



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Trabajo de Titulación como requisito previo para la obtención del título de
Magíster en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con Mención
Matemática y Física

**DISEÑO DE UNA GUÍA METODOLÓGICA BASADA EN GAMIFICACIÓN PARA LA
ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE GEOGEBRA
PARA EL BGU.**

Autor: Nelly Patricia Guamushig Tarco

Director: Msc. Salgado Enríquez Gustavo Eduardo

Quito, septiembre 2024.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	11
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
1.1. Formulación del problema.....	13
1.2. Objetivos de la Investigación	16
Objetivo General	16
Objetivos Específicos.....	16
1.3. Justificación de la Investigación	16
CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	19
2.1. Antecedentes de la investigación	19
2.2. Bases Teóricas.	25
2.2.1. Proceso enseñanza- aprendizaje de las matemáticas	25
2.2.2. Funciones trigonométricas	26
2.2.3. Gamificación	30
2.2.4. Gamificación en la enseñanza de las matemáticas	32
2.2.5. GeoGebra	33
2.2.6. Guía metodológica	34
2.3. Bases Legales	35
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	38
3.1. Tipo de Investigación	38
3.2. Diseño de Investigación	38
3.3. Unidades de Estudio	38
3.3.1. Población.....	38
3.3.2. Muestra	39
3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	39
3.5. Técnica de Análisis de Datos	39
3.6. Operacionalización de Variables	40
CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS	42
4.1. Resultados de las entrevistas aplicadas a docentes sobre sus prácticas educativas y experiencias	42
Pregunta 1: ¿Qué herramientas tecnológicas de gamificación utiliza actualmente en la enseñanza de funciones trigonométricas?.....	42
Pregunta 2: ¿Cómo calificaría la efectividad de estas herramientas para facilitar el aprendizaje?	43
Pregunta 3: ¿Qué ventajas y desventajas ha observado en estas herramientas?	44
Pregunta 4: ¿Cómo evalúa la comprensión teórica de los estudiantes sobre funciones trigonométricas?.....	45

Pregunta 5: ¿Qué dificultades comunes enfrentan los estudiantes al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos?.....	46
Pregunta 6: ¿Qué habilidades considera que los estudiantes necesitan desarrollar más en esta área?.....	47
Pregunta 7: ¿Cómo integraría GeoGebra en una estrategia metodológica para enseñar funciones trigonométricas?.....	48
Pregunta 8: ¿Qué aspectos considera importantes para diseñar una guía metodológica efectiva?	49
Pregunta 9: ¿Cómo evaluaría el éxito de la implementación de esta estrategia metodológica en términos de aprendizaje estudiantil?.....	50
CAPÍTULO V: PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA	53
5.1. Título:	53
5.2. Presentación	53
5.3. Objetivos	53
5.4. Rol del docente en la guía	54
5.5. Rol del estudiante en la guía	55
5.6. Actividades en Geogebra	55
CONCLUSIONES	74
RECOMENDACIONES	76
REFERENCIAS	78
ANEXOS	82

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Operacionalización de las variables	40
Tabla 2. Herramientas tecnológicas de gamificación para la enseñanza de funciones trigonométricas	42
Tabla 3. Efectividad de las herramientas tecnológicas para el aprendizaje de funciones trigonométricas	43
Tabla 4. Ventajas y desventajas de las herramientas tecnológicas de gamificación para la enseñanza de funciones trigonométricas	44
Tabla 5. Evaluación respecto a funciones trigonométricas	45
Tabla 6. Dificultades para aprender funciones trigonométricas en problemas prácticos	46
Tabla 7. Habilidades a desarrollar en los estudiantes respecto a la resolución de problemas	47
Tabla 8. GeoGebra como estrategia metodológica para la enseñanza de funciones trigonométricas	48
Tabla 9. Aspectos para diseñar una guía metodológica para la enseñanza de funciones trigonométricas con GeoGebra	49
Tabla 10. Evaluación de la estrategia metodológica enfocada al aprendizaje estudiantil	50
Tabla 11. La puerta del seno	64
Tabla 12. El reto del coseno	65
Tabla 13. El abismo de la tangente.....	66
Tabla 14. El mural de los espejos.....	68
Tabla 15. El laberinto de los dominios y recorridos perdidos.....	69
Tabla 16. PLAN DE GAMMIFICACIÓN DE TRIGONOMETRIA	71
Tabla 17. PLAN SEMANAL DE ACTIVIDADES	72

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1 Lados del triángulo rectángulo.....	27
--	----

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MENCIÓN GESTIÓN
DEL APRENDIZAJE MEDIADO POR TIC

**DISEÑO DE UNA GUÍA METODOLÓGICA BASADA EN GAMIFICACIÓN PARA LA
ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE GEOGEBRA
PARA EL BGU.**

Autor: Nelly Patricia Guamushig Tarco

Director -Tutor: Msc. Gustavo Eduardo Salgado Enríquez

Fecha:

RESUMEN

La Trigonometría es una rama matemática que resulta compleja para el aprendizaje de los estudiantes, lo que se refleja en el bajo rendimiento académico y el desinterés en esta área. La presente investigación tiene por objeto diseñar una guía metodológica innovadora que integre la gamificación con GeoGebra para facilitar el aprendizaje de las funciones trigonométricas, promoviendo una comprensión más profunda y motivadora. Como parte de la metodología se realizó un diseño cualitativo y transversal, empleando técnicas de recolección de datos con entrevistas semiestructuradas a docentes de matemáticas. La investigación incluyó el análisis de estudios previos y la implementación de la guía metodológica en el aula para evaluar su efectividad. Los resultados indicaron que la gamificación, ofrece una manera interactiva y efectiva de explorar conceptos matemáticos abstractos, mejorando el interés y la participación de los estudiantes. Las herramientas tecnológicas permiten una visualización dinámica y una comprensión más clara de los conceptos trigonométricos. Se concluye que la integración de métodos lúdicos y tecnológicos en la educación matemática no solo facilita una comprensión, sino que también incrementa la motivación y el rendimiento académico de los estudiantes.

Palabras clave: trigonometría, funciones trigonométricas, GeoGebra, matemáticas, gamificación.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACIÓN MENCIÓN GESTIÓN
DEL APRENDIZAJE MEDIADO POR TIC

**DESIGN OF A METHODOLOGICAL GUIDE BASED ON GAMIFICATION FOR
TEACHING TRIGONOMETRIC FUNCTIONS USING GEOGEBRA FOR THE BGU.**

Autor: Nelly Patricia Guamushig Tarco

Director -Tutor: Msc. Gustavo Eduardo Salgado Enríquez

Fecha:

ABSTRACT

Trigonometry is an area of mathematics that is complex for student learning, which is reflected in low academic performance and disinterest in this area. The purpose of this research is to design an innovative methodological guide that integrates gamification with GeoGebra to facilitate the learning of trigonometric functions, promoting a deeper and more motivating understanding. As part of the methodology, a qualitative and transversal design was carried out, using data collection techniques with semi-structured interviews with mathematics teachers. The research included the analysis of previous studies and the implementation of the methodological guide in the classroom to evaluate its effectiveness. The results indicated that gamification offers an interactive and effective way to explore abstract mathematical concepts, improving student interest and participation. Technological tools allow for dynamic visualization and a clearer understanding of trigonometric concepts. It is concluded that the integration of playful and technological methods in mathematics education not only facilitates a deeper understanding, but also increases the motivation and academic performance of students.

Keywords: Trigonometry, trigonometric functions, GeoGebra, mathematics, gamification.

INTRODUCCIÓN

La trigonometría, una rama fundamental de las matemáticas, ha sido históricamente percibida por muchos estudiantes como un campo especialmente desafiante debido a su alta carga de abstracción y complejidad conceptual. En el contexto del Bachillerato General Unificado (BGU) en Ecuador, las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina se ven agravadas por enfoques pedagógicos que aún predominan en muchos entornos educativos, basados principalmente en la memorización y en métodos repetitivos que limitan la comprensión profunda de los conceptos matemáticos (Macias, 2021). Esto se refleja en los bajos niveles de rendimiento académico en matemáticas reportados por evaluaciones nacionales, así como en la falta de motivación entre los estudiantes para involucrarse activamente en el aprendizaje de esta asignatura.

El panorama educativo actual demanda innovaciones urgentes en las estrategias pedagógicas para abordar estas problemáticas. En este sentido, la integración de herramientas tecnológicas como GeoGebra, combinadas con enfoques metodológicos disruptivos como la gamificación, ofrece una oportunidad única para transformar la forma en que se enseña la trigonometría. La gamificación, que incorpora elementos de juego en el proceso educativo, se basa en la premisa de que el aprendizaje puede ser más efectivo cuando es interactivo, atractivo y centrado en la motivación intrínseca de los estudiantes (Guaicha et al., 2024).

Este estudio tiene como objetivo diseñar una guía metodológica innovadora para la enseñanza de las funciones trigonométricas en el primer año de BGU, utilizando la gamificación como estrategia principal y GeoGebra como herramienta de apoyo. Esta guía busca no solo superar las barreras asociadas con la naturaleza abstracta de la trigonometría, sino también fomentar un ambiente de aprendizaje dinámico y participativo que permita a los estudiantes construir una comprensión más sólida y práctica de los conceptos matemáticos. Además, se espera que este enfoque ayude a transformar la percepción tradicionalmente negativa que muchos estudiantes tienen hacia la trigonometría, contribuyendo a un rendimiento académico más positivo.

La elección de GeoGebra se fundamenta en su capacidad para proporcionar representaciones visuales interactivas y manipulables de conceptos matemáticos complejos, promoviendo un aprendizaje intuitivo y significativo.

Su integración con elementos de gamificación, como desafíos y recompensas, pretende maximizar la participación estudiantil y facilitar el aprendizaje experiencial. Este enfoque no solo tiene el potencial de mejorar el desempeño académico, sino también de sentar una base sólida para futuras investigaciones y aplicaciones pedagógicas en el campo de la educación matemática, adaptándose a las necesidades cambiantes de los estudiantes y del entorno educativo.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Formulación del problema

Las matemáticas y en particular la Trigonometría, a lo largo del tiempo, han sido percibidas por gran parte de estudiantes como una asignatura compleja y desafiante dentro del ámbito educativo, lo cual se refleja en los altos índices de desinterés y bajo rendimiento académico en esta área. Sin embargo, adquirir este conocimiento favorece al desarrollo de habilidades analíticas y de resolución de problemas, además es crucial para la formación de una base sólida en ciencias y tecnología. Esta percepción se debe, en parte, a la naturaleza abstracta de los conceptos y la metodología tradicional de enseñanza que muchos docentes aún aplican, lo cual genera grandes desafíos para lograr un aprendizaje efectivo y motivador en este campo (Macias, 2021). La persistencia de continuar aplicando métodos tradicionales en la enseñanza de esta ciencia demanda una disciplina rigurosa y buena memoria por parte de los estudiantes, factores que pueden exacerbar la dificultad de la materia (Guaicha et al., 2024).

Otro aspecto que agrava aún más la situación es la limitada integración de recursos tecnológicos en el proceso educativo. A pesar de los avances tecnológicos, muchas instituciones educativas restringen el uso de los laboratorios digitales, únicamente de clases de Informática, dejando de lado la posibilidad de integrar estas herramientas en otras asignaturas como la enseñanza de matemáticas (Cruz, 2019). Esto contrasta con las recomendaciones de la literatura académica, que subraya la importancia de aprovechar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para innovar en la enseñanza y mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes (Llorente et al., 2016).

Además, la falta de capacitación docente es otro factor crítico que perpetúa las prácticas tradicionales. Muchos docentes no cuentan con la formación necesaria para implementar nuevas metodologías de enseñanza que incluyan el uso de tecnología, lo que perpetúa un ciclo de ineficacia en la educación matemática (Grisales, 2018). Lo cual se acentúa en instituciones educativas de áreas rurales o con limitados recursos que a menudo carecen de las herramientas y el apoyo necesario para proporcionar una educación de calidad. Esto se traduce en una desigualdad de oportunidades educativas, donde los estudiantes de sectores más vulnerables son los más afectados.

En Ecuador, la enseñanza de la trigonometría enfrenta múltiples desafíos que limitan el desarrollo efectivo de competencias matemáticas en los estudiantes. Según Delgado et al. (2024), dice que; “la pandemia del COVID-19 expuso una profunda desigualdad en el acceso a recursos tecnológicos, ya que solo el 45,5% de los hogares contaba con conexión a internet en 2020”. Esta carencia afectó de manera significativa el aprendizaje de asignaturas como la trigonometría, que requiere una interacción constante entre docentes y estudiantes y el uso de herramientas didácticas digitales.

En el contexto educativo ecuatoriano, los desafíos en la enseñanza de las matemáticas son evidentes. Los resultados de evaluaciones, como la prueba PISA-D de 2017, donde más de 6100 estudiantes ecuatorianos de 15 años participaron en la prueba, que evaluó sus habilidades en lectura, matemáticas y ciencias (*Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2020*). Los resultados mostraron que el 71% de los estudiantes no supera el nivel básico en matemáticas. De igual manera, las pruebas SER BACHILLER continúan mostrando bajos rendimientos en matemáticas a nivel nacional (*Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2020*). Este dato no sólo pone de manifiesto la necesidad de mejorar la enseñanza de las matemáticas, sino que también subraya la urgencia de encontrar nuevas estrategias pedagógicas que puedan revertir esta tendencia negativa.

La Unidad Educativa fiscal “Ricardo Álvarez Mantilla”, del distrito Calderón-2 con código AMIE 17H01811 es una institución ubicada en san José de Moran parroquia Calderón perteneciente a la zona rural de Quito. Actualmente consta de 976 estudiantes distribuidos en dos jornadas, en la jornada matutina se encuentran 5 paralelos de primero de bachillerato general unificado cada uno con 35 estudiantes, en el año lectivo 2023-2024.

La Unidad Educativa “Ricardo Álvarez Mantilla” enfrenta, al igual que muchas otras instituciones en el país, desafíos en la enseñanza de las Matemáticas. En particular, la falta de implementación de recursos tecnológicos y metodologías innovadoras en el proceso de enseñanza de las funciones trigonométricas representa una oportunidad para explorar y validar nuevas estrategias pedagógicas que puedan mejorar la comprensión y el rendimiento académico de los estudiantes, mismos que son los principales actores involucrados en esta problemática ya que son receptores directos del proceso educativo, adicional son quienes más resienten la ausencia de metodologías innovadoras y de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la Trigonometría. Por su parte, los docentes desempeñan un rol esencial en la aplicación de nuevas estrategias pedagógicas; sin embargo, a menudo enfrentan limitaciones

en términos de capacitación y acceso a recursos para llevar a cabo estas innovaciones de forma efectiva. Además, el Ministerio de Educación del Ecuador se constituye como un actor clave que incide en las políticas educativas y en la promoción de prácticas innovadoras dentro del aula. Esta institución tiene la responsabilidad de impulsar la capacitación continua del profesorado y de suministrar los recursos necesarios para optimizar la enseñanza de las matemáticas a nivel nacional.

Encalada (2021) subraya la influencia positiva de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas, recomendando que su integración puede llevar a la gamificación y así apoyar los objetivos educativos y fomentar la motivación de los estudiantes. Así mismo, el autor destaca la importancia de la gamificación en todos los niveles educativos, porque evidencia una mejora significativa frente a la motivación de los estudiantes, transformando las clases en experiencias dinámicas y participativas. De acuerdo con Grisales-Aguirre (2018) el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la enseñanza de las matemáticas tiene un impacto positivo, aunque subraya la necesidad de estudios adicionales que profundicen en este tema.

De otro lado, Tercero Vitola (2023) señala que una de las principales limitaciones en la enseñanza de la trigonometría radica en las deficiencias conceptuales y pedagógicas de los docentes, quienes no siempre están capacitados para aplicar metodologías innovadoras que faciliten el aprendizaje de conceptos abstractos. En efecto, este autor identifica una falta de investigación orientada al desarrollo de estrategias específicas para la enseñanza de la trigonometría, lo cual dificulta la creación de propuestas pedagógicas adaptadas al contexto ecuatoriano.

Ahora bien, Sagñay (2021) destaca que los estudiantes suelen percibir la trigonometría como una disciplina compleja y poco atractiva, lo que genera desmotivación y bajo rendimiento. Por supuesto, el autor menciona que metodologías activas, como la gamificación, pueden representar una solución viable al permitir que los estudiantes interactúen de manera dinámica y significativa con los contenidos, fomentando así una mayor comprensión y participación en clase.

