x_i^{n+2} = \sum y_i\, x_i^2$$
$$a_0 \sum x_i^n + a_1 \sum x_i^{n+1} + a_2 \sum x_i^{n+2} + \ldots + a_n \sum x_i^{2n} = \sum y_i\, x_i^n$$

Todas las sumatorias son desde **i = 1 hasta m** (donde m es el número de puntos). Los coeficientes de las incógnitas se pueden evaluar de manera directa a partir de los datos observados. El sistema es lineal y puede resolverse por los métodos conocidos, en este caso se utilizará el método de Gauss Jordan.

Para este caso el error estándar del estimado para el ajuste de la curva se formula como:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{Sr}{m-(n+1)}} \qquad \textbf{Ec.2.20}$$

Esta cantidad es dividida entre m-(n+1), ya que (n+1) coeficientes (a0, a1,..., a_n) obtenidos de los datos los cuales se usaron para calcular Sr; así hemos perdido n+1 grados de libertad donde **n** es el grado del polinomio ajustado.[38]

Podemos escribir el sistema de ecuaciones normales en la forma:

$S_x a = S_{xy}$

[37] Ing. Salomón Ortiz Quintanilla, Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería, Junio 2014.
[38] Steven Chapra, Raymond P., Métodos Numéricos para Ingenieros, 5^{ta} edición, mayo 2014.

donde:

S_x: Matriz de sumatorias de potencias de x.

$$S_x = \begin{bmatrix} m & \sum x & \sum x^2 & \dots & \sum x^n \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \dots & \sum x^{n+1} \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \dots & \sum x^{n+2} \\ . & & & & \\ . & & & & \\ \sum x^n & \sum x^{n+1} & \sum x^{n+2} & \dots & \sum x^{2n} \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ . \\ . \\ a_n \end{bmatrix} \qquad S_{xy} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum yx \\ \sum yx^2 \\ . \\ . \\ \sum yx^n \end{bmatrix}$$

a: Vector de coeficientes.

S_{xy}: Vector de sumatorias de potencia de **x** con y's.

Para construir el sistema de ecuaciones y obtener un polinomio de grado n-1, los pasos son:

- Organizar la matriz de incógnitas y términos independientes.
- Se escribe el vector de términos independientes tomando en cuenta que la máxima potencia en X es n, el ajustar un polinomio a una serie de datos se conoce como Regresión Polinomial
- Por último se obtiene los coeficientes de la función: [39]

  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$.

[39] Ing. Salomón Ortiz Quintanilla, Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería, Junio 2014.

Utilizando el siguiente ejemplo se demuestra lo mencionado anteriormente para determinar el mejor ajuste de un polinomio:

Un ciclista que viaja en una carretera recta es cronometrado en algunos puntos para conocer que distancia recorre en un determinado tiempo. En la **Tabla 2.12** se dan los datos observados donde el tiempo (X) está dado en minutos y la distancia (Y) en metros, por medio de estos valores se calculará el mejor ajuste de aproximación, además se determinará que distancia recorrerá al cabo de 5.3 minutos.

X	3	3.2	3.4	3.59	4	4.3	4.59	5	5.2
Y	26.8	26.7	26.7	27.4	27.6	28.2	27.5	27	28.4

Tabla 2.12. Datos x, y para un ajuste de curva por aproximación funcional.

En el siguiente grafico se observa la secuencia de recorrido del ciclista.

3	3.2	3.4	..…………………………..5	5.2	5.3
26.8	26.7	26.7	………………………….27	28.4	?

Solución:

Considerando que el grado para la aproximación es 2, el sistema de ecuaciones es:

$$\begin{bmatrix} m & \sum x & \sum x^2 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum yx \\ \sum yx^2 \end{bmatrix}$$

Ec.2.21

Procedemos a realizar los cálculos correspondientes para el análisis de los valores obtenidos a continuación en la **Tabla 2.13.**

X	Y	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i*y_i	x_i^2*y	Y_i estimado	e= Y_i - Y_i estimado	e^2	$Y_i - y$	$(Y_i - y)^2$
3	26.8	9	27	81	80.4	241.2	26.6227	0.1773	0.03143529	-0.567	0.321
3.2	26.7	10.24	32.768	104.8576	85.44	273.408	26.849416	-0.149416	0.02232514	-0.667	0.444
3.4	26.7	11.56	39.304	133.6336	90.78	308.652	27.052124	-0.352124	0.12399131	-0.667	0.444
3.59	27.4	12.8881	46.26828	166.1031	98.366	353.13394	27.22245919	0.17754081	0.03152074	0.033	0.001
4	27.6	16	64	256	110.4	441.6	27.5162	0.0838	0.00702244	0.233	0.054
4.3	28.2	18.49	79.507	341.8801	121.26	521.418	27.667211	0.532789	0.28386412	0.833	0.694
4.59	27.5	21.0681	96.70258	443.8648	126.225	579.37275	27.76184119	-0.26184119	0.06856081	0.133	0.018
5	27	25	125	625	135	675	27.8095	-0.8095	0.65529025	-0.367	0.134
5.2	28.4	27.04	140.608	731.1616	147.68	767.936	27.796136	0.603864	0.36465173	1.033	1.068
Σ 36.28	**246.3**	**151.28**	**651.15**	**2883.50**	**995.55**	**4161.72**	**246.29**	**0.0**	**Sr = 1.58**	**2.4869E-14**	**St = 3.18**

Tabla 2.13. Datos obtenidos de los cálculos para su correspondiente análisis.

Los datos correspondientes al número de datos es: m = 9

entonces: $\sum x_i = 36.28$ $\sum x_i^2 = 151.28$ $\sum x_i^3 = 651.15$ $\sum x_i^4 = 2883.50$

$\sum y_i = 246.3$ $y = 27.36$ $\sum x_i * y_i = 995.55$ $\sum x_i^2 * y_i = 4161.72$

$\sum Y_i$ estimado = 246.29 $\sum e = 0$ $Sr = \sum e^2 = 1.58$ $St = \sum (Y_i - y)^2 = 3.18$

Tomando en cuenta la **Ecuación 2.21** se procede a conformar el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{vmatrix} 9 & 36.28 & 151.28 \\ 36.28 & 151.28 & 651.15 \\ 151.28 & 651.15 & 2883.50 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 246.3 \\ 995.55 \\ 4161.72 \end{vmatrix}$$

Donde resolviendo el sistema de ecuaciones mencionado anteriormente mediante el método de Gauss Jordan se obtiene la siguiente matriz aumentada.

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 9 & 36.28 & 151.28 & 246.3 \\ 36.28 & 151.28 & 651.15 & 995.55 \\ 151.28 & 651.15 & 2883.50 & 4161.72 \end{array}\right| \quad \text{Matriz 1}$$

Para conseguir los datos en la siguiente matriz se procede a multiplicar la primera fila de la matriz 1 por 1/9, de tal modo que se le haga 1 al número de la primera fila y primera columna.

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 4.03 & 16.8 & 27.36 \\ 36.28 & 151.28 & 651.15 & 995.55 \\ 151.28 & 651.15 & 2883.50 & 4161.72 \end{array}\right| \quad \text{Matriz 2}$$

Ahora se procede mediante el uso de los datos de la matriz 2 a multiplicar la fila 1 por -36.28 y sumarle la fila 2, el mismo procedimiento se realiza con la 3^{ra} fila pero multiplicándole por -151.28 para hacerle ceros a los datos bajo el pivote.

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 4.03 & 16.8 & 27.36 \\ 0 & 5.03 & 41.30 & 2.68 \\ 0 & 41.30 & 340.44 & 21.52 \end{array}\right| \quad \text{Matriz 3}$$

Se procede a multiplicar la 2^{da} fila de la matriz 3 por 1/5.03 para obtener como resultado la unidad que será el nuevo pivote.

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 4.03 & 16.8 & 27.36 \\ 0 & 1 & 8.19 & 0.53 \\ 0 & 41.30 & 340.44 & 21.52 \end{array}\right| \quad \text{Matriz 4}$$

Con el uso de los datos de la matriz anterior se procede a multiplicar la fila del pivote por -4.03 y sumarle la fila 1, mientras que para la fila 3 se realiza el mismo proceso, pero en este caso se multiplicara por -41.30 para hacerle ceros a los datos que están bajo y sobre el pivote.

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & -16.24 & 25.21 \\ 0 & 1 & 8.19 & 0.53 \\ 0 & 0 & 1.74 & -0.52 \end{array}\right| \quad \text{Matriz 5}$$

Ahora se obtendrá el pivote en la tercera fila, para lo cual se multiplicara por 1/1.74.

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & -16.24 & 25.21 \\ 0 & 1 & 8.19 & 0.53 \\ 0 & 0 & 1 & -0.3 \end{array}\right| \quad \text{Matriz 6}$$

Al multiplicar la fila del pivote por -8.19 y sumarle la segunda fila se hace cero el dato inmediato y multiplicando 16.24 por la tercera fila para posteriormente realizar la suma con respecto a la 1^{era} fila se obtiene.

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 20.33 \\ 0 & 1 & 0 & 2.99 \\ 0 & 0 & 1 & -0.30 \end{array}\right|$$

Como se puede observar al terminar los cálculos respectivos se obtiene el polinomio representativo.

$$a = \begin{array}{c} 20.33 \\ 2.99 \\ -0.30 \end{array}$$

Por consiguiente el polinomio de segundo grado es:

$$\mathbf{y = 20.33 + 2.99x - 0.30x^2}$$

Al remplazar X en la función representativa $y = 20.33 + 2.99x - 0.30x^2$ de los datos de la Tabla 2.12. se obtiene una nueva tabla con los valores estimados que se puede apreciar en la Tabla 2.14. estos datos se ajustan a la ecuación de segundo grado.

X	3	3.2	3.4	3.59	4	4.3	4.59	5	5.2
y_i estimado	26.62	26.84	27.05	27.22	27.51	27.66	27.76	27.80	27.79

Tabla 2.14. Datos de ajuste para un polinomio de segundo grado.

Para obtener la suma de los cuadrados de los residuos hacemos uso de la **Ec.2.19**

$S_r = \sum e_i^2 = \sum (Y_i - Y_i \text{ estimado})^2$

$S_r = 1.58$

Para la obtención del valor correspondiente al error estándar (Ec.2.20) del estimado con base en la regresión del polinomio se tiene.

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{m-(n+1)}}$$

donde:

Sr= sumatoria de los cuadrados de los residuos

m=9, número de datos

n=2, grado del polinomio

$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{m-(n+1)}}$ remplazando los datos se tiene:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{1.58}{9-(2+1)}} \quad \Rightarrow \quad S_{y/x} = 0.51$$

Mediante el uso de la **(Ec.2.16)** se determina el valor de la suma total de los cuadrados de los residuos entre los datos y una sola estimación de la medida de tendencia central (la media).

$S_t = \sum(Y_i - \mathbf{y})^2$ al remplazar se obtiene: $S_t = 3.18$

Se procede al cálculo del coeficiente de correlación por medio de la **Ec.2.18**.

$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}}$ entonces: $r = \sqrt{\frac{3.18-1.58}{3.18}}$ $\mathbf{= 0.70}$

Por lo tanto el coeficiente r^2 es igual al coeficiente de correlación r elevado al cuadrado, es decir: $r^2 = (0.70)^2 = 0.5$

Haciendo mención a la **Ec.2.15** se obtendrá el valor de la desviación estándar.

$S = \sqrt{\frac{\mathbf{S_t}}{\mathbf{m-1}}}$ por consiguiente se tiene: $S = \sqrt{\frac{\mathbf{3.18}}{\mathbf{9-1}}} = 0.63$

Para obtener el valor de la varianza se calcula el cuadrado de la desviación estándar por medio de la **E.c.2.17**.

$S^2 = \frac{\mathbf{S_t}}{\mathbf{m-1}}$ remplazando se obtiene: $S^2 = (0.63)^2 = 0.39$

A continuación se puede apreciar los valores para determinar el mejor ajuste para un polinomio de segundo grado.

Sr	**$S_{x/y}$**	**St**	**r**	**r^2**	**S**	**S^2**
1.58	0.51	3.18	0.70	0.5	0.63	0.39

Teniendo presente el ejemplo planteado se procede a la resolución del pronóstico para conocer que distancia recorrerá en X=5.3 minutos.

Remplazando este valor en la ecuación $\mathbf{y = 20.33 + 2.99x - 0.30x^2}$ se tiene:

$y = 20.33+2.99*(5.3)-0.30*(5.3)^2$

$y = 27.78$

De lo cual se concluye por medio de la comparación de las gráficas correspondientes a los datos de las siguientes tablas: **Tabla 2.12 y Tabla 2.14** respectivamente, donde la línea de color azul representa una Interpolación es decir la unión de todos los puntos, mientras que la línea de color rojo se ajusta al polinomio buscado en este caso de segundo grado, y por último en la línea de color verde se puede apreciar el pronóstico de la distancia recorrida en un tiempo de 5.3 minutos.

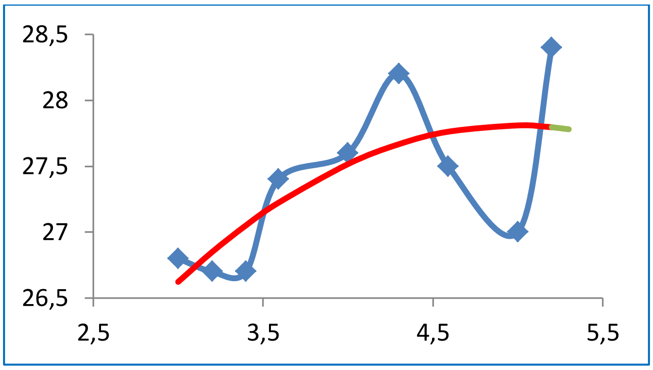


Figura 2.23. Solución gráfica por Aproximación Funcional

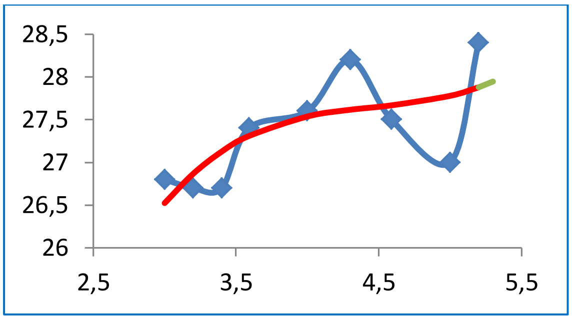
Haciendo mención al ejemplo planteado anteriormente se puede apreciar el sistema de ecuaciones para un polinomio de tercer grado.

$$\begin{vmatrix} m & \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 \\ \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 & \sum x^6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum y \\ \sum yx \\ \sum yx^2 \\ \sum yx^3 \end{vmatrix}$$

A continuación se obtiene el sistema de ecuaciones para conformar un polinomio de grado tres.

$$\begin{vmatrix} 9 & 36.28 & 151.28 & 651.15 \\ 36.28 & 151.28 & 651.15 & 2883.5 \\ 151.28 & 651.15 & 2883.5 & 13087.7 \\ 651.15 & 2883.5 & 13087.7 & 60652.7 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 246.3 \\ 995.55 \\ 4161.72 \\ 17951.75 \end{vmatrix}$$

Una vez realizados los correspondientes cálculos mediante el sistema se obtiene el polinomio y= 2.4346 +16.575x -3.6692x^2 +0.2736x^3 y su respectiva gráfica.



Al remplazar el valor de X=5.3 en la ecuación y= 2.4346 +16.575x -3.6692x^2 +0.2736x^3 se obtiene el pronóstico para el polinomio de tercer grado.

$$y= 2.4346+16.575*(5.3)-3.6692*(5.3)^2+0.2736*(5.3)^3$$

y=27.94

En la siguiente tabla se puede apreciar los valores para determinar el mejor ajuste para un polinomio de tercer grado.

Sr	**$S_{x/y}$**	**St**	**r**	**r^2**	**S**	**S^2**
1.54	0.55	3.18	0.71	0.51	0.63	0.39

En el siguiente sistema de ecuaciones se puede observar el modelo de aproximación para un polinomio de cuarto grado.

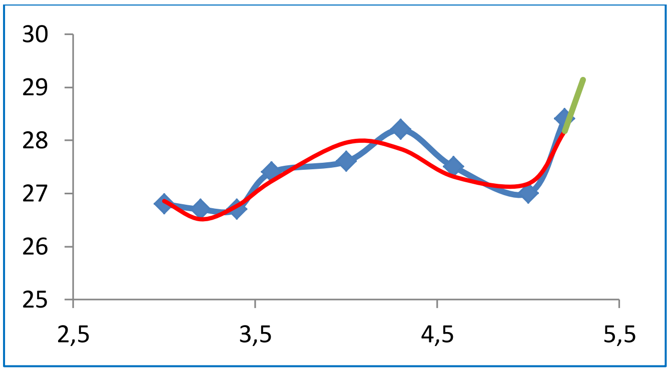
$$\left| \begin{array}{ccccc} m & \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 & \sum x^6 \\ \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 & \sum x^6 & \sum x^7 \\ \sum x^4 & \sum x^5 & \sum x^6 & \sum x^7 & \sum x^8 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \sum y \\ \sum yx \\ \sum yx^2 \\ \sum yx^3 \\ \sum yx^4 \end{array} \right|$$

A continuación se conforma el sistema para un polinomio de cuarto grado.

$$\begin{vmatrix} 9 & 36.28 & 151.28 & 651.15 & 2883.5 \\ 36.28 & 151.28 & 651.15 & 2883.5 & 13087.7 \\ 151.28 & 651.15 & 2883.5 & 13087.7 & 60652.7 \\ 651.15 & 2883.5 & 13087.7 & 60652.7 & 285982 \\ 2883.5 & 13087.7 & 60652.7 & 285982 & 1367661 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 246.3 \\ 995.55 \\ 4161.72 \\ 17951.75 \\ 79642.63 \end{vmatrix}$$

Al concluir con la resolución del sistema se determina el ajuste a un polinomio de cuarto grado y su correspondiente gráfico.

$$y= 647.36 -641.86x +245.19x^2 -40.997x^3 +2.5344x^4$$



Por medio de la ecuación $y= 647.36 -641.86x +245.19x^2 -40.997x^3 +2.5344x^4$ se obtendrá el pronóstico del polinomio de cuarto grado cuando X=5.3.

$$y= 647.36-641.86*(5.3)+245.19*(5.3)^2 -40.997*(5.3)^3+2.5344*(5.3)^4$$

$$y= 29.14$$

Los datos de la siguiente tabla reflejan los valores correspondientes al ajuste del polinomio de cuarto grado.

Sr	$S_{x/y}$	St	r	r^2	S	S^2
0.44	0.33	3.18	0.92	0.85	0.63	0.39

Análisis: tomando en cuenta los valores obtenidos de los polinomios de segundo, tercero y cuarto grado se llega a la conclusión que el polinomio de cuarto grado es el más adecuado en la aproximación, presentando un mejor ajuste a los datos establecidos en la **Tabla 2.12**, además, considerando que el coeficiente de correlación (r) es el más alto de todos (0.92) y (Sr) suma de los cuadrados de los residuos es menor (0.44).

2.6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Ecuación deferencial es una ecuación que relaciona dos o más variables en términos de derivadas o diferenciales.

Las ecuaciones diferenciales tienen importancia fundamental en las aplicaciones, ya que muchas leyes y relaciones físicas pueden idealizarse matemáticamente en la forma de estas ecuaciones.

Si en una ecuación diferencial hay una sola variable independiente las derivadas son totales y a la ecuación diferencial se le llama ordinaria. Por el contrario, si en la ecuación aparecen dos o más variables independientes, las derivadas serán parciales y la ecuación será diferencial parcial.

Dependiendo de cómo se establezcan las condiciones, se presentan dos tipos de problemas: los llamados de valores iniciales y los de valores en la frontera.

Un problema de valores iniciales está gobernado por una ecuación diferencial de orden n y un conjunto de n condiciones independientes. Un problema de valores a la frontera debe establecerse para condiciones iniciales y finales.

Por el contrario en los problemas de valores en la frontera deben establecerse condiciones de frontera en todo y cada uno de los puntos que constituyen la frontera del domino de soluciones del problema.

Básicamente la solución numérica de ecuaciones diferenciales consiste en sustituir el dominio continuo de soluciones por uno discreto formado por puntos aislados igualmente espaciados entre sí. [40]

Por lo tanto para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias por el método de Runge Kutta se tomará como ejemplo el siguiente modelo de ecuaciones:

$\mathbf{y' = c_1 * (c_2 + c_3 * x) * c_4 y^n}$.

donde:

c_1, c_2, c_3 y c_4, son valores constantes

n= número entero

2.6.1. Método de Runge Kutta

Los métodos de Runge-Kutta que resultan de modificar los métodos de Taylor para que el orden de cotas del error se conserve pero se elimine la necesidad de determinar y evaluar derivadas parciales de orden alto. La estrategia que sustenta estas técnicas consiste en aproximar un método de Taylor mediante un método que sea más fácil de evaluar; esta aproximación podría incrementar el error, pero se hace de manera que el incremento no ecceda el orden del error de truncamiento que ya presenta el método de Taylor. Como consecuencia, los nuevos errores no influyen significativamente en los cálculos.[41]

El método de Rungue-Kutta de segundo orden (que llamaremos RK2) simula la precisión del método de la serie de Taylor de orden N = 2. Aunque no es un método

---

[40] Rodolfo Luthe, Antonio Olivera, Fernando Schutz, Métodos Numéricos, 1era edición 1978, Marzo 2012

[41] J. Douglas Faires, Richard Burden, Métodos Numéricos, 3era edición 2004, Marzo 2012.

tan bueno como RK4, los razonamientos que nos conduce a su desarrollo son más fáciles de entender y sirven para ilustrar las ideas involucradas en los métodos de Runge-Kutta.[42]

El método sugiere que mediante procesos iterativos, se encuentre la solución de una ecuación diferencial ordinaria, expresada en forma tabular. La base teórica del método es el de aproximaciones sucesivas; y, luego del correspondiente análisis se obtiene las siguientes fórmulas.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta x}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_i + \frac{k_1 \Delta x}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_i + \frac{k_2 \Delta x}{2}\right)$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta x, y_i + k_3 \Delta x)$$

donde Δx es igual al incremento de x_i, (i=0,1,2…n)

Se debe tomar en cuenta que este proceso se lo puede realizar varias veces sin considerar ningún valor límite.[43]

En el siguiente ejemplo aplicando el método de Rungue Kutta se encontrara la solución de la siguiente ecuación diferencial ordinaria $y'=1/4(5-x)*y^2$, para aproximar y(0.9).

[42] John H. Matheus, Kurtis D. Fink, Métodos Numéricos con Matlab, 3era edición, Marzo 2012.
[43] Ing. Washington Medina, Métodos Numéricos, Marzo 2012.

Los datos para iniciar el proceso de solución son: $\mathbf{x_0=0}$, $\mathbf{y_0=1}$ y un incremento de $\Delta x=0.1$.

Con esto se procede a resolver lo indicado anteriormente aplicando la fórmula de Rungue Kutta.

$k_1 = ¼*(5-0)*(1)^2 = 1.25$

$$k_2 = ¼ *\left[5 - \left(0 + \frac{0.1}{2}\right|1 + \frac{0.1*1.25}{2}\right)\Big]^2 = 1.39$$

$$k_3 = ¼ *\left[5 - \left(0 + \frac{0.1}{2}\right|1 + \frac{0.1*1.39}{2}\right)\Big]^2 = 1.41$$

$$k_4 = ¼ *\left[5 - \left(0 + \frac{0.1}{2}\right|1 + \frac{0.1*1.41}{2}\right)\Big]^2 = 1.59$$

para el siguiente cálculo, los valores iniciales serán:

$\mathbf{x_1=0.1}$

$$y_1 = 1 + \frac{0.1}{6}[(1.25)+2*(1.39)+2*(1.41)+(1.59)] = 1.14$$

continuando con el mismo proceso de solución por el método de Rungue Kutta se obtiene los resultados mostrados en la siguiente **Tabla 2.15**.

K	X	Y	K1	K2	K3	K4
1	0.0	1.0	1.25	1.3970214...	1.4164193...	1.5965992...
2	0.1	1.1413	1.5954323...	1.8076337...	1.8391857...	2.1072055...
3	0.2	1.3245	2.1051474...	2.4274811...	2.4825163...	2.9064036...
4	0.3	1.5717	2.9024902...	3.4264066...	3.5317673...	4.2608716...
5	0.4	1.9231	4.2526931...	5.1881461...	5.4178845...	6.8346736...
6	0.5	2.4614	6.8154728...	8.7351773...	9.3438664...	12.684060...
7	0.6	3.389	12.633612...	17.580104...	19.809457...	30.998668...
8	0.7	5.3625	30.913034...	50.705089...	66.272784...	150.94230...
9	0.8	12.2927	158.66537...	424.42966...	1165.3188...	17010.661...
10	0.9	351.4398	126597.63...	4.5198057...	5.1726090...	2.6755884...

Tabla 2.15. Tabla de resultados por el método de Rungue Kutta.

