

EMPLEO DE SOFTWARE PARA LA SIMULACIÓN Y EL CÁLCULO NUMÉRICO DE LA CONDUCTIVIDAD Y DIFUSIVIDAD TÉRMICAS EFECTIVAS DE UN COMPOSITE UNIDIMENSIONAL A TRAVÉS DE UN ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS (SOLIDWORKS 2016)

Autores: Rodney Hechavarría¹ (ro.hechavarria@uta.edu.ec)

Gonzalo López²

Henry Salinas³

Universidad Técnica de Ambato

¹ Máster en Ciencias Físicas, Licenciado en Física - Universidad Técnica de Ambato, Docente Investigador de la facultad de Ingeniería Civil y Mecánica.

² Magíster en Diseño Mecánico, Ingeniero Mecánico - Universidad Técnica de Ambato, Docente de la facultad de Ingeniería Civil y Mecánica.

³ Magíster en Administración de Empresas, Ingeniero Químico - Universidad Técnica de Ambato, Docente de la facultad de Ingeniería Civil y Mecánica.

Resumen

Se propone un método para el cálculo numérico de la conductividad y difusividad térmicas efectivas en materiales sólidos compuestos (composite), entre [10–20°C], mediante el uso del programa Solidworks 2016, que simula a través del análisis por Elementos Finitos. Se obtiene la distribución de temperatura en función de la coordenada y el tiempo y se ajusta la solución de la Ecuación de Difusión del Calor, en una dimensión (modelo teórico), a los datos obtenidos en la simulación. Primero se modela la distribución de temperatura en una barra sólida de cobre homogénea, bajo un flujo de calor constante en $x=L$, arrojando valores de conductividad y difusividad térmicas de acuerdo con los reportados en la literatura. Con el uso del programa Mathematica 11.0 se ajustan los datos simulados a la ecuación del modelo teórico establecido, luego se modela la distribución de temperatura en una barra sólida heterogénea a base de cobre (65,7%)–plomo (34,3%) y, bajo la misma condición de flujo de calor, se obtienen los valores efectivos de la conductividad y difusividad térmicas del composite, alcanzándose resultados consistentes, validándose así el procedimiento.

Palabras Clave: conductividad térmica efectiva, composite, difusividad térmica efectiva, elementos finitos

Abstract

A method for the numerical calculation of effective thermal conductivity and diffusivity in composite materials, between [10–20°C] is proposed, using the Solidworks 2016 program, which simulates through Finite Element analysis. The temperature distribution is obtained as a function of the coordinate and time, and the solution of the Heat Diffusion Equation is fitted in one dimension (theoretical model) to the data obtained in the simulation. First, the temperature distribution is modeled in a homogeneous solid copper bar under a constant heat flux at $x=L$, yielding values of thermal conductivity and diffusivity according to those reported in the literature. With the software Mathematica 11.0 the simulated data are adjusted to theoretical model equations, then, the temperature distribution is modeled in a heterogeneous solid bar with copper (65.7%)–lead (34.3%) and, under the same heat flow condition, the effective values of

conductivity and diffusivity of the composite, achieving reliable results, with this procedure the method is validated.

Keywords: Effective thermal conductivity, composite, effective thermal diffusivity, finite element.

I. Introducción

Desde hace años existe el interés en el desarrollo de nuevos métodos para determinar la conductividad y difusividad térmicas de los compuestos. Esto se debe, en gran medida, al rápido avance de la ciencia de materiales y sus múltiples aplicaciones (Parker et al, 1961; Cobirzan et al, 2016). Existen los métodos estacionarios que, sin embargo, presentan la desventaja del prolongado tiempo de exposición al calor que sufre la muestra, aumentando considerablemente su temperatura y, por lo tanto, pudiendo incidir en la variación de sus características térmicas (Lira et al, 2018; Ibáñez et al, 2018; Gustafsson, 1991).