Dado lo anterior, se plantea la siguiente interrogante de investigación ¿Cómo puede el diseño de guía metodológica basada en la gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas en los estudiantes del primer año de bachillerato contribuir a mejorar la comprensión de estos conceptos?

Esta pregunta se enfoca en explorar el potencial de una metodología innovadora que integra la gamificación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, con el objetivo de proponer una solución a las dificultades observadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de trigonometría.

1.2. Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Diseñar una guía metodológica innovadora basada en la gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas, mediante GeoGebra dirigida a los estudiantes del primer año de Bachillerato.

Objetivos Específicos

- Identificar y analizar las herramientas tecnológicas de gamificación existentes para la enseñanza de funciones trigonométricas.
- Diagnosticar el nivel de comprensión y habilidades en funciones trigonométricas de los estudiantes del primer año de bachillerato.
- Desarrollar una estrategia metodológica de enseñanza de funciones trigonométricas, integrando GeoGebra como herramienta de apoyo.

1.3. Justificación de la Investigación

La pertinencia de esta investigación reside en la creciente necesidad de innovar en las metodologías de enseñanza de las matemáticas, especialmente en áreas tan complejas como la trigonometría. La educación matemática en Ecuador enfrenta importantes desafíos, evidenciados por los bajos resultados de los estudiantes en evaluaciones nacionales e internacionales, como las pruebas PISA-D y SER BACHILLER, donde un alto porcentaje de estudiantes no logra alcanzar los niveles básicos de desempeño en matemáticas (*Instituto Nacional de Evaluación Educativa*, 2020) Estos resultados reflejan la urgencia de revisar y actualizar las prácticas pedagógicas en esta área, incorporando metodologías que respondan a las necesidades actuales de los estudiantes y que fomenten un aprendizaje más significativo y duradero. Por lo tanto, este estudio está centrado en el diseño de una guía metodológica innovadora basada en la gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas, utilizando la herramienta GeoGebra, dirigida a estudiantes del primer año de bachillerato.

Siendo que la relevancia de este estudio radica en la necesidad de superar las limitaciones actuales en la enseñanza de la trigonometría, aprovechando herramientas y estrategias pedagógicas innovadoras. Bermúdez y Higuera (2020) demuestran que el uso de tecnologías digitales como GeoGebra mejora significativamente las competencias de razonamiento matemático y modelación gráfica en los estudiantes. Estos resultados destacan la importancia de integrar recursos tecnológicos en el aula para optimizar el aprendizaje de la trigonometría.

En este contexto, la gamificación entendida como la aplicación de elementos propios del juego en entornos no lúdicos (Alejaldre y García, 2016), puede ser una estrategia didáctica innovadora capaz de transformar la enseñanza tradicional. Este enfoque no solo busca hacer más atractivas las clases de Matemáticas, sino también facilitar la comprensión de los conceptos a través de la participación y el aprendizaje experiencial.

El uso de GeoGebra, una herramienta de software libre que permite la visualización y manipulación de conceptos matemáticos de manera dinámica, se alinea con los objetivos de la gamificación. GeoGebra ofrece a los estudiantes la posibilidad de explorar las funciones trigonométricas de una forma visual e interactiva, lo que puede contribuir a una mejor comprensión y retención de estos conceptos (Arteaga et al., 2016). Al integrar GeoGebra en una guía metodológica gamificada, se busca no solo mejorar el rendimiento académico en trigonometría, sino también transformar la percepción que los estudiantes tienen de esta disciplina, haciéndola más accesible e interesante.

Este estudio es relevante porque busca contribuir a la mejora de la calidad educativa en un área fundamental del currículo como es la matemática (Alejaldre y García, 2016). Al proponer una guía metodológica que incorpora la gamificación y el uso de GeoGebra, esta investigación tiene el potencial de ofrecer una solución innovadora que aborde los desafíos específicos de la enseñanza de la trigonometría en el primer año de bachillerato. Esta propuesta no solo busca mejorar los resultados académicos, sino también promover un cambio en la cultura educativa, donde el aprendizaje de las matemáticas se perciba como una experiencia positiva y enriquecedora.

Dicho de otra manera, Delgado et al. (2024) argumentan que estrategias como el aula invertida no solo incrementan la satisfacción de los estudiantes, sino que también mejoran su rendimiento académico en temas complejos como la trigonometría.

Este enfoque, que prioriza el aprendizaje autónomo y el uso de recursos digitales, resulta especialmente pertinente en un contexto donde el acceso a la educación presencial enfrenta múltiples limitaciones.

Puede ser un referente en otros contextos educativos similares, puesto que la gamificación y las herramientas tecnológicas como GeoGebra representan un enfoque pedagógico que puede ser adaptado a diversas realidades educativas, ampliando así el impacto potencial de esta investigación (Arteaga et al., 2016).

Para los estudiantes, el diseño de una guía metodológica para la enseñanza de las funciones trigonométricas tiene el potencial de transformar su experiencia de aprendizaje, haciéndola más atractiva y efectiva. Al utilizar elementos de juego y herramientas visuales como GeoGebra se espera que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y duradera de los conceptos, lo que a su vez podría mejorar su rendimiento académico y su actitud hacia las matemáticas. Por otro lado, esta investigación también es importante para los docentes, ya que les ofrece una herramienta pedagógica innovadora que puede facilitar su labor en la enseñanza.

En otro caso de metodología, Valdez y Armijos (2021) destacan que la gamificación, al incorporar dinámicas de juego en el aula, puede transformar la enseñanza de la trigonometría en una experiencia más interactiva y motivadora. Esta metodología se basa en el uso de retos, recompensas y herramientas digitales como GeoGebra para simplificar conceptos complejos y fomentar la participación de los estudiantes, en este sentido, su implementación sigue un proceso estructurado que incluye la definición de objetivos, el diseño de actividades dinámicas y la evaluación formativa mediante retroalimentación continua. Este enfoque no solo mejora el aprendizaje de los contenidos, sino que también fortalece habilidades como el razonamiento lógico y el trabajo en equipo.

Además, la importancia de esta investigación se refleja en su alineación con las políticas educativas nacionales e internacionales que promueven el uso de tecnologías digitales y metodologías innovadoras en la enseñanza (*Instituto Nacional de Evaluación Educativa*, 2020). En un mundo cada vez más digitalizado es fundamental que las instituciones educativas adopten enfoques pedagógicos que preparen a los estudiantes para los desafíos del siglo XXI.

CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Antecedentes de la investigación

Para fundamentar la propuesta de diseñar una guía metodológica técnica relacionada con la gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas, se llevó a cabo una revisión documental de cinco investigaciones académicas relevantes en el área. A continuación, se presenta un resumen de los hallazgos de estas investigaciones:

En la investigación titulada “Metodología basada en TIC para la enseñanza de las matemáticas a primeros de bachillerato”, realizada por Crespo y Sarmiento, (2023), sostienen que la enseñanza de las Matemáticas en niveles educativos iniciales como el primer año de bachillerato enfrenta varios desafíos, principalmente relacionados con la abstracción y la lógica que esta disciplina requiere. Puesto que tradicionalmente, se ha observado que los métodos de enseñanza en matemáticas a menudo se centran en la memorización de contenidos, lo que resulta en un bajo rendimiento académico y una comprensión superficial de los conceptos.

Este antecedente examina una propuesta metodológica basada en Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) que busca transformar la enseñanza las Matemáticas mediante el uso de herramientas digitales como GeoGebra y PhET, enfocándose en su aplicación en el contexto de una institución particular de la ciudad de Cuenca. En el contexto educativo analizado por Crespo y Sarmiento (2023), se identificaron varios problemas cruciales que afectan la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Uno de los principales problemas es la tendencia de los estudiantes a memorizar contenido en lugar de desarrollar una comprensión profunda y lógica de los conceptos matemáticos. Esta práctica de memorización es a menudo facilitada por métodos de enseñanza tradicionales que priorizan la repetición y el aprendizaje pasivo sobre la comprensión activa. Por otro lado, la tradición educativa influye en los docentes, quienes tienden a perpetuar métodos que no siempre resultan efectivos en el aprendizaje actual. La falta de integración de herramientas digitales en el aula de Matemáticas limita una enseñanza interactiva y contextualizada, que podría mejorar notablemente la comprensión y el rendimiento de los estudiantes.

El estudio propone una metodología que utiliza como herramientas centrales los softwares GeoGebra y PhET para incorporar tecnologías digitales en la enseñanza. GeoGebra es una plataforma de software libre que combina Geometría, Álgebra y Cálculo en una única herramienta interactiva, permitiendo a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera visual y dinámica. Por otro lado, PhET ofrece simulaciones interactivas que permiten a los estudiantes experimentar con fenómenos científicos y matemáticos, facilitando una comprensión más profunda de los conceptos a través de la experimentación y el descubrimiento. A través de la implementación de estas herramientas se busca no solo mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos, sino también fomentar una actitud positiva hacia la materia, aumentando así el rendimiento académico general (Crespo y Sarmiento, 2023).

El estudio se ha guiado por un enfoque cualitativo y un método deductivo, lo que permitió a los autores explorar en profundidad la viabilidad y eficacia de la metodología propuesta. La técnica principal utilizada en el estudio fue el grupo focal, en el cual se consultó a siete docentes del área de Matemáticas para obtener sus perspectivas sobre la integración de las TIC en la enseñanza. Este enfoque permitió recoger información cualitativa valiosa sobre la percepción y las experiencias de los docentes con las herramientas digitales propuestas.

Los resultados obtenidos indicaron que los docentes valoraron positivamente la metodología basada en TICs. Destacaron varias ventajas clave, como el lenguaje sencillo y accesible de los softwares, su gratuidad y las herramientas interactivas que ofrecen. Estos aspectos fueron considerados fundamentales para mejorar la enseñanza de las Matemáticas, ya que facilitan una comprensión más clara y efectiva de los conceptos, y proporcionan a los estudiantes una mayor capacidad para interactuar con el contenido de manera práctica y contextualizada (Crespo y Sarmiento, 2023).

Los resultados del estudio demuestran que la propuesta metodológica basada en Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) representa una mejora significativa en la enseñanza de las Matemáticas. La conclusión principal del estudio es que la guía metodológica empleada por los docentes se destaca por su facilidad de uso, claridad y, sobre todo, por su papel en fomentar la participación y motivación de los estudiantes, lo cual contribuye a crear un entorno de aprendizaje más positivo y comprometido (Crespo y Sarmiento, 2023).

Un segundo antecedente es el estudio realizado por Guacho (2024), denominado “Aplicación del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín-Riobamba” en el cual se aborda la enseñanza de las Matemáticas, particularmente de operaciones con vectores, y la complejidad para los estudiantes. En este contexto, el uso de herramientas tecnológicas como el software GeoGebra emerge como una estrategia prometedora para facilitar el aprendizaje y mejorar el rendimiento académico.

Este estudio, se centra en los vectores como una representación matemática de magnitudes y direcciones, que requieren una comprensión visual y conceptual que muchas veces no se logra con los métodos tradicionales. Los problemas comunes identificados en este estudio incluyen la dificultad para conectar conceptos abstractos con representaciones gráficas y la falta de comprensión de las operaciones vectoriales en un contexto tridimensional.

Para abordar estos problemas se desarrolló una estrategia didáctica utilizando GeoGebra, un software interactivo para crear representaciones visuales de vectores y realizar operaciones con ellos de manera interactiva. El enfoque adoptado en este estudio fue constructivista, promoviendo que los estudiantes construyan su propio conocimiento a través de la exploración y resolución de problemas. La estrategia didáctica diseñada incluyó una serie de actividades y ejercicios orientados a facilitar la conexión entre los conceptos abstractos de los vectores y sus representaciones visuales, ayudando a los estudiantes a desarrollar una comprensión más sólida de las operaciones con vectores.

Se aplicó un test validado por docentes expertos para evaluar la efectividad de la estrategia didáctica. La confiabilidad del test fue medida utilizando el coeficiente Alfa de Cronbach, garantizando la precisión y consistencia de los resultados obtenidos. La población del estudio consistió en dos grupos paralelos de estudiantes de primer año de bachillerato, seleccionados mediante un muestreo no probabilístico.

Esta muestra incluyó tanto un grupo experimental que recibió la intervención con GeoGebra como un grupo control que continuó con el método tradicional de enseñanza. Para el análisis estadístico se utilizó la prueba t-student para muestras independientes, que permite comparar los rendimientos académicos de los dos grupos y determinar si las diferencias observadas son estadísticamente significativas. El valor p obtenido fue 0.000005002, lo cual indica una diferencia significativa en el rendimiento académico entre el grupo experimental y

el grupo control. Este hallazgo sugiere que la estrategia didáctica propuesta con GeoGebra tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de operaciones con vectores.

Los resultados del estudio mostraron un incremento notable en el rendimiento académico de los estudiantes que utilizaron GeoGebra como herramienta didáctica. En el pretest, el grupo experimental presentó una media de 4,86, mientras que en el post-test la media aumentó a 7,61. Este cambio reflejó una mejora significativa en el dominio de las operaciones con vectores entre los estudiantes del grupo experimental. El análisis estadístico confirmó que esta mejora era significativa, con un valor p muy bajo que indica que es altamente improbable que los resultados se deban al azar. La diferencia en los rendimientos académicos entre el grupo experimental y el grupo control respalda la efectividad de la estrategia didáctica basada en GeoGebra.

Uno de los aspectos más destacados de este estudio es cómo GeoGebra permitió a los estudiantes visualizar y manipular vectores de manera interactiva. Esta capacidad para experimentar con representaciones gráficas y realizar operaciones en un entorno digital facilitó una comprensión más profunda y aplicada de los conceptos matemáticos. La naturaleza dinámica de GeoGebra ayudó a los estudiantes a ver los efectos de las operaciones con vectores en tiempo real, promoviendo una mejor integración de los conceptos abstractos y su aplicación práctica.

Los hallazgos de este estudio tienen importantes implicaciones para la práctica educativa en la enseñanza de las matemáticas. La implementación de GeoGebra como herramienta didáctica demuestra que las tecnologías interactivas pueden mejorar significativamente la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Integrar herramientas como GeoGebra en el aula transforma la enseñanza de temas abstractos, como los vectores, al ofrecer a los estudiantes una plataforma que facilita la experimentación y la visualización directa de los conceptos.

La investigación llevada a cabo por Ron Pumisacho (2022) se enfocó en analizar cómo el uso del software GeoGebra influye en el aprendizaje de la trigonometría entre los alumnos de décimo año de Educación General Básica en el colegio Técnico “Don Bosco” en la parroquia La Kennedy durante el año 2021. Este estudio adoptó un enfoque cuantitativo con una modalidad socio-educativa, empleando un nivel de profundidad descriptivo, y combinó métodos de investigación documental y de campo.

La muestra incluyó a docentes y estudiantes de la institución. Para la recolección de datos, se aplicó una encuesta basada en la escala Likert, que permitió medir la frecuencia y efectividad del uso de GeoGebra en la enseñanza de trigonometría. Los resultados indicaron que el software GeoGebra no se emplea regularmente en la enseñanza de esta materia, lo cual evidencia la necesidad de promover su uso continuo (Ron Pumisacho, 2022).

Entre los principales hallazgos, se detectó una baja integración del software en el proceso educativo de trigonometría, lo que sugiere que una implementación más sistemática de GeoGebra podría mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y dotarlos de habilidades digitales relevantes para su futuro profesional. Estos resultados resaltan la importancia de incorporar herramientas tecnológicas como GeoGebra en la enseñanza de trigonometría para enriquecer el aprendizaje y preparar a los estudiantes para los desafíos de un entorno digital en constante cambio (Ron, 2022).

Otro antecedente se centra en la aplicación de herramientas didácticas basadas en las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el contexto del Proyecto FAPT, realizado por Franco (2023). Este estudio aborda un problema persistente en el campo educativo: la percepción negativa de los estudiantes hacia las matemáticas, una asignatura frecuentemente vista como repetitiva, mecánica y memorística. Esta percepción se debe en parte a que los métodos tradicionales de enseñanza, que a menudo se basan en la memorización y la repetición de procedimientos, no logran captar el interés de los alumnos ni fomentar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos (Franco, 2023).