2.7. Multimedia Educativa

En el ámbito de la computación el término multimedia es más nuevo y designa el uso de varios recursos o medios, como audio, video, animaciones, texto y gráficas en una computadora. Sin quedarse, sólo, en un collage de medios, al integrar los datos que puede manejar la computadora, la multimedia ofrece posibilidades de creatividad mediante los sistemas de computación.

- Multimedia: tecnología digital que integra diversos datos a través de la computadora.
- La Magia de Multimedia. Combinación de Imágenes, Movimiento y Sonido.
- Multimedia: capacidad de interactividad
- Multimedia una poderosa opción.
- Multimedia una alternativa en comunicación.
- Multimedia como medio de difusión.

La Multimedia se inicia en 1984. En ese año, Apple Computer lanzó la Macintosh, la primera computadora con amplias capacidades de reproducción de sonidos equivalentes a los de un buen radio AM. Esta característica, unida a que: su sistema operativo y programas se desarrollaron, en la forma que ahora se conocen como ambiente Windows, propicios para el diseño gráfico y la edición, hicieron de la Macintosh la primera posibilidad de lo que se conoce como Multimedia.

El ambiente interactivo inició su desarrollo con las nuevas tecnologías de la comunicación y la información, muy concretamente, en el ámbito de los juegos de video.

La evolución de las Nuevas Tecnologías de la Comunicación y la Información (NTC/NTI), con la incorporación de las computadoras a los medios electrónicos, los sistemas de comunicación por satélite, el teléfono, el fax y el celular, no acaban de asombrarnos. Se anuncian ya las redes de telecomunicación multimedia, que darán lugar al cambio más grande de todos los tiempos.

Los reportajes y las noticias de periódicos, radio y televisión son más expeditos, en vivo y en directo, gracias a estas tecnologías. La educación, la instrucción, la capacitación y el aprendizaje comienzan a impactarse con el uso de las mismas y a desarrollar alternativas, con aplicaciones de éstas, para tales procesos.

Las teleconferencias vía satélite, que aumentan posibilidades de cultura, educación, capacitación, información e instrucción, de modo interactivo; comienzan a ser más comunes y, con la infraestructura requerida, más al alcance de instituciones sociales.

La principal característica de las NTIC con la introducción de la computadora en ellas, es el cambio que introducen en la producción de la información y la comunicación, al dar lugar a una modificación de la edición de diferentes materiales y contenidos y al ampliar las posibilidades que las formas tradicionales de edición no tienen. Se acelera el proceso y propicia ahorro en recursos de tiempo, técnicos, humanos y económicos.

La información se constituye esencialmente por los datos externos de la realidad, que se interiorizan, por los datos de realidades, reales e irreales, que se reciben a través de las señales físicas transmitidas por un mensaje y que son interpretados y organizados, por el individuo, para constituirlos como guías de acción, intervención, participación o transformación

Pero aún dentro de este último uso, como medio de comunicación e información, la computadora presenta novedades. Una de esas novedades es la teleconferencia a través de redes conectadas de terminal a terminal con software de aplicaciones de escritorio.

Las características generales de estas novedades son:

1. La integración de texto escrito, gráficas, imagen (fija o en movimiento) y sonido.
2. La digitalización y
3. La interactividad.

La computadora y las programaciones permiten a los usuarios que recorran las aplicaciones como deseen, las repitan cuantas veces sea necesario, hagan comentarios, den respuestas, formulen preguntas y que la retroalimentación se almacene en una base de datos.

La multimedia educativa se ha encargado de buscar una metodología para el estudio, haciéndolo más interactivo y llamativo, con el fin de llamar la atención total de las personas, convirtiéndolo en una forma fácil de aprender, entreteniéndose e interactuando con el sistema de una manera divertida y emocionante.[44]

Figura 2.24. Multimedia Educativa

[44]http://peremarques.pangea.org/funcion.htm, Multimedia educativa, Enero 2011.

2.7.1. La tecnología multimedia

Gran parte del desarrollo de las modernas técnicas educativas se basa en el hecho de que cuantos más sentidos participen en el proceso de aprendizaje, más fácil será la asimilación y retención de los conocimientos. Comenzaron en los libros al diseñarse con más ilustraciones a todo color y posteriormente en las aulas complementando la exposición tradicional de las materias con la proyección de diapositivas, películas y vídeos. De esta forma, se intentaba facilitar la comprensión de las materias y, al mismo tiempo, aumentar la capacidad retentiva de los/as alumnos/as. De hecho las aplicaciones actuales van más allá de lo que suele expresar la frase: "Una imagen vale más que mil palabras", ya que, las tecnologías multimedia combinan sonidos, fotografías, vídeos, textos, etc. La pantalla se convierte en una zona de percepción en la que se sitúan elementos de diversa naturaleza y que responden, esencialmente a códigos visuales que comportan un aprendizaje y suponen el incremento de la competencia comunicativa en los usuarios.

2.7.2. Tipos de Programas Multimedia

- **Tutoriales.** Programas que en su mayor o menor medida, tutorizan el trabajo de los alumnos, pretenden que a partir de una información, y mediante la realización de actividades previstas de antemano, los estudiantes pongan en juego determinadas capacidades y aprendan o refuercen unos conocimientos y/o habilidades. Cuando sólo se limitan a proponer ejercicios se denominan Tutoriales de ejercitación. Son programas con planteamiento conductistas pues comparan las respuestas de los alumnos con patrones que tienen como correctos.

- **Bases de Datos.** Proporcionan unos datos organizados en un entorno estático según determinados criterios, y facilitan su exploración y consulta selectiva. Estas bases de datos pueden tener una estructura jerárquica, relacional o documental.
- **Simuladores.** Presentan un modelo o entorno dinámico y facilitan la exploración y modificación a los alumnos, que pueden realizar aprendizaje inductivos o deductivos mediante la observación y la manipulación de la estructura subyacente. Facilitan un aprendizaje significativo por descubrimiento.
- **Constructores.** Facilitan a los usuarios unos elementos simples con los cuáles pueden construir elementos más complejos o entornos. Potencian el aprendizaje heurístico (construcción de sus propios aprendizajes).
- **Herramienta.** Son programas que proporcionan un entorno instrumental con el cuál se facilita la realización de ciertos trabajos generales de tratamiento de la información: escribir, organizar, calcular, dibujar... (Procesadores de texto, Gestores de base de datos, Hojas de cálculo, Editores gráficos, etc.).

2.8. ¿Qué es el software libre?

Para entender lo que es el software libre deberemos remontarnos a las cuatro libertades que un usuario de un programa libre debe poseer con relación al mismo, tal y como fueron configuradas a través del movimiento GNU:

- La libertad de usar el programa, con cualquier propósito (libertad 0).
- La libertad de estudiar cómo funciona el programa, y adaptarlo a tus necesidades (libertad 1).
- La libertad de distribuir copias, con lo que puedes ayudar a tu vecino (libertad 2).

- La libertad de mejorar el programa y hacer públicas las mejoras a los demás, de modo que toda la comunidad se beneficie (libertad 3).

Esto significa que el usuario de software libre podrá ejecutar, copiar, distribuir, cambiar y mejorar los programas que utilice, aunque deberá tener en cuenta un pequeño pero importante matiz: eso no significa que todo está permitido. Este tipo de licencias tratarán por todos los medios de proteger dichas libertades, pero a su vez podrán establecer diferentes restricciones para garantizarla, tales como, obligar a mantener créditos originales del programa, o liberar aplicaciones que estén basadas en software libre mejorado.

Así pues, y tal como se nos expone en La Fundación para el Software Libre (FSL) del Proyecto GNU, un programa puede ser considerado como software libre si se cumplen determinadas condiciones, tales como:

"Los usuarios tienen todas estas libertades. Así pues, deberías tener la libertad de distribuir copias, sea con o sin modificaciones, sea gratis o cobrando una cantidad por la distribución, a cualquiera y a cualquier lugar. El ser libre de hacer esto significa (entre otras cosas) que no tienes que pedir o pagar permisos.

También deberías tener la libertad de hacer modificaciones y utilizarlas de manera privada en tu trabajo u ocio, sin ni siquiera tener que anunciar que dichas modificaciones existen. Si publicas tus cambios, no tienes por qué avisar a nadie en particular, ni de ninguna manera en particular.

La libertad para usar un programa significa la libertad para cualquier persona u organización de usarlo en cualquier tipo de sistema informático, para cualquier clase de trabajo, y sin tener obligación de comunicárselo al desarrollador o a alguna otra entidad específica.

La libertad de distribuir copias debe incluir tanto las formas binarias o ejecutables del programa como su código fuente, sean versiones modificadas o sin modificar (distribuir programas de modo ejecutable es necesario para que los sistemas operativos libres sean fáciles de instalar). Está bien si no hay manera de producir un binario o ejecutable de un programa concreto (ya que algunos lenguajes no tienen esta capacidad), pero debes tener la libertad de distribuir estos formatos si encontraras o desarrollaras la manera de crearlos.

Para que las libertades de hacer modificaciones y de publicar versiones mejoradas tengan sentido, debes tener acceso al código fuente del programa. Por lo tanto, la posibilidad de acceder al código fuente es una condición necesaria para el software libre.

Para que estas libertades sean reales, deben ser irrevocables mientras no hagas nada incorrecto; si el desarrollador del software tiene el poder de revocar la licencia aunque no le hayas dado motivos, el software no es libre".

2.8.1. Software Libre y su Aplicación Educativa

Para analizar las posibilidades que el Software Libre incorpora a la enseñanza, reflexionaremos sobre una serie de cuestiones en torno a la utilización educativa de las TIC.

Cabe mencionar que los diferentes recursos (tanto hardware como software) que se introducen en el contexto educativo conforman nuevas posibilidades, así pues: facilitan el acceso inmediato a nuevas fuentes de información, recursos y canales de comunicación; creación de recursos a través de diversas herramientas; utilización de aplicaciones interactivas para el aprendizaje; evaluación de alumnos; etc.

Sobre los fundamentos y razones a favor del uso del SL en las instituciones educativas, como por ejemplo, todo aquello que podemos enseñar con él.

Por otra parte no debemos olvidarnos que potencialmente puede ser utilizado en diferentes disciplinas, existiendo en diferentes Consejería de Educación diferentes objetos de aprendizaje para ser utilizados en distintas disciplinas de la enseñanza.[45]

2.9. Análisis de la herramienta JAVA y su entorno de Programación.

Java es un lenguaje de programación y la primera plataforma informática creada por Sun Microsystems en 1995. Es la tecnología subyacente que permite el uso de programas punteros, como herramientas, juegos y aplicaciones de negocios. Java se ejecuta en más de 850 millones de ordenadores personales de todo el mundo y en miles de millones de dispositivos, como dispositivos móviles y aparatos de televisión.

2.9.1. Características de JAVA

Lenguaje simple Java posee una curva de aprendizaje muy rápida. Resulta relativamente sencillo escribir applets interesantes desde el principio. Todos aquellos familiarizados con C++ encontrarán que Java es más sencillo, ya que se han eliminado ciertas características, como los punteros.

Orientado a objetos Java fue diseñado como un lenguaje orientado a objetos desde el principio. Los objetos agrupan en estructuras encapsuladas tanto sus datos como los métodos (o funciones) que manipulan esos datos.

[45] Julio Cabero Almenara, Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación, Marzo 2012

Distribuido Java proporciona una colección de clases para su uso en aplicaciones de red, que permiten abrir sockets y establecer y aceptar conexiones con servidores o clientes remotos, facilitando así la creación de aplicaciones distribuidas.

Interpretado y compilado a la vez Java es compilado, en la medida en que su código fuente se transforma en una especie de código máquina, los bytecodes, semejantes a las instrucciones de ensamblador.

Robusto Java fue diseñado para crear software altamente fiable. Para ello proporciona numerosas comprobaciones en compilación y en tiempo de ejecución.

Seguro Dada la naturaleza distribuida de Java, donde las applets se bajan desde cualquier punto de la Red, la seguridad se impuso como una necesidad de vital importancia.

Indiferente a la arquitectura Java está diseñado para soportar aplicaciones que serán ejecutadas en los más variados entornos de red, desde Unix a Windows pasando por Mac y estaciones de trabajo, sobre arquitecturas distintas y con sistemas operativos diversos.

Portable La indiferencia a la arquitectura representa sólo una parte de su portabilidad.

Multihebra Hoy en día ya se ven como terriblemente limitadas las aplicaciones que sólo pueden ejecutar una acción a la vez.

Dinámico El lenguaje Java y su sistema de ejecución en tiempo real son dinámicos en la fase de enlazado.

Produce applets Java puede ser usado para crear dos tipos de programas: aplicaciones independientes y applets.

2.9.2. La Máquina Virtual JAVA (MVJ)

Una Máquina virtual Java (en inglés Java Virtual Machine, JVM) es un máquina virtual de proceso nativo, es decir, ejecutable en una plataforma específica, capaz de interpretar y ejecutar instrucciones expresadas en un código binario especial (el bytecode Java), el cual es generado por el compilador del lenguaje Java.

2.9.3. Ediciones Java

- **Java Standard Edition (Java SE)**: es la edición que se emplea en computadoras personales (desktops y laptops).
- **Java Micro Edition** es la edición que se emplea en dispositivos móviles, tales como los teléfonos celulares.
- **Java Enterprise Edition** es la edición que se emplea para hacer aplicaciones empresariales, esto sería: acceso a base de datos (JDBC), utilización de directorios distribuidos (JNDI), acceso a métodos remotos (RMI/CORBA), funciones de correo electrónico (JavaMail), aplicaciones Web(JSP y Servlets)...etc.
- **Java Card** es la versión de Java enfocada a aplicaciones que se ejecutan en tarjetas de crédito con chip.[46]

2.10. Entorno de desarrollo NetBeans IDE 7.4

NetBeans IDE 7.4: es un entorno de desarrollo integrado libre, hecho principalmente para el lenguaje de programación Java. Existe además un número importante de módulos para extenderlo. La plataforma NetBeans permite que las aplicaciones sean desarrolladas a partir de un conjunto de componentes de software llamados módulos. Un módulo es un archivo Java que contiene clases de java escritas para interactuar

[46] http://www.unav.es/SI/manuales/Java/indice.html, Características de Java, Feb. 2011.

con las APIs de NetBeans y un archivo especial (manifest file) que lo identifica como módulo. Las aplicaciones construidas a partir de módulos pueden ser extendidas agregándole nuevos módulos. Debido a que los módulos pueden ser desarrollados independientemente, las aplicaciones basadas en la plataforma NetBeans pueden ser extendidas fácilmente por otros desarrolladores de software.[47]

2.11. Visual Paradigm For UML

Visual Paradigm es una herramienta CASE: Ingeniería de Software Asistida por Computación. La misma propicia un conjunto de ayudas para el desarrollo de programas informáticos, desde la planificación, pasando por el análisis y el diseño, hasta la generación del código fuente de los programas y la documentación.

El propósito de Visual Paradigm ha sido concebido para soportar el ciclo de vida completo del proceso de desarrollo del software a través de la representación de todo tipo de diagramas. Constituye una herramienta de software libre de probada utilidad para el analista.

Fue diseñado para una amplia gama de usuarios interesados en la construcción de sistemas de software de forma fiable a través de la utilización de un enfoque Orientado a Objetos.

Se caracteriza por:

- Software libre.
- Disponibilidad en múltiples plataformas.

---

[47]http://es.wikipedia.org/wiki/NetBeans, Entorno de desarrollo NetBeans, Sep. 2011.

- Diseño centrado en casos de uso y enfocado al negocio que genera un software de mayor calidad.
- Uso de un lenguaje estándar.
- Disponibilidad de múltiples versiones, para cada necesidad.[48]

[48] http://www.ecured.cu/index.php/Visual_Paradigm, Visual Paradigm Form UML, May. 2011.

CAPITULO III

DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA

3.1. Introducción

La incorporación de las TICs en la Educación, resulta un cambio para consolidar el proceso de enseñanza – aprendizaje. Por lo tanto, se presenta el interés de trabajar en el desarrollo de un simulador educativo para la asignatura de métodos numéricos.

En el presente capítulo, se presenta la problemática en la enseñanza de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones. Posteriormente se detalla la metodología de investigación, finalmente se describe el análisis de las encuestas aplicadas a los docentes y alumnos de la PUCESA, previo al desarrollo de la aplicación.

3.2. Problemática en la enseñanza de los Métodos Numéricos para la resolución de ecuaciones.

Los métodos numéricos representan metodologías que utilizan técnicas algebraicas y aritméticas para resolver de forma aproximada ecuaciones o sistemas de ecuaciones complejos. Cada uno de los métodos, posee una formula, bajo ciertas condiciones, que aplicada genera varias iteraciones en busca de la solución.

Ante la necesidad de resolver la gran variedad de ejercicios propuestos, la prioridad es encontrar el resultado deseado, que analíticamente resultan muy difíciles e incluso imposibles de resolver. Además, no resulta sencillo describir la gráfica de la solución.

3.3. Metodología

Se trabaja desde una metodología de investigación bibliográfica para la obtención de información preliminar y necesaria que sustente el desarrollo del simulador educativo.

Aplicando la metodología inductiva se analiza la problemática general que se presenta al impartir clases en la asignatura de Métodos Numéricos y se considera la necesidad de desarrollar un software educativo que facilite y mejore el proceso de enseñanza- aprendizaje en dicha materia.

Para obtener los datos que permita realizar un análisis preliminar del impacto que va a tener el desarrollo del software educativo se utiliza principalmente la observación y las encuestas.

Posteriormente en el desarrollo de la aplicación se emplea una metodología de programación, considerando que Java es un lenguaje de programación fuertemente tipiado, y que posee sus propias características de programación.

Por medio de la aplicación de estas metodologías se llega a entregar al usuario un software educativo funcional y útil.

3.4. Análisis de las Encuestas

ENCUESTA APLICADA A LOS DOCENTES DE LA PUCESA

Los docentes fueron encuestados para conocer su opinión sobre el desarrollo de un simulador educativo para la asignatura de Métodos Numéricos. Dicha encuesta se encuentra en el Anexo Nº 2.

El análisis de las respuestas obtenidas se interpreta a continuación.

1. ¿Conoce Ud. el uso y aplicación de las TIC?

Características	Frecuencia	%
SI	5	100
NO	0	0
TOTAL	5	100

Tabla 3.1. Uso y Aplicación de las TIC.

Fuente: Investigador

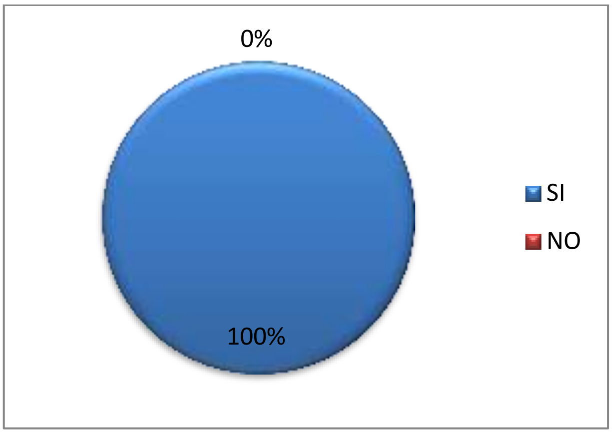


Figura 3.1. Uso y aplicación de las TIC

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

El 100% de los encuestados respondieron afirmativamente conocer sobre el uso y aplicación de las TIC.

2. ¿Utiliza las TIC para impartir su clase?

Características	Frecuencia	%
SI	5	100
NO	0	0
TOTAL	5	100

Tabla 3.2. Utilización de las TIC en clase.

Fuente: Investigador

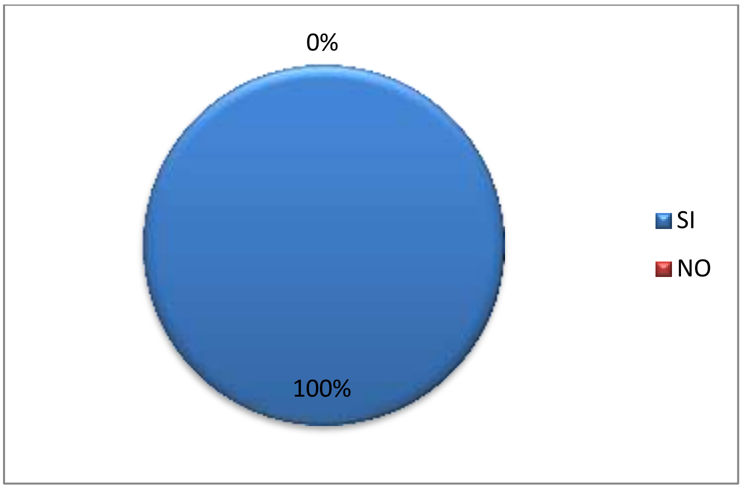


Figura 3.2. Aplicación de las TIC.

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

En cuanto al uso de las TIC para impartir clases, el 100%de los docentes encuestados afirmaron utilizar como una herramienta de apoyo alternativa para la enseñanza de los diversos contenidos.

3. ¿Dispone o utiliza algún software multimedia relacionado a procesos matemáticos para la enseñanza-aprendizaje?

Características	**Frecuencia**	**%**
SI	1	20
NO	4	80
TOTAL	5	100

Tabla 3.3. Software en la enseñanza-aprendizaje

Fuente: Investigador

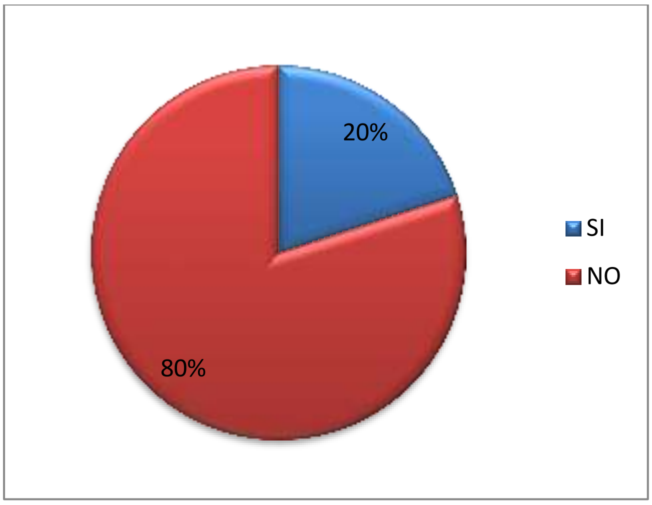


Figura 3.3. Uso de Software Multimedia para la enseñanza-aprendizaje

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

El 80% de los docentes encuestados manifiestan que no hacen uso de una herramienta educativa en la enseñanza-aprendizaje relacionado a procesos matemáticos ya que actualmente no disponen, sin embargo el porcentaje restante si hacen uso de la misma.

4. ¿Considera Ud. que el uso de un simulador educativo multimedia en el área de matemáticas facilitaría y mejoraría el proceso de enseñanza-aprendizaje?

Características	**Frecuencia**	**%**
SI	5	100
NO	0	0
TOTAL	5	100

Tabla 3.4. Uso de un simulador matemático en el proceso de solución

Fuente: Investigador

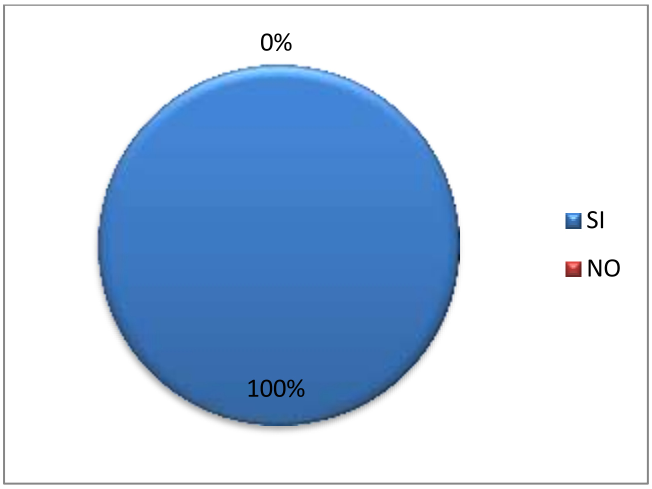


Figura 3.4. Uso de un simulador matemático en el proceso de solución

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

La totalidad de docentes encuestados consideran que es factible el uso de un software educativo en aprendizaje, para reforzar los conocimientos mediante ejemplos con el uso del simulador.

5. ¿Piensa Ud. que sería importante el uso de un computador al impartir su clase?

Características	Frecuencia	%
SI	5	100
NO	0	0
TOTAL	5	100

Tabla 3.5. Uso del computador en clase

Fuente: Investigador

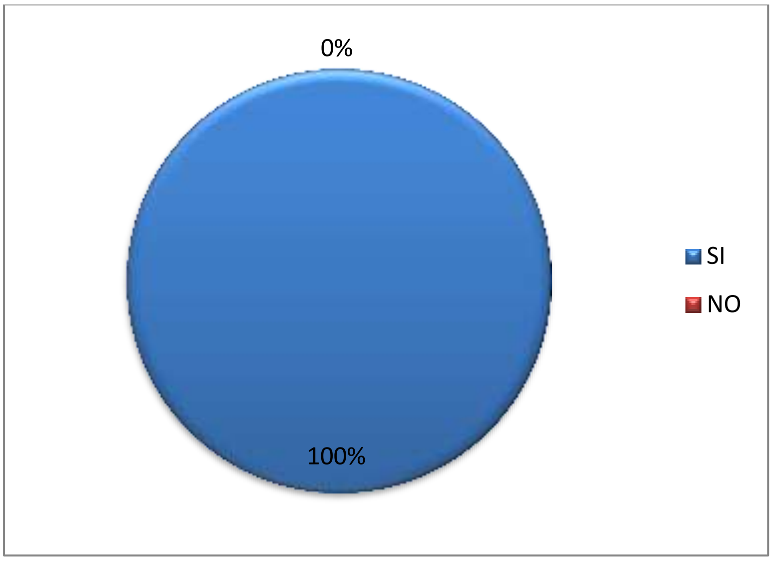


Figura 3.5. Uso del computador en clase

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

En la encuesta planteada sobre el uso del computador al impartir la clase, el 100% de los docentes encuestados considera que sí es necesario y resulta de mucha utilidad para el aprendizaje.