En los materiales heterogéneos (composites) es más compleja la determinación de los valores exactos de los parámetros térmicos por su composición (Hamilton y Crosser, 1962; Nie y Basaran, 2005). Los composites pueden ser representados por medios laminados, fibrosos, granulares, etc. (Bravo, 2013). Existen algunos estudios para medir la conductividad térmica efectiva de un composite aunque, en general, presentan limitaciones con la continuidad de las fases de un material a otro; por lo que incluso se pueden presentar fases adicionales (Hamilton y Crosser, 1962). Asimismo, la geometría de los mismos es un inconveniente debido a que, en la práctica, no todas las partículas tienen la misma forma y tamaño; variando considerablemente el factor de forma, que se toma en cuenta en algunas fórmulas para el cálculo de propiedades del composite (Hamilton y Crosser, 1962; Maxwell, 1881; Bravo, 2013; Peña et al, 2002). Por lo tanto, los métodos matemáticos de la física son una alternativa necesaria a tener en cuenta para determinar las propiedades efectivas de materiales compuestos.

El presente trabajo, tiene como objetivo calcular numéricamente la conductividad y difusividad térmicas efectivas en compuestos sólidos heterogéneos, mediante la simulación computacional a través del análisis por Elementos Finitos; considerando que, el mecanismo de propagación de calor, sólo tiene lugar por conducción. Se emplea un método no-estacionario que aprovecha la radiación luminosa como fuente de calor

externo y constante que incide sobre uno de los extremos ($x=L$) de una barra térmicamente aislada, en el otro extremo ($x=0$) la temperatura se mantiene constante (entre 10 y 20°C). El flujo de calor se mide en régimen no-estacionario por lo que posee la ventaja de ser una medición relativamente rápida y con un mínimo aumento de temperatura; de esta manera se evita las pérdidas por radiación. Asimismo, para calcular las propiedades térmicas no se necesita conocer ni las características térmicas ni geométricas de los materiales que integran el composite, contrario de otros trabajos (Hamilton y Crosser, 1962; Peña et al, 2002).

II. Materiales y Métodos

Metodología de la simulación

Se estudia, en primer lugar, una barra homogénea de cobre de 0,15m de longitud, con una sección cuadrada de lado igual a 0,007m como indica la figura 1. El software utilizado SolidWorks, muestra la distribución de temperatura para todos los puntos de la barra a partir del calentamiento de uno de los extremos ($x=L$), en función del tiempo.

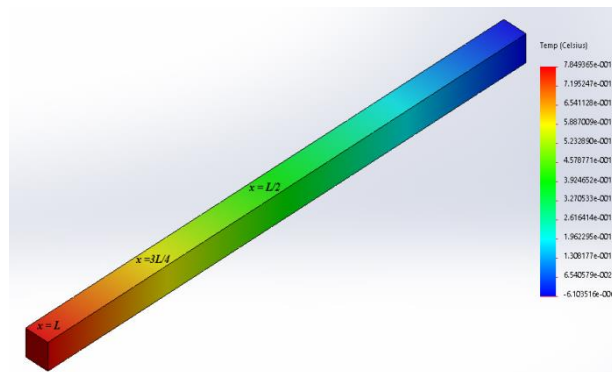


Figura 1. Distribución de la Temperatura a lo largo de una barra de cobre de sección cuadrada de longitud $L=0,15\text{m}$ y lado $a=0,007\text{m}$. Con estas dimensiones se garantiza las características unidimensionales del sistema propuesto.

Luego de este primer estudio con un material homogéneo conocido se comprueba que los valores de conductividad (χ) y difusividad (α) térmicas se ajustan satisfactoriamente (Benenson, 2002).

En la **segunda etapa**, se reproduce la simulación, esta vez se obtiene la distribución de la Temperatura a lo largo de una barra de cobre de sección cuadrada con cuatro inserciones de plomo de 0,003m de longitud y $2,1 \cdot 10^{-5}\text{m}^2$ de área de sección

transversal, de tal forma que se obtiene un composite de cobre (65,7%)–plomo (34,3%), como indica la figura 2.