La investigación se enmarca dentro de una metodología mixta, cualitativa y cuantitativa, y se lleva a cabo en un entorno de investigación de campo y no experimental. El objetivo principal es diseñar y aplicar un conjunto de herramientas didácticas basadas en las TIC, con el fin de transformar la enseñanza de las matemáticas y mejorar la experiencia de aprendizaje para los estudiantes del Proyecto FAPT.

La metodología cualitativa permite explorar en profundidad las percepciones y actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas y las tecnologías digitales. Por otro lado, la metodología cuantitativa se utiliza para medir el impacto de las herramientas didácticas en el rendimiento académico y en la motivación de los estudiantes (Franco, 2023).

La investigación se basa en la implementación de un aula virtual como una herramienta clave para la enseñanza de matemáticas. Esta aula virtual se diseña para incorporar diversas herramientas TIC, como software interactivo, recursos multimedia y plataformas de aprendizaje en línea. La propuesta busca proporcionar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más interactiva y personalizada, que pueda adaptarse a sus necesidades y estilos de aprendizaje individuales.

El estudio revela que la incorporación de herramientas TIC en la enseñanza de las matemáticas puede tener un impacto positivo significativo en la motivación y el rendimiento académico de los estudiantes. Los resultados muestran que los estudiantes que participaron en el proyecto FAPT y utilizaron las herramientas TIC en el aula virtual mostraron una mayor disposición para involucrarse en las actividades matemáticas, así como una mejora en su comprensión de los conceptos matemáticos (Franco, 2023).

Además, la investigación destaca que el uso de herramientas didácticas basadas en las TIC permite a los docentes ofrecer una enseñanza más dinámica y adaptativa, que responde a las necesidades individuales de los estudiantes, esto incluye la capacidad de proporcionar retroalimentación inmediata y personalizada, así como de crear actividades interactivas que fomenten la participación de los alumnos.

Finalmente, un estudio realizado por Ramírez (2021) presenta una estrategia metodológica innovadora basada en la gamificación y el uso del software GeoGebra, enfocada en mejorar el aprendizaje de las transformaciones de polígonos en el grado sexto de una institución educativa pública. Esta investigación parte de una preocupación fundamental en la educación matemática: el bajo rendimiento académico de los estudiantes en geometría. Este problema se evidencia en la dificultad que enfrentan los alumnos para comprender conceptos clave como las transformaciones de polígonos. La investigación señala que factores académicos, pedagógicos y motivacionales influyen negativamente en el rendimiento de los estudiantes, contribuyendo a una percepción negativa hacia la materia y un bajo interés en el aprendizaje de geometría.

Para abordar estas dificultades, se identificó la necesidad de una estrategia pedagógica que no solo mejorará el rendimiento académico, sino que también incrementará la motivación y el interés de los estudiantes en la asignatura. La investigación emplea un enfoque cuantitativo

con un alcance descriptivo y se desarrolla como un estudio de caso en una institución educativa pública. La metodología se basa en la implementación de una estrategia pedagógica diseñada bajo los postulados del constructivismo social-psicológico y el aprendizaje significativo. La gamificación se utiliza como un marco para estructurar las actividades de aprendizaje, incorporando elementos lúdicos que promueven la participación de los estudiantes.

El uso de GeoGebra juega un papel central en la estrategia. Este software permite a los estudiantes explorar y manipular transformaciones de polígonos de manera visual e interactiva, lo que facilita la comprensión de conceptos geométricos complejos. La estrategia se implementa de manera virtual, adaptándose a las restricciones impuestas por la pandemia COVID-19, lo cual representa un desafío adicional en términos de accesibilidad y adaptación a nuevas tecnologías. Los resultados obtenidos indican que la estrategia tuvo un impacto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes. La mayoría de los alumnos alcanzaron las competencias propuestas, reflejadas en un mejor rendimiento académico y una mayor motivación hacia la materia. La inclusión de elementos de juego en las actividades de aprendizaje fomenta una participación más activa por parte de los estudiantes.

El análisis también muestra una mejora en el ambiente del aula, con un incremento en la interacción y colaboración entre los estudiantes. La gamificación, al convertir el aprendizaje en una experiencia más dinámica y divertida, contribuyó a un ambiente de aula más positivo y estimulante. Los estudiantes se convirtieron en artífices de su propio aprendizaje, con el apoyo y guía del maestro, lo que facilitó un mejor desarrollo de competencias y habilidades matemáticas.

2.2. Bases Teóricas.

2.2.1. Proceso enseñanza- aprendizaje de las matemáticas

A nivel global, se ha demostrado que el aprendizaje de las matemáticas presenta dificultades significativas para los estudiantes, afectando tanto su desempeño académico como la comprensión de conceptos en esta área de estudio (Orrantia, 2006). La importancia de esta asignatura en la vida académica del alumno es notable, ya que está presente desde la educación primaria hasta niveles superiores. Las matemáticas se consideran un tema complejo porque se estructuran en problemas lógicos, abstractos y sistemáticos, cuya resolución implica el uso de

símbolos y fórmulas que pueden resultar difíciles de entender. Además, muchos estudiantes se sienten desmotivados y llenos de inseguridades, ya que perciben esta disciplina como aburrida y de difícil comprensión (Arteaga et al., 2016).

Una de las características que presenta la enseñanza de las matemáticas es su enfoque en la resolución de problemas. Esto permite a los estudiantes adquirir un pensamiento crítico y habilidades analíticas para aplicar lo aprendido en situaciones reales y cotidianas. Es importante considerar que el aprendizaje de esta ciencia debe ser flexible para poder adaptarse a los diversos ritmos de los alumnos, por esta razón los docentes deben implementar metodologías y estrategias pedagógicas innovadoras que faciliten su enseñanza.

Las Matemáticas son un grupo de habilidades básicas para cualquier formación técnica y científica, por lo que es considerada una disciplina esencial en la formación integral de los estudiantes de cualquier nivel académico. Sin embargo, no solo se limita a la parte estudiantil, sino también tiene un gran impacto en el desarrollo de las habilidades para la vida. Es una herramienta fundamental para tomar decisiones informadas y participar en un mundo que cada vez se basa más en análisis y datos (Villaseñor, 2018).

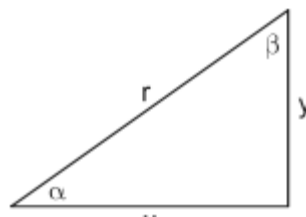
Su alcance se extiende a la formación de ciudadanos críticos y responsables, que mediante la matemática aprenden a analizar y evaluar cualquier información de forma precisa mientras proporcionan soluciones creativas y eficaces. Las matemáticas tienen un papel central en el desarrollo intelectual y personal de los alumnos y viéndolo desde un punto filosófico se trata de una herramienta que busca entender el mundo que lo rodea y mejorar su contexto actual. Por lo tanto, una educación con buenos cimientos en esta ciencia es indispensable para preparar a los jóvenes para los desafíos del mañana (Reiss y Filtzinger, 2023).

2.2.2. Funciones trigonométricas

La Trigonometría hace referencia a la medida de los lados y los ángulos de un triángulo, y se basa en las relaciones entre estos, a las cuales se conocen como funciones trigonométricas. Las principales funciones son el seno, coseno y tangente, las cuales poseen sus recíprocas como cosecante, secante y cotangente, respectivamente (Ayres y Moyer, 1991). La característica primordial que tienen las funciones trigonométricas es la periodicidad, la cual es útil para la construcción de modelos de fenómenos cíclicos que se describen en la física como las ondas, oscilaciones y movimientos periódicos (Teachy, 2023).

Para una mejor explicación nos basaremos en la figura 1. Sus lados tienen nombres específicos basados en su relación con el ángulo recto (90°), de los cuáles se obtienen las seis posibles divisiones de un lado entre otro. Para conceptualizar los elementos principales y comprender las propiedades y relaciones trigonométricas, determinaremos a cada componente según lo conceptualizado (Jaime, 1986).

Figura 1 Lados del triángulo rectángulo



- **Catetos:** son los dos lados que conforman el ángulo recto, en la figura 1. los lados “x” “y” representan los catetos.
- **Hipotenusa:** es el lado más largo del triángulo, ubicado frente al ángulo recto. En la figura 1 el lado “r” es la hipotenusa.
- **Ángulo Adyacente** (a un lado): es el ángulo situado en uno de los extremos del lado. En la figura 1. el ángulo adyacente al lado “y” es β y el adyacente al lado “x” es α .
- **Lado adyacente** (a un ángulo): es el lado que forma parte del ángulo, también conocido como cateto adyacente. En la figura 1. el cateto adyacente al ángulo α es “x”. el cateto adyacente al ángulo β es “y”.
- **Ángulo opuesto:** es el ángulo ubicado frente a un lado específico. En la figura 1, el ángulo opuesto al lado “x” es β . el ángulo opuesto al lado “y” es α .
- **Lado opuesto:** es el lado que se encuentra frente a un ángulo determinado, conocido como cateto opuesto. En la figura 1. el cateto opuesto al ángulo β es “x” y el cateto opuesto al ángulo α es “y”.

Las funciones trigonométricas se definen a partir de las relaciones entre los lados, las principales funciones son seno, coseno y tangente.

1. **Seno:** es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

$$\sin \alpha = \frac{\textit{Cateto opuesto}}{\textit{Hipotenusa}}$$

Si consideramos el ángulo α en la figura 1 se calcularía la relación entre en el lado opuesto "y" y la hipotenusa "r":

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

2. **Coseno:** es la razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

$$\cos \alpha = \frac{\textit{Cateto adyacente}}{\textit{Hipotenusa}}$$

En la figura 1., para el ángulo α , se define la relación entre el cateto adyacente "x" y la hipotenusa "r":

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

3. **Tangente:** es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente,

$$\tan \alpha = \frac{\textit{Cateto opuesto}}{\textit{Cateto adyacente}}$$

En la figura 1., el tangente se calcula la relación entre el cateto opuesto "y" y el cateto adyacente "x":

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

Además, se calcula también otras tres funciones trigonométricas que son su recíprocas: cosecante, secante y cotangente:

4. **Cosecante:** recíproca del seno, es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto.

$$\csc \alpha = \frac{\textit{Hipotenusa}}{\textit{Cateto opuesto}}$$

En la figura 1., el tangente se calcula la relación entre la hipotenusa "r" y el cateto opuesto y":

$$\csc \alpha = \frac{r}{y}$$

5. Secante: recíproca del coseno, es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente.

$$\sec \alpha = \frac{\textit{Hipotenusa}}{\textit{Cateto adyacente}}$$

En la figura 1., el secante se calcula la relación entre la hipotenusa “r” y el cateto adyacente “x”:

$$\sec \alpha = \frac{r}{x}$$

6. Cotangente: recíproca de la tangente, es la razón entre el cateto adyacente y el cateto opuesto.

$$\cot \alpha = \frac{\textit{Cateto adyacente}}{\textit{Cateto opuesto}}$$

En la figura 1., la cotangente se calcula como la relación entre el cateto adyacente “x” y el cateto opuesto “y”:

$$\cot \alpha = \frac{x}{y}$$

La principal característica de las funciones trigonométricas es su **simetría**. Por ejemplo, la función seno es impar, lo que significa que es simétrica respecto al origen, mientras que la función coseno es par, lo que indica simetría respecto al eje (y) . Esta propiedad facilita los cálculos y permite comprender mejor el comportamiento de las funciones en diferentes cuadrantes.

Las funciones trigonométricas, por lo general pueden ocasionar complejidad al estudiarlas. Muchos estudiantes pueden sentirse intimidados por la dificultad del tema, sin embargo, el docente puede utilizar herramientas que faciliten el aprendizaje. Una de las herramientas que pueden emplearse en el aula de clase es la gamificación. La gamificación presenta un formato que incentiva la participación y la resolución de problemas de tipo lógico matemáticos que pueden ser reflejados en situaciones de juego en contraste con la vida cotidiana (Gaitán, 2013).

Las funciones trigonométricas tienen una importancia en diversas disciplinas científicas y tecnológicas. En Física, son esenciales para describir ondas de sonido, luz y agua, permitiendo un análisis detallado de fenómenos ondulatorios. En Astronomía, estas funciones permiten calcular con precisión las distancias entre cuerpos, lo cual es esencial para la navegación espacial. Finalmente, en el campo de la Informática, las funciones trigonométricas son vitales para el modelado 3D y la animación, contribuyendo a la creación de gráficos y entornos virtuales realistas.

2.2.3. Gamificación

El ser humano tiene capacidades de aprendizaje que le ayudan a adaptarse al ambiente que lo rodea. Para un aprendizaje adecuado se deben aplicar metodologías pedagógicas que permitan la comprensión de una manera sencilla y eficaz. El juego ayuda al estudiante a desarrollar la inteligencia emocional y cognitiva, en consecuencia, interactúa con las dimensiones del ser, saber y hacer; por esta razón se lo considera como una herramienta efectiva para la enseñanza y el fortalecimiento de conocimientos en la educación. Además, favorece el mejoramiento de las habilidades como comunicación, paciencia, resolución de problemas, perseverancia y trabajo en equipo (Holguín et al, 2020).

En relación con lo mencionado anteriormente surge el término “gamificación”. Según Ardila (2019) lo define como una herramienta con elementos del diseño de juegos en situaciones no jugables para lograr motivar a los usuarios hacia un punto específico de interés (p.71-84). Por lo tanto, se refiere a la incorporación de elementos y dinámicas que se encuentran presentes en los juegos, pero aplicados en contextos no lúdicos o cotidianos con el objetivo de motivar y comprometer a los participantes. También intenta influir en el comportamiento del individuo y permite transformar espacios rutinarios en interactivos mejorando de esta manera su experiencia, lo que provoca en los individuos un aumento en su productividad mientras se divierten.

Los elementos clave que caracterizan a la de la gamificación se organizan en tres categorías: dinámicas, mecánicas y componentes. Las dinámicas son aquellas que motivan e impulsan la participación y el compromiso del usuario, actúan como marco emocional y narrativo que sostiene la actividad. Las mecánicas permiten involucrar al jugador en la actividad y se refieren a los procesos y reglas que facilitan la interacción y sirven para mejorar la comprensión de conocimientos, algunos ejemplos son los retos, cooperación, competición y recompensas.

Por último, los componentes se refieren a las estrategias o recompensas que pueden ser simbólicas o tangibles y sirven como incentivo para alcanzar los objetivos presentes en la dinámica del juego como los logros, avatares, niveles o puntos; logrando de esta manera reconocer el progreso y las habilidades adquiridas (Zambrano et al., 2020).

La gamificación se extiende más allá del ámbito educativo, encontrando aplicación en sectores como el empresarial, el marketing y la salud. En el entorno corporativo, se utiliza para aumentar la productividad y fortalecer la cultura organizacional; en el área de recursos humanos, es útil para facilitar procesos de capacitación. En el campo de la salud, promueve hábitos saludables, mientras que en el marketing se consolida como una estrategia eficaz para captar y retener la atención de los consumidores mediante juegos interactivos, programas de fidelización y promociones. Considerada una herramienta estratégica más que una simple novedad (Contreras y Eguia, 2017), la gamificación destaca por su versatilidad y capacidad para transformar la manera en que interactuamos con distintos aspectos de la vida cotidiana. Su poder radica en la habilidad para motivar, involucrar y comprometer a las personas en contextos diversos, logrando un impacto positivo y sostenible en el comportamiento y la adquisición de conocimientos o hábitos.

En el siglo XXI, la gamificación ha logrado posicionarse con éxito a nivel mundial con ayuda de la inclusión de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) que son utilizadas como herramientas de gestión y manejo de datos para transformar los modelos tradicionales de enseñanza a un aprendizaje constructivista que facilita la comprensión de conocimientos. En la era digital se busca innovar las estrategias y metodologías para hacerlas efectivas y de esta manera fomentar la participación y el compromiso del usuario (Rueda y Soriano, 2024).

Las herramientas tecnológicas que se utilizan en el aprendizaje abarcan desde los teléfonos celulares hasta las aplicaciones que pueden ser instaladas en un computador, esto da origen a una amplia gama de recursos que pueden ser seleccionados por el estudiante los cuales permiten la personalización del aprendizaje y el seguimiento de su progreso (Castillo et al., 2023). En la actualidad, los jóvenes se enfrentan a una inmensa cantidad de información y la desmotivación en el aula de clase, por lo que se pretende incluir estrategias como la realidad aumentada y simulaciones para estimular el aprendizaje, convirtiéndose en una experiencia inmersiva y divertida.