6. ¿Cree Ud. que sería necesario un software educativo para la verificación gráfica y matemática de los resultados?

Características	**Frecuencia**	**%**
SI	5	100
NO	0	0
TOTAL	5	100

Tabla 3.6. Software para verificación y gráficas de procesos matemáticos

Fuente: Investigador

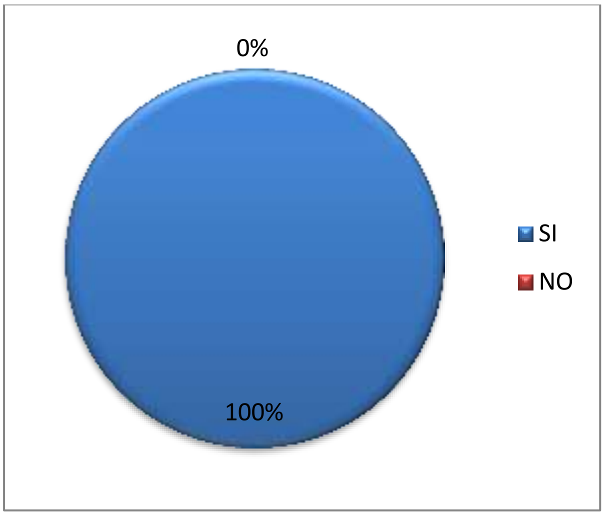


Figura 3.6. Software para verificación y gráficas de procesos matemáticos

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

La totalidad del 100% de docentes encuestados consideran que es necesario utilizar un software educativo para el cálculo de procesos numéricos, que facilite el cálculo y graficación de las soluciones de los resultados obtenidos.

7. ¿Piensa Ud. que al emplear un software educativo llamaría más la atención del estudiante en el aprendizaje?

Características	**Frecuencia**	**%**
SI	4	80
NO	1	20
TOTAL	5	100

Tabla 3.7. Software para llamar la atención del estudiante en clase

Fuente: Investigador

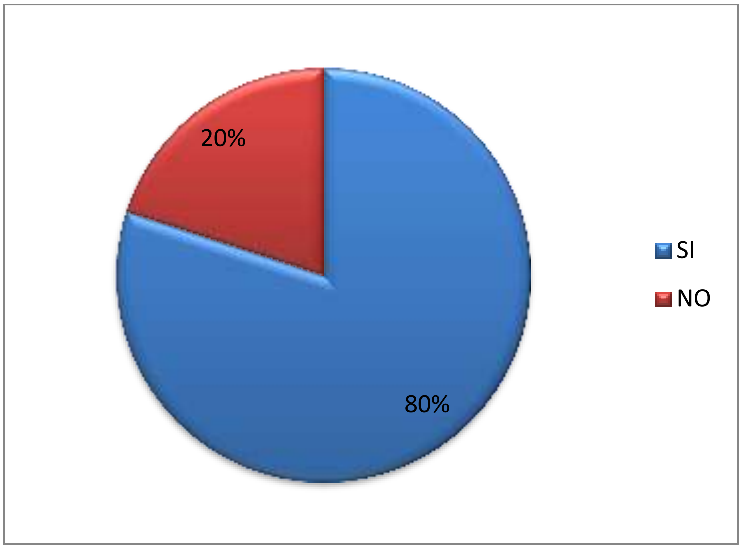


Figura 3.7. Software para llamar la atención del estudiante en clase

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

La mayoría de docentes encuestados, que corresponde a un 80% afirman que la utilización de un software multimedia despertaría el interés del alumno al momento de adquirir conocimientos, sin embargo el 20% restante tienen una idea negativa al momento de utilizar software multimedia en el aprendizaje de los estudiantes.

8. ¿Valora la importancia de un software educativo matemático al impartir su metodología de enseñanza?

Características	Frecuencia	%
Útil	5	100
Poco útil	0	0
TOTAL	5	100

Tabla 3.8. Importancia del uso de software matemático

Fuente: Investigador

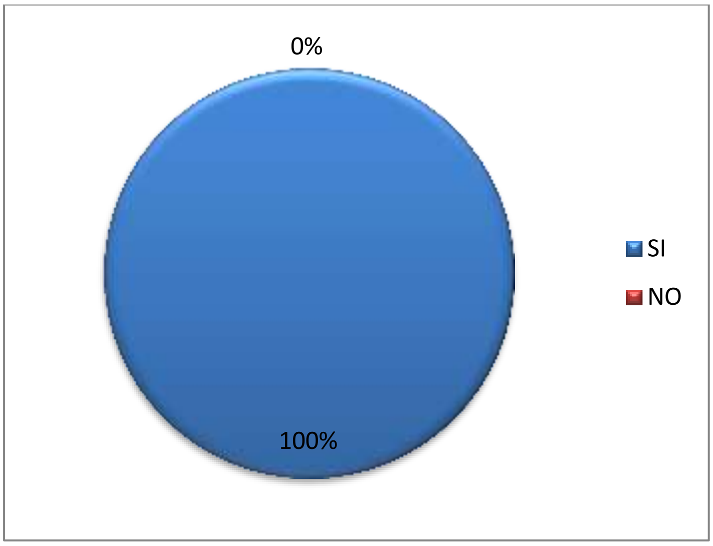


Figura 3.8. Importancia del uso de software matemático

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

En los resultados obtenidos el 100% de los docentes encuestados mencionan lo importante y útil que es utilizar una herramienta que ayude en la enseñanza.

ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES DE LA PUCESA

Con la finalidad de conocer la opinión sobre la necesidad de desarrollar un simulador educativo para la materia de métodos numéricos, un porcentaje de los señores estudiantes fueron encuestados, ver Anexo Nº2.

A continuación se detalla los resultados obtenidos.

1. ¿Cuál es el grado de familiarización que usted posee, con respecto al uso de software educativo?

Características	**Frecuencia**	**%**
Alto	2	20
Medio	4	40
Bajo	1	10
Ninguno	3	30
TOTAL	10	100

Tabla 3.9. Familiarización y uso de software educativo

Fuente: Investigador

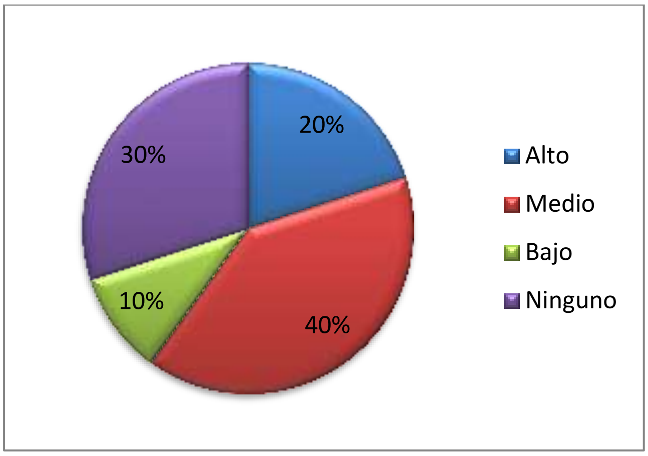


Figura 3.9. Familiarización y uso de software educativo

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

Con respecto a la familiarización sobre el uso de software un 40% se encuentra en un nivel medio, mientras que por falta de conocimiento desconocen su uso en un 30%, sin embargo se considera que un 20% se familiariza bien con la herramienta, y finalmente un 10% no hacen uso adecuado y no se encuentran en un ambiente de trabajo educativo.

2. ¿Alguna vez ha utilizado algún simulador educativo?

Características	Frecuencia	%
SI	3	30
NO	7	70
TOTAL	10	100

Tabla 3.10. Ha utilizado algún simulador educativo

Fuente: Investigador

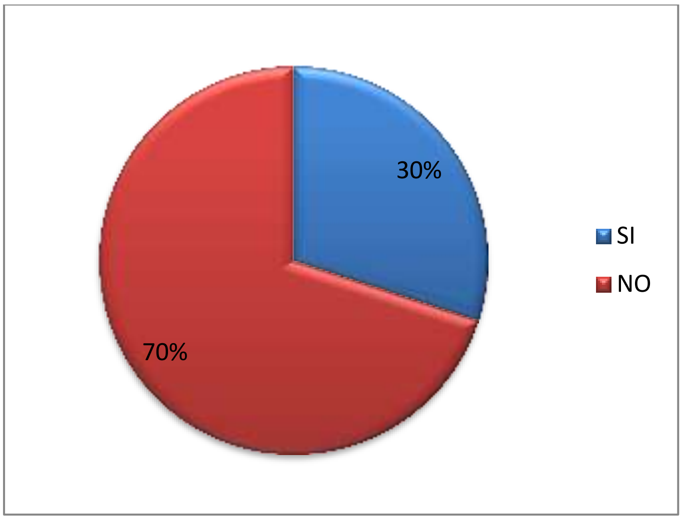


Figura 3.10. Ha utilizado algún simulador educativo

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

El 70% de los alumnos encuestados, confirman que no han utilizado un software educativo por temor al desconocimiento y existencia de simuladores que hacen posible el mejoramiento y al mismo tiempo permite reforzar los conocimientos en la práctica, sin embargo el porcentaje restante del total de encuestados correspondiente al 30% tienen conocimiento del uso de simuladores educativos en distintas áreas del aprendizaje educativo tales como los siguientes software: MAPLE y el más utilizado y conocido MatLab, que gracias a sus características y fácil uso permite resolver procesos matemáticos con su correspondiente gráfico.

3. **¿Piensa Ud. que en la actualidad es necesario que el docente haga uso de herramientas tecnologicas para impartir las clases.?**

Características	Frecuencia	%
SI	8	80
NO	2	20
TOTAL	10	100

Tabla 3.11. Uso de herramientas tecnológicas en la actualidad

Fuente: Investigador

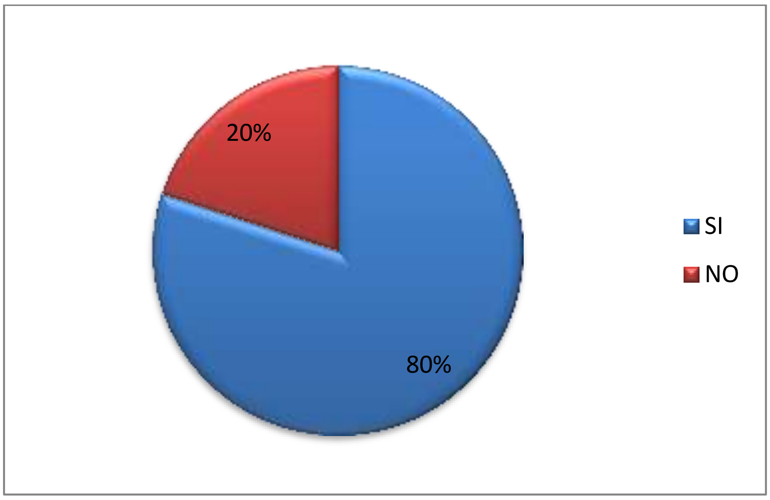


Figura 3.11. Uso de herramientas tecnológicas en la actualidad

ANÁLISIS

El 80% de los alumnos encuestados, afirman que hoy en día es muy importante el uso de la tecnología como parte del aprendizaje ya que estamos en una época en la que la tecnología es parte de nuestro trabajo y estudio, mientras el porcentaje restante y correspondiente al 20% de los estudiantes encuestados piensan que el uso de una herramienta tecnológica no es muy factible por la falta de conocimiento.

4. **¿Considera Ud. que el uso de un software educativo le ayudaría en su aprendizaje, particularmente en la asignatura de Métodos Numéricos?**

Características	Frecuencia	%
SI	8	80
NO	2	20
TOTAL	10	100

Tabla 3.12. Software educativo en el aprendizaje

Fuente: Investigador

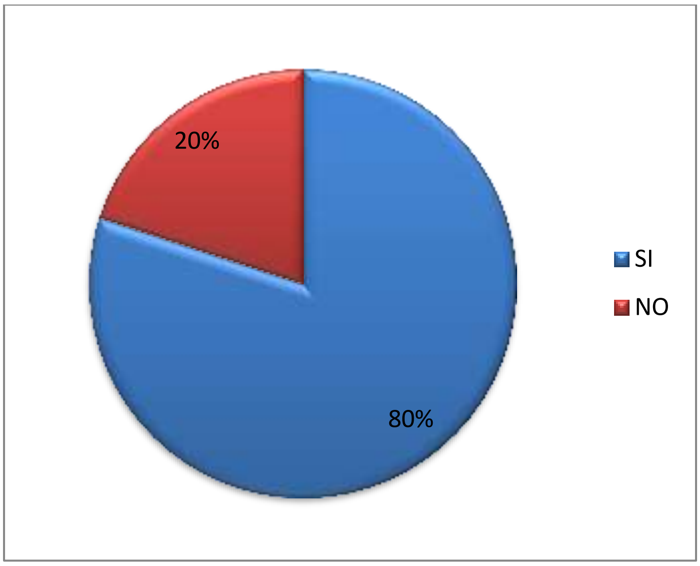


Figura 3.12. Software educativo en el aprendizaje

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

La mayoría correspondiente al 80% de estudiantes encuetados consideran importante el uso de una herramienta educativa particularmente en métodos numéricos que les permita verificar los resultados de una ecuación mediante datos y en forma gráfica considerando una ayuda en su proceso académico de aprendizaje, mientras que el 20% consideran inoportuno el uso de un software matemático en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

5. **¿El tiempo que el docente emplea en la resolución de ejercicios manualmente es?**

Características	Frecuencia	%
Muy Satisfactorio	2	20
Satisfactorio	3	30
Poco Satisfactorio	5	50
TOTAL	10	100

Tabla 3.13. Tiempo en resolución de ejercicios matemáticos

Fuente: Investigador

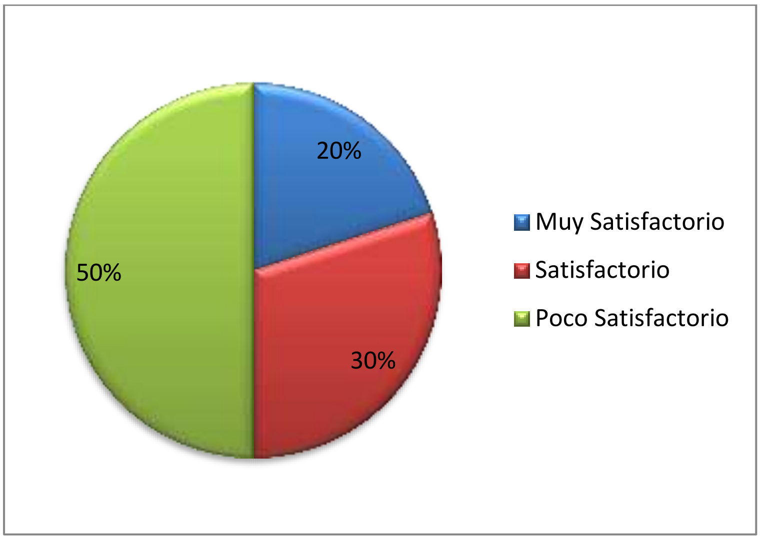


Figura 3.13. Tiempo en resolución de ejercicios matemáticos

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

En cuanto al tiempo que el docente emplea en la resolución de ejercicios manualmente, el 50% de los alumnos de la escuela de Ingeniería en Sistemas, manifiestan que dicho tiempo es poco satisfactorio

6. **¿Estaría de acuerdo si el docente imparte su clase con la ayuda de un software multimedia para reforzar su conocimiento?**

Características	**Frecuencia**	**%**
SI	9	90
NO	1	10
TOTAL	10	100

Tabla 3.14. Uso del Software para reforzar los conocimientos.

Fuente: Investigador

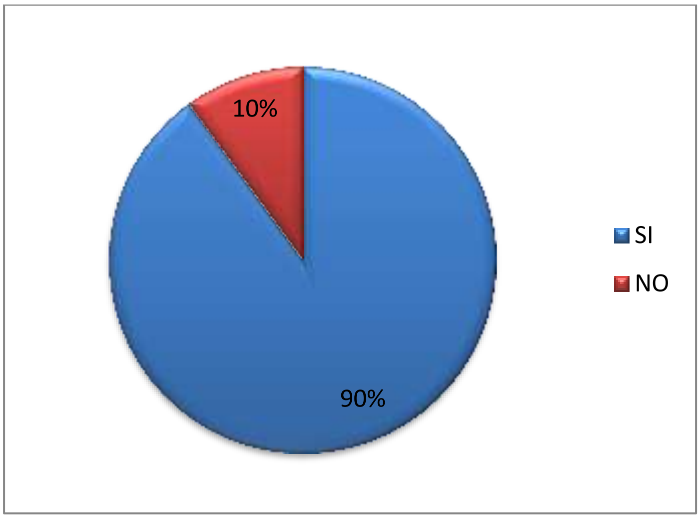


Figura 3.14. Uso del Software para reforzar los conocimientos.

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

El 90% de los alumnos encuestados, considera que es muy satisfactorio en su mayoría el uso de software para reforzar el conocimiento en los estudiantes, ya que con ejercicios prácticos tendrán la oportunidad de mejorar su intelecto y capacidad educativa, mientras tanto el sobrante de los estudiantes encuestados hacen mención que no es necesario el uso de Software en clase, ya que los conocimientos obtenidos por parte del docente son suficientes, pero cabe recalcar que mediante la ayuda de un software educativo enriquece nuestro conocimiento y saber.

7. **¿Piensa Ud. que el docente podrá mejorar el conocimiento difundido en clase con el uso de software considerando los beneficios que trae?**

Características	Frecuencia	%
SI	9	90
NO	1	10
TOTAL	10	100

Tabla 3.15. Aporte al aprendizaje mediante el uso de software.

Fuente: Investigador

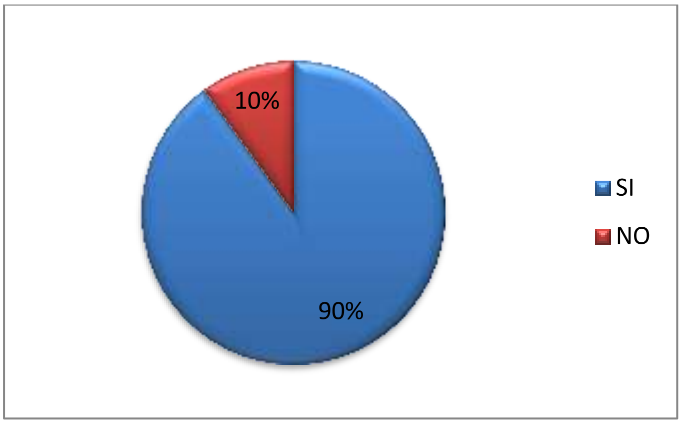


Figura 3.15. Aporte al aprendizaje mediante el uso de software.

Fuente: Investigador

ANÁLISIS

Mencionando el aporte que un software puede dar mediante su uso en el aprendizaje un 90% de los alumnos, afirman que se ahorraría tiempo ya que se podría tocar algún tema de mucha importancia para el desarrollo del aprendizaje, al mismo tiempo se incrementará la motivación y atención del estudiante para mejorar la calidad de enseñanza-aprendizaje durante la clase impartida por el docente.

Mediante los resultados obtenidos de las encuestas aplicadas a docentes y estudiantes de la PUCESA, se concluye que el desarrollo del simulador ayudará al proceso enseñanza–aprendizaje en la comprensión y verificación de los resultados en los diferentes métodos de sistemas de ecuaciones reforzando los conocimientos dentro de la asignatura de Métodos numéricos y mejorando su intelecto y capacidad educativa.

CAPITULO IV

DESARROLLO DE UN SIMULADOR EDUCATIVO PARA EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA DE MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZANDO SOFTWARE LIBRE

4.1. Introducción

En el presente capítulo se presenta un análisis de la herramienta empleada en el desarrollo del software educativo.

Posteriormente se detalla los procesos de análisis, diseño y desarrollo del simulador educativo denominado SIMMN "Simulador Multimedia de Métodos Numéricos". Para el desarrollo del simulador educativo se siguió una metodología orientada a objetos basada en el Proceso Unificado de Desarrollo de Software (RUP), metodología que proporciona un enfoque secuencial y disciplinado que se caracteriza por ordenar rigurosamente las etapas del ciclo de vida del desarrollo del software y dado que el comienzo de cada etapa debe esperar a la finalización de la inmediata anterior.

Finalmente se describe la etapa de pruebas, demostrando su grado de funcionalidad.

4.2. Proceso de Análisis

4.2.1. Descripción de requerimientos del simulador educativo SIMMN

Previo la aplicación de encuestas realizadas a los alumnos y docentes de la Escuela de Sistemas de la PUCESA y mediante un análisis del contenido teórico que se imparte en la materia de Métodos Numéricos se identificó los siguientes requerimientos:

- Definición del Hardware y Software
- Identificación de procesos del Software a desarrollar
- Cálculo de Solución de Polinomios
- Cálculo y grafico de Interpolación Polinomial
- Cálculo y grafico tentativo de resultados de Integración Numérica
- Cálculo y grafico tentativo de resultados de Aproximación Funcional
- Cálculo por la Ecuación Diferencial Ordinaria

4.2.2. Metas

- Resolver cálculos de integrales, operaciones de raíces, polinomios, interpolaciones, aproximación funcional y ecuaciones diferenciales ordinarias en la asignatura de Métodos Numéricos.
- Diseñar un simulador didáctico para el aprendizaje en la solución de ecuaciones de la asignatura de métodos numéricos.

4.2.3. Descripción de Funciones

Solución de Polinomios

F1. Resolución del Método de Investigación.

Formula: $r_{máx} = \sqrt{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 - 2 * \frac{a_3}{a_1}}$

F2. Resolución del Método de Interpolación.

Formula:

$$\frac{F(x1)}{\varepsilon} = \frac{F(x2)}{x2 - x1 - \varepsilon} \Rightarrow \mathbf{F(x1)\,[(x2 - x1) - \varepsilon] = F(x2)\varepsilon}$$

$$\mathbf{F(x1)(x2 - x1) - F(x1)\,\varepsilon = F(x2)\,\varepsilon \Rightarrow F(x1)(x2 - x1) = F(x2)\varepsilon + F(x1)\varepsilon}$$

F3. Resolución del Método de Newton Raphson.

Formula: $x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$

Interpolación Polinomial

F4. Resolución de Interpolación de Lagrange.

Formula:

$$y = \sum_{i=1}^{n} \frac{\prod_{j=1}^{n}(x - x_j)}{\prod_{j=1}^{n}(x_i - x_j)} * y_i \text{ donde } j \neq i$$

$$y = \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)\ldots\ldots\ldots(x-x_n)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)\ldots\ldots\ldots(x_1-x_n)}y_1 +$$

$$\frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)\ldots\ldots\ldots(x-x_n)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)\ldots\ldots\ldots(x_2-x_n)}y_2 +$$

$$\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)\ldots\ldots\ldots(x-x_n)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)\ldots\ldots\ldots(x_3-x_n)}y_3 + \ldots +$$

$$\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\ldots\ldots\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_1)(x_n-x_2)(x_n-x_3)\ldots\ldots\ldots(x_n-x_{n-1})}y_n$$

Integrales Numéricas

F5. Resolución por la Formula del Trapecio.

Formula:

$$A = \frac{h}{2}(y_0 + y_n + 2 \sum \text{resto de ordenadas})$$

F6. Resolución por la Formula de Simpson 1/3.

Formula:

$$A = \frac{h}{3}\,(y_0 + y_n + 2 \sum \text{ordenadas pares} + 4 \sum \text{ordenadas impares})$$

F7. Resolución por la Formula de Simpson 3/8.

Formula:

$$A = \frac{3}{8}\,h\,(y_0 + y_n + 2 \sum \text{ordenadas múltiplos de } 3 + 3 \sum \text{resto de ordenadas})$$

Aproximación Funcional

F8. Resolución por Aproximación Funcional.

Formula: $y = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots.. + a_nx^m$

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

F9. Resolución por el Método de Runge Kutta

Formula: $y_{(0)}^{\ t} = y_{(0)}^{\ i} + \frac{\Delta x}{\mathbf{6}}\,(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

4.2.4. Definición de actores

En el simulador educativo de la materia de Métodos Numéricos existe el actor: usuario, quien hará uso de la herramienta para el cálculo de las ecuaciones.

Nombre	Descripción
Usuario	Persona (Docente o estudiante) quién hará uso de la herramienta en el procesos de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Métodos Numéricos.