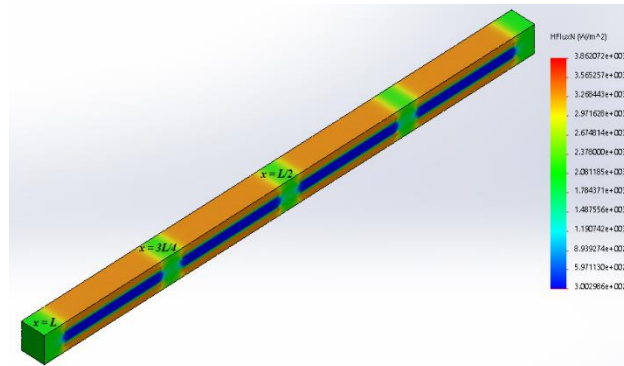


Figura 2. Distribución de la Temperatura a lo largo de una composite de cobre (65,7%) – plomo (34,3%) en forma de barra de longitud $L=0,15\text{m}$ y lado $a=0,007\text{m}$; con cuatro inserciones de plomo de $0,003\text{m}$ de longitud y $2,1 \cdot 10^{-5}\text{m}^2$ de área de sección transversal.

En las figuras 1 y 2, los valores de temperaturas que se muestran en la distribución sobre cada punto de las barras son las temperaturas alcanzadas en estado estacionario: ΔT_{es} . Sin embargo, para calcular la conductividad y difusividad térmicas bajo este método no se necesita llegar a ese valor, como se describe a continuación.

III. Estado del Arte y la Práctica

En el estudio de la propagación del calor en una barra sólida, para tener en cuenta sólo el proceso de conducción a lo largo de la misma, las pérdidas de calor por convección y radiación deben ser minimizadas. En este sentido, gracias a un adecuado diseño experimental se logra este propósito. A saber: 1) el poco aumento de la temperatura ΔT evita pérdidas por radiación, 2) por ser una barra sólida no se aprecia la convección; de forma tal que se puede aplicar la ecuación parabólica del calor para conocer la distribución de temperaturas en toda la barra.

Se considera un problema unidimensional sin fuentes internas de calor, en este caso la ecuación de difusión del calor en una sola dirección, así como sus condiciones iniciales y de frontera se proponen de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t) \\ T(x,0) = T_0 \\ T(0,t) = T_0 \\ \frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = Q \end{cases} \quad \{\forall 0 < x < L, t < 0\} \quad (1)$$

donde: α es la difusividad térmica, Q es el flujo de calor constante a través del extremo $x=L$.

Homogenizando las condiciones de frontera y, teniendo en cuenta el método de separación de variables, se obtiene el incremento de la temperatura como función del tiempo t y la coordenada x , cuya solución es:

$$\Delta T(x,t) = p_0 \left\{ \frac{x}{L} - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot e^{-(p_n t)}}{(2n+1)^2} \text{sen} \left[(2n+1) \frac{\pi x}{2L} \right] \right\} \quad (2)$$

donde:

$p_0 = \frac{qL}{\chi A}$, representa la variación de temperatura alcanzada en el estado estacionario, q

es el calor, L la longitud de la barra, A el área de la sección transversal, χ la conductividad térmica.

- $p_n = p_n(\alpha, n)$, es función de la difusividad térmica y de los términos dentro de la serie. Está asociado con el tiempo que se demora el sistema en alcanzar el estado estacionario e igualmente con la frecuencia con que oscilan los valores de temperatura en cada punto de la barra mientras avanza el tiempo.

Utilizando el método de los mínimos cuadrados se ajustan los puntos de la simulación a la ecuación (2) mediante el programa Mathematica 11.0. El número de términos de la sumatoria se calcula aproximadamente, de manera que en $x=L$ y $t=0$ la variación de temperatura que se aprecie por el sensor que mide sea igual a cero, o sea: $\Delta T(L,0) = 0$.

A partir de los valores obtenidos para p_0 y p_n , se determinan los correspondientes de conductividad y difusividad térmicas.