El alcance es amplio y variado, porque puede implementarse en diferentes modalidades de estudio; desde entornos virtuales hasta espacios físicos, favoreciendo la educación tanto a estudiantes presenciales como a distancia. También se debe considerar que puede adaptarse a diferentes niveles de educación modificando su complejidad y estrategia. De esta manera la integración de la tecnología en la gamificación se basa en la personalización de la enseñanza, retroalimentación inmediata y la creación de un entorno entretenido e interactivo (Encalada, 2021).

2.2.4. Gamificación en la enseñanza de las matemáticas

La gamificación se presenta como una estrategia eficaz para optimizar la enseñanza de las Matemáticas, ya que incorpora elementos de juego que facilitan y motivan la comprensión de esta disciplina. Considerada una técnica accesible, la gamificación impacta el proceso cognitivo transformándolo en una experiencia más flexible y dinámica, al ofrecer herramientas interactivas y comunicativas que fomentan el desarrollo académico (Espinales et al., 2022).

Entre sus principales características, la gamificación incluye la creación de desafíos matemáticos progresivos, junto con sistemas de puntos y recompensas que incentivan a los participantes a alcanzar los objetivos del juego. Además, utiliza elementos narrativos que contextualizan ejercicios de lógica y matemáticas en escenarios atractivos y vinculados con aplicaciones de la vida cotidiana. Esta combinación de características destaca el potencial de la gamificación para mejorar tanto la motivación como la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas, haciendo del proceso educativo una experiencia más atractiva y efectiva para los estudiantes.

Una característica particular en la gamificación es que los beneficios que se obtienen en los procesos de interacción entre docentes y estudiantes se desarrollan en un ambiente lúdico, horizontal y solidario. Otro aspecto para considerar es que la creación de sistemas de gamificación debería ser diseñados por profesionales en temas educativos para lograr el enfoque en las necesidades específicas y el contexto real de cada aula de clase (Guisvert y Lima, 2022). Estas características no solo hacen que el aprendizaje sea más atractivo, sino que también ayudan a los estudiantes a visualizar conceptos abstractos a través de simulaciones y juegos interactivos.

El alcance que tiene la gamificación es considerable en el sistema educativo, pues varios estudios han demostrado una mejora significativa en la comprensión y retención de

conocimientos. Además, de promover un ambiente de aprendizaje colaborativo y participativo que genera una competencia amistosa que impulsa la interacción social. Tal como lo menciona Hernández & Silva (2022), los docentes deben introducir nuevas metodologías que faciliten la interiorización de los contenidos académicos y utilizar herramientas que hagan más atractivo el aprendizaje. Una buena relación social es fundamental para desarrollar habilidades como pensamiento crítico y facilita la comprensión de conceptos matemáticos que se encuentran en la vida real.

En el estudio realizado por Orihuela (2025) tuvo como objetivo realizar el seguimiento y tratamiento de la ansiedad matemática en un grupo de docentes en formación mediante la utilización de herramientas lúdicas. Finalmente, el estudio demostró una disminución significativa en los niveles de ansiedad hacia las evaluaciones (-10.6%) y en la presentación de tareas (-8.4%). Por lo que se considera una técnica excelente para combatir la ansiedad en estudiantes.

Una correcta implementación de la gamificación en la enseñanza de la matemática presenta gran potencial para reducir la ansiedad en la etapa escolar. Al incorporar elementos dinámicos y lúdicos, el juego reduce la percepción de dificultad y miedo al fracaso, por lo que resulta menos intimidante y agobiante logrando de esta manera disminuir la ansiedad hacia la materia. Creando de esta forma un entorno seguro y amigable donde las equivocaciones son consideradas parte natural del proceso de aprendizaje, logrando fomentar una actitud positiva y resiliente hacia las matemáticas.

2.2.5. GeoGebra

Las herramientas que son utilizadas en el ámbito académico evolucionan con el paso del tiempo. En el área de las matemáticas existe un sinnúmero de aplicaciones que facilitan el proceso de enseñanza que pueden ser utilizadas por maestros o estudiantes. Por lo tanto, la educación no debe ser indiferente a la tecnología y debe reconocer los beneficios que puede aportar en ella. De esta manera, se vuelve esencial integrar y fomentar el uso de herramientas digitales en la actividad docente para lograr mejorar la experiencia de aprendizaje en los alumnos.

En el año 2001 Markus Hohenwarter desarrolló GeoGebra, que se trata de un software educativo que busca revolucionar el mundo de las matemáticas sobre todo en la interacción que tienen los estudiantes y docentes con los conceptos numéricos.

La aplicación combina la geometría, cálculo y estadística con un sistema interactivo que permite explorar y visualizar conceptos abstractos de manera dinámica (Huamán et al., 2022).

Una de las principales características de GeoGebra es su interfaz intuitiva que permite la construcción geométrica, gráfica y de modelos matemáticos de manera fácil y eficaz. Se puede explorar mediante la selección de elementos y observar cómo cambian las relaciones matemáticas de manera inmediata, incentivando el aprendizaje experimental y logrando la profundización de conocimiento. Esta característica se destaca en la asignatura de Geometría, porque los usuarios pueden entender conceptos abstractos como la simetría, ángulos y figuras geométricas (Avila y Andrade, 2023).

Esta aplicación también puede ser utilizada para explicar disciplinas como Álgebra y Cálculo. En GeoGebra se puede realizar representaciones gráficas de funciones y resolución de ecuaciones mientras se analizan los conceptos de derivadas e integrales. De esta forma busca resaltar de manera intuitiva en los estudiantes el pensamiento crítico y analítico mientras se comprende la relación que existe entre las diferentes ramas de la ciencia numérica.

Una ventaja importante es su comunidad global, la cual está conformada por usuarios que comparten una biblioteca de recursos creados por estudiantes y maestros. Se puede encontrar archivos útiles como actividades para realizar en clase hasta ejercicios interactivos que pueden ser empleados en procesos evaluativos o de enseñanza (Avila & Andrade, 2023). Además, se trata de una aplicación gratuita y de código abierto que puede ser utilizada por cualquier persona. Lo mencionado anteriormente reconoce a GeoGebra como una herramienta indispensable para la enseñanza de la Matemática en la actualidad.

2.2.6. Guía metodológica

Una guía metodológica es un documento que presenta una serie de instrucciones o pasos que sirven para orientar el desarrollo de un proyecto, un proceso educativo o cualquier actividad que requiera orden y estructura. Es una herramienta fundamental para asegurar que los procedimientos se realicen de una manera coherente y eficiente. En el ámbito educativo es clave para la planificación y ejecución de programas de enseñanza y aprendizaje; pues ayuda a los educadores a diseñar cursos mediante la malla curricular, la creación de material didáctico que será utilizado en las clases y realizar evaluaciones con propósito para construir y reafirmar el conocimiento adquirido.

La implementación de la gamificación en una guía metodológica convierte esta técnica en una herramienta innovadora para el aprendizaje. La primera característica esencial de este documento es la definición de objetivos de aprendizaje, los cuales deben ser específicos, medibles, alcanzables, relevantes y temporales. Además, la guía debe incluir una descripción detallada de los elementos de gamificación, como las dinámicas, mecánicas y componentes, seleccionados para alinearse con los objetivos y adaptarse a las necesidades de los estudiantes. Otro aspecto importante es la secuenciación de actividades, que debe seguir una organización lógica y coherente. Finalmente, es fundamental aplicar estrategias de evaluación y ofrecer recomendaciones para proporcionar retroalimentación precisa, lo que permitirá personalizar las actividades y mejorar el aprendizaje individualizado (Segarra et al., 2024).

2.3. Bases Legales

La presente investigación se apoya en diversos artículos de la norma ecuatoriana vigente:

2.3.1. Constitución Política de la República del Ecuador.

Artículo 75: este artículo define las principales responsabilidades de las universidades y escuelas politécnicas en Ecuador, destacando la investigación científica, la formación profesional y técnica, así como la creación y promoción de la cultura nacional. Estas instituciones deben abordar los problemas del país mediante métodos específicos para contribuir a la construcción de una sociedad más justa, enfocándose en la creación y difusión de soluciones para los problemas nacionales (Lexis, 2014).

Artículo 343: establece que el sistema nacional de educación tiene como objetivo desarrollar las capacidades y potencialidades de la población, facilitando el aprendizaje y la generación de conocimientos en diversas áreas, incluyendo técnicas, saberes, artes y cultura. El sistema debe centrarse en el estudiante, funcionando de manera flexible, dinámica e inclusiva, y debe ser eficaz y eficiente en su implementación (Lexis, 2014).

Artículo 350: especifica que el sistema de educación superior tiene como metas la formación académica y profesional con una perspectiva científica y humanista. Además, se enfatiza la importancia de la investigación científica y tecnológica, así como la promoción y desarrollo de saberes y culturas, con el objetivo de ofrecer soluciones a los problemas del país y contribuir al desarrollo del régimen de desarrollo (Lexis, 2014).

2.3.2. Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI)

La Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) también aporta fundamentos cruciales para la educación en Ecuador:

Artículo 2: establece los principios que rigen la actividad educativa, incluyendo la investigación y el desarrollo continuo de conocimientos como elementos esenciales para fomentar la creatividad y la innovación educativa. Se asegura el derecho a una educación de calidad y calidez, que sea pertinente y adaptada a las necesidades del educando, promoviendo un ambiente de respeto y afecto dentro del proceso educativo (Lexis, 2023).

Artículo 3: se definen los fines de la educación como el fortalecimiento y potenciación del conocimiento en concordancia con la diversidad cultural y metodológica desde el nivel inicial hasta el nivel superior, siempre bajo criterios de calidad (Lexis, 2023).

2.3.3. Ley Orgánica de Educación Superior (LOES)

La Ley Orgánica de Educación Superior (LOES) complementa el marco normativo con objetivos específicos para la educación superior:

Artículo 8: La educación superior tiene como fines formar académicos y profesionales responsables en todos los campos del conocimiento, promoviendo la conciencia ética y solidaria. También busca impulsar la generación de programas y proyectos que fortalezcan la innovación y transferencia científica y tecnológica (LOES, 2018).

Artículo 13, literal c: Este artículo establece la necesidad de formar profesionales éticos, capacitados para aplicar los conocimientos adquiridos en su formación (LOES, 2018).

Artículo 3: La Ley Orgánica de Educación Superior, según el Consejo de Educación Superior (2018), menciona que la educación superior es un derecho fundamental y un bien público social (p. 7).

Artículo 62 del Reglamento General de la LOES (2011): Este artículo resalta el derecho de los estudiantes a participar activamente en el proceso educativo y a tener su opinión considerada en las decisiones educativas (LOES, 2018).

2.3.4. Plan de Desarrollo para el Nuevo Ecuador 2024-2025

El Plan de Desarrollo para el Nuevo Ecuador 2024-2025 de la *Secretaría Nacional de Planificación* (2024) subraya en su política 2.3. la importancia de fortalecer el sistema de educación superior basándose en la mejora del acceso, permanencia, y titularización. Busca también facilitar el acceso a la tecnología mediante una coordinación interinstitucional que garantice igualdad en la cobertura.

La política 2.5 se enfoca en estimular la investigación, desarrollo e innovación (I+D+i) mediante fondos de investigación, la creación de comunidades científicas y la inclusión de saberes ancestrales, mediante programas de capacitación apoyo a la investigación científica con un enfoque equitativo e intercultural, y desarrollo de redes de conocimiento que vinculen innovación, transferencia de tecnología y sociedad (*Secretaría Nacional de Planificación*, 2024., p. 88).

2.3.5. Normativas Relacionadas

Ley Orgánica de Educación Intercultural: El artículo 4, junto con los artículos 26 y 28 de la Constitución, establece que la educación es un derecho humano fundamental, garantizando el acceso universal a lo largo de la vida y la calidad de la educación en todos sus niveles (Lexis, 2014).

Artículos 185 y 186 del Reglamento General de la LOEI (2021): detallan la importancia de la evaluación diagnóstica para determinar el nivel inicial de los estudiantes y proporcionar orientación precisa para el logro de los objetivos de aprendizaje (Lexis, 2023).

Acuerdo Ministerial MINEDUC-MINEDUC-2020-00051-A (2020): establece que las evaluaciones de aprendizajes básicos deben incluir retroalimentación y nivelación para abordar el currículo de manera efectiva (Ministerio de Educación, 2020).

Estos artículos y normativas ofrecen el contexto legal y conceptual que respalda el desarrollo y la implementación de estrategias educativas innovadoras y efectivas en el sistema educativo.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1. Tipo de Investigación

Adoptará un enfoque cualitativo de tipo descriptivo y proyectivo. La fase descriptiva se centrará en identificar características y comportamientos fundamentales de los fenómenos estudiados (Guevara et al., 2020). El estudio descriptivo, según Hernández et al (2014) se centra en detallar y analizar las características de un fenómeno o situación. En este caso, se busca comprender la situación actual de la enseñanza y su impacto en los estudiantes mediante un análisis detallado de las prácticas educativas. Por otro lado, el enfoque proyectivo, tal como lo define Nocua y Reyes (2023), está orientado a anticipar y proponer mejoras basadas en los hallazgos descriptivos. Este enfoque permitirá desarrollar recomendaciones para optimizar las estrategias educativas en función de los resultados obtenidos.

Finalmente, la investigación propositiva culminará en la creación de una guía basada en gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas.

3.2. Diseño de Investigación

Será de tipo cualitativo, transversal y de campo. La investigación será transversal ya que se recopilaron datos en un solo momento temporal, proporcionando una visión estática de la situación educativa actual (Questionpro, 2024). La investigación de campo, según Rus, (2020), se llevará a cabo en el entorno natural de los participantes, garantizando una mayor validez y relevancia de los datos obtenidos al recolectarlos directamente en el lugar de estudio.

3.3.Unidades de Estudio

3.3.1. Población

Según Martínez et al., (2020), la población se refiere al conjunto total de individuos que cumplen con ciertas características y sobre el cual se desea hacer inferencias. En este caso, la población está compuesta por los tres docentes de matemáticas de la Unidad Educativa “Ricardo Alvares Mantilla”, quienes serán los sujetos del estudio.

3.3.2. Muestra

Dado que la población está compuesta por tres docentes de Matemáticas en la institución educativa, no se realizará un muestreo adicional. Todos los docentes disponibles serán incluidos en el estudio, como sugieren (Waiganjo, 2021). Esta estrategia garantiza que se recoja información completa y representativa de todos los participantes relevantes para la investigación.

3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se utilizarán entrevistas y observaciones de campo como técnicas principales de recolección de datos. Las entrevistas semiestructuradas se aplicarán a los tres docentes seleccionados para obtener información detallada sobre sus prácticas educativas y experiencias. Según Kvale (2011), las entrevistas semiestructuradas permiten explorar en profundidad las percepciones y opiniones de los participantes, ofreciendo una comprensión detallada de los temas investigados.

La observación de campo permitirá registrar de manera directa las prácticas y dinámicas en el entorno educativo. De acuerdo con Codina (2023), la observación de campo ofrece una perspectiva realista y contextualizada de los fenómenos estudiados, complementando la información obtenida a través de las entrevistas.

3.5. Técnica de Análisis de Datos

Para procesar la información recopilada mediante el instrumento descrito se procederá a transcribir las entrevistas grabadas textualmente para asegurar que toda la información relevante sea accesible para el análisis. Posteriormente, se analizaron los temas en profundidad para identificar perspectivas comunes y variaciones en las experiencias de los participantes. Se interpretan los hallazgos en el contexto del marco teórico y los objetivos de investigación. Esto permitió visualizar los resultados de manera clara, facilitando la formulación de interpretaciones y análisis precisos que se alineen con el objetivo principal de la investigación. Como resultado, se elaborarán conclusiones y recomendaciones fundamentadas en el análisis detallado de los datos.