Tabla 4.1. Definición de Actores

Fuente: Investigador

4.2.5. Diagrama de Casos de Uso General

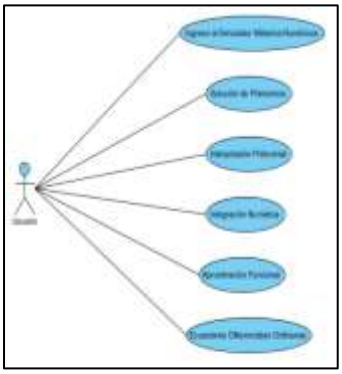


Figura 4.1. Diagrama de Caso de Usos

Fuente: Investigador

4.2.5.1. Casos de uso

En la Figura 4.1 se visualizan las acciones que el usuario (docente y estudiante) realizan mediante el cálculo de la ecuación en la asignatura de métodos numéricos, las cuales se detallan a continuación.

Solución de Polinomios

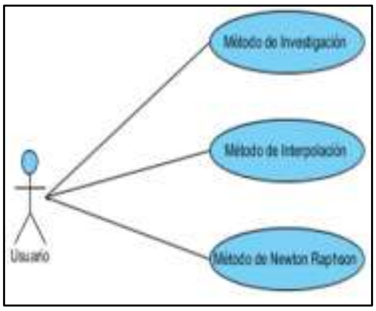


Figura 4.2. Diagrama de Caso de Uso Solución de Polinomios

Fuente: Investigador

Método de Investigación

Nombre: Método de Investigación

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación del polinomio y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general el método a calcular (método de investigación), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado del polinomio el cual está en el rango de (2 a 7) y la ecuación a calcular, luego se procede a ingresar un decremento y un valor inicial para X, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de la solución de polinomios por el método de investigación se aplican las siguientes funciones: F1.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Método de Investigación)	
	2. Visualiza la ventana del método de investigación.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: grado del polinomio, ecuación, decremento y valor inicial en X.	
4. EL usuario selecciona el botón calcular.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.2. Curso de Eventos por el Método de Investigación

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea el método de investigación. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar datos erróneos o desea ingresar datos para una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Método de Interpolación

Nombre: Método de Interpolación

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación del polinomio y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general el método a calcular (método de interpolación), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado del polinomio el cual está en el rango de (2 a 7) y la ecuación a calcular, luego se procede a ingresar el límite izquierdo y derecho de X, finalmente calcula y visualiza resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de la solución de polinomios por el método de interpolación se aplican las siguientes funciones: F2.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Método de Interpolación)	
	2. Visualiza la ventana del método de Interpolación.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: grado del polinomio, ecuación, límite izquierdo, límite derecho.	
4. EL usuario selecciona el botón calcular.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.3. Curso de Eventos por el Método de Interpolación

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea el método de Interpolación. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Método de Newton Raphson

Nombre: Método de Newton Raphson

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación del polinomio y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general el método a calcular (Método de Newton Raphson), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado del polinomio el cual está en el rango de (2 a 7) y la ecuación a calcular, luego se procede a ingresar un valor inicial de X, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de la solución de polinomios por el método de Newton Raphson se aplican las siguientes funciones: F3.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Método de Newton Raphson)	
	2. Visualiza la ventana del método Newton Raphson.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: grado del polinomio, ecuación, y valor inicial en X.	
4. EL usuario selecciona el botón calcular.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.4. Curso de Eventos Solución por el Método de Newton Raphson

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea el método de Newton Raphson. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Interpolación Polinomial

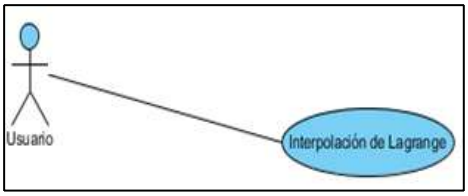


Figura 4.3. Diagrama de Caso de Uso Interpolación Polinomial

Fuente: Investigador

Interpolación de Lagrange

Nombre: Interpolación de Lagrange

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación de Interpolación y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general el método a calcular (Interpolación de Lagrange), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el número de datos para la función X, Y, luego se procede a ingresar el valor a interpolar, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de Interpolación Polinomial de Lagrange se aplican las siguientes funciones: F4.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Interpolación de Lagrange)	
	2. Visualiza la ventana de Interpolación de Lagrange.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: número de datos para la función X, Y, el valor a ser interpolado, ingreso de datos para la función X , Y.	
4. EL usuario selecciona el botón calcular.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.5. Curso de Eventos por Interpolación de Lagrange

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. Si el usuario selecciona de forma errónea otro método, existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Integración Numérica

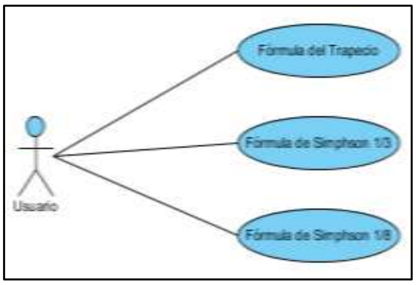


Figura 4.4. Diagrama de Caso de Uso Integración Numérica

Fuente: Investigador

Fórmula del Trapecio

Nombre: Fórmula del Trapecio

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación por la fórmula del Trapecio y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general la integral a calcular (Integración por la Fórmula del Trapecio), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado del Polinomio y ecuación a calcular, luego se procede a ingresar el límite inferior y límite superior, además el número de pares ordenados, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de Integración por la Fórmula del Trapecio se aplican las siguientes funciones: F5.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Fórmula del Trapecio)	
	2. Visualiza la ventana de Integración por la fórmula del trapecio.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: grado del polinomio y ecuación a calcular, ingresar el límite inferior y superior, luego ingresar el número de pares ordenados.	
4. EL docente o estudiante selecciona calcular y gráfico aproximado.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación y gráfico tentativo.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.6. Curso de Eventos por la Fórmula del Trapecio

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea la Integral a calcular. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$

Nombre: Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación por la fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$ y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general la integral a calcular (Integración por la Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado del Polinomio y ecuación a calcular, luego se procede a ingresar el límite inferior y límite superior, además el número de pares ordenados, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de Integración por la Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$ se aplican las siguientes funciones: F6.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$)	
	2. Visualiza la ventana de Integración por la fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: grado del polinomio y ecuación a calcular, ingresar el límite inferior y superior, luego ingresar el número de pares ordenados.	
4. EL usuario selecciona calcular y gráfico aproximado.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación y gráfico tentativo.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.7. Curso de Eventos por la Fórmula de Simpson 1/3

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea la Integral a calcular. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$

Nombre: Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación por la fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$ y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general la integral a calcular (Integración por la Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado del Polinomio y ecuación a calcular, luego se procede a ingresar el límite inferior y límite superior, además el número de pares ordenados, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de Integración por la Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$ se aplican las siguientes funciones: F7.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$)	
	2. Visualiza la ventana de Integración por la fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: grado del polinomio y ecuación a calcular, ingresar el límite inferior y superior, luego ingresar el número de pares ordenados.	
4. EL usuario selecciona calcular y gráfico aproximado.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación y gráfico tentativo.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.8. Curso de Eventos por la Fórmula de Simpson 3/8

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea la Integral a calcular. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Aproximación Funcional

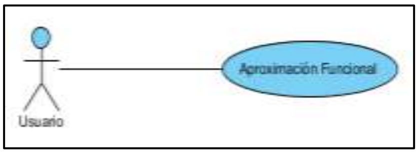


Figura 4.5. Diagrama de Caso de Uso Aproximación Funcional
Fuente: Investigador

Nombre: Aproximación Funcional

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación por aproximación y verificar su resultado.

Resumen: El usuario selecciona del menú general la opción de aproximación funcional a calcular, a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el número de elementos para la función X, Y, ingresar datos en la tabla de la función X, Y, luego ingresar el grado del Polinomio a calcular, finalmente calcula y visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de aproximación funcional se aplican las siguientes funciones: F8.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (Aproximación Funcional)	
	2. Visualiza la ventana de Aproximación Funcional.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: número de elementos para la función X, Y, ingresar datos para la tabla de la función X, Y, grado del polinomio a calcular.	
4. EL usuario selecciona el botón calcular y graficar.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación y gráfico tentativo.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.9. Curso de Eventos Aproximación Funcional

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea la opción de aproximación funcional a calcular. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

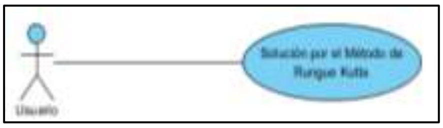


Figura 4.6. Diagrama de Caso de Uso Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Fuente: Investigador

Solución por el método de Runge Kutta

Nombre: Solución Runge Kutta

Actor: Usuario

Propósito: Resolver la ecuación por el método de Runge Kutta.

Resumen: El usuario selecciona del menú general el método a calcular (solución por el método de Runge Kutta), a continuación se visualiza la ventana para el ingreso de datos. En primer lugar se ingresará el grado de la derivada y ecuación a calcular, luego se procede a ingresar el valor para X_0 y Y_0, ingresar un incremento para X, finalmente se calcula y se visualiza los resultados.

Referencias: En el literal 4.2.3 se hace mención una lista de funciones que el simulador debe cumplir, de las cuales para el cálculo de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias por el método de Runge Kutta se aplican las siguientes funciones: F9.

Curso de los Eventos:

Actores	Sistema
1. El usuario selecciona el método a calcular (solución de Runge Kutta).	
	2. Visualiza la ventana de solución por el método de Runge Kutta.
3. El usuario ingresa en orden los siguientes datos: ingreso del grado de la derivada y ecuación, ingresar valores para X_0 y Y_0, ingrese el incremento para en X.	
4. EL usuario selecciona calcular.	
	5. El simulador despliega los resultados obtenidos de la ecuación.
6. El usuario verifica y comprueba resultados obtenidos.	
	7. El simulador retorna al menú principal.

Tabla 4.10. Curso de Eventos por el Método de Runge Kutta)

Fuente: Investigador

Cursos alternos

Línea 1. El usuario selecciona de forma errónea el método de Runge Kutta. Existe la opción para retornar al menú principal.

Línea 3. El usuario al ingresar mal los datos o ingresar datos de una nueva ecuación, el usuario lo puede hacer al dar clic en el botón Nuevo Cálculo.

4.2.6. Diagramas de secuencia

4.2.6.1. Solución de polinomios

4.2.6.1.1. Método de Investigación

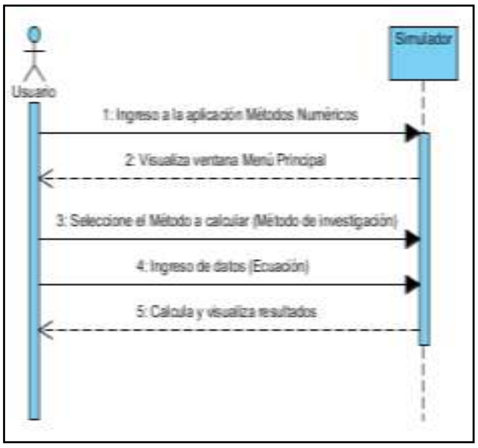


Figura 4.7. Diagrama de Secuencia del Método de Investigación
Fuente: Investigador

4.2.6.1.2. Método de Interpolación

Figura 4.8. Diagrama de Secuencia del Método de Interpolación
Fuente: Investigador

4.2.6.1.3. Método de Newton Raphson

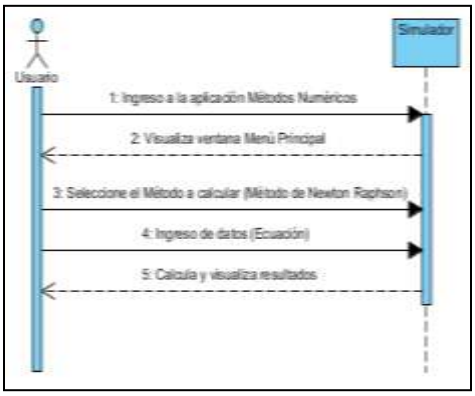


Figura 4.9. Diagrama de Secuencia del Método de Newton Raphson

Fuente: Investigador

4.2.6.2. Interpolación Polinomial

4.2.6.2.1. Interpolación de Lagrange

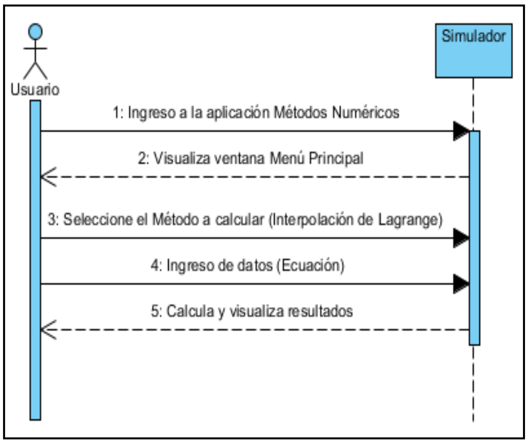


Figura 4.10. Diagrama de Secuencia de Interpolación de Lagrange

Fuente: Investigador

4.2.6.3. Integración Numérica

4.2.6.3.1. Fórmula del Trapecio

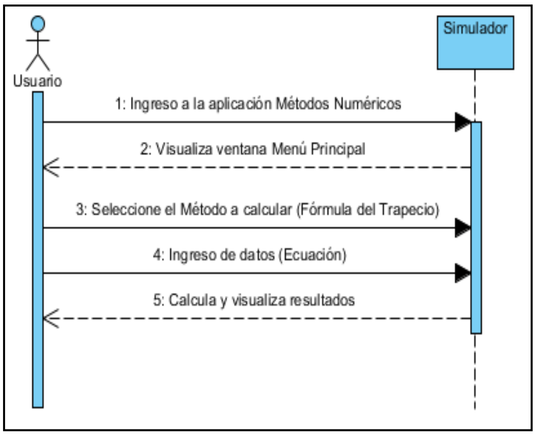


Figura 4.11. Diagrama de Secuencia de la Fórmula del Trapecio

Fuente: Investigador

4.2.6.3.2. Fórmula de Simpson 1/3

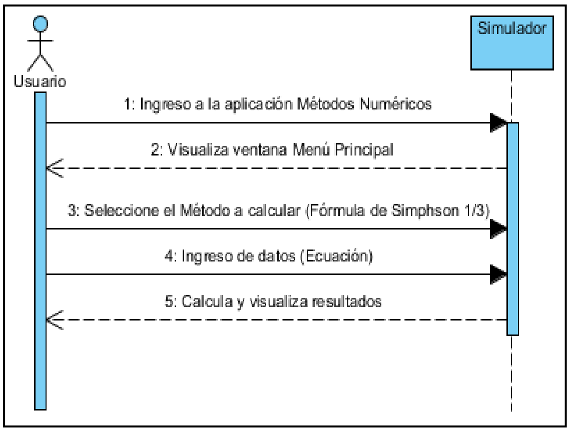


Figura 4.12. Diagrama de Secuencia de la Fórmula del Simpson 1/3

Fuente: Investigador

4.2.6.3.3. Fórmula de Simpson 3/8

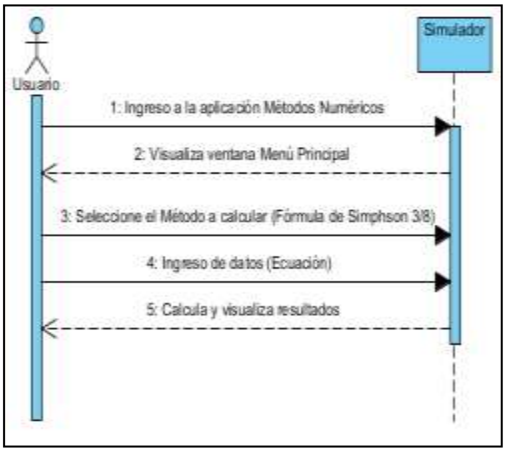


Figura 4.13. Diagrama de Secuencia de la Fórmula del Simpson 3/8

Fuente: Investigador

4.2.6.4. Aproximación Funcional

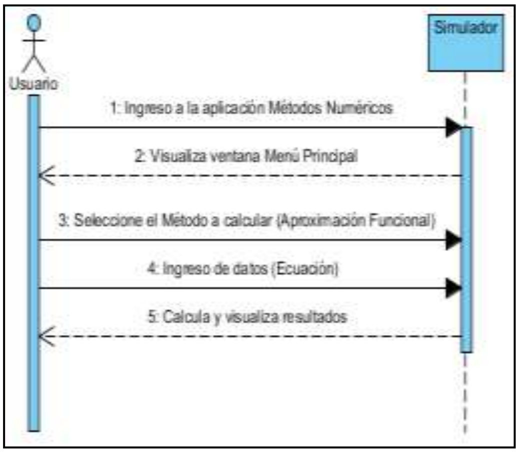


Figura 4.14. Diagrama de Secuencia de Aproximación funcional

Fuente: Investigador

4.2.6.5. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

4.2.6.5.1. Método de Runge Kutta

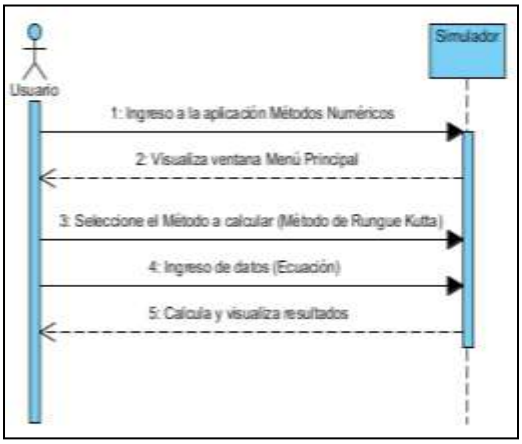


Figura 4.15. Diagrama de Secuencia por el Método de Runge Kutta

Fuente: Investigador

4.2.7. Contratos

4.2.7.1. Solución de Polinomios

4.2.7.1.1. Método de Investigación

Nombre:	Método de Investigación
Responsabilidad:	Calcular los intervalos entre los cuales se encuentran las soluciones del polinomio.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Método de Investigación, diagrama de secuencias Método de Investigación.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.11. Contrato por el Método de Investigación

Fuente: Investigador

4.2.7.1.2. Método de Interpolación

Nombre:	Método de Interpolación
Responsabilidad:	Calcular una solución del polinomio conociendo el intervalo en el que se encuentra dicha solución.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Método de Interpolación, diagrama de secuencias Método de Interpolación.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.12. Contrato por el Método de Interpolación

Fuente: Investigador

4.2.7.1.3. Método de Newton Raphson

Nombre:	Método de Newton Raphson
Responsabilidad:	Calcular una solución del polinomio iniciando el proceso en un valor arbitrario escogido por el usuario.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Método de Newton Raphson, diagrama de secuencias Método de Newton Raphson.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.13. Contrato por el Método de Newton Raphson

Fuente: Investigador

4.2.7.2. Interpolación Polinomial

4.2.7.2.1. Interpolación de Lagrange

Nombre:	Interpolación de Lagrange
Responsabilidad:	Calcular por intervalos el valor de Y para un valor dado de X si se dispone de una tabla de datos con incrementos variables.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Interpolación de Lagrange, diagrama de secuencias Interpolación de Lagrange.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.14. Contrato de la Interpolación de Lagrange

Fuente: Investigador

4.2.7.3. Integración Numérica

4.2.7.3.1. Fórmula del Trapecio

Nombre:	Fórmula del Trapecio
Responsabilidad:	Calcular el área bajo la curva (Polinomio) como sinónimo de integral definida.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Fórmula del Trapecio, diagrama de secuencias Fórmula del Trapecio.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados y gráfico tentativo.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados y gráfico. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.15. Contrato por la Fórmula del Trapecio

Fuente: Investigador

4.2.7.3.2. Fórmula de Simpson 1/3

Nombre:	Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$
Responsabilidad:	Calcular el área bajo la curva (Polinomio) como sinónimo de integral definida.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$, diagrama de secuencias Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados y gráfico tentativo.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados y gráfico. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.16. Contrato por la Fórmula del Simpson 1/3

Fuente: Investigador

4.2.7.3.3. Fórmula de Simpson 3/8

Nombre:	Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$
Responsabilidad:	Calcular el área bajo la curva (Polinomio) como sinónimo de integral definida.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$, diagrama de secuencias Fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados y gráfico tentativo.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados y gráfico. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.17. Contrato por la Fórmula del Simpson 3/8

Fuente: Investigador

4.2.7.4. Aproximación Funcional

Nombre:	Aproximación Funcional
Responsabilidad:	Los coeficientes de la función que representa a una tabla de datos en forma aproximada.
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Aproximación Funcional, diagrama de secuencias Aproximación Funcional.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados y gráfico tentativo.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados y gráfico. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.18. Contrato por Aproximación funcional

Fuente: Investigador

4.2.7.5. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

4.2.7.5.1. Método de Runge Kutta

Nombre:	Método de Runge Kutta
Responsabilidad:	Resolver Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de la forma y’ = a_0X^n +…….. a_n para una condición inicial p (x,y).
Tipo:	Sistema
Referencias:	Caso de uso Método de Runge Kutta, diagrama de secuencias Método de Runge Kutta.
Excepciones:	Si el simulador identifica campos en blanco el usuario deberá completarlos. Si el usuario decide salir del sistema, se le indicará al sistema al dar clic en la opción salir.
Notas:	El sistema devuelve la respuesta.
Salidas:	Visualización de resultados.
Precondiciones:	El simulador deberá ser instalado.
Postcondiciones:	Si el usuario ingresa datos válidos se visualizará los correspondientes resultados. Si los datos ingresados son erróneos, se despliega un mensaje de error.

Tabla 4.19. Contrato por el Método de Runge Kutta

Fuente: Investigador

4.3. Diagrama de Clases

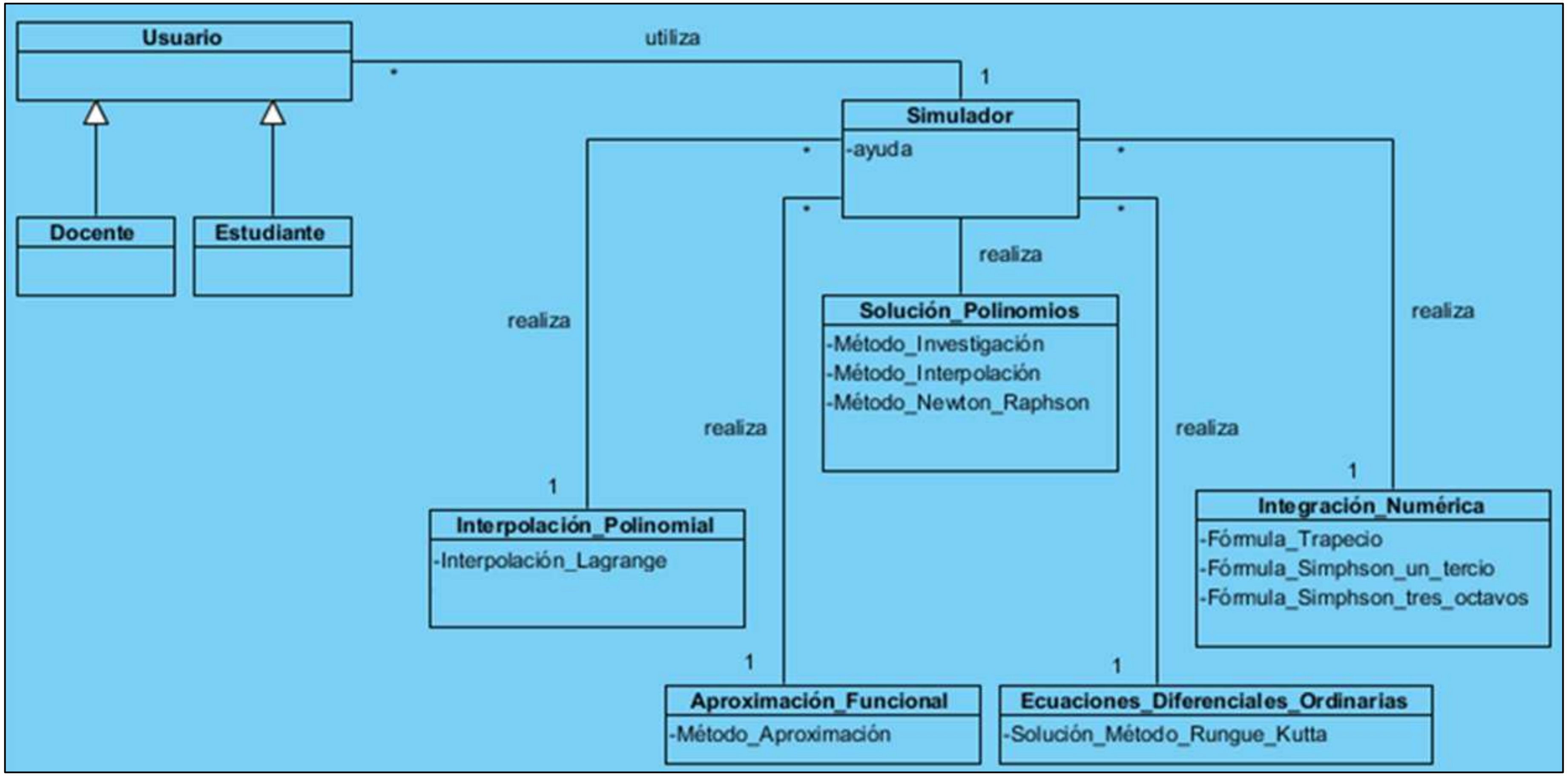


Figura 4.16. Diagrama de clases del simulador (SIMMN).