IV. Resultados y Discusión

Barra de cobre

Se muestran los resultados de la primera etapa en donde se trabajó con la barra de cobre. Se puede apreciar en la figura 3, una convergencia absoluta entre la solución teórica de la ecuación (2) y la data arrojada por la simulación para los diferentes valores de la coordenada x , en que fue monitoreado.

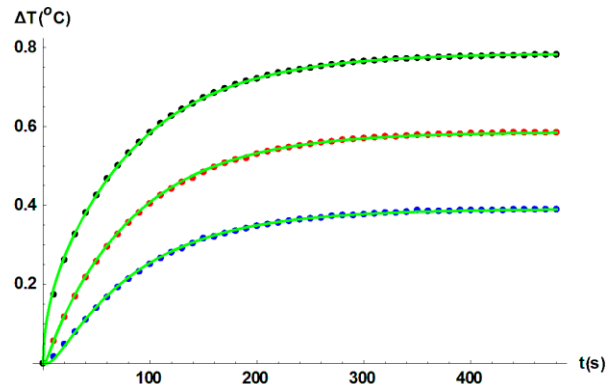


Figura 3. Gráfico del ajuste de la distribución de Temperatura vs. Tiempo cuando se calienta la barra de cobre en la posición ($x=L$). Se tiene una convergencia absoluta entre simulación y modelo en los tres puntos de monitoreo.

De esta forma se obtuvieron los valores de conductividad y difusividad térmicas presentados en la tabla 1 y, como se aprecia, la coincidencia entre los valores para distintas posiciones es notoria. Esto indica que las características térmicas no dependen de la coordenada si hablamos de un material homogéneo. Asimismo, los valores calculados de conductividad y difusividad térmicas se aproximan significativamente a los ya reportados (Benenson, 2002).

Tabla 1. Comparación entre los valores de conductividad χ [$\text{W/m}^\circ\text{C}$] y difusividad $\alpha \cdot 10^{-6}$ [m^2/s] térmicas reportados y los calculados en tres puntos diferentes de una barra de cobre homogénea.

Valores reportados	Valores de conductividad y difusividad térmicas calculados		
	($x=L$)	($x=3L/4$)	($x=L/2$)

$$\chi_{\text{cobre}}=390,0 \quad \chi=389,7 \quad \chi=390,0 \quad \chi=390,2$$

$$\alpha_{\text{cobre}}=112,4 \quad \alpha=105,1 \quad \alpha=105,8 \quad \alpha=106,6$$

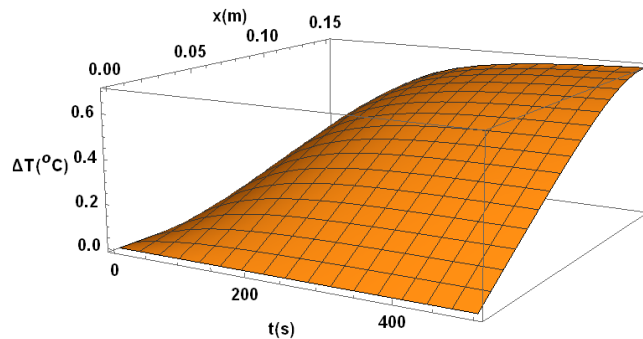


Figura 4. Gráfico de la variación de la Temperatura en función del tiempo t y la coordenada x , para la barra de cobre homogénea: $q=0,1W$; $A=4,9 \cdot 10^{-5}m^2$; $L=0,15m$.

En la figura 4 se aprecia el gráfico de la distribución de temperatura en función de la coordenada x y el tiempo t , según la ecuación 2, con los valores de χ y α obtenidos en la tabla 1, $q=0,1W$, $A=4,9 \cdot 10^{-5}m^2$, $L=0,15m$. Nótese que, el aumento de temperatura es pequeño (menor a un grado) lo que resulta conveniente a la hora de implementar esta medición en el laboratorio.

Composite

A continuación, en la figura 5 se muestra los resultados de la segunda etapa, donde se trabajó con un composite como indica la figura 2.