3.6.Operacionalización de Variables

Tabla 1.
Operacionalización de las variables

Objetivo Específico	Variables	Definiciones Nominales	Dimensiones	Indicadores	Instrumento	Ítem/Preguntas
1. Identificar y analizar las herramientas tecnológicas de gamificación existentes para la enseñanza de funciones trigonométricas en los estudiantes de primer año de bachillerato de la unidad Educativa “Ricardo Álvarez Mantilla” 2023-2024.	Herramientas Tecnológicas Gamificación	Recursos digitales y plataformas que utilizan elementos de juego para facilitar el aprendizaje de matemáticas.	Tipos de herramientas, Aplicaciones específicas, Ventajas y desventajas	Tipos de herramientas disponibles, características y funcionalidades, efectividad percibida.	Entrevistas	1. ¿Qué herramientas tecnológicas de gamificación utiliza actualmente en la enseñanza de funciones trigonométricas? 2. ¿Cómo calificaría la efectividad de estas herramientas para facilitar el aprendizaje? 3. ¿Qué ventajas y desventajas ha observado en estas herramientas?
2. Diagnosticar el nivel de comprensión y habilidades en funciones trigonométricas de los estudiantes del primer año de bachillerato.	Comprensión y Habilidades en Funciones Trigonométricas	Nivel de conocimiento y habilidad para resolver problemas relacionados con funciones trigonométricas.	Conocimientos teóricos, Aplicación práctica, Resolución de problemas	Nivel de comprensión teórica, capacidad para aplicar conceptos en problemas, precisión en la resolución de problemas.		1. ¿Cómo evalúa la comprensión teórica de los estudiantes sobre funciones trigonométricas? 2. ¿Qué dificultades comunes enfrentan los estudiantes al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos? 3. ¿Qué habilidades

considera que los estudiantes necesitan desarrollar más en esta área?

1. ¿Cómo se integraría GeoGebra en una estrategia metodológica para enseñar funciones trigonométricas?
2. ¿Qué aspectos considera importantes para diseñar una guía metodológica efectiva?
3. ¿Cómo evaluaría el éxito de la implementación de esta estrategia metodológica en términos de aprendizaje estudiantil?

3. Desarrollar una estrategia metodológica de enseñanza de funciones trigonométricas, integrando GeoGebra como herramienta de apoyo.	Estrategia Metodológica de Enseñanza	Plan y enfoque para enseñar funciones trigonométricas utilizando GeoGebra.	Diseño de la estrategia, Implementación, Evaluación de la efectividad	Planificación de la enseñanza, integración de GeoGebra, evaluación del impacto en el aprendizaje.
---	--------------------------------------	--	---	---

Nota. Esta tabla muestra la operacionalización de las variables según los objetivos planteados. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

4.1. Resultados de las entrevistas aplicadas a docentes sobre sus prácticas educativas y experiencias

Pregunta 1: ¿Qué herramientas tecnológicas de gamificación utiliza actualmente en la enseñanza de funciones trigonométricas?

Tabla 2.

Herramientas tecnológicas de gamificación para la enseñanza de funciones trigonométricas

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Kahoot! y Quizizz para crear cuestionarios interactivos, mientras que GeoGebra permite explorar gráficamente las funciones.	Realizó presentaciones en Canva y Genially. También son interesantes Educaplay y Padlet.	Geogebra me parece lo más apto para la enseñanza de este tema.

Nota. Esta tabla muestra las herramientas tecnológicas de gamificación para la enseñanza de funciones trigonométricas. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Encalada Díaz (2021) anuncia que "la gamificación se presenta como una herramienta pedagógica innovadora el cual permite transformar el aprendizaje tradicional en una experiencia más interactiva y motivadora, incrementando la participación de los estudiantes en el proceso educativo" (p. 311).

En el uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de funciones trigonométricas, GeoGebra es la más recomendada por su capacidad para representar conceptos matemáticos de manera interactiva y visual. Por tanto, plataformas como; Kahoot! y Quizizz facilitan la gamificación a través de cuestionarios dinámicos, mientras que Canva y Genially se emplean para diseñar recursos visuales atractivos. La información obtenida coincide con estudios previos que resaltan la eficacia de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas, mejorando la comprensión conceptual y la motivación de los estudiantes al incorporar tecnologías interactivas y gamificadas en el aprendizaje.

Pregunta 2: ¿Cómo calificaría la efectividad de estas herramientas tecnológicas para facilitar el aprendizaje?

Tabla 3.

Efectividad de las herramientas tecnológicas para el aprendizaje de funciones trigonométricas

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Calificaría la efectividad de estas herramientas como alta, ya que combinan la interactividad y el entretenimiento, lo que aumenta la motivación y el compromiso de los estudiantes.	Poseen una alta efectividad para captar la atención de los estudiantes.	Sencilla y efectiva, nos proporciona lo necesario.

Nota. Esta tabla muestra la efectividad de las herramientas tecnológicas para el aprendizaje de funciones trigonométricas. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Franco Calderón (2023) señala que "las herramientas tecnológicas didácticas basadas en TIC han demostrado ser fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que permiten personalizar el aprendizaje, incrementar la interactividad y facilitar la comprensión de conceptos complejos a través de simulaciones y recursos dinámicos" (p. 531).

Estas herramientas tecnológicas evaluadas se las califica como altamente efectivas por los docentes, destacando su capacidad para captar la atención de los estudiantes y promover la motivación, tanto extrínseca como intrínseca, mediante su carácter interactivo y entretenido. Tomando un enfoque donde aumenta el compromiso de los alumnos, y optimiza el aprendizaje al facilitar una participación. Estas herramientas son reconocidas por su simplicidad y eficacia, lo que las convierte en recursos accesibles y adecuados para cumplir con los objetivos educativos en la enseñanza de funciones trigonométricas.

Pregunta 3: ¿Qué ventajas y desventajas ha observado en estas herramientas?

Tabla 4.

Ventajas y desventajas de las herramientas tecnológicas de gamificación para la enseñanza de funciones trigonométricas

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Pueden distraer del aprendizaje profundo y requieren acceso tecnológico constante.	Entre las ventajas se destaca la versatilidad en la presentación de los contenidos, que permite acceder a ellos en cualquier momento y evita la necesidad de anotaciones físicas al estar disponibles en la web. Sin embargo, entre las desventajas se encuentra la dependencia de una conexión a internet constante y la dificultad para resolver dudas sobre los contenidos fuera del aula.	La ventaja está su funcionalidad y las desventajas en su accesibilidad para cada estudiante.

Nota. Esta tabla muestra las ventajas y desventajas de las herramientas tecnológicas de gamificación para la enseñanza de funciones trigonométricas. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Guacho (2024) explica que "entre las ventajas de las herramientas tecnológicas como GeoGebra destacan su capacidad para facilitar la representación gráfica y visual de conceptos matemáticos, promoviendo una comprensión más interactiva y profunda de temas complejos. Sin embargo, una de las principales desventajas es su dependencia de una conexión a internet estable, lo que puede limitar su uso en entornos educativos con recursos tecnológicos limitados".

Entre las ventajas claves de las herramientas tecnológicas esta la instantaneidad, versatilidad y la digitalización del conocimiento, lo que facilita el acceso a los contenidos en cualquier momento y elimina la necesidad de recursos físicos. Sin embargo, los docentes identifican como principales desventajas la dependencia de una conexión constante a internet, lo que puede limitar su uso en entornos con acceso restringido, y la posibilidad de distracciones, que dificultan un aprendizaje más profundo y concentrado. Estas características subrayan la necesidad de equilibrar la innovación tecnológica con estrategias pedagógicas que minimicen sus limitaciones.

Pregunta 4: ¿Cómo evalúa la comprensión teórica de los estudiantes sobre funciones trigonométricas?

Tabla 5.
Evaluación respecto a funciones trigonométricas

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Mediante pruebas escritas que incluyen problemas y preguntas conceptuales, así como mediante la aplicación práctica a través de ejercicios.	Deficiente, se debe aclarar dudas y revisar conceptos básicos de geometría.	Lo que alcanzan a comprender los estudiantes realmente es muy básico, ya que al ser un tema de estudio muy teórico en un entorno que no favorece el aprendizaje es necesario la implementación de recursos y herramientas digitales para lograr los objetivos del tema.

Nota. Esta tabla muestra la evaluación respecto a funciones trigonométricas. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Sagñay (2021) interpreta que "los estudiantes suelen percibir la trigonometría como una disciplina compleja y poco atractiva, lo que genera desmotivación y bajo rendimiento. Las metodologías activas, como la gamificación, pueden representar una solución viable al permitir que los estudiantes interactúen de manera dinámica y significativa con los contenidos, fomentando así una mayor comprensión y participación en clase".

La evaluación de los conocimientos teóricos en los estudiantes se realiza principalmente mediante cuestionarios y pruebas escritas, centradas en problemas y ejercicios conceptuales. Sin embargo, se evidencia una deficiencia en la integración de herramientas tecnológicas y métodos interactivos que podrían reforzar la comprensión y motivación de los estudiantes. El enfoque actual sigue siendo tradicional y teórico, lo que limita el alcance del aprendizaje significativo y señala la necesidad de incorporar estrategias digitales, como la gamificación, para atender las dificultades identificadas en la enseñanza de conceptos geométricos y trigonométricos.

Pregunta 5: ¿Qué dificultades comunes enfrentan los estudiantes al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos?

Tabla 6.

Dificultades para aprender funciones trigonométricas en problemas prácticos

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos debido a la falta de comprensión de las relaciones entre ángulos y lados.	No dominan conceptos y teoremas básicos.	El lograr aplicar los conceptos teóricos a problemas de razonamiento

Nota. Esta tabla muestra las dificultades para aprender funciones trigonométricas en problemas prácticos. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e Interpretación

Tercero Vitola (2023) dice que "una de las principales dificultades radica en las deficiencias conceptuales y pedagógicas de los docentes, quienes no siempre están capacitados para aplicar metodologías innovadoras que faciliten el aprendizaje de conceptos abstractos. Esto, sumado a la naturaleza compleja de la trigonometría, provoca desmotivación y bajo rendimiento en los estudiantes" (p. 78).

El razonamiento matemático representa una de las principales dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas, ya que los estudiantes muestran una comprensión incompleta de los conocimientos teóricos fundamentales, como los conceptos y teoremas básicos. Esta carencia limita su capacidad para aplicar dichas nociones a problemas prácticos, especialmente aquellos que requieren establecer relaciones entre ángulos y lados o resolver problemas de razonamiento más complejos. Estas limitaciones resaltan la necesidad de fortalecer tanto la base conceptual como las habilidades prácticas mediante enfoques pedagógicos más dinámicos y recursos que promuevan un aprendizaje significativo.

Pregunta 6: ¿Qué habilidades considera que los estudiantes necesitan desarrollar más en esta área?

Tabla 7.

Habilidades a desarrollar en los estudiantes respecto a la resolución de problemas

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Los estudiantes necesitan mejorar en la interpretación de problemas reales, el manejo de fórmulas trigonométricas, y la visualización gráfica de funciones.	Teorema de Pitágoras, ángulos del triángulo, propiedades de los triángulos.	El razonamiento, el trabajar en equipo y manejar herramientas digitales serían habilidades fundamentales para aprender las funciones trigonométricas.

Nota. Esta tabla muestra las habilidades a desarrollar en los estudiantes con respecto a la resolución de problemas. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Villaseñor (2018) menciona que "el desarrollo de habilidades fundamentales como el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la colaboración es esencial para preparar a los estudiantes para los retos actuales y futuros. Estas competencias no solo mejoran el desempeño académico, sino que también los capacitan para enfrentar un mundo impulsado por el análisis y los datos" (p. 152).

Una de las habilidades clave a desarrollar en los estudiantes es la capacidad de aplicar el conocimiento teórico en contextos reales, lo que les permite encontrar un propósito práctico en lo que están aprendiendo. También, se identifica la necesidad de reforzar el manejo y memorización de fórmulas trigonométricas esenciales para la resolución de problemas, así como la interpretación gráfica de funciones y la comprensión de propiedades geométricas como el Teorema de Pitágoras y se destaca la importancia tanto del trabajo en equipo como el uso de herramientas digitales como competencias fundamentales para facilitar el aprendizaje y la resolución de problemas complejos en trigonometría.

Pregunta 7: ¿Cómo integraría GeoGebra en una estrategia metodológica para enseñar funciones trigonométricas?

Tabla 8.
GeoGebra como estrategia metodológica para la enseñanza de funciones trigonométricas

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Realizando manipulaciones interactivas de gráficos y resolver problemas prácticos.	Para realizar simulaciones, cálculos y presentaciones de ángulos y triángulos.	A base de trabajo colectivo o a manera de juegos, algo que llame la atención a los estudiantes.

Nota. Esta tabla muestra a GeoGebra como estrategia metodológica para la enseñanza de funciones trigonométricas. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Ávila y Andrade (2023) explican que "GeoGebra permite representar gráficamente conceptos matemáticos de manera interactiva, facilitando la exploración y comprensión de funciones trigonométricas complejas. Su implementación en la enseñanza fomenta el pensamiento crítico y analítico, mientras se resalta la conexión entre diferentes ramas de las matemáticas" (p. 386).

GeoGebra se plantea como una estrategia metodológica eficaz para la enseñanza de funciones trigonométricas mediante el uso de simulaciones interactivas, que permiten a los estudiantes resolver problemas prácticos de manera dinámica. Esta herramienta fomenta la motivación al presentar enunciados contextualizados y diseñados para captar el interés de los alumnos. Por tanto, su implementación puede complementarse con dinámicas grupales y actividades gamificadas que incentiven la colaboración y el aprendizaje significativo, ayudando a visualizar conceptos matemáticos complejos como ángulos, triángulos y gráficas de funciones.

Pregunta 8: ¿Qué aspectos considera importantes para diseñar una guía metodológica efectiva?

Tabla 9.

Aspectos para diseñar una guía metodológica para la enseñanza de funciones trigonométricas con GeoGebra

Docente 1	Docente 2	Docente 3
La claridad en los objetivos de aprendizaje, la inclusión de actividades prácticas e interactivas.	Lo más importante es lograr una comprensión de los contenidos de trigonometría por parte de los estudiantes. Los estudiantes estén en la capacidad de simular y representar ejercicios mediante simuladores como GeoGebra.	Que se considere las limitaciones y recursos disponibles en una determinada institución educativa.

Nota. Esta tabla muestra los aspectos para diseñar una guía metodológica para la enseñanza de funciones trigonométricas con GeoGebra. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Segarra et al. (2024) indica que "una guía metodológica efectiva debe estar basada en objetivos claros, específicos y alineados con las necesidades educativas del grupo objetivo. Además, debe incluir una secuencia lógica de actividades, elementos innovadores como la gamificación, y estrategias de evaluación que permitan medir el impacto en el aprendizaje. La integración de herramientas tecnológicas como GeoGebra proporciona oportunidades únicas para personalizar el proceso educativo y fomentar el aprendizaje significativo" (p. 33).

Una guía metodológica basada en GeoGebra debe diseñarse con objetivos claros y alcanzables para los estudiantes, asegurando que el lenguaje empleado sea accesible y amigable. Es fundamental incluir pasos detallados y precisos que faciliten el uso del software, evitando que su complejidad se convierta en una barrera esto debe considerar las limitaciones y recursos disponibles en cada institución educativa, promoviendo la comprensión de contenidos de trigonometría a través de actividades prácticas e interactivas que fortalezcan la capacidad de los estudiantes para simular y representar conceptos matemáticos con GeoGebra.

Pregunta 9: ¿Cómo evaluaría el éxito de la implementación de esta estrategia metodológica en términos de aprendizaje estudiantil?

Tabla 10.

Evaluación de la estrategia metodológica enfocada al aprendizaje estudiantil

Docente 1	Docente 2	Docente 3
Midiendo el progreso de los estudiantes a través de pruebas y evaluaciones, observando la participación y el interés en las actividades.	Realizando una evaluación de conocimientos previos a la implementación de la guía, realizar una evaluación post aplicación de la guía.	El notar cómo a los estudiantes les atrae la materia y principalmente puedan aplicar los conceptos de las funciones trigonométricas a problemas de razonamiento.

Nota. Esta tabla muestra la evaluación de la estrategia metodológica enfocada al aprendizaje estudiantil. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Análisis e interpretación

Crespo y Sarmiento (2023) revelan que "la evaluación del éxito de una estrategia metodológica debe incluir tanto métricas cualitativas como cuantitativas. Estas incluyen pruebas de conocimiento, análisis de participación y observaciones del compromiso de los estudiantes. Una evaluación bien estructurada permite identificar no solo los avances en el aprendizaje, sino también áreas críticas que requieren mejora" (p. 47).