Fuente: Investigador

4.4. Proceso de diseño

El diseño y desarrollo del simulador educativo para la solución de ecuaciones de la asignatura de Métodos Numéricos, se ha llevado a cabo a través de diferentes fases las cuales se describen a continuación.

En la figura 56 se muestra el diseño de la interfaz del simulador educativo. El usuario (docente y estudiante) trabajan directamente con el simulador instalado en la PC.

4.4.1. Definición de Procesos

- Cálculo de la ecuación por el método de Solución de Polinomios.
- Cálculo de la ecuación por el método de Interpolación Polinomial.
- Cálculo de la ecuación por el método de Integrales Numéricas.
- Cálculo de la ecuación por Aproximación Funcional.
- Cálculo de ecuaciones diferenciales ordinarias por el Método de RungeKutta.

4.4.2. Diseño de Interfaz

Ventana o menú principal

Sistema de Ecuaciones Métodos Numéricos						
Solución Polinomios	Interpolación Polinomial	Integración Numérica	Aproximación Funcional	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	Otros	Salir
• Método de Investigación • Método de Interpolación • Método de Newton Raphson	• Interpolación de Lagrange	• Fórmula del Trapecio • Fórmula de Simphson 1/3 • Fórmula de Simphson 3/8		• Solución de Rungue Kutta	• Ayuda • Acerca de	
GRÁFICO						

Figura 4.17. Diseño de Interfaz

Fuente: Investigador

PANTALLAS DE LAS APLICACIONES DE CADA SUBMENÚ

Solución de Polinomios

Método de Investigación

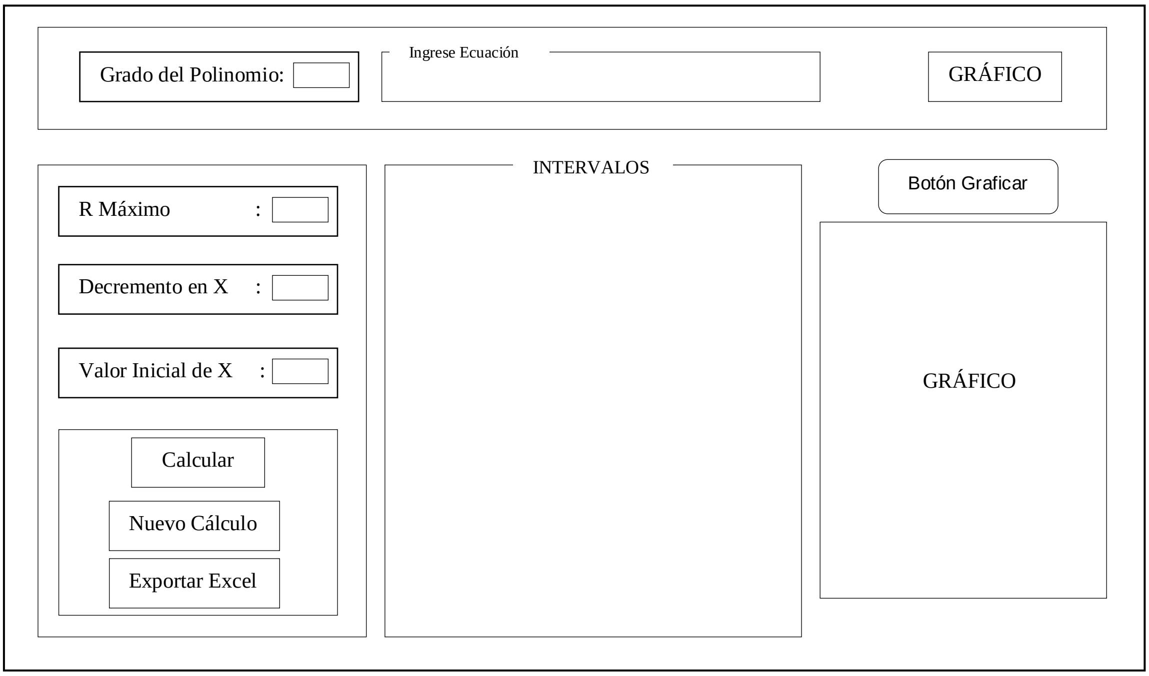


Figura 4.18. Solución de polinomios Método de Investigación

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Grado del Polinomio: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 7.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Rmáx: Esta visualiza un valor referencial de X las soluciones del polinomio serán menores al mencionado valor referencial.

Decremento en X: Valor de disminución con el cual se desea generar la tabla de datos.

Valor inicial de X: Valor opcional de ingreso, este puede ser decidido por el usuario, o a su vez copiar el valor calculado de Rmáxima.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Método de Interpolación

Figura 4.19. Solución de polinomios Método de Interpolación

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Grado del Polinomio: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 7.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Límite izquierdo: Valor menor a la solución del polinomio que se desea calcular.

Límite derecho: Valor mayor a la solución del polinomio que se desea calcular.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Método de Newton Raphson

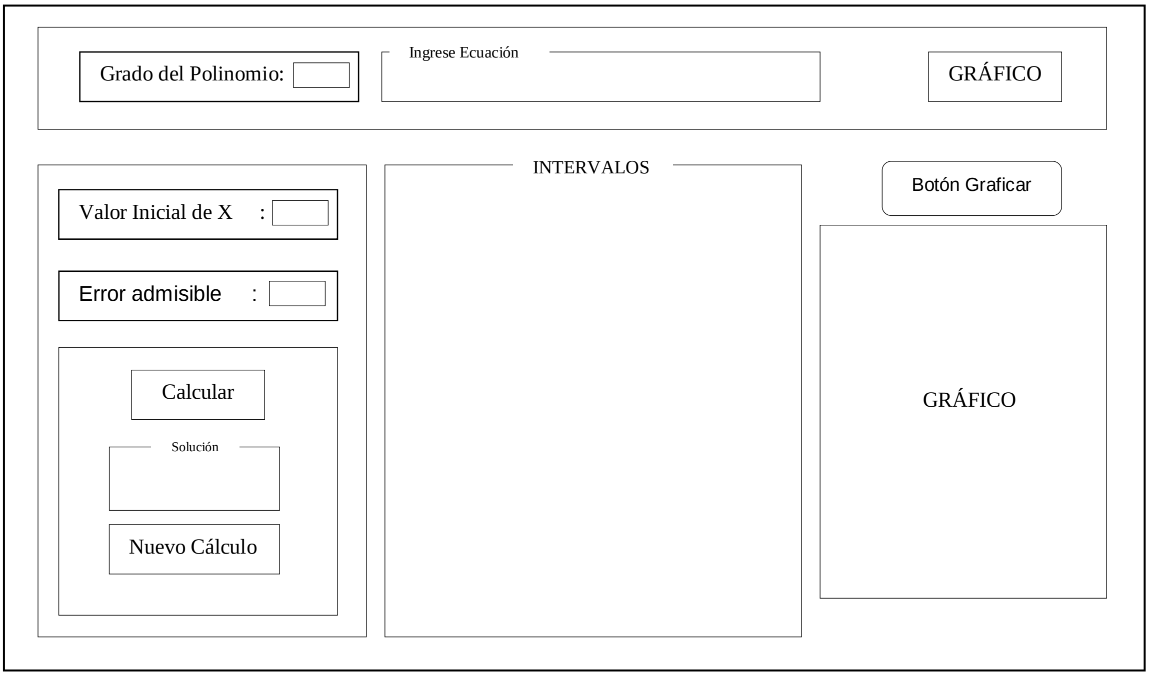


Figura 4.20. Solución de polinomios Método de Newton Raphson

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Grado del Polinomio: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 4.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Valor inicial de X: Valor con el cual se desea iniciar el proceso de cálculo numérico, es recomendable utilizar Rmáxima.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Interpolación Polinomial

Interpolación de Lagrange

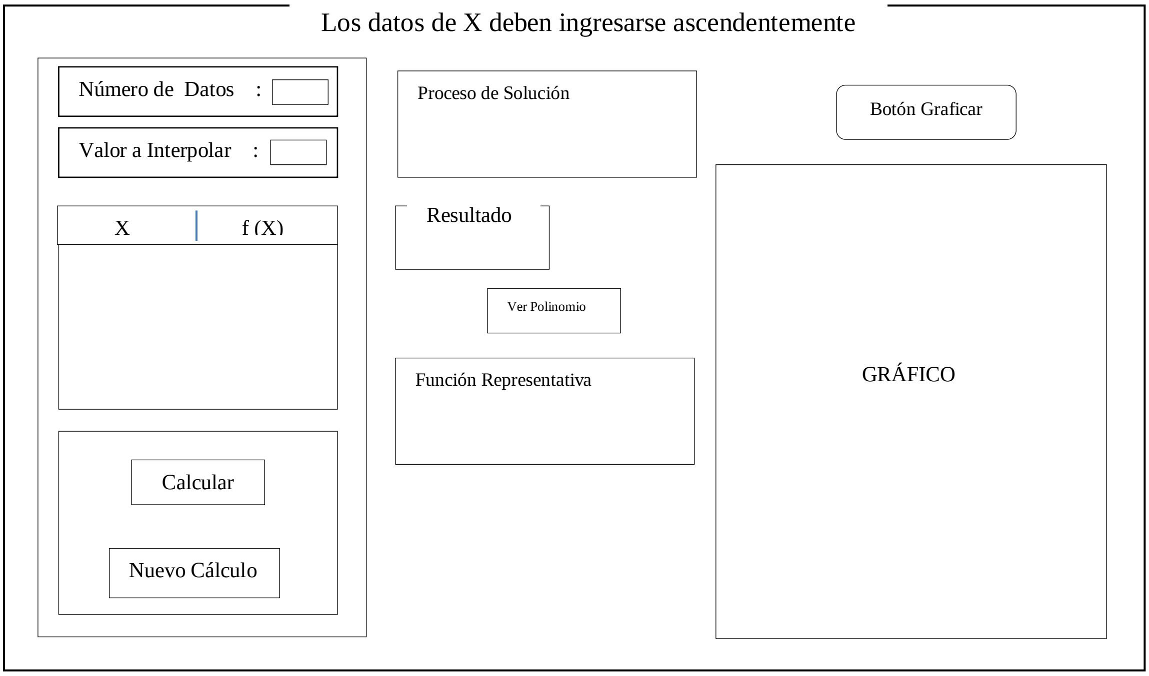


Figura 4.21. Interpolación Polinomial de Lagrange

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Número de Datos: Se ingresa el número de pares ordenados disponibles.

Valor a interpolar: Valor de X para el cual se desea calcular el valor de Y.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Integración Numérica

Integración por el método del Trapecio

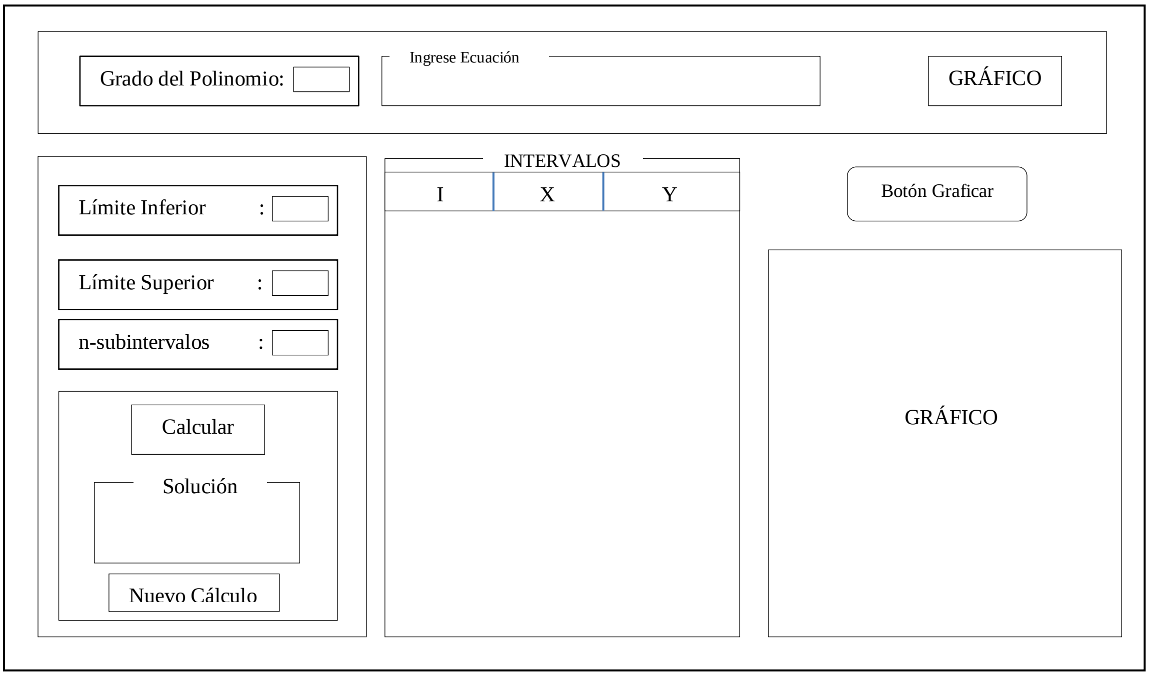


Figura 4.22. Integración por el método del Trapecio

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Grado del Polinomio: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 7.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Límite inferior: Valor menor sobre el cual se encuentra el área a calcular.

Límite superior: Valor mayor bajo el cual se encuentra el área a calcular.

Número de pares ordenados: Valor entre (n) los cuales se divide el área a calcular.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Integración por el Método de Simpson 1/3

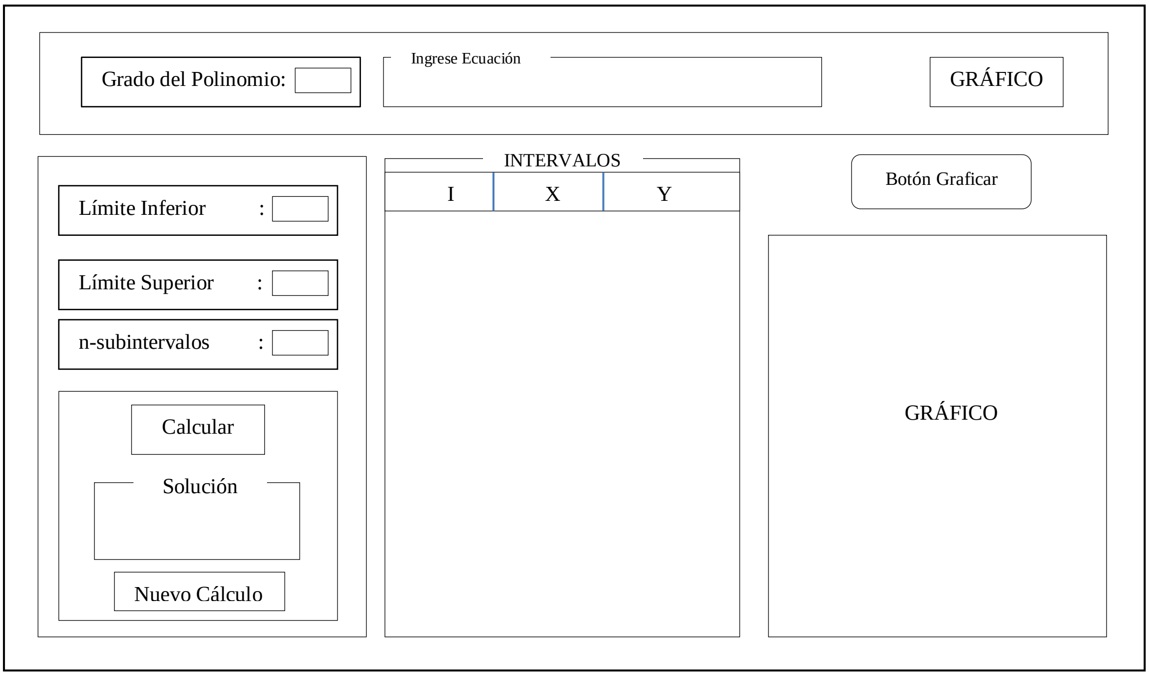


Figura 4.23. Integración por el método de Simpson 1/3

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Grado del Polinomio: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 7.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Límite inferior: Valor menor sobre el cual se encuentra el área a calcular.

Límite superior: Valor mayor bajo el cual se encuentra el área a calcular.

Número de pares ordenados: Valor entre (n) los cuales se divide el área a calcular.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Integración por el Método de Simpson 3/8

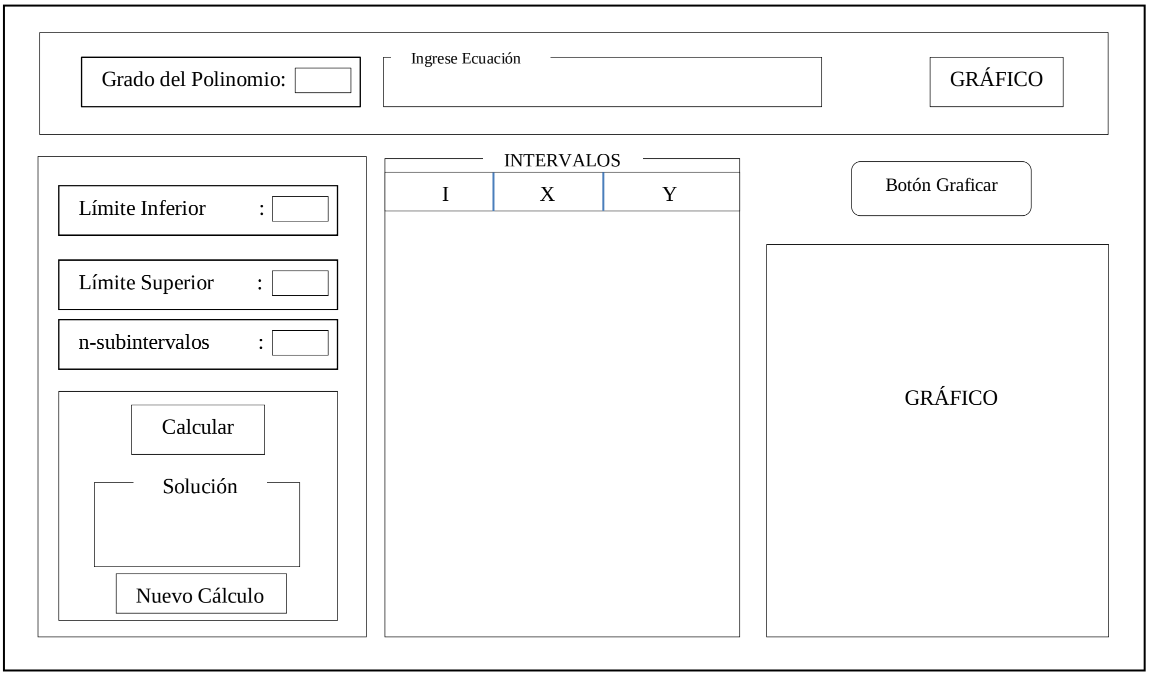


Figura 4.24. Integración por el método de Simpson 3/8

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Grado del Polinomio: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 7.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Límite inferior: Valor menor sobre el cual se encuentra el área a calcular.

Límite superior: Valor mayor bajo el cual se encuentra el área a calcular.

Número de pares ordenados: Valor entre (n) los cuales se divide el área a calcular.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Graficar: Al presionar este botón permite graficar los resultados generados de la ecuación.

Aproximación Funcional

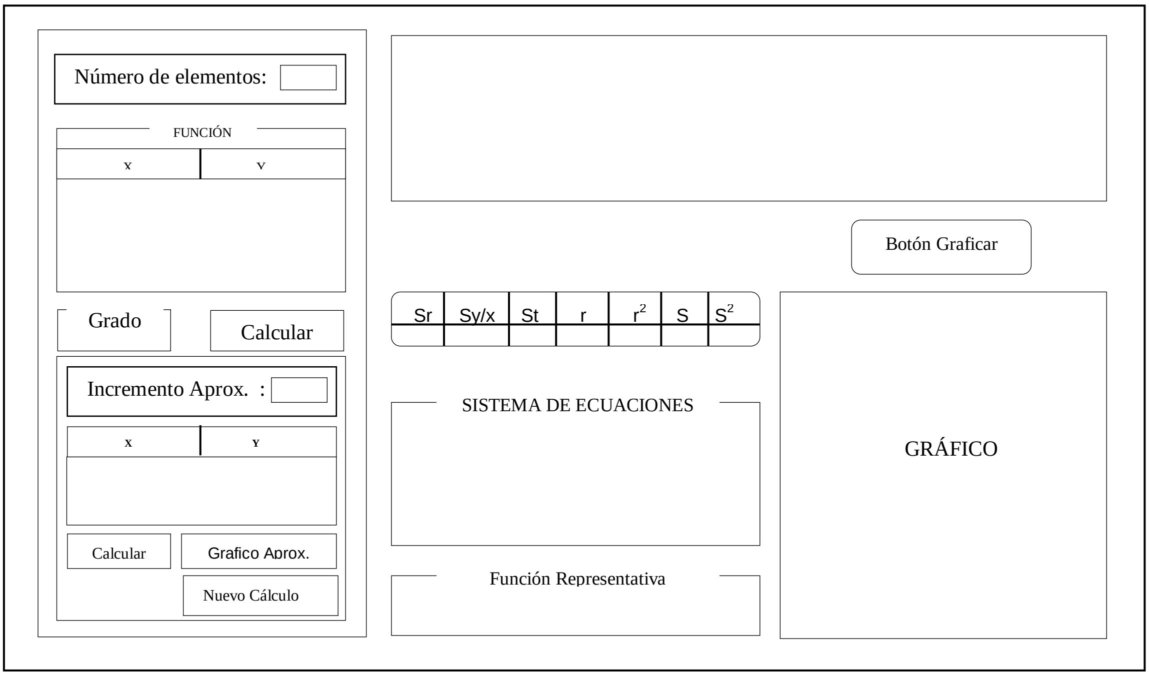


Figura 4.25. Aproximación Funcional

Fuente: Investigador

Ingreso de Datos:

Número de elementos: Ingresar número de pares ordenados disponibles.

Graficar: Visualizar los pares ordenados en forma gráfica para definir por parte del usuario el grado de la función aproximada a calcularse.

Grado: Ingresar el grado del polinomio escogido por el usuario.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Método de Runge Kutta

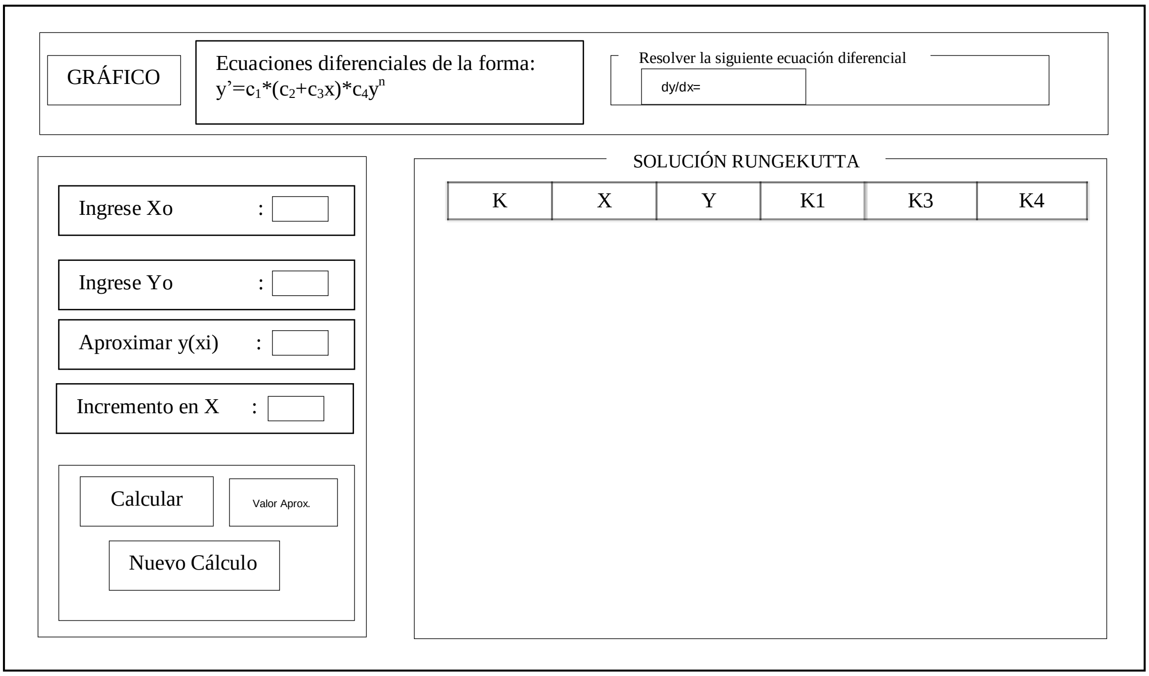


Figura 4.26. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Runge Kutta

Fuente: Investigador

Ingreso de datos:

Grado de la Derivada: Ingresar números enteros comprendidos entre 2 y 7.