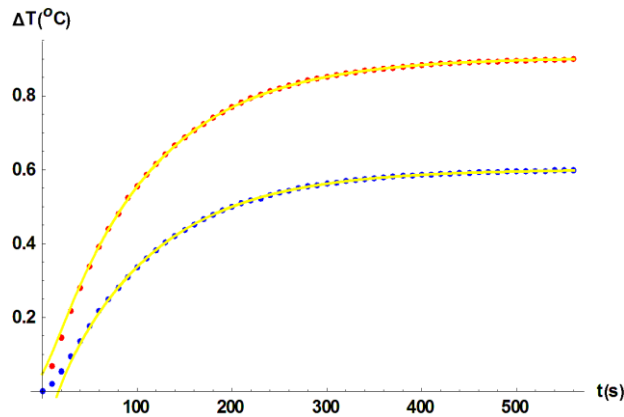


Figura 5. Gráfico del ajuste de la distribución de Temperatura vs. Tiempo cuando se calienta el composite (cobre 65,7% - plomo 34,3) en la posición $x=L$. Se tiene una convergencia absoluta después de los primeros 30s.

Se debe acotar que, en esta segunda etapa se monitoreó la variación de temperatura en las posiciones $x=3L/4$ y $x=L/2$, debido a que están inmersas dentro del composite. Igualmente, en la figura 5 se observa que el modelo comienza a ajustarse absolutamente después de los primeros 30 segundos a partir de que comienza a recibir el calor por el extremo $x=L$. Esta discrepancia puede estar asociada a la baja conductividad térmica del plomo de forma tal que, en las posiciones $x=3L/4$ y $x=L/2$, aún no llega un flujo de calor significativo al comienzo; por lo que la data resulta un poco dispersa, esto se puede solucionar aumentando la potencia de q en $x=L$.

Tabla 2. Valores de conductividad χ [W/m °C] y difusividad $\alpha \cdot 10^{-6}$ [m/s²] térmicas efectivas calculados en dos puntos diferentes del composite.

$(x=3L/4)$	$(x=L/2)$
$\chi=254.0$	$\chi=254.6$
$\alpha=86,6$	$\alpha=87,5$

En la tabla 2, aparecen los resultados de la conductividad y difusividad térmicas efectivas calculadas para el composite. Como se aprecia, los valores efectivos tanto de χ como de α se encuentran en el intervalo entre los valores del plomo y cobre, por lo

que, el resultado es lógico y adecuado. En segundo lugar, se nota precisión (si bien no significa total exactitud) en los resultados pues, ambos puntos de monitoreo, arrojan cifras muy semejantes; convirtiéndolo en un método consistente.

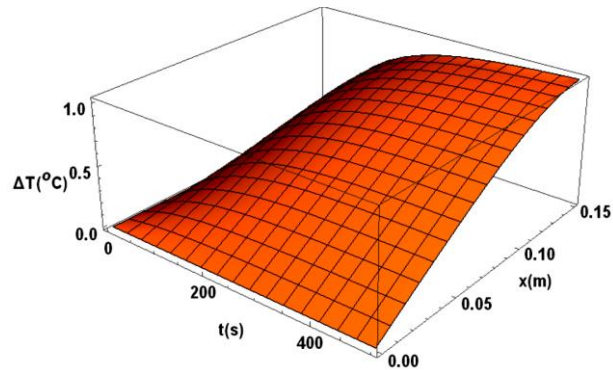


Figura 6. Gráfico de la variación de la Temperatura en función del tiempo t y la coordenada x , en el composite: $q=0,1\text{W}$; $A=4,9 \cdot 10^{-5}\text{m}^2$; $L=0,15\text{m}$.

En la figura 6 se aprecia el gráfico de la distribución de temperatura en función de la coordenada x y el tiempo t , según la ecuación 2, con los valores de χ y α efectivos obtenidos en la tabla 2, $q=0,1\text{W}$, $A=4,9 \cdot 10^{-5}\text{m}^2$, $L=0,15\text{m}$. Nótese que, el aumento de temperatura continúa siendo pequeño (alrededor de un grado), sin embargo, mayor que en el caso de la barra de cobre homogénea. Esto se debe a que, al ser la conductividad térmica efectiva del composite menor a la del cobre, la velocidad de propagación del flujo de calor es menor. Por lo tanto, se acumula más calor en los puntos monitoreados.