El análisis de la estrategia metodológica implementada enfatiza el uso de evaluaciones cualitativas y cuantitativas, combinando pruebas escritas y observaciones de la participación estudiantil. Estas herramientas permiten captar tanto los niveles de interés como el desempeño académico, proporcionando un enfoque integral del aprendizaje. La elaboración de rúbricas se destaca como un elemento clave para estructurar la evaluación, ofreciendo datos precisos y comparables sobre los aprendizajes adquiridos. La guía muestra un bajo nivel de dificultad percibida, lo que indica que los contenidos están adecuadamente adaptados a los estudiantes. Desde una perspectiva investigativa, este enfoque permite identificar patrones en la eficacia de las actividades y áreas de mejora, fomentando una mejora continua en la comprensión de las funciones trigonométricas y motivando a los estudiantes a aplicar estos conceptos en problemas de razonamiento.

Análisis Conclusivo por Variable

Los resultados reflejan que los docentes emplean herramientas tecnológicas de gamificación en la enseñanza de funciones trigonométricas, destacando Kahoot y Quizizz para cuestionarios interactivos, GeoGebra para exploraciones gráficas, y plataformas como Canva, Genially, Educaplay y Padlet. Estas herramientas son valoradas positivamente debido a su capacidad para incrementar la motivación y atención de los estudiantes, aspectos respaldados por estudios previos que asocian la interactividad y el entretenimiento con una mejora en el aprendizaje matemático.

Entre las ventajas de estas tecnologías destacan su versatilidad y la digitalización de contenidos, que facilitan la accesibilidad a los recursos. Sin embargo, presentan desventajas como la necesidad de conexión constante a internet y el riesgo de distracción, lo que coincide con investigaciones que subrayan los retos del aprendizaje digital en entornos limitados. Estas limitaciones deben ser consideradas para garantizar una implementación efectiva y adaptada al contexto educativo.

Asimismo, los docentes identifican áreas de mejora clave en los estudiantes, como el manejo de fórmulas, el Teorema de Pitágoras, las propiedades de los triángulos, y el razonamiento lógico. Fomentar habilidades de interpretación de problemas reales y el trabajo colaborativo es esencial para resolver problemas relacionados con funciones trigonométricas, alineándose con hallazgos que enfatizan la importancia del aprendizaje aplicado y contextualizado.

La integración de GeoGebra como estrategia metodológica se percibe como altamente beneficiosa, permitiendo simulaciones interactivas, manipulaciones gráficas y actividades gamificadas. Esto no solo enriquece el aprendizaje, sino que también promueve la colaboración en equipo.

Para diseñar una guía metodológica efectiva, los docentes destacan la necesidad de establecer objetivos claros, incluir actividades prácticas e interactivas, y garantizar la accesibilidad y claridad del material. Estudios previos respaldan que la claridad de los pasos y la adaptabilidad a los recursos disponibles maximizan la efectividad de este tipo de herramientas en el aula.

Por último, la evaluación de la estrategia debe combinar métricas cualitativas y cuantitativas, como pruebas de conocimiento y análisis de participación. Estas evaluaciones permitirán medir la eficacia en términos de aprendizaje y motivación, además de identificar áreas de mejora. Desde un enfoque investigativo, las métricas estructuradas como las rúbricas posibilitan un análisis comparativo que contribuye a la mejora continua de las estrategias educativas.

CAPÍTULO V: PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA

5.1. Título:

El misterio del Templo Trigonométrico: Guía metodológica basada en gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas mediante Geogebra para Bachillerato General Unificado.

5.2. Presentación

Las funciones trigonométricas pueden resultar un gran desafío para muchos estudiantes de secundaria, debido al nivel de abstracción y complejidad que presentan estos conceptos matemáticos. Para mejorar la enseñanza, la presente guía metodológica propone una innovadora estrategia pedagógica basada en la gamificación y que utiliza como herramienta principal al programa GeoGebra. Con esto se busca fomentar un aprendizaje profundo alineado con los objetivos educativos del Bachillerato General Unificado.

La experiencia educativa denominada el Misterio del Templo Trigonométrico es un juego lleno de retos y desafíos para que los estudiantes se sumerjan en una aventura matemática. Utilizando la lógica y el conocimiento teórico que ha sido adquirido en el salón de clases, los alumnos podrán realizar diferentes actividades y revisar los recursos digitales para complementar el estudio de manera autodidacta. Cada reto se estructura cuidadosamente para fomentar el pensamiento crítico y el trabajo en equipo.

Además, la guía incluye rúbricas detalladas para la evaluación de cada actividad. La combinación entre la experiencia lúdica, la tecnología y pedagogía busca transformar la percepción de la Trigonometría, haciendo que los estudiantes no sólo entiendan los conceptos fundamentales, sino que también disfruten del proceso de aprendizaje.

5.3. Objetivos

Objetivo General:

Diseñar una guía metodológica para facilitar la enseñanza de las funciones trigonométricas mediante la técnica pedagógica de gamificación y la herramienta GeoGebra, promoviendo la comprensión teórica y aplicación práctica para los estudiantes de Bachillerato General Unificado.

Objetivos Específicos:

1. Desarrollar destrezas y habilidades en el uso del software GeoGebra mediante la exploración y visualización de las funciones trigonométricas.
2. Mejorar la participación y colaboración de los estudiantes a través de actividades gamificadas que refuerzan los conceptos teóricos de la trigonometría.
3. Evaluar el progreso y comprensión de los alumnos utilizando rúbricas para cada actividad y fomentando la reflexión sobre el aprendizaje.

5.4. Rol del docente en la guía

El docente tomará el papel de facilitador y moderador de la dinámica durante el desarrollo de las actividades propuestas en la guía metodológica. Sus funciones serán las siguientes:

1. **Planificar y organizar** las actividades de gamificación según el contexto estudiantil, asegurando que se alineen con los objetivos propuestos en la malla curricular de la asignatura.
2. **Promover un ambiente colaborativo** donde los estudiantes se destaquen y se sientan motivados a participar en las diversas dinámicas.
3. **Ofrecer ayuda y retroalimentación personalizada** a cada alumno para apoyar su proceso de aprendizaje.
4. **Fomentar el uso eficaz de GeoGebra**, asegurando que los estudiantes comprendan su utilidad y potencial como herramienta educativa.

Roles del docente:

- **Facilitador:** guía a los alumnos, proporciona pistas e información para asegurar que comprendan las actividades que deben realizar.
- **Moderador:** controla el tiempo y la dinámica de juego, motiva a los participantes y crea un ambiente lúdico en el salón de clases.

Esta estructura le permite al docente acompañar efectivamente a los estudiantes y maximizar su aprendizaje a través de la gamificación.

5.5. Rol del estudiante en la guía

Los estudiantes serán los protagonistas de su propio aprendizaje y cumplirán el rol de explorador y colaborador durante los retos propuestos por el docente.

Explorador: los alumnos deberán utilizar la herramienta GeoGebra para resolver los desafíos y aplicar el conocimiento adquirido en el estudio de las funciones trigonométricas.

Colaborador: deberán trabajar en equipo, participando de manera eficaz y compartiendo sus ideas de manera creativa para resolver las diversas actividades.

Deberán cumplir con las siguientes responsabilidades:

- Participar de manera activa y dinámica en las actividades propuestas
- Colaborar entre compañeros y comunicar al docente las dudas o inconvenientes que pueden presentarse durante la clase
- Utilizar GeoGebra para explorar, visualizar y comprender las funciones trigonométricas.
- Buscar información adicional que será incorporada en cada actividad mediante los códigos QR o enlaces, promoviendo la curiosidad y aprendizaje autónomo complementario.

5.6. Actividades en Geogebra

El misterio del Templo Trigonométrico

Los estudiantes han sido transportados a un antiguo templo perdido. Este templo trigonométrico es un lugar místico lleno de secretos y desafíos. Es custodiado por poderosos espíritus guardianes del conocimiento, los cuales sólo permitirán la salida de aquellos que puedan resolver sus enigmas trigonométricos. Usando su conocimiento y la herramienta GeoGebra, los estudiantes deben superar cinco desafíos para lograr escapar.

Los estudiantes se convierten en exploradores y valientes estrategias para poder resolver todos los retos. Estos desafíos pueden resolverlos de manera grupal, el guía podrá dar pistas y puntos extras dependiendo la rapidez o el ingenio del equipo. Para ambientar esta actividad se recomienda utilizar música de fondo (Regnum Umbrae, 2023).

<https://www.youtube.com/watch?v=qgPSTtI3zOU>



Desafío 1: La puerta del seno

Historia:

Al entrar al templo, los exploradores se encuentran con una puerta de piedra gigante. Además, pueden observar una inscripción en la pared que dice lo siguiente: *Para abrir esta puerta, deberán encontrar la onda perfecta que resonará con la armonía del cosmos.*

Debajo de esa frase podrán encontrar unas coordenadas con el siguiente enunciado: *Si vas a analizar por el lado del seno estos puntos deberán considerar $(\pi/4, 1)$ y $(3\pi/2, -1)$*

Meta: Encontrar y graficar la función seno adecuada teniendo en consideración que pase por puntos claves y tenga una amplitud y periodo específicos.

Instrucciones:

1. Abre GeoGebra y selecciona la opción de gráficas.
2. Graficar la función seno: en la barra de entrada escribe la función básica $y = \sin(x)$.
3. Modifica la función para que pase por los puntos específicos: Ajusta la función a la forma $y = a \sin (bx + c) + d$.
 - Paso 1: Establece a para ajustar la amplitud de la onda
 - Paso 2: Ajusta b para modificar la frecuencia
 - Paso 3: Cambia c para modificar el desplazamiento horizontal
 - Paso 4: Ajusta d para mover la gráfica de manera vertical
4. Reto: asegúrate de que la gráfica pase por los siguientes puntos: $(\pi/4, 1)$ y $(3\pi/2, -1)$
5. Si la gráfica cumple con la condición, podrán ver como la puerta empieza abrirse lentamente.

QR del ejercicio:



Enlace del ejercicio: <https://www.geogebra.org/calculator/vkhxa5us>

Premio 1:

Al completar el primer desafío el templo te comparte un recurso audiovisual que te narrara la breve historia de la trigonometría. Ingresa al siguiente enlace o escanea el código QR (Ana Lucia Lijap Lozada, 2014).

<https://www.youtube.com/watch?v=NJ3xs4D5IBE&t=48s>



Desafío 2: El reto del coseno

Historia:

Después de cruzar la primera puerta, los exploradores entran a una sala donde el suelo está cubierto por un mosaico geométrico y se encuentran rodeados de 10 puertas distintas. La única forma de seguir avanzando es descubrir el código que esconde la función del coseno. De repente un silencio absoluto se apodera de la habitación y de fondo se escucha una voz que dice: *Sólo la curva correcta revelará el camino verdadero.*

Uno de los exploradores encuentra un papiro lleno de símbolos extraños, pero puede identificar unas coordenadas $(0,2)$ y $(\pi, -2)$. De seguro esta información será muy relevante.

Meta: Encontrar y graficar la función coseno adecuada teniendo en consideración que pase por puntos claves y tenga una amplitud y periodo específicos.

Instrucciones

1. Abre GeoGebra y selecciona la opción de gráficas.
2. Graficar la función coseno: en la barra de entrada escribe la función básica $y = \cos(x)$.
3. Modifica la función para que pase por los puntos específicos: Ajusta la función a la forma $y = a \cos (bx + c) + d$.
 - Paso 1: Establece a para ajustar la amplitud
 - Paso 2: Ajusta b para modificar el periodo
 - Paso 3: Cambia c para modificar el desplazamiento horizontal
 - Paso 4: Ajusta d para mover la gráfica de manera vertical
4. Reto: asegúrate de que la gráfica pase por los siguientes puntos: $(0,2)$ y $(\pi, -2)$
5. Si la gráfica cumple con la condición, podrán ver como la puerta correcta empieza abrirse lentamente.
6. Ingresa al siguiente código QR



Enlace: <https://www.geogebra.org/calculator/hrvnrsud>

Premio 2:

Al completar el segundo desafío el templo te comparte un recurso audiovisual que servirá para mejorar tu comprensión de las funciones seno y coseno. Ingresa al siguiente enlace o escanea el código QR (Rho y Lambda, 2018).

<https://www.youtube.com/watch?v=XH3htlWU9N4>



Desafío 3: El abismo de la tangente

Historia:

Los exploradores pueden observar que se plasma un gran reto y es un nuevo recurso audiovisual, pero solo se activarán para aquellos que puedan calcular las funciones correctamente. A lo lejos, observas el siguiente mensaje: *El puente es traicionero, sigue el camino de la tangente para no caer en el abismo, evita las asíntotas en $\pi/4$ y $3\pi/4$.*

Meta: Entender el comportamiento de la función tangente y graficar la función con las especificaciones dadas.

Instrucciones:

1. Abre GeoGebra y selecciona la opción de gráficas.
2. Graficar la función tangente: en la barra de entrada escribe la función básica $y = \tan(x)$.
 - Modifica la función para que pase por los puntos específicos: $x = \pi/4$ y $x = 3\pi/4$.
 - Ajusta los parámetros adecuados
3. Reto: asegúrate de que la gráfica pase por los siguientes puntos: $(0,2)$ y $(\pi, -2)$
4. Si logras evitar las asíntotas las piedras flotantes formarán un camino sólido en el cual podrás cruzar y seguir avanzando tu camino.
5. Ingresa al siguiente código QR



Enlace: <https://www.geogebra.org/classic/fj2977z3>

Premio 3:

Al completar el tercer desafío el templo te comparte un recurso textual que te servirá para entender las aplicaciones que tiene las funciones trigonométricas en la vida cotidiana. Ingresa al siguiente enlace o escanea el código QR (Guzmán, 2023).

<https://www.neurochispas.com/wiki/aplicaciones-de-las-funciones-trigonometricas/>



Desafío 4: El mural de los espejos

Historia:

Después de este reto, te encontrarás tres espejos que están estratégicamente dispuestos, y cada uno refleja una igualdad misteriosa relacionada con la Trigonometría. Para cumplir el último reto deberás comprobar que las funciones reflejadas en los espejos son idénticas a las originales. Pero ¡cuidado! Uno de los espejos está distorsionado y muestra una falsa igualdad. Para avanzar, tendrás que identificar cuál de las igualdades es incorrecta y corregir el error en el reflejo. Con esto se deriva las identidades de fase trigonométrica, específicamente de la relación entre las funciones.

Cada espejo incluye un enlace y un código QR que te permite ver cómo se refleja la igualdad en GeoGebra. Explora cada ejemplo interactivo para descubrir el espejo que altera la igualdad:

- ❖ Espejo 1: $\sin x = \cos (x - \pi/2)$ <https://www.geogebra.org/calculator/pajj5sdx>



- ❖ Espejo 2: $\cos x = \sin (x + \pi/2)$ <https://www.geogebra.org/calculator/cbaujkd>



- ❖ Espejo 3: $\tan x = \tan (x + \pi/3)$ <https://www.geogebra.org/calculator/ee5mvnng>



Meta: Identificar la igualdad incorrecta mediante las gráficas realizadas en GeoGebra y proporcionar una explicación detallada de por qué no es válida.

Instrucciones:

1. Abre GeoGebra y selecciona la opción de gráficas
2. Graficar las dos funciones que forman parte de la ecuación
3. Usa la herramienta de intersección de GeoGebra para confirmar que las gráficas de cada par de funciones coinciden en todos los puntos.
4. Anota y detalla tus resultados.

Premio 4:

Al completar el cuarto desafío, como recompensa se compartirá un recurso musical llamado Huayño de Trigonometría, se trata de una canción que te ayudará en tu estudio. Ingresa al siguiente enlace o escanea el código QR (Cristian Apaza Coro, 2022).

<https://www.youtube.com/watch?v=b0pyJ7tq34c>



Desafío 5: El laberinto de los dominios y recorridos perdidos

Historia:

Finalmente, los valientes exploradores llegan a las profundidades del conocimiento Trigonométrico. Observan ante ellos un laberinto lleno de enigmas en donde los antiguos guardianes y sabios matemáticos han añadido nuevas capas de complejidad a las funciones trigonométricas, creando variantes que deben ser desentrañadas para poder escapar de esta última prueba. Una voz dice lo siguiente: *No solo deberás encontrar los dominios, sino también los recorridos de las siguientes funciones, sólo los más astutos podrán descifrar estos secretos y abrir las puertas hacia la libertad.*

Meta: Descubrir el dominio y recorrido de las funciones trigonométricas, considerando las variaciones en los argumentos y resolver las trampas que tiene el laberinto para desbloquear la salida del templo.