Ingrese Ecuación: Permite el ingreso de los coeficientes del polinomio.

Ingreso de X_0: valor de X tomado de la condición inicial.

Ingreso de Y_0: valor de Y tomado de la condición inicial.

Incremento en X: diferencia entre dos valores consecutivos de X.

Calcular: Al presionar este botón se genera la tabla de datos y los resultados.

Nuevo Cálculo: Permite realizar un nuevo cálculo.

4.4.3. Codificación

Código del simulador educativo métodos numéricos.

```
/* Solucion_EcuacionesMN.java Created on 06-abr-2011, 22:01:14*/
package solecuaciones;
import java.awt.Image;
import java.awt.Toolkit;
import javax.swing.JOptionPane;
public class Solucion_EcuacionesMN extends javax.swing.JFrame {
/** Creates new form Solucion_EcuacionesMN */
   public Solucion_EcuacionesMN() {
initComponents();
   this.setSize(1224,800);
   this.setVisible(true);
  }
@Override
public Image getIconImage(){
   Image retValue = Toolkit.getDefaultToolkit().
   getImage(ClassLoader.getSystemResource("Images/ecuacion1.png"));
   return retValue;
}
   private void initComponents() {
      jButton1 = new javax.swing.JButton();
      jButton2 = new javax.swing.JButton();
      jMenuBar1 = new javax.swing.JMenuBar();
SolucionPolinomios = new javax.swing.JMenu();
metodoinvestigacion = new javax.swing.JMenuItem();
      metodointerpolacion = new javax.swing.JMenuItem();
      metodonewtonraphson = new javax.swing.JMenuItem();
      metodobirgevieta = new javax.swing.JMenuItem();
      InterpolacionPolinomial = new javax.swing.JMenu();
      interpolacionnewton = new javax.swing.JMenuItem();
      interpolacionlagrange = new javax.swing.JMenuItem();
      IntegracionNumerica = new javax.swing.JMenu();
      formulatrapecio = new javax.swing.JMenuItem();
      formulasimpson13 = new javax.swing.JMenuItem();
      formulasimpson38 = new javax.swing.JMenuItem();
AproximacionFuncional = new javax.swing.JMenu();
EDO = new javax.swing.JMenu();
      solucionrungekutta = new javax.swing.JMenuItem();
      OTROS = new javax.swing.JMenu();
      Ayuda = new javax.swing.JMenuItem();
Acerca_de = new javax.swing.JMenuItem();
EXIT = new javax.swing.JMenu();
 setDefaultCloseOperation(javax.swing.WindowConstants.DISPOSE_ON_CLOSE);
setTitle("Sistema de Ecuaciones Métodos Numéricos");
setBounds(new java.awt.Rectangle(0, 0, 0, 0));
setCursor(new java.awt.Cursor(java.awt.Cursor.HAND_CURSOR));
```

```
setIconImage(getIconImage());
        setName("principalmn");
        jButton1.setIcon(new
javax.swing.ImageIcon(getClass().getResource("/Images/logop.png")));
        jButton2.setIcon(new
javax.swing.ImageIcon(getClass().getResource("/Images/J0283192.GIF")));
        jButton2.setBorder(null);
        jMenuBar1.setCursor(new
java.awt.Cursor(java.awt.Cursor.DEFAULT_CURSOR));
        SolucionPolinomios.setForeground(new java.awt.Color(0, 0, 153));
SolucionPolinomios.setText("Solución de Polinomios");
        SolucionPolinomios.setCursor(new
java.awt.Cursor(java.awt.Cursor.DEFAULT_CURSOR));
SolucionPolinomios.setFont(new java.awt.Font("Arial", 1, 12));
        metodoinvestigacion.setForeground(new java.awt.Color(51, 102, 255));
metodoinvestigacion.setText("Método de Investigación");
        metodoinvestigacion.setCursor(new
java.awt.Cursor(java.awt.Cursor.DEFAULT_CURSOR));
metodoinvestigacion.addActionListener(new java.awt.event.ActionListener() {
            public void actionPerformed(java.awt.event.ActionEvent evt) {
metodoinvestigacionActionPerformed(evt);
            }
        });
      }
    // Variables declaration - do not modify
private javax.swing.JMenuItem Acerca_de;
    private javax.swing.JMenu AproximacionFuncional;
private javax.swing.JMenuItem Ayuda;
    private javax.swing.JMenu EDO;
    private javax.swing.JMenu EXIT;
    private javax.swing.JMenu IntegracionNumerica;
    private javax.swing.JMenu InterpolacionPolinomial;
private javax.swing.JMenu OTROS;
    private javax.swing.JMenu SolucionPolinomios;
private javax.swing.JMenuItem formulasimpson13;
    private javax.swing.JMenuItem formulasimpson38;
    private javax.swing.JMenuItem formulatrapecio;
    private javax.swing.JMenuItem interpolacionlagrange;
    private javax.swing.JMenuItem interpolacionnewton;
    private javax.swing.JButton jButton1;
    private javax.swing.JButton jButton2;
    private javax.swing.JMenuBar jMenuBar1;
    private javax.swing.JMenuItem metodobirgevieta;
    private javax.swing.JMenuItem metodointerpolacion;
    private javax.swing.JMenuItem metodoinvestigacion;
    private javax.swing.JMenuItem metodonewtonraphson;
    private javax.swing.JMenuItem solucionrungekutta;
// End of variables declaration
}
```

4.5. Requerimientos de Hardware y Software

Requerimientos mínimos del PC.

Requerimientos Mínimos	
Procesador	Intel Pentium IV
Sistema Operativo	Windows XP y JDK para NetBeans 7.4
Memoria RAM	512 o superior
Disco Duro	2 Gb
Monitor	1224 x 800
Dispositivos de entrada	Teclado y mouse

Tabla 4.20. Requerimientos de PC

Fuente: Investigador

4.6. Proceso de pruebas

Etapa de verificación dinámica del comportamiento del software a partir de un conjunto de pruebas de funcionamiento de todos los procesos para corregir errores, afinamiento de detalles y finalmente asegurar que el simulador cumpla con las metas establecidas.

En primera instancia las pruebas se realizaron personalmente ingresando valores de los ejercicios propuestos del libro de Métodos Numéricos, confirmando las soluciones obtenidas. Posteriormente el simulador fue utilizado por el docente que imparte la asignatura de Métodos Numéricos, quien comprobó que las soluciones obtenidas son correctas y sugirió ciertos cambios de interfaz.

A continuación se detalla por pantalla las pruebas realizadas.

4.6.1. Pruebas de cálculo del simulador educativo Métodos Numéricos.

Cálculo por el método de Investigación

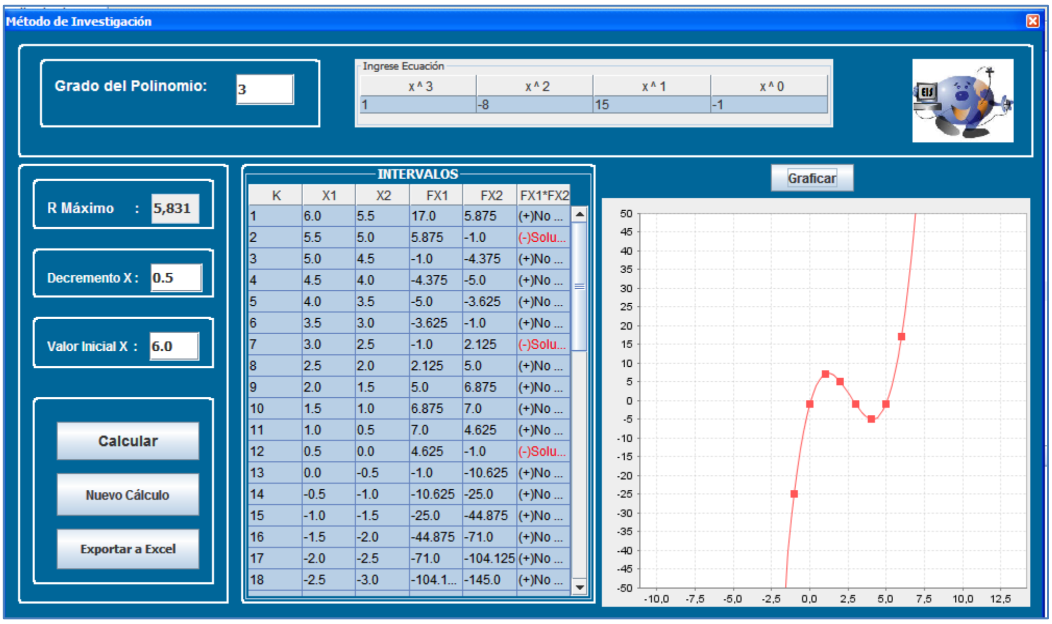


Figura 4.27. Cálculo por el método de Investigación

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Interpolación

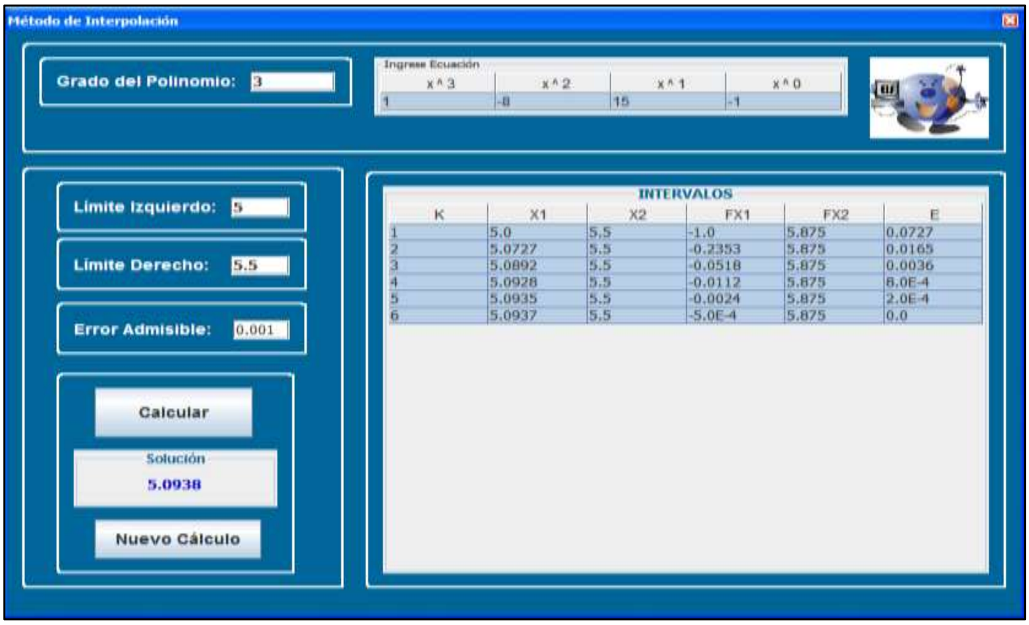


Figura 4.28. Cálculo por el método de Interpolación

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Newton Raphson

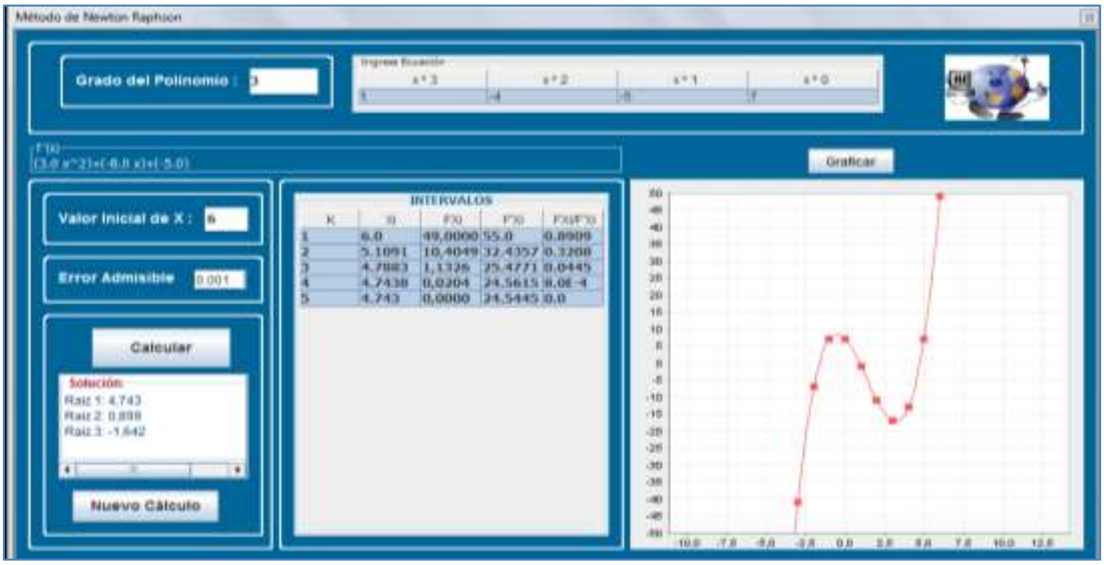


Figura 4.29. Cálculo por el método de Newton Raphson

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Interpolación de Lagrange

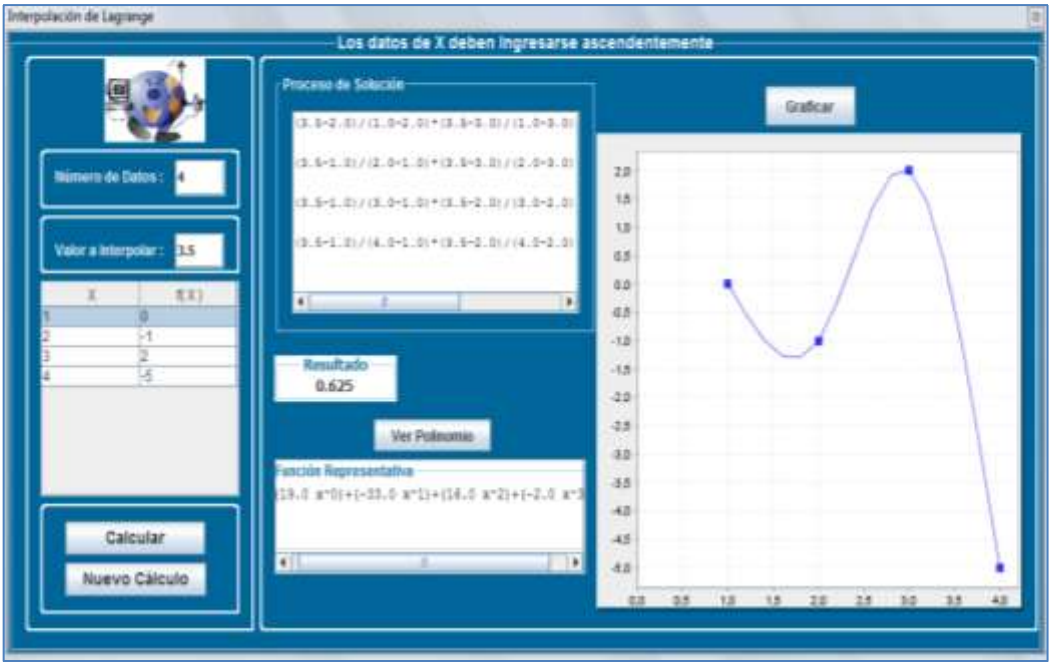


Figura 4.30. Cálculo por Interpolación de Lagrange

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Integración numérica de la fórmula del Trapecio

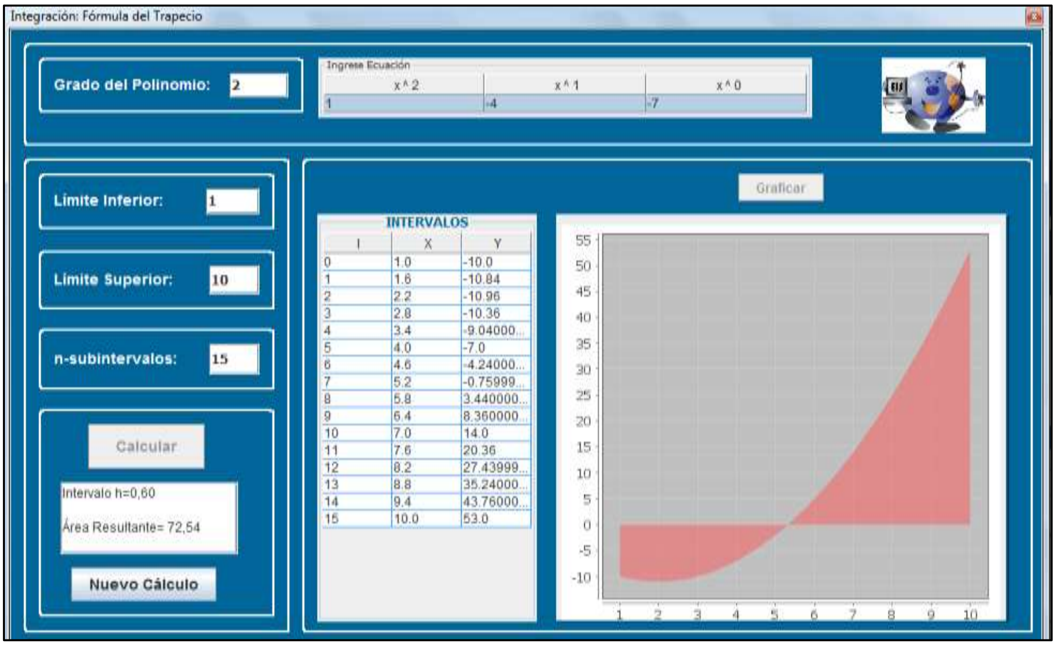


Figura 4.31. Cálculo por Integración del Trapecio

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Integración numérica de la fórmula de Simpson 1/3

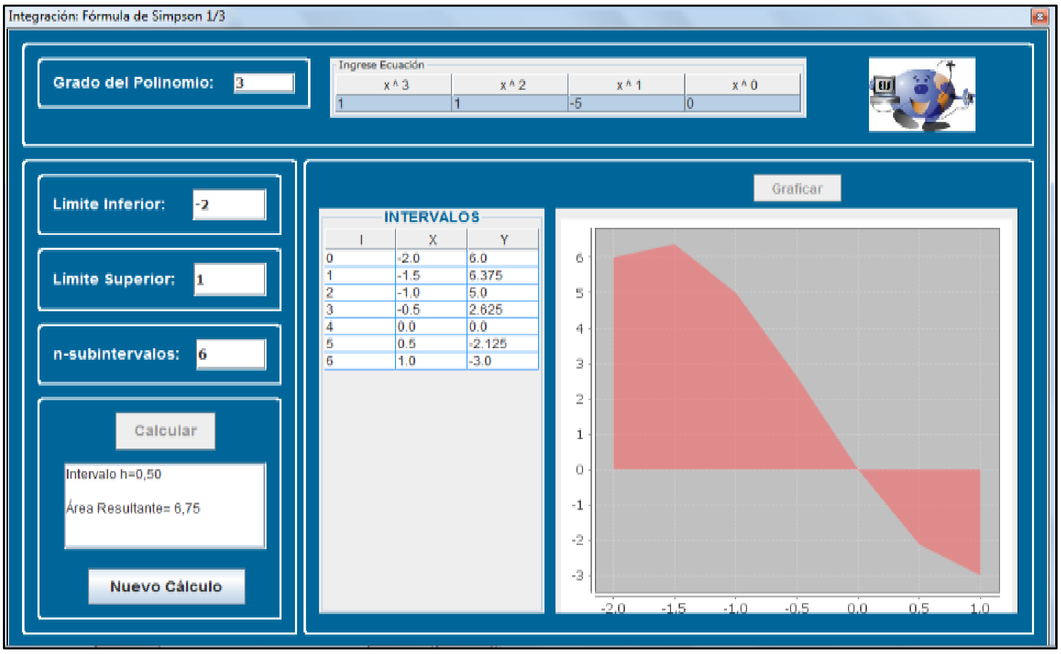


Figura 4.32. Cálculo por Integración de Simpson 1/3

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Integración numérica de la fórmula del Simpson 3/8

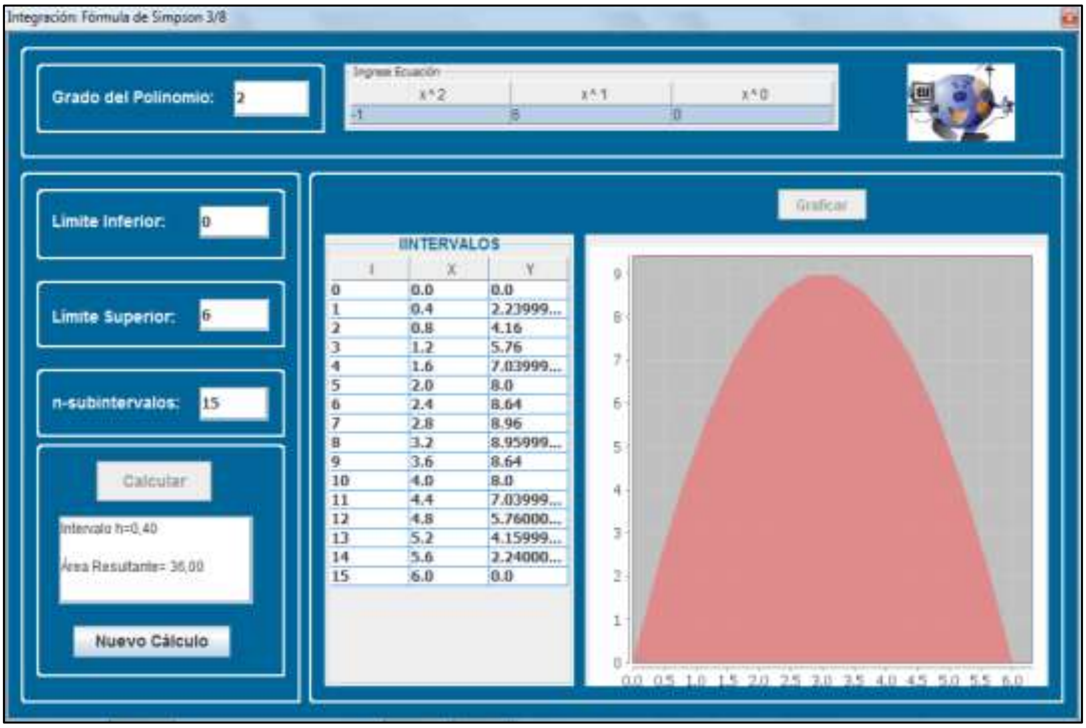


Figura 4.33. Cálculo por Integración de Simpson 3/8

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Aproximación Funcional

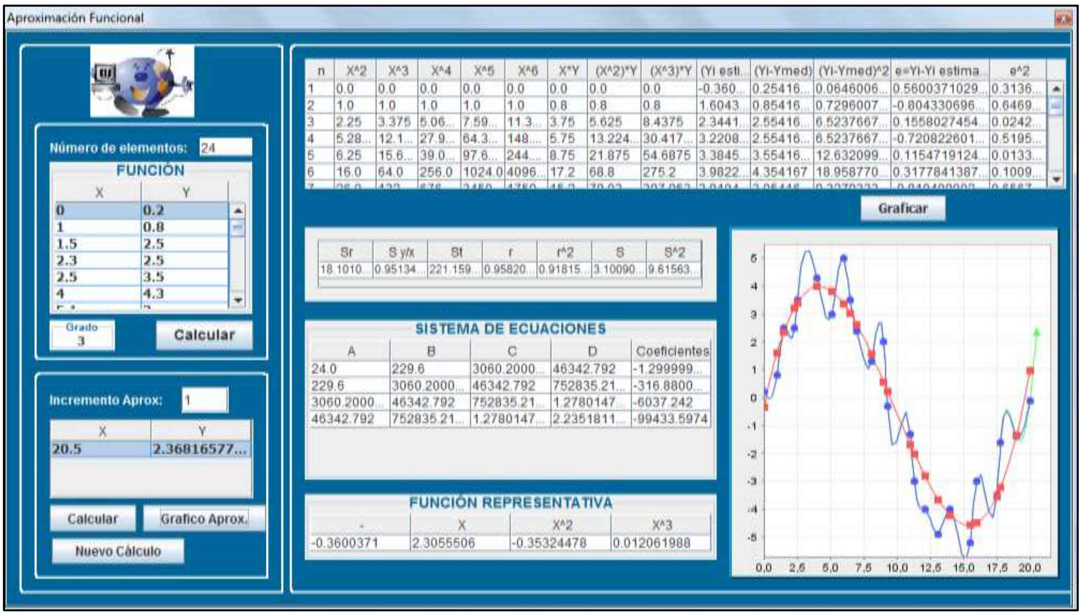


Figura 4.34. Cálculo por Aproximación Funcional

Fuente: Investigador

Cálculo por el método de Runge Kutta

Figura 4.35. Cálculo por el Método de Runge Kutta

Fuente: Investigador

4.7. Validaciones

4.8. Conclusiones

- La recopilación de información acerca de los diferentes métodos de solución de ecuaciones es útil para comprender y poder resolver operaciones, las cuales resultan complicadas y necesitan de mucho tiempo al realizarlas manualmente.
- La tendencia actual de la enseñanza aprendizaje se dirige hacia la disminución de la teoría y a centrarse en lo práctico, en particular en la asignatura de Métodos Numéricos es necesario facilitar al estudiante el cálculo de los diferentes ejercicios planteados ya que el tiempo en aula es corto y los ejercicios necesitan de un procedimiento de cálculo extenso, por tal motivo el docente necesita de una herramienta que de soporte a su enseñanza.
- El uso de las TIC’s contribuyen a desarrollar entornos de aprendizaje más interactivos y necesarios para la comprensión y comprobación de resultados, en la asignatura de Métodos Numéricos el desarrollo del simulador educativo, facilita los cálculos y mediante la gráfica de la solución ayuda a analizar y entender los resultados obtenidos en cada método.