Validación del método

Hasta aquí, se ha calculado numéricamente la conductividad y difusividad térmicas efectivas de un composite a base de cobre (65,7%) – plomo (34,3%). Sin bien es necesario ampliar el número de simulaciones a otros tipos de configuraciones, sí se logra estimar bajo condiciones adecuadas los valores térmicos efectivos, como indica la tabla 2. En este sentido, se ha utilizado una herramienta informática SolidWorks 2016, cuyo método de cálculo, Elementos Finitos, está validado para la obtención de propiedades térmicas en un composite unidimensional, para las condiciones en que se diseñó la muestra (Rocha y Cruz, 2001). Asimismo, los valores de la conductividad y

difusividad térmicas efectivas obtenidas están dentro del intervalo establecido por López (López et al, 2013).

V. Conclusiones

La metodología numérica presentada en este trabajo se puede convertir en una herramienta para el cálculo de la conductividad y difusividad térmicas efectivas de un composite sólido unidimensional. Como ventaja, no se necesita, en general, conocer ni la geometría ni las dimensiones exactas del material insertado (aunque éste debería estar disperso), tampoco las propiedades térmicas de los materiales constituyentes, pues solo se necesita monitorear la temperatura en varios puntos y ajustar los valores de χ y α a la ecuación 2.

VI. Referencias Bibliográficas

Benenson, W., Harris, J.W., Stöcker, H. & Lutz, H. (2002). "Handbook of physics". 1ra ed., vol. 2, Ed. Springer-Verlag, USA, pp. 788-795.

Bouguerra A. (2001). "Measurement of thermal conductivity, thermal diffusivity and heat capacity of highly porous building materials using transient plane source technique". International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 28, pp. 1065-1078, 2001.

Bravo, J., Guinovart, R., López, G., Rodríguez, R. & Sabina, F. J. (2013). "Acerca de la homogeneización y propiedades efectivas de la ecuación del calor". Revista Visión Electrónica, vol. 7, pp. 149-159.

Carson, J., Lovatt, S., Tanner, D. & Cleland, A. (2005). "Thermal conductivity bounds for isotropic porous materials". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48, pp. 2150-2158.

Corona, A., Martínez, G. (2011). "Conducción térmica en una varilla de cobre". Lat. Am. J. Phys. Educ. vol. 5, pp. 820-823.

González, M. E., Denis, A. & Soba, A. (2014). "Modelización de la conductividad térmica del UO₂ y (U,Gd)O₂ bajo irradiación. Implementación en el código Dionisio". Anales AFA, vol. 25, pp. 211-213.

Gustafsson, S. E. (1991). "Transient plane source techniques for thermal conductivity and thermal diffusivity measurements of solid materials". Review of Scientific Instruments, vol. 62, pp.797-804.

Gutiérrez, J. A., González, A. D. (2012). "Determinación experimental de conductividad térmica de materiales". *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*, vol.16, pp. 0841-0848.

Hamilton, R. L., Crosser, O.K. (1962). "Thermal Conductivity of Theory of Heterogeneous Two-Component System". *IEC Fundamentals*, vol. 1, pp. 187-190.

Hone, J., Whitney, M., Piskoti, C. & Zettl, A. (1999). "Thermophysical properties of masonry units Accurate characterization". *The American Physical Society*, vol. 59, pp. 2514-2516.

Ibáñez, J. A., Abellán, F. J., Valerdi, R. P. & García, J. A. (2008). "Conductividad térmica de una barra de cobre. Estudio experimental del transitorio". *Lat. Am. J. Phys. Educ.*, vol. 2, pp. 259-267.