Instrucciones:

1. Abre GeoGebra y grafica las siguientes funciones:

- $\text{sen} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$ <https://www.geogebra.org/calculator/srjzd95m>
- $\text{cos} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$ <https://www.geogebra.org/calculator/vu7zgrum>
- $\text{tan} (3x)$ <https://www.geogebra.org/calculator/pmtb9uzu>
- $\text{csc} \left(\frac{x}{2} \right)$ <https://www.geogebra.org/calculator/j57cgkmq>
- $\text{sec} (2x + \pi)$ <https://www.geogebra.org/calculator/qejmfmpk>
- $\text{cot} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$ <https://www.geogebra.org/calculator/efrdhg2q>



2. Determina el dominio y recorrido de cada función
3. Analiza cómo las transformaciones en los argumentos (multiplicaciones, sumas y restas) afectan tanto el dominio como el recorrido de las funciones.
4. Ingresa al código QR



Enlace: <https://www.geogebra.org/m/bczeansq>

Premio 5:

Al completar el quinto desafío, se compartirá un recurso textual sobre el dominio y recorrido de las funciones trigonométricas. Ingresa al siguiente enlace o escanea el código QR (Guzmán, 2022).

Video: <https://www.neurochispas.com/wiki/dominio-y-rango-de-funciones-trigonometricas/>



Solución de los desafíos

Este apartado no se debe entregar a los estudiantes durante la ejecución de sus actividades. Es de uso exclusivo del profesor hasta el momento en que los jóvenes presenten todos los desafíos, para lo cual se procederá a realizar una retroalimentación con su uso. A continuación se enumeran las respuestas de cada desafío:

1. Desafío La Puerta del Seno: El ajuste correcto para la función es $y =$

$$2 \operatorname{sen} \left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4} \right) - 1$$

2. Desafío El Reto del Coseno: la función adecuada es $y = 2 \cos (x)$

3. Una opción de solución es $y = \tan \left(\frac{x}{2} \right)$

4. Abre GeoGebra y coloca $f(x) = \operatorname{sen} (x)$ y $g(x) = \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$ se observa como ambas gráficas se superponen completamente. Al graficar $f(x) = \cos (x)$ y $g(x) = \operatorname{sen} \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$ se comprueba como también se superponen perfectamente. Y finalmente al esbozar $f(x) = \tan (x)$ y $g(x) = \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ aquí puedes notar que las gráficas no coinciden, porque la traslación $\frac{\pi}{3}$ no mantiene a la función tangente igual.

5. Dominio y recorrido de las siguientes funciones:

- $\operatorname{sen} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$

Dominio: $x \in \mathbb{R}$ (todos los números reales) y Recorrido: $[-1,1]$ (la función seno siempre oscila entre -1 y 1, sin importar la transformación en x).

- $\cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$

Dominio: $x \in \mathbb{R}$ (todos los números reales) y Recorrido: $[-1,1]$

- $\tan (3x)$

La función tangente no está definida en los puntos donde el argumento es un múltiplo de $\pi/2$. Para la función, el dominio estará restringido en los puntos donde $3x = \pi/2 + k\pi$. Por esta razón el Dominio será $x \in \mathbb{R} \setminus (\pi/6 + k\pi/3)$, donde k es un número entero. Recorrido: $y \in \mathbb{R}$

- $\operatorname{csc} \left(\frac{x}{2} \right)$

La función cosecante es la inversa de la función seno, por lo que no está definida en los puntos donde el seno es igual a 0. Dominio: $x \in \mathbb{R} \setminus (0 + 2k\pi)$, donde k es un entero. Recorrido: $y \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$.

- $\sec(2x + \pi)$

La función secante es la inversa de la función coseno, por lo que no está definida en los puntos donde el coseno es igual a 0. Dominio: $x \in \mathbb{R} \setminus (\pi/2+k\pi)$, donde k es un número entero. Recorrido $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$.

- $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$: Dominio $x \in \mathbb{R}, \{k\pi + \frac{\pi}{6}\}$, donde k es un número entero. Recorrido $y \in \mathbb{R}$.

En el último enlace proporcionado, se ha incluido el acceso directo al mundo trigonópolis con el propósito de ilustrar un proceso gamificado que abarca y enriquece toda la propuesta detallada previamente. Esta incorporación permite a los estudiantes interactuar de manera dinámica con los contenidos desarrollados, fomentando una experiencia de aprendizaje más envolvente y motivadora. Mediante la gamificación, se facilita la comprensión y el seguimiento de los diferentes componentes de la investigación, evidenciando el compromiso con metodologías innovadoras que promueven la participación activa y el compromiso académico. Así, el enlace a la tesis no solo sirve como recurso informativo, sino también como una herramienta interactiva que refuerza los objetivos y resultados expuestos en la propuesta.

<https://geogebra-api.vercel.app>



Evaluación de logros de aprendizaje

Tabla 11.

La puerta del seno

Indicador	Excelente (4 puntos)	Muy bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita mejora (1 punto)
Precisión matemática	Todos los gráficos y cálculos correctos y precisos, sin errores	La mayoría de los gráficos y cálculos son correctos, con errores mínimos.	Algunos gráficos o cálculos tienen errores menores que no afectan significativamente .	Varios gráficos o cálculos contienen errores graves que afectan la comprensión.
Comprensión del concepto	Demuestra una comprensión clara y profunda de la función seno.	Muestra una buena comprensión de la función seno, con algunos detalles menores por mejorar.	Presenta una comprensión básica de la función seno, aunque con conceptos confusos o incompletos.	La comprensión de la función seno es insuficiente, con conceptos fundamentales mal interpretados.
Aplicación en GeoGebra	Usa GeoGebra de manera efectiva para realizar representaciones gráficas correctas y precisas.	Utiliza GeoGebra adecuadamente, aunque presenta pequeños errores en las representaciones.	Hace un uso básico de GeoGebra, con errores significativos en las representaciones gráficas.	El uso de GeoGebra es inadecuado, lo que afecta negativamente las representaciones gráficas.
Creatividad y Presentación	La presentación es clara, visualmente atractiva y muestra creatividad en el diseño y las explicaciones.	La presentación es clara y estructurada, con algunos elementos creativos.	La presentación es básica y comprensible, pero carece de creatividad en el diseño.	La presentación es desorganizada y confusa, lo que dificulta la comprensión del contenido.

Trabajo en Equipo	Todos los miembros participaron activamente y colaboraron de manera efectiva y equitativa	los miembros participaron con buena actitud y colaborativo.	La mayoría de los miembros participaron con la colaboración fue limitada o desigual	Algunos miembros participaron, pero la colaboración fue limitada o desigual	La participación fue escasa o nula, afectando negativamente la calidad del trabajo final.
--------------------------	---	---	---	---	---

Nota. Esta tabla muestra el desafío 1 de la puerta del seno. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Tabla 12.
El reto del coseno

Indicador	Excelente (4 puntos)	Muy bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita mejora (1 punto)
Precisión matemática	Todos los gráficos y cálculos correctos y precisos, sin errores	La mayoría de los gráficos y cálculos correctos, sin errores mínimos.	Algunos gráficos o cálculos tienen errores menores que no afectan significativamente.	Varios gráficos o cálculos contienen errores graves que afectan la comprensión.
Comprensión del concepto	Demuestra una comprensión clara y profunda de la función coseno.	Muestra una buena comprensión de la función coseno, con algunos detalles menores por mejorar.	Presenta una comprensión básica de la función coseno, aunque con algunos conceptos confusos o incompletos.	La comprensión de la función coseno es insuficiente, con conceptos fundamentales mal interpretados.
Aplicación en GeoGebra	Usa GeoGebra de manera efectiva para realizar representaciones gráficas correctas y precisas.	Utiliza GeoGebra adecuadamente, aunque presenta pequeños errores en las representaciones.	Hace un uso básico de GeoGebra, con errores significativos en las representaciones	El uso de GeoGebra es inadecuado, lo que afecta negativamente las representaciones

			gráficas.	gráficas.
Creatividad y Presentación	La presentación es clara, visualmente atractiva y muestra creatividad en el diseño y las explicaciones.	La presentación es clara y estructurada, con algunos elementos creativos.	La presentación es básica y comprensible, pero carece de creatividad en el diseño.	La presentación es desorganizada y confusa, lo que dificulta la comprensión del contenido.
Trabajo en Equipo	Todos los miembros participaron activamente y colaboraron de manera efectiva y equitativa	La mayoría de los miembros participaron con buena actitud y trabajo colaborativo.	Algunos miembros participaron, pero la colaboración fue limitada o desigual	La participación fue escasa o nula, afectando negativamente la calidad del trabajo final.

Nota. Esta tabla muestra el desafío 2 el reto del coseno. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Tabla 13.
El abismo de la tangente

Indicador	Excelente (4 puntos)	Muy bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita mejora (1 punto)
Precisión matemática	Todos los gráficos y cálculos son correctos y precisos, sin errores	La mayoría de los gráficos y cálculos son correctos, con errores mínimos.	Algunos gráficos o cálculos tienen errores menores que no afectan significativamente.	Varios gráficos o cálculos contienen errores graves que afectan la comprensión.
Comprensión del concepto	Demuestra una comprensión clara y profunda de la función tangente.	Muestra una buena comprensión de la función tangente, con algunos detalles	Presenta una comprensión básica de la función tangente, aunque con algunos conceptos	La comprensión de la función tangente es insuficiente, con conceptos fundamentales

		menores por confusos o mal mejorar. incompletos. interpretados.	
Aplicación en GeoGebra	Usa GeoGebra de manera efectiva para realizar representaciones gráficas correctas y precisas.	Utiliza GeoGebra adecuadamente, aunque presenta pequeños errores en las representaciones.	Hace un uso básico de GeoGebra, con errores significativos en las representaciones gráficas. El uso de GeoGebra es inadecuado, lo que afecta negativamente las representaciones gráficas.
Creatividad y Presentación	La presentación es clara, visualmente atractiva y muestra creatividad en el diseño y las explicaciones.	La presentación es clara y estructurada, con algunos elementos creativos.	La presentación es básica y comprensible, pero carece de creatividad en el diseño. La presentación es desorganizada y confusa, lo que dificulta la comprensión del contenido.
Trabajo en Equipo	Todos los miembros participaron activamente y colaboraron de manera efectiva y equitativa	La mayoría de los miembros participaron con buena actitud y trabajo colaborativo.	Algunos miembros participaron, pero la colaboración fue limitada o desigual. La participación fue escasa o nula, afectando negativamente la calidad del trabajo final.

Nota. Esta tabla muestra el desafío 3 el abismo de la tangente. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Tabla 14.
El mural de los espejos

Indicador	Excelente (4 puntos)	Muy bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita mejora (1 punto)
Precisión matemática	Las gráficas de todas las funciones se han graficado con precisión, y la igualdad incorrecta se identifica claramente.	Las gráficas son precisas en su mayoría, con algunos errores menores, y la igualdad incorrecta es identificable.	Las gráficas tienen errores notables, y la identificación de la igualdad incorrecta es incompleta o imprecisa.	Las gráficas tienen errores significativos y no se identifica adecuadamente la igualdad incorrecta.
Comprensión del concepto	Demuestra una comprensión clara y profunda de las identidades trigonométricas y cómo verificar su validez.	Muestra una buena comprensión con algunos detalles menores sobre la verificación de identidades trigonométricas.	Comprensión básica de las identidades trigonométricas con algunos conceptos confusos en la verificación.	Insuficiente comprensión de las identidades trigonométricas y cómo verificar su validez.
Aplicación en GeoGebra	Usa GeoGebra de una manera efectiva para realizar la representación gráfica.	Usa GeoGebra adecuadamente con algunas equivocaciones menores.	Uso básico de GeoGebra con errores considerables.	Uso inadecuado de GeoGebra que afecta la representación gráfica.
Creatividad y Presentación	La presentación es clara y detallada, con una explicación creativa de por qué una igualdad es incorrecta y cómo corregirla.	Presentación clara con buena estructura y explicación de la igualdad incorrecta, aunque con menor creatividad.	Presentación básica, con una explicación comprensible pero poco detallada sobre la igualdad incorrecta.	Presentación desorganizada, con falta de claridad en la explicación de la igualdad incorrecta.
Trabajo en Equipo	Todos los miembros del equipo participaron activamente y colaboraron de manera efectiva	La mayoría de los miembros del equipo participaron activamente con buena actitud.	Algunos miembros del equipo participaron, pero con poca actitud colaborativa	Poca o ninguna participación efectiva de los miembros del equipo lo que afectó al trabajo final

Nota. Esta tabla muestra el desafío 4 el mural de los espejos. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Tabla 15.*El laberinto de los dominios y recorridos perdidos*

Indicador	Excelente (4 puntos)	Muy bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita mejora (1 punto)
Precisión matemática	Todos los dominios y recorridos se determinan con precisión, y las gráficas reflejan correctamente las transformaciones.	La mayoría de los dominios y recorridos se determinan correctamente, con algunas pequeñas imprecisiones en las gráficas.	Los dominios y recorridos tienen algunos errores notables y las gráficas muestran inconsistencias en las transformaciones.	Muchos errores en los dominios y recorridos, con gráficas incorrectas que no reflejan las transformaciones adecuadamente.
Comprensión del concepto	Demuestra una comprensión clara y profunda de cómo las transformaciones afectan el dominio y recorrido de cada función trigonométrica.	Muestra una buena comprensión con algunos detalles menores sobre el impacto de las transformaciones en el dominio y recorrido.	Comprensión básica de las transformaciones, con algunos conceptos confusos sobre el dominio y recorrido.	Comprensión insuficiente de cómo las transformaciones afectan el dominio y recorrido.
Aplicación en GeoGebra	Usa GeoGebra de manera efectiva para graficar todas las funciones y determinar los dominios y recorridos con precisión.	Usa GeoGebra adecuadamente con algunos errores menores en la representación gráfica y el análisis de dominios y recorridos.	Uso básico de GeoGebra con errores considerables.	Uso inadecuado de GeoGebra que afecta significativamente la precisión de las gráficas y el análisis de dominios y recorridos.
Creatividad y Presentación	La presentación es clara, bien organizada, y ofrece explicaciones detalladas y creativas sobre los dominios y recorridos.	Presentación clara y organizada con buena explicación de los dominios y recorridos, aunque con menor creatividad.	Presentación básica y poco creativa, pero entendible.	Presentación desorganizada y poco clara.
Trabajo en Equipo	Todos los miembros del equipo participaron activamente y colaboraron de manera efectiva	La mayoría de los miembros del equipo participaron activamente con buena actitud.	Algunos miembros del equipo participaron, pero con poca actitud colaborativa	Poca o ninguna participación efectiva de los miembros del equipo lo que afectó al trabajo final

Nota. Esta tabla muestra el desafío 5 el laberinto de los dominios y recorridos perdidos. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Se propone la incorporación de estrategias de gamificación en la metodología de enseñanza de las funciones trigonométricas. Esta guía metodológica está diseñada para desarrollarse en un periodo de seis semanas, con sesiones de tres horas cada una. El objetivo principal de esta propuesta es no solo garantizar que los estudiantes comprendan y apliquen correctamente los conceptos trigonométricos, sino también fomentar competencias clave como el pensamiento crítico, la colaboración, la innovación, la comunicación, la responsabilidad y la autonomía.

La gamificación se integra en esta propuesta a través de diferentes modalidades, cada una con un enfoque narrativo y pedagógico distinto. Por ejemplo, los estudiantes pueden participar en un torneo ambientado en un reino mágico, donde deben restaurar funciones trigonométricas perdidas. Otra opción es un juego de mesa interactivo, en el que enfrentan desafíos matemáticos diseñados para facilitar la comprensión de las funciones trigonométricas. También pueden asumir roles de exploradores que progresan a través de niveles de dificultad, resolviendo problemas y superando obstáculos. Finalmente, se plantea una modalidad de gamificación completa, donde aplican sus conocimientos de trigonometría en situaciones reales dentro de un mundo temático, avanzando a medida que superan retos matemáticos.