4.9. Recomendaciones

- Al elegir el software para el desarrollo de la aplicación se debe considerar su valor económico, que no sea una versión beta y tener conocimiento sobre el lenguaje de programación.
- Se debe tener en claro que si bien las TICs son un elemento importante que ayuda a desarrollar software educativo y contribuye a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, esta mejora no depende solamente de la utilización del software, sino del entorno educativo diseñado por el docente
- Si los datos ingresados son erróneos, es recomendable ingresar los datos y completar los campos en blanco para el cálculo del polinomio a resolver para una mejor presentación y visualización de resultados.
- Ingresar el grado del polinomio a calcular datos entre 2 y 7 para la creación de los coeficientes dados de la ecuación.
- Ingresar números pares para la solución por el método de Interpolación y para la integración por las fórmulas del trapecio, Simpson $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{8}$, ingresar múltiplos de 3 para los pares ordenados.

BIBLIOGRAFÍA

- Elsa Ramírez. (2007). Monografías.com. Recursos computacionales en la enseñanza. http://www.monografias.com/trabajos17/computacion-matematicas/computacion-matematicas.shtml/
- Ing. Medina, Washington. (2006). Métodos Numéricos.
- J. Douglas Faires, Richard Burden. (2004). Métodos Numéricos. (3era).
- James Gosling & Sun Microsystems. (1995). Wikipedia. Java (Lenguaje de Programación). http://es.wikipedia.org/wiki/Java_%28lenguaje_de_programaci%C3%B3n%29
- James Smith Wolford. (1967). Métodos Numéricos Aplicados a la Computación Digital con FORTRAN. (2da).
- Java. Oracle Technology Network. Tecnología Java. http://www.java.com/es/about/
- Java/Oracle. Oracle Technology Network. Conceptos y uso de la plataforma Java. http://www.java.com/es/download/faq/helpful_concepts.xml
- John H. Mathews, Kurtis D. Fink. (2000). Métodos Numéricos con Matlab. (3era). Madrid: Pearson Educación, S.A.
- Juan Antonio Palos. © Copyright 2014 Scribd Inc. Scribd, Uso de Swing. http://es.scribd.com/doc/7545519/Manual-JAVA-Swing
- Julio Cabero Almenara Nuevas. (2011). Tecnologías Aplicadas a la Educación.
- L. Carrasco V. (2002). Métodos Numéricos (aplicaciones). (1era).
- L.I. Roberto Ch. (2011). © Copyright Oracle. Componentes Dinámicos en Java. Oaxaca México: http://robertoch-itoaxaca.blogspot.com/2010/04/jtable-dinamico-en-java-uso-de-addrow-y.html
- Luis Vázquez, Salvador Jiménez, Carlos Aguirre, Pedro José Pascual. (2009). Métodos Numéricos para la Física y la Ingeniería. (1era).
- Makamura Saichiro. (1992). Métodos Numéricos Aplicados con Software. (1era).
- Oracle. Oracle Technology Network. Java. Instalación Java. http://www.java.com/es/download/help/index_installing.xml?user_os=Windows%207
- Oracle. Oracle Technology Network. Java. Java NetBeans. http://www.java.com/es/download/faq/helpful_concepts.xml
- Oracle. Oracle Technology Network. Java. Tecnología Java. http://www.java.com/es/download/faq/whatis_java.xml

- Roberto Cruz Hernández. (1999). Blogger. Apuntes Informática ITOAXACA. http://robertoch-itoaxaca.blogspot.com/2010/07/jtable-dinamico-en-java-usando.html
- Rodolfo Luthe, Antonio Olivera, Fernando Schutz. (1978). Métodos Numéricos. (1era).
- Rodolfo Luthe. (1985). Métodos Numéricos. (2da). Mexico: Limusa.
- Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, (2006). Métodos Numéricos para Ingenieros con programas de Aplicación. (4ta).
- Wikipedia. Sun Microsystems/Oracle Corporation. (2012). Wikipedia la encyclopedia libre. Plataforma NetBeans. http://es.wikipedia.org/wiki/NetBeans
- Dr. Pere Marquéz Graells. (1999). Multimedia educativa. http://peremarques.pangea.org/funcion.htm
- Wikipedia la enciclopedia libre. (2014). Resolución de ecuaciones no lineales. http://es.wikipedia.org/wiki/Resoluci%C3%B3n_num%C3%A9rica_de_ecuaciones_no_lineales

GLOSARIO DE TÉRMINOS

A.

Algoritmo: Es un conjunto preescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad.

Analogía: Analogía significa comparación o relación entre varias razones o conceptos; comparar o relacionar dos o más objetos o experiencias, apreciando y señalando características generales y particulares, generando razonamientos y conductas basándose en la existencia de las semejanzas entre unos y otros.

C.

Concavidad: Característica de una curva en el entorno de un punto en el que la tangente no la atraviesa. Se dice que dicha curva, en el punto dado, presenta una concavidad hacia el lado donde no se encuentra la tangente.

D.

Derivada: En matemáticas, la derivada de una función es una medida de la rapidez con la que cambia el valor de dicha función según cambie el valor de su variable independiente. La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en un cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se toma cada vez más pequeño. Por ello se habla del valor de la derivada de una cierta función en un punto dado.

Diagrama Entidad-Relación: Denominado por sus siglas como: E-R; este modelo representa a la realidad a través de entidades, que son objetos que existen y que se distinguen de otros por sus características.

Divergencia: La divergencia de un campo vectorial mide la diferencia entre el flujo entrante y el flujo saliente de un campo vectorial sobre la superficie que rodea a un volumen de control, por tanto, si el campo tiene "fuentes" o "sumideros" la divergencia de dicho campo será diferente de cero.

I.

Intersección: Punto común a dos líneas que se cortan.

Interface: Conexión que permite la comunicación entre dos o más dispositivos.

O.

Oscilación: Se denomina oscilación a una variación, perturbación o fluctuación en el tiempo de un medio o sistema. Si el fenómeno se repite, se habla de oscilación periódica. Oscilación, en física, química e ingeniería es el movimiento repetido de un lado a otro en torno a una posición central, o posición de equilibrio. El recorrido que consiste en ir desde una posición extrema a la otra y volver a la primera, pasando dos veces por la posición central, se denomina ciclo.

P.

Parábola: Se define también como el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de una recta (eje o directriz) y un punto fijo llamado foco. En geometría proyectiva, la parábola se define como la curva envolvente de las rectas que unen pares de puntos homólogos en una proyectividad semejante o semejanza.

Performance: Desempeño con respecto al rendimiento de una computadora, un dispositivo, un sistema operativo, un programa o una conexión a una red.

Procedimiento: Conjunto de instrucciones, controles, etc. Que hacen posible la resolución de una cuestión especifica.

T.

Tangente: En trigonometría la tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto y el adyacente:

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

Teorema: Un teorema es una afirmación que puede ser demostrada dentro de un sistema formal. Demostrar teoremas es un asunto central en la matemática.

ABREVIATURAS UTILIZADAS

E.

EJB: Enterprise JavaBeans. (Componentes Empresariales de Java.)

EDO: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

I.

IDE: Integrated Development Environment. (Entorno de Desarrollo Integrado)

J.

JDK: Java Development Kit. (Que incluye, el lenguaje java, herramientas de desarrollo, APIs, JRE)

JVM: Java Virtual Machine. (El compilador de java genera bytecodes, los cuales son interpretados por una máquina virtual, esta máquina virtual procesa los bytecodes sobre una arquitectura específica.)

P.

POO: Programación Orientada a Objetos

R.

RAM: Random Access Memory (Memoria de Acceso Aleatorio)

RUP: Process Unifique Rational (Proceso Unificado de Desarrollo de software)

S.

SO: Sistema Operativo

T.

TICs: Nuevas Tecnologías de la Información.

ANEXOS

ANEXO Nº1

MANUAL DE USUARIO

SIMULADOR MULTIMEDIA MÉTODOS NUMÉRICOS

“SIMMN”

“IMPLEMENTACIÓN DE UN SIMULADOR EDUCATIVO PARA EL APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA DE MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZANDO SOFTWARE LIBRE PARA LA ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS DE LA PUCESA EN EL AÑO 2013”

SIMMN Versión 1.0

Contenido

1. Introducción

1.1. Objetivo

Otorgar soporte del funcionamiento y requerimientos del simulador educativo SIMMN "Simulador Multimedia de Métodos Numéricos" al docente y estudiantes de la Escuela de Ingeniería en Sistemas de la PUCE Sede Ambato.

1.2. Requerimientos

Requerimientos Mínimos	
Procesador	Intel Pentium IV
Sistema Operativo	Windows XP y WIN 7
Memoria RAM	512
Disco Duro	2Gb
Monitor	1024 x 800
Dispositivos de entrada	Teclado y mouse

2. Uso del Simulador Educativo "SIMMN"

El Manual está organizado de acuerdo a la secuencia de ingreso a las pantallas del Simulador Educativo SIMMN, el cual se detalla a continuación:

2.1. Pantalla de presentación del Simulador Educativo de Solución de ecuaciones Métodos Numéricos.

Para tener acceso al simulador educativo es necesario instalarlo, finalmente ejecutarlo. (Ver Figura 1.).

Figura1. Presentación del Simulador.

2.2. Ventana del Menú Principal del Simulador

Para visualizar la ventana principal se deberá ejecutar el simulador educativo preinstalado, el cual contiene las siguientes opciones. (Ver Figura 2).

1. Solución de Polinomios
2. Interpolación Polinomial
3. Integración Numérica
4. Aproximación Funcional
5. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)

Al dar clic en las opciones mencionadas anteriormente del submenú, se ingresará al cálculo de los distintos métodos de Solución.

Figura 2. Ventana Menú Principal

2.2.1. Ventana acceso al submenú Solución de Polinomios

Al dar clic en la ventana del submenú solución de polinomios, permite ingresar a cálculos de los métodos de Investigación, Interpolación, Newton Raphson (Ver Figura 3).

Figura 3. Ventana submenú por el método de Solución de Polinomios.

Al dar clic en el método de Investigación se visualizara una ventana que permitirá el cálculo de intervalos del polinomio. (Ver Figura 4).

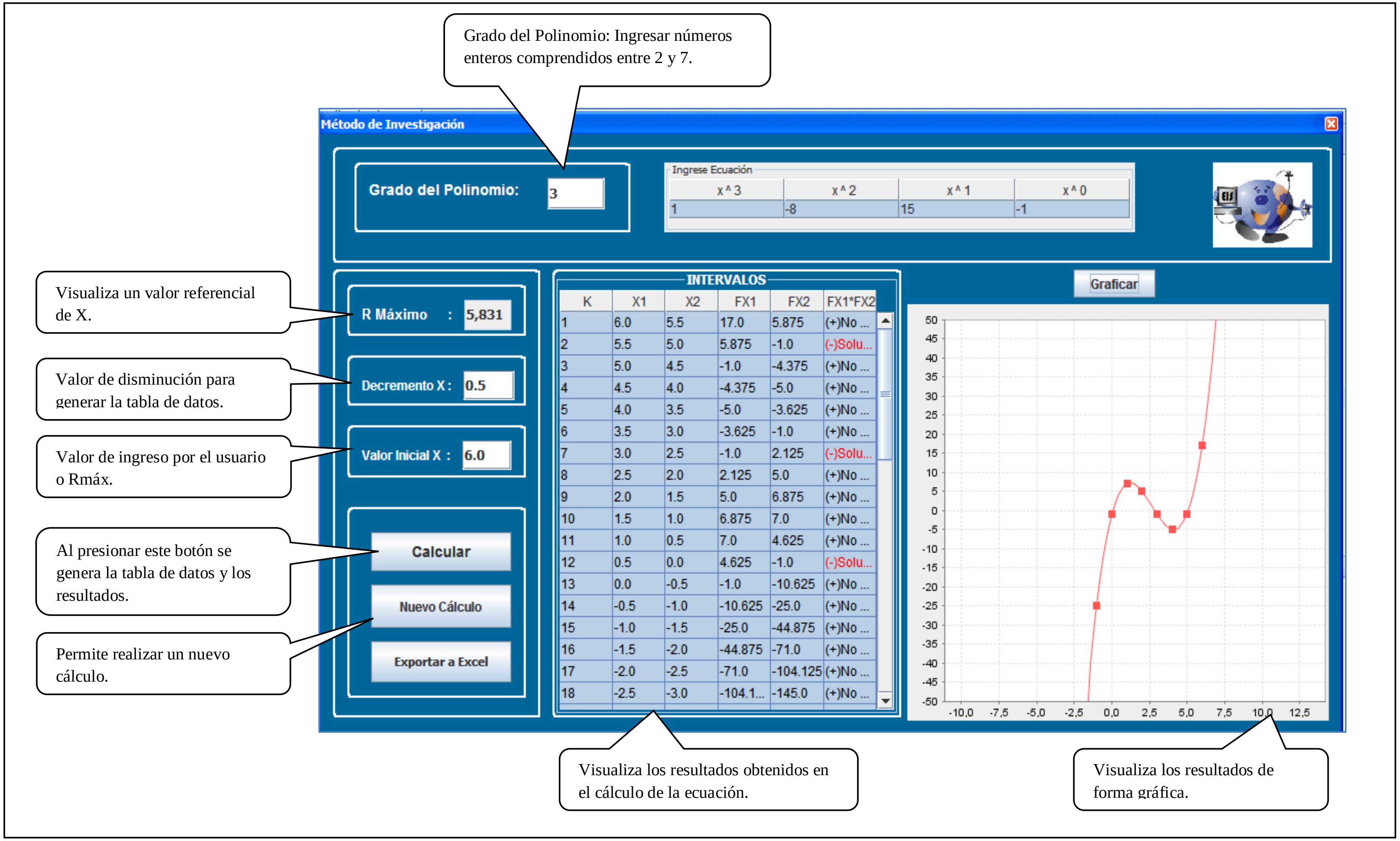


Figura 4. Ventana Método de Investigación.

Al dar clic en el método de Interpolación visualizará una ventana que permitirá el cálculo del polinomio conociendo el intervalo en que se encuentra dicha solución. (Ver Figura 5).

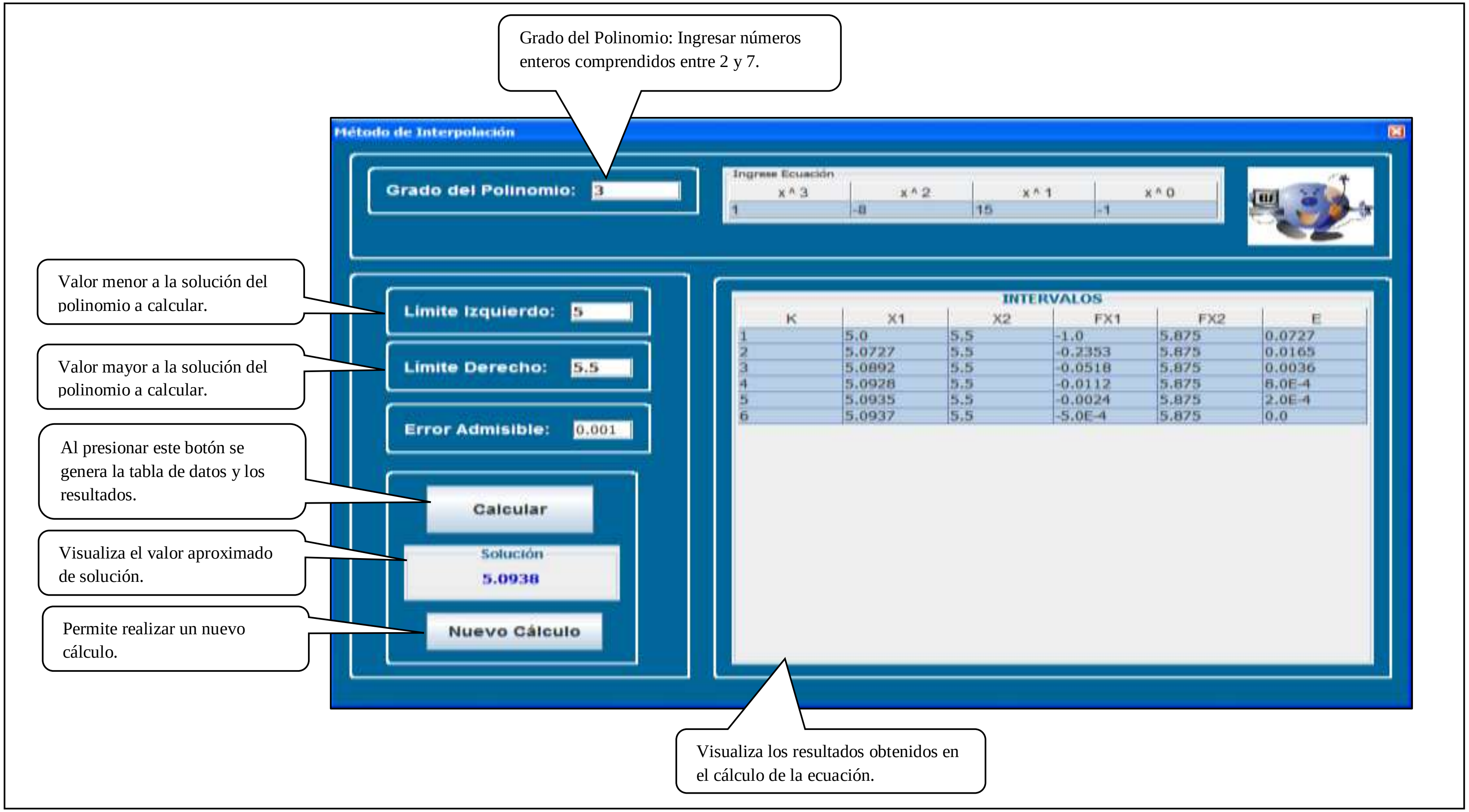
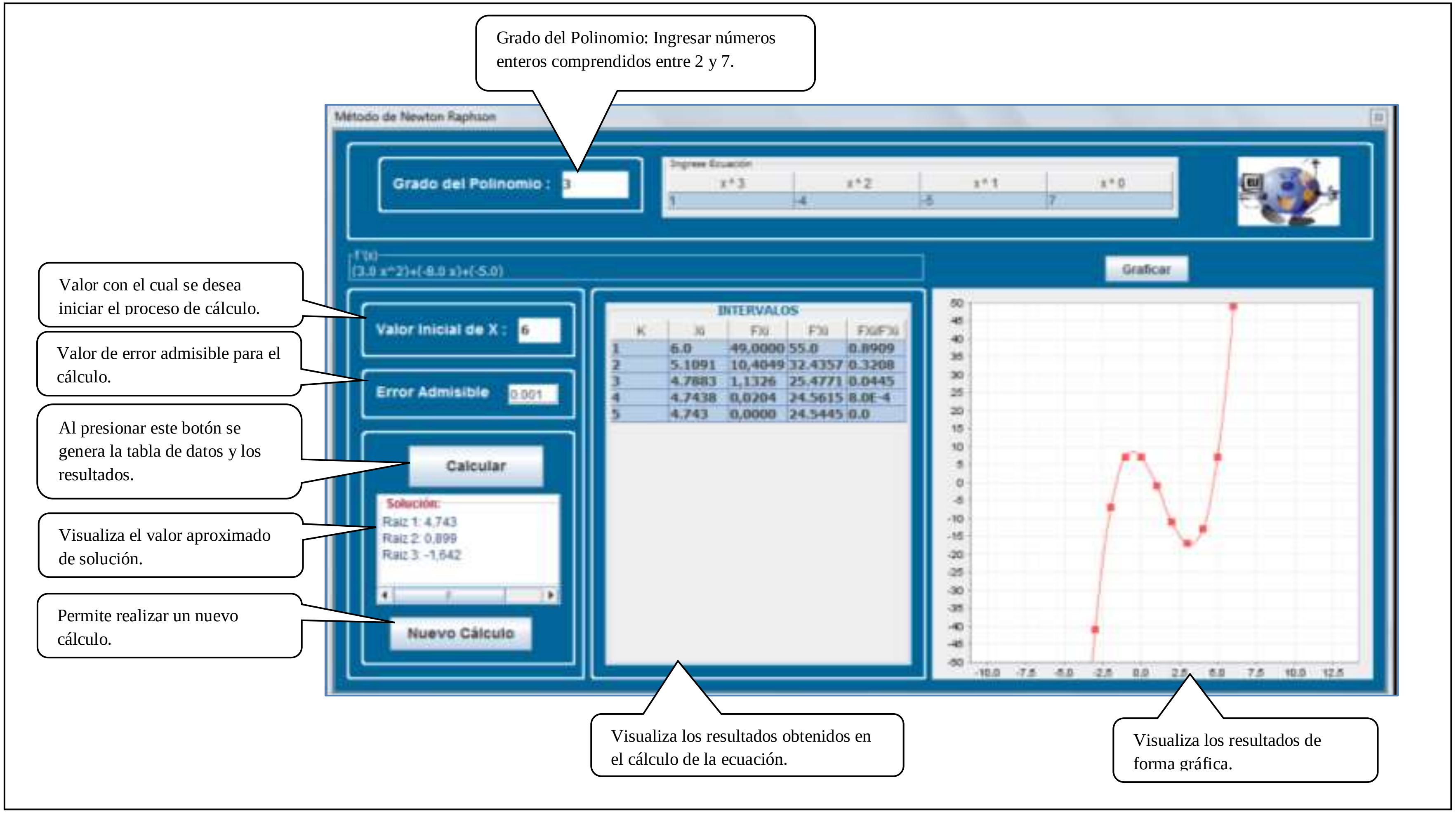


Figura 5. Ventana Método de Interpolación.

Al dar clic en el método de Newton Raphson visualizará una ventana que permitirá el cálculo del polinomio iniciando el proceso en un valor arbitrario escogido por el usuario. (Ver Figura 6).



K	Xi	F(Xi)	F'(Xi)	F(Xi)/F'(Xi)
1	6.0	49,0000	55.0	0.8909
2	5.1091	10,4049	32.4357	0.3208
3	4.7883	1,1326	25.4771	0.0445
4	4.7438	0,0204	24.5615	8.0E-4
5	4.743	0,0000	24.5445	0.0

Figura 6. Ventana Método de Newton Raphson.

2.2.2. Ventana de acceso al submenú Interpolación Polinomial

Al dar clic en la ventana del submenú Interpolación Polinomial, permite el ingreso al cálculo de Lagrange. (Ver Figura 7).

Figura 7. Ventana submenú Interpolación Polinomial

Al dar clic en la pestaña de Interpolación Polinomial de Lagrange visualizará una ventana que permitirá calcular por intervalos el valor de Y para un valor dado de X, si se dispone de una tabla de datos con incrementos variables. (Ver Figura 8).