Lima, J., Marín, E., Correa, O., da Silva, M., Cardoso, S., Gatts, C., Rezende, C., Vargas, H. & Miranda, L. (2000). "Measurement of the thermal properties of liquids using a thermal wave interferometer". *Meas. Sci. Technol*, vol. 11, pp. 1522-1526.

Lira, L., García, S., Méndez, E. & González, E. (2010). "Conductividad Térmica en materiales". *Simposio de Metrología SM2010-Car-29*, México.

Lira, L., González, O. & Méndez, E. (2008). "Medición de la Conductividad Térmica 2008". *Simposio de Metrología SM2008-S4C2*, México.

López, G., Bravo, J., Cruz, M. E., Guinovart, R. & Rodríguez, R. (2013). "Cotas variacionales para coeficientes efectivos en compuestos con contacto imperfecto". *Revista Visión Electrónica*, vol. 7, pp. 53-64.

Martínez, K., Marín, E., Glorieux, C., Lara, A., Calderón, A., Peña, G. & Ivanov, R. (2015). "Thermal diffusivity measurements in solids by photothermal infrared radiometry: Influence of convection radiation heat losses". *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 98, pp. 202-207.

Maxwell, J. C. (1881). "A treatise on Electricity and Magnetism". 2da ed., vol. 1, Ed. Clarendon Press, U.K., p. 435.

N. Cobîrzan, A. A. Balog, B. Belean, G. Borodi, D. Dadârlat, M. Streza, (2016). "Thermophysical properties of masonry units: Accurate characterization by means of photothermal techniques and relationship to porosity and mineral composition". *Construction and Building Materials*, vol. 105, pp. 297–306.

- Nie, S., Basaran, C. (2005). "A micromechanical model for effective elastic properties of particulate composites with imperfect interfacial bonds". *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, pp. 79-91.
- Parker, W., Jenkins R., Butler C. & Abbott G. (1961). "Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity". *Journal of Applied Physics*, vol. 32, pp. 1679-1684.
- Peña, G. et al. (2008). "Conductividad térmica efectiva promedio de polvos de arcillas Utilizadas en la industria cerámica del área metropolitana de San José de Cúcuta". *Revista Colombiana de Física*, vol. 40, pp. 278-280.
- Peña, G., Calderón, A., Muñoz, R. A., Florido, A., Flores, O. & Falcony, C. (2002). "Influencia del tamaño de grano en la conductividad térmica a altas temperaturas en polvos aislantes de MgO". *Superficies y Vacío*, vol. 14, pp. 44-48.
- Rocha, R. P. A., Cruz, M. E. (2001). "Computation of the effective conductivity of unidirectional fibrous composites with an interfacial thermal resistance. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications". *International Journal of Computation and Methodology*, vol. 39, pp. 179-203.
- Sassi, L., Mzali, F., Jemnia, A. & Nasrallah, S. B. (2005). "Hot-Wire Method for Measuring Effective Thermal Conductivity of Porous Media". *Journal of Porous Media*, vol. 8, pp. 97-113.
- Shemeena, N., Rajesh, B., Kurian, A. & George, S. D. (2012). "Thermal conductivity measurement of organic solvents incorporated with silver nanoparticle using photothermal techniques". *International Conference on Materials Science and Technology*, India.
- Shonnard, D. R., Whitaker, S. (1989). "The effective thermal conductivity for a point contact porous medium: an experimental study". *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 32, pp. 503-512.
- Velasco, L., Goyos, L., Delgado, R. & Freire, L. (2016). "Instalación para medición de conductividad térmica en composites basados en residuos de biomasa". *Enfoque UTE*, vol.7, pp.69-81.
- Wakao, N., Kato, K. (1969). "Effective thermal conductivity of packed beds". *Journal of Chemical Engineering of Japan*. Vol. 2, pp.24-33.

Warrier, A. R., Jayakrishnan, R., John, T. T., Kartha, C. S. & Vijayakumar, K. P. (2015). "Study on optical, electronic and thermal properties of $\text{-In}_2\text{S}_3$ thin films using photothermal beam deflection technique". *J Mater Sci: Mater Electron*, DOI 10.1007/s10854-015-4201-y.