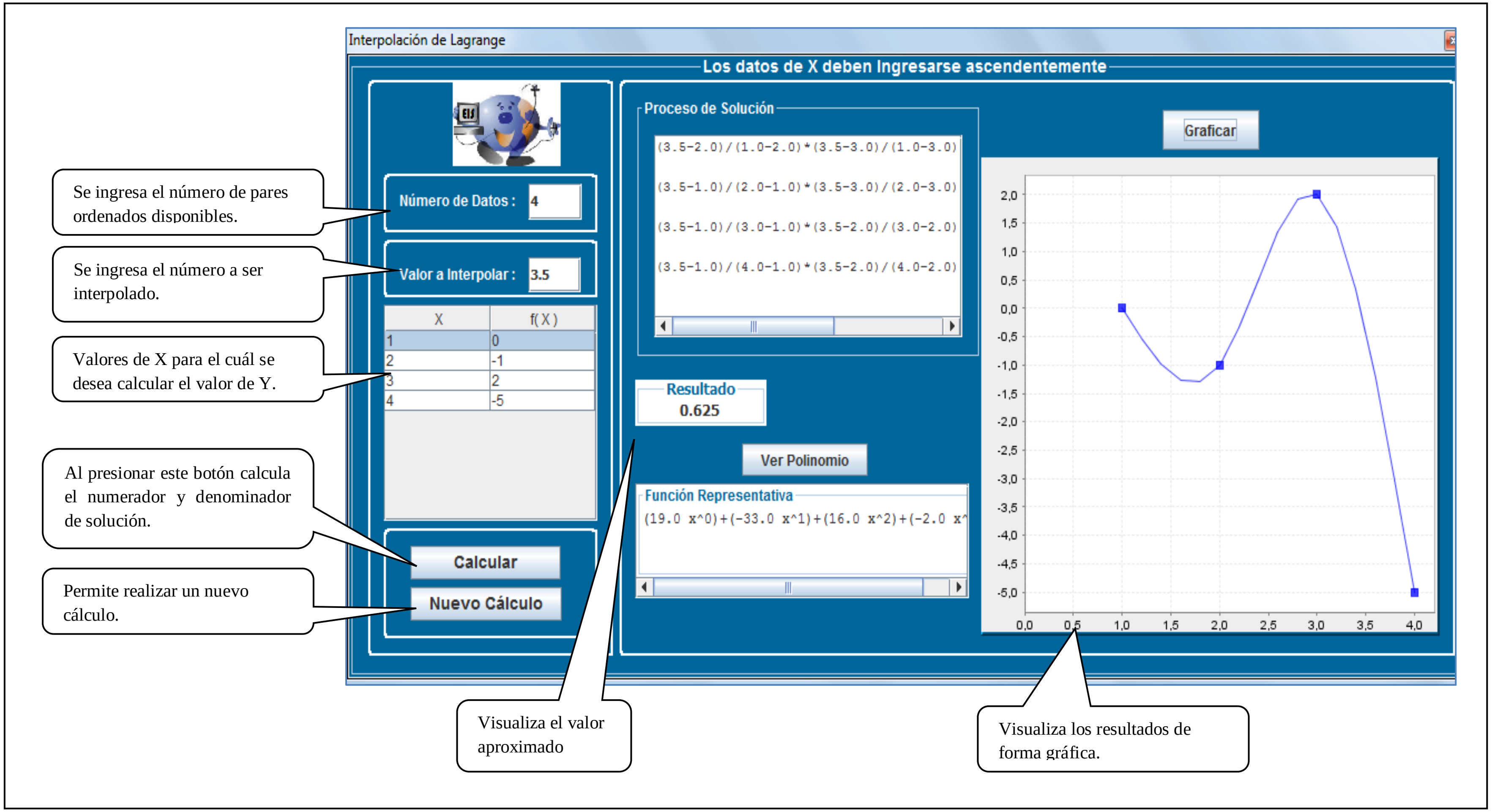


Figura 8. Ventana Interpolación Polinomial de Lagrange

2.2.3. Ventana acceso al submenú Integración Numérica

Al dar clic en la ventana del submenú Integración Numérica, permite ingresar a cálculos de solución por Integrales Numéricas, en este submenú encontramos la solución de Trapecios y las soluciones de ecuaciones por la Fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{8}$ (Ver Figura 9).

Figura 9. Ventana submenú Integración Numérica

Al dar clic en la Integral por la fórmula del Trapecio visualizará una ventana que permitirá calcular el área bajo la curva (Polinomio) como sinónimo de integral definida. (Ver Figura 10).

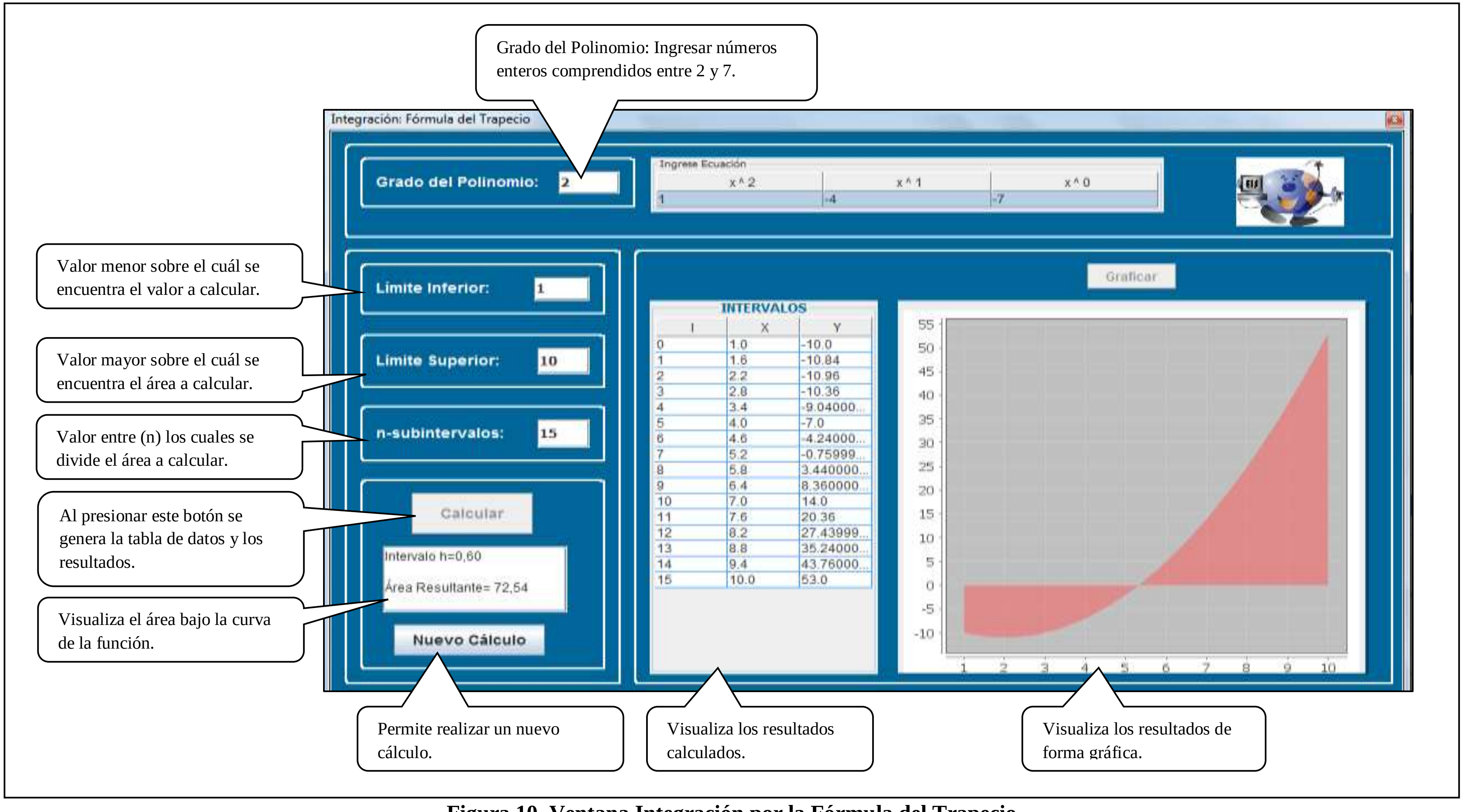


Figura 10. Ventana Integración por la Fórmula del Trapecio

Al dar clic en la Integral por la fórmula del Simpson $\frac{1}{3}$, visualizará una ventana que permitirá calcular el área bajo la curva (Polinomio) como sinónimo de integral definida. (Ver Figura 11).

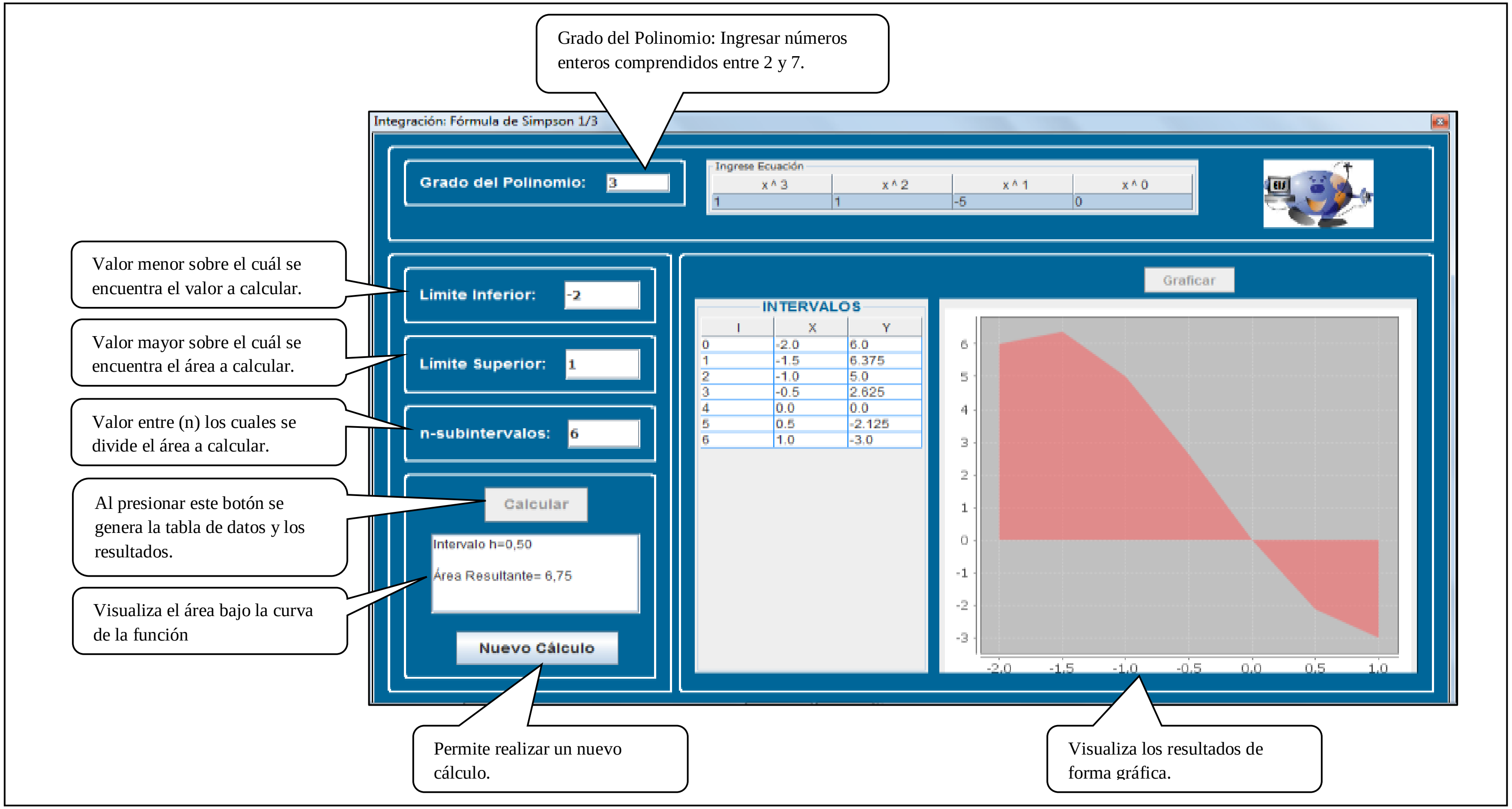


Figura 11. Ventana Integración por la Fórmula del Simpson $\frac{1}{3}$

Al dar clic en la Integral por la fórmula del Simpson $\frac{3}{8}$ visualizará una ventana que permitirá calcular el área bajo la curva (Polinomio) como sinónimo de integral definida. (Ver Figura 12).

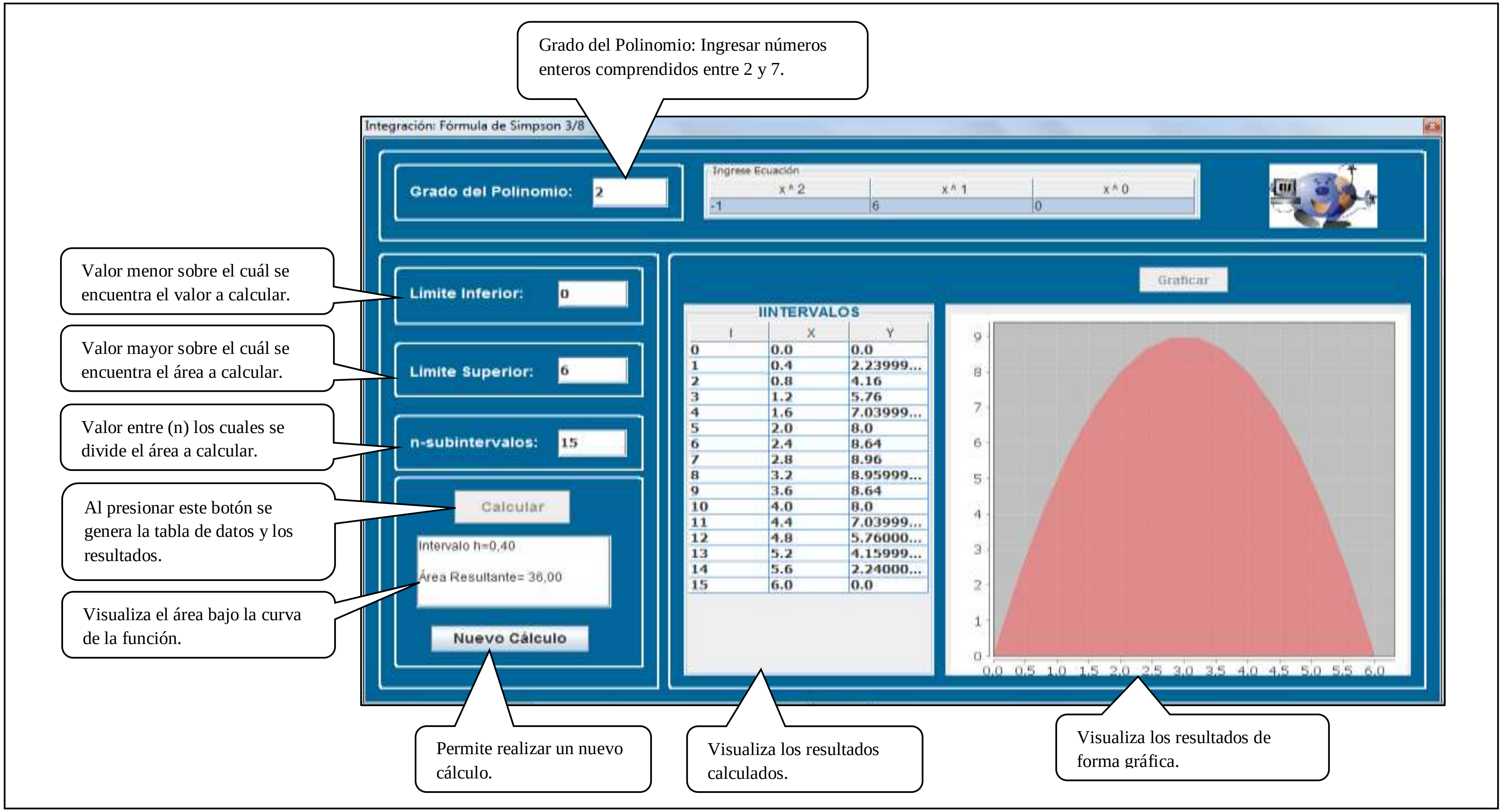


Figura 12. Ventana Integración por la Fórmula del Simpson $\frac{3}{8}$

2.2.4. Ventana acceso al submenú Aproximación Funcional

Al dar clic en la ventana del submenú Aproximación Funcional, nos permitirá calcular los coeficientes de la función que representa a una tabla de datos en forma aproximada. (Ver Figura 13).

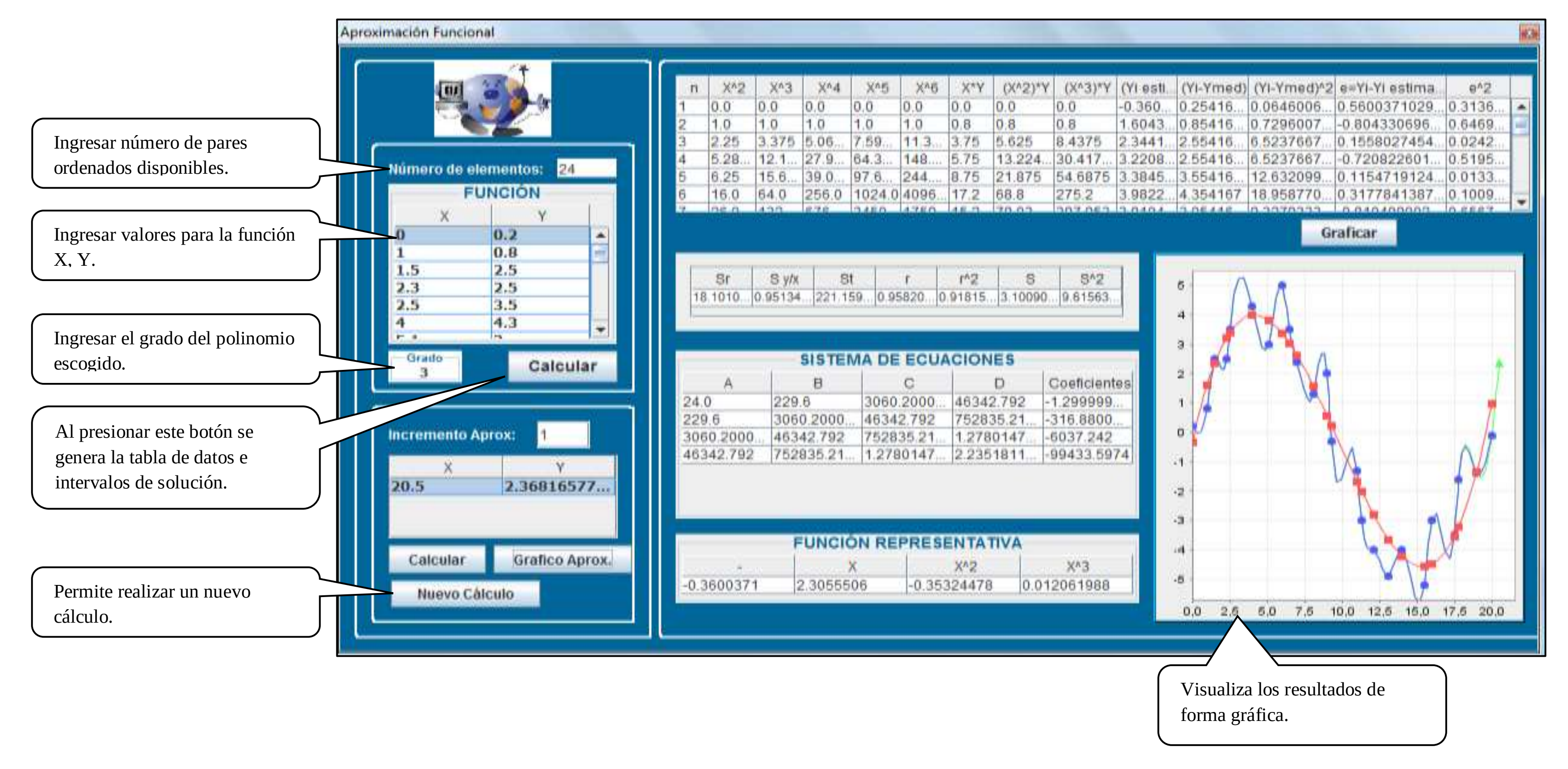


Figura 13. Ventana Método de Aproximación Funcional

2.2.5. Ventana acceso al submenú Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Al dar clic en la ventana del submenú Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, permitirá obtener el cálculo por el Método de Runge Kutta. (Ver Figura 14).

Figura 14. Ventana al submenú Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Al dar clic en el método de Runge Kutta nos permitirá resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma Y\` = a_0x^n +……+ a_n para una condición inicial p(x, y). (Ver Figura 15).

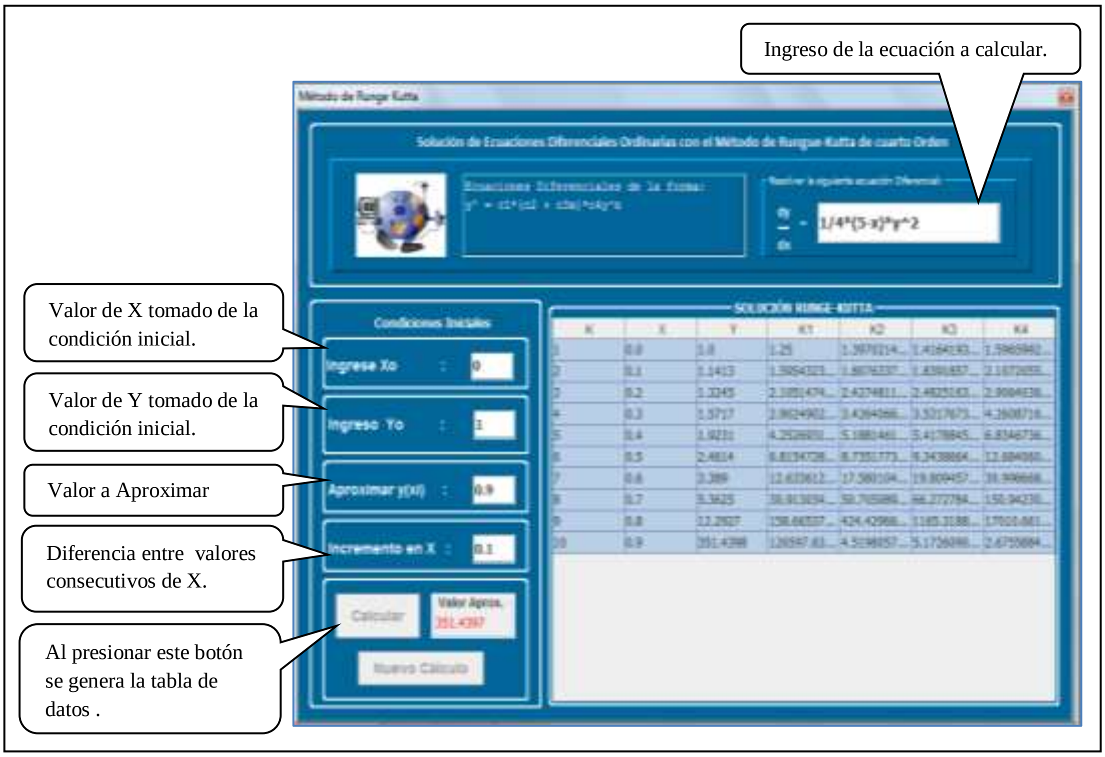


Figura 15. Ventana Método de Runge Kutta.

ANEXO N$^{\underline{o}}$2

ENCUESTA APLICADA A DOCENTES

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR SEDE AMBATO

ESCUELA DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

OBJETIVO: Determinar la factibilidad de implementar un simulador multimedia para el proceso de enseñanza a los estudiantes de la Escuela de Ingeniería de sistemas de la PUCESA.

Instructivo: Sr. Docente lea detenidamente las preguntas de la encuesta; para responder a las preguntas que tienen varias opciones, señale con una X en el casillero correspondiente y en las preguntas abiertas, sírvase contestar en forma precisa y sincera.

Su aporte será de mucha ayuda. Desde ya agradezco su gentil disposición, colaboración y tiempo.

---

1. ¿Conoce Ud. el uso y aplicación de las TIC?

SI ☐ NO ☐

2. ¿Utiliza las TIC para impartir su clase?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué?____

3. ¿Dispone o utiliza algún software multimedia relacionado a procesos matemáticos para la enseñanza-aprendizaje?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué?____

4. ¿Considera Ud. que el uso de un simulador educativo multimedia en el área de matemáticas facilitaría y mejoraría el proceso de enseñanza-aprendizaje?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué?____

5. ¿Piensa Ud. que sería importante el uso de un computador al impartir su clase?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué? ____

6. ¿Cree Ud. que sería necesario un software educativo para la verificación gráfica y matemática de los resultados?

SI ☐ NO ☐

7. ¿Piensa Ud. que al emplear un software educativo llamaría más la atención del estudiante en el aprendizaje?

SI ☐ NO ☐

8. ¿Valora la importancia de un software educativo matemático al impartir su metodología de enseñanza?

Útil ☐ Poco Útil ☐

ENCUESTA APLICADA A ESTUDIANTES

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR SEDE AMBATO

ESCUELA DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

OBJETIVO: Determinar la factibilidad de implementar un simulador multimedia para el proceso de aprendizaje en los estudiantes de la Escuela de Ingeniería de Sistemas de la PUCESA.

Instructivo: Sr. Estudiante lea detenidamente las preguntas de la encuesta; para responder a las preguntas que tienen varias opciones, señale con una X en el casillero correspondiente y en las preguntas abiertas, sírvase contestar en forma precisa y sincera.

Su aporte será de mucha ayuda. Desde ya agradezco su gentil disposición, colaboración y tiempo.

---

1. ¿Cuál es el grado de familiarización que usted posee, con respecto al uso de software educativo?

Alto ☐ Medio ☐ Bajo ☐ Ninguno ☐

2. ¿Alguna vez ha utilizado algún simulador educativo?

SI ☐ NO ☐

¿Cuál?____

3. ¿Piensa Ud. que en la actualidad es necesario que el docente haga uso de herramientas tecnologicas para impartir las clases?

SI ☐ NO ☐

4. ¿Considera Ud. que el uso de un software educativo le ayudaría en su aprendizaje, particularmente en la asignatura de Métodos Numéricos?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué?____

5. El tiempo que el docente emplea en la resolución de ejercicios manualmente es?

Muy satisfactorio ☐ Satisfactorio ☐ Poco satisfactorio ☐

6. ¿Estaría de acuerdo si el docente imparte su clase con la ayuda de un software multimedia para reforzar su conocimiento?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué?____

7. ¿Piensa Ud. que el docente podrá mejorar el conocimiento difundido en clase con el uso de software considerando los beneficios que trae, tales como?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué ?____