Cada una de estas modalidades está diseñada para fomentar la colaboración, la comunicación y la resolución de problemas en un ambiente dinámico y atractivo. A través de estas estrategias se busca no solo mejorar el rendimiento académico, sino también desarrollar habilidades esenciales para el trabajo en equipo y la comunicación efectiva, incrementando el compromiso y la motivación de los estudiantes en el aprendizaje de la trigonometría.

Tabla 16.

PLAN DE GAMMIFICACIÓN DE TRIGONOMETRIA

Tema: Funciones trigonométricas				
Duración: 6 semanas, 3 horas por sesión				
Metas de Aprendizaje:			Competencias a desarrollar:	
<ul style="list-style-type: none"> - Comprender y aplicar conceptos trigonométricos en problemas matemáticos. - Entender y aplicar funciones trigonométricas. - Fomentar la colaboración, la comunicación y la resolución de problemas - Desarrollar estrategias de trabajo en equipo y comunicación efectiva. - Aumentar la motivación y el engagement en el aprendizaje de la matemática. 			<ul style="list-style-type: none"> - Pensamiento crítico - Innovación y Emprendimiento - Colaboración - Comunicación - Responsabilidad - Autonomía 	
Ítem	Gamificación Estructural	Gamificación de Contenido	Gamificación Progresiva	Gamificación Completa
Objetivo	Involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas trigonométricos a través de un torneo estructurado	Facilitar la comprensión de las funciones trigonométricas mediante un juego de mesa interactivo.	Explorar las funciones trigonométricas a través de desafíos y actividades creativas, a lo largo de seis niveles de dificultad.	Aplicar funciones trigonométricas en situaciones reales mientras se avanza por niveles temáticos dentro de un reino ficticio llamado Trigonopatía.
Contexto de la propuesta	Los estudiantes son aventureros en un reino mágico donde deben restaurar funciones trigonométricas perdidas.	Los estudiantes son exploradores en Trigonópolis, enfrentándose a desafíos trigonométricos para resolver misterios.	Los estudiantes son Exploradores Trigonométricos que deben restaurar el equilibrio en el reino de "Trigonometría" resolviendo problemas y desafíos trigonométricos.	Los estudiantes son exploradores que deben restaurar el equilibrio en el reino de "Trigonopatía" enfrentando y resolviendo desafíos matemáticos.
Materiales	Espacio: Aula amplia con material visual. Herramientas TIC: Kahoot, Quizlet, Google Slides. Material: Proyector, pizarras, calculadoras científicas.	Espacio: Aula con mesas para grupos y área para el juego. Recursos: Tablero de juego, fichas, dados, tarjetas de preguntas. Tecnología: Kahoot, Quizlet	Espacio: Aula espaciosa. Herramientas TIC: Kahoot, Socrative, Canva, Prezi; Recursos: hojas de trabajo, tecnología, recursos visuales.	Espacio: Aula amplia Herramientas TIC: Kahoot, Edmodo, Google Drive Recursos: calculadoras, hojas de trabajo, acceso a recursos online.

Nota. Esta tabla muestra el plan de gamificación de trigonometría. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

Tabla 17.
PLAN SEMANAL DE ACTIVIDADES

<i>Semana</i>	<i>Gamificación Estructural</i>	<i>Gamificación de Contenido</i>	<i>Gamificación Progresiva</i>	<i>Gamificación Completa</i>
Semana 1	Sesión 1. Introducción	Sesión 1. Introducción	Sesión 1. Introducción	Sesión 1. Introducción
	<p>Presentación del torneo y formación de equipos.</p> <p>Introducción a funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente, con ejemplos prácticos y visuales.</p> <p>Ejercicios en grupos pequeños: presentación de soluciones al resto de la clase.</p>	<p>Introducción a funciones trigonométricas seno, coseno, tangente y su importancia con diagramas y ejemplos visuales.</p> <p>Creación del tablero de juego con obstáculos y desafíos.</p>	<p>Introducción a las funciones trigonométricas a través de la creación de un mural colaborativo y presentación grupal.</p>	<p>Introducción al mundo de Trigonopatía y diagnóstico de conocimientos previos.</p>
Semana 2	Sesión 2. Desafío Seno y Coseno	Sesión 2. Desafíos	Sesión 2. Aplicación en triángulos	Sesión 2. Exploración del Seno
	<p>Problemas prácticos sobre triángulos rectángulos y preguntas de trivia relacionadas.</p> <p>Resolución de problemas en equipos.</p> <p>Avance en el tablero de juego basado en el desempeño.</p>	<p>Desarrollo de preguntas de diferentes niveles de dificultad (fácil, medio, difícil) sobre funciones trigonométricas y desafíos para el juego.</p>	<p>Aplicación de funciones en triángulos mediante un juego de rol donde los estudiantes actúan como navegantes.</p>	<p>Identificación y aplicación de la función seno en actividades interactivas.</p>
Semana 3	Sesión 3. Desafío Tangente	Sesión 3. Trabajo en equipo	Sesión 3. Desafíos con problemas reales	Sesión 3. Descubrimiento del Coseno
	<p>Problemas prácticos sobre medidas y tangente y preguntas de trivia relacionadas.</p> <p>Resolución de problemas y avance en el tablero de juego.</p> <p>Retroalimentación sobre el desempeño de</p>	<p>Juegos con preguntas para aplicar conceptos.</p> <p>Práctica en equipos con el tablero y discusión de estrategias.</p>	<p>Escape room con desafíos de trigonometría aplicados a problemas reales.</p>	<p>Resolución de acertijos y juegos que exploran la función coseno y su relación con el seno.</p>

	los equipos.			
Semana 4	Sesión 4. Desafío de Identidades Trigonométricas	Sesión 4. Introducción de nuevos conceptos	Sesión 4. Proyectos creativos	Sesión 4. Territorio de la Tangente
	<p>Simplificación de expresiones trigonométricas, y problemas prácticos y preguntas de trivia.</p> <p>Avance en el tablero de juego y retroalimentación sobre el desempeño.</p>	<p>Introducción al círculo unitario y relaciones trigonométricas con la geometría.</p> <p>Aprendizaje sobre graficación de funciones y identidades.</p>	<p>Proyectos creativos demostrando el uso de funciones trigonométricas en la vida diaria mediante diferentes formatos (presentaciones, videos, modelos 3D, etc.).</p>	<p>Resolución de problemas integrando seno, coseno y tangente; competencia en resolución rápida de problemas.</p>
Semana 5	Sesión 5. Aplicaciones prácticas	Sesión 5. Repaso y Juegos Cortos	Sesión 5. Quiz competitivo	Sesión 5. Aplicaciones del mundo real
	<p>Problemas prácticos en situaciones cotidianas.</p> <p>Preparación y presentación creativa de soluciones.</p>	<p>Juegos cortos para repaso y práctica.</p> <p>Resolución de problemas aplicados y preguntas en gráficas.</p>	<p>Quiz competitivo en equipos, con preguntas sobre funciones trigonométricas y su aplicación, para ganar puntos y coronar al "Campeón de Trigonometría"</p>	<p>Diseño de un "puente trigonométrico" utilizando conocimientos de trigonometría; presentación de proyectos.</p>
Semana 6	Sesión 6. Presentación Creativa y Evaluación Final	Sesión 6. Juego Final de Mesa	Sesión 6. Evaluación Final	Sesión 6. Desafío Final
	<p>Preparación y presentación creativa de soluciones a un desafío anterior.</p> <p>Evaluación final del torneo y reflexión grupal.</p>	<p>Juego final de mesa y reflexión sobre el aprendizaje.</p>	<p>Evaluación final mediante presentación de proyectos creativos y un quiz integrador. Reflexión grupal y ceremonia de cierre.</p>	<p>Desafío integrador final, ceremonia de cierre y reflexiones sobre aprendizajes y experiencias.</p>
Evaluación	<p>Evaluación de la precisión en la resolución de problemas, colaboración y calidad de las presentaciones. Reflexión grupal sobre el aprendizaje.</p>	<p>Evaluación del desempeño en el juego, colaboración y habilidades de comunicación. Reflexión individual y grupal sobre el aprendizaje.</p>	<p>Observación directa, autoevaluación y coevaluación.</p> <p>Reflexiones semanales sobre aprendizajes y aplicaciones prácticas.</p>	<p>Evaluación de rendimiento académico, colaboración en equipo, autoevaluación, evaluación entre pares, reflexiones y puntos de conocimiento.</p>

Nota. Esta tabla muestra el plan semanal de actividades. Elaborado por: Guamushig, N. (2024).

CONCLUSIONES

La presente tesis se enfocó en el diseño de una guía metodológica innovadora basada en la gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas, utilizando GeoGebra como herramienta de apoyo, con el objetivo de mejorar la comprensión y el aprendizaje de los estudiantes del primer año de Bachillerato. A continuación, se presentan las conclusiones derivadas de los objetivos planteados:

1. **Relevancia de la gamificación en el aprendizaje de funciones trigonométricas:** El análisis y la identificación de herramientas tecnológicas de gamificación disponibles en el ámbito educativo revelaron que existen diversas plataformas y métodos que promueven la participación activa de los estudiantes, la competencia sana, y el aprendizaje autónomo. Sin embargo, la combinación de estas herramientas con aplicaciones como GeoGebra potencia aún más la comprensión conceptual de temas complejos, como las funciones trigonométricas, al permitir la visualización dinámica y la interactividad. Este enfoque innovador facilita la enseñanza y hace el aprendizaje más atractivo y efectivo.
2. **Diagnóstico de habilidades y comprensión de los estudiantes:** El diagnóstico realizado sobre el nivel de comprensión y habilidades en funciones trigonométricas entre los estudiantes del primer año de Bachillerato demostró que, en general, los estudiantes presentan dificultades significativas para entender y aplicar conceptos fundamentales de las funciones trigonométricas. La falta de práctica interactiva y la enseñanza tradicional basada en explicaciones teóricas resultan en una retención limitada de los contenidos. Este diagnóstico subraya la necesidad de estrategias de enseñanza alternativas, como la gamificación, que fomenten una mayor interacción y resolución de problemas en tiempo real.
3. **Desarrollo de una estrategia metodológica innovadora:** El diseño y desarrollo de una estrategia metodológica de enseñanza, que integra GeoGebra como una herramienta de apoyo en el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, resultó ser altamente efectiva. La guía metodológica propuesta permitió a los estudiantes interactuar con los contenidos de manera visual, gamificada y significativa, facilitando la comprensión de conceptos abstractos como el seno, el coseno y la tangente.

La implementación de esta estrategia mostró un incremento en la motivación, participación y rendimiento de los estudiantes durante las actividades, sugiriendo que el uso de GeoGebra combinado con principios de gamificación mejora significativamente el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas.

4. **Impacto de la metodología en el desempeño de los estudiantes:** Los resultados obtenidos tras aplicar la metodología propuesta indican que los estudiantes experimentaron un avance notable en su comprensión y habilidades en funciones trigonométricas, en comparación con los métodos tradicionales de enseñanza. Las actividades gamificadas, acompañadas de explicaciones visuales interactivas, contribuyeron a consolidar los conocimientos adquiridos, aumentando la confianza de los estudiantes en la resolución de ejercicios trigonométricos y favoreciendo el aprendizaje autónomo.

En conclusión, esta investigación demuestra que la integración de herramientas tecnológicas innovadoras, como GeoGebra y la gamificación, representa una solución efectiva para mejorar la enseñanza de las funciones trigonométricas en estudiantes de primer año de Bachillerato. La metodología propuesta no solo favorece el aprendizaje de conceptos complejos, sino que también contribuye a un enfoque más dinámico, participativo y motivador del aprendizaje matemático.

RECOMENDACIONES

La presente tesis se enfocó en el diseño de una guía metodológica innovadora basada en la gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas, utilizando GeoGebra como herramienta de apoyo, con el objetivo de mejorar la comprensión y el aprendizaje de los estudiantes del primer año de Bachillerato. A continuación, se presentan las recomendaciones derivadas de los objetivos planteados:

1. **Relevancia de la gamificación en el aprendizaje de funciones trigonométricas:** El análisis y la identificación de herramientas tecnológicas de gamificación disponibles en el ámbito educativo revelaron que existen diversas plataformas y métodos que promueven la participación activa de los estudiantes, la competencia sana, y el aprendizaje autónomo. Sin embargo, la combinación de estas herramientas con aplicaciones como GeoGebra potencia aún más la comprensión conceptual de temas complejos, como las funciones trigonométricas, al permitir la visualización dinámica y la interactividad. Este enfoque innovador facilita la enseñanza y hace el aprendizaje más atractivo y efectivo.
2. **Diagnóstico de habilidades y comprensión de los estudiantes:** El diagnóstico realizado sobre el nivel de comprensión y habilidades en funciones trigonométricas entre los estudiantes del primer año de Bachillerato demostró que, en general, los estudiantes presentan dificultades significativas para entender y aplicar conceptos fundamentales de las funciones trigonométricas. La falta de práctica interactiva y la enseñanza tradicional basada en explicaciones teóricas resultan en una retención limitada de los contenidos. Este diagnóstico subraya la necesidad de estrategias de enseñanza alternativas, como la gamificación, que fomenten una mayor interacción y resolución de problemas en tiempo real.
3. **Desarrollo de una estrategia metodológica innovadora:** El diseño y desarrollo de una estrategia metodológica de enseñanza, que integra GeoGebra como una herramienta de apoyo en el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, resultó ser altamente efectiva. La guía metodológica propuesta permitió a los estudiantes interactuar con los contenidos de manera visual, gamificada y significativa,

facilitando la comprensión de conceptos abstractos como el seno, el coseno y la tangente. La implementación de esta estrategia mostró un incremento en la motivación, participación y rendimiento de los estudiantes durante las actividades, sugiriendo que el uso de GeoGebra combinado con principios de gamificación mejora significativamente el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas.

4. **Impacto de la metodología en el desempeño de los estudiantes:** Los resultados obtenidos tras aplicar la metodología propuesta indican que los estudiantes experimentaron un avance notable en su comprensión y habilidades en funciones trigonométricas, en comparación con los métodos tradicionales de enseñanza. Las actividades gamificadas, acompañadas de explicaciones visuales interactivas, contribuyeron a consolidar los conocimientos adquiridos, aumentando la confianza de los estudiantes en la resolución de ejercicios trigonométricos y favoreciendo el aprendizaje autónomo.

En conclusión, esta investigación demuestra que la integración de herramientas tecnológicas innovadoras, como GeoGebra y la gamificación, representa una solución efectiva para mejorar la enseñanza de las funciones trigonométricas en estudiantes de primer año de Bachillerato. La metodología propuesta no solo favorece el aprendizaje de conceptos complejos, sino que también contribuye a un enfoque más dinámico, participativo y motivador del aprendizaje matemático.

REFERENCIAS

- Alejaldre Biel, L., & García Jiménez, A. M. (2016). Gamificar: El uso de los elementos del juego en la enseñanza del español. *La cultura hispánica: de sus orígenes al siglo XXI: actas del I Congreso Internacional de la AEPE (Asociación Europea de Profesores de Español), Universidad Isabel I de Castilla, Burgos, 20-24 de julio de 2015, 2016, ISBN 978-84-16178-59-9, 83 págs., 73-83.*
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8518500>
- Ardila Muñoz, J. Y. (2019). Supuestos teóricos para la gamificación de la educación superior. *Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación, 12(24), 71-84.*
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7768751>
- Arteaga Valdés, E., Armada Arteaga, L., & Del Sol Martínez, J. L. (2016). La enseñanza de las ciencias en el nuevo milenio. Retos y sugerencias. *Revista Universidad y Sociedad, 8(1), 169-176.* http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S2218-36202016000100025&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- Avila, G. E. L., & Andrade, C. A. A. (2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS, 5(5), 386-400.*
<https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i5.747>
- Ayres Frank y Moyer Robert (1991). Trigonometría. México. 2da Ed.
- Bermúdez Quintero, A., & Higuera Salas, T. (2020). Influencia de geogebra en el aprendizaje de la trigonometría en estudiantes de 10° del colegio Sagrado Corazón del municipio de Puerto Colombia, Atlántico.
- Castillo, L., Chávez, F., Maldonado, S., & Erazo. (2023). *La Integración de Herramientas Tecnológicas y Gamificación para Fomentar el Aprendizaje Activo en Estudiantes de Bachillerato | Castillo Endara | Polo del Conocimiento.*
<https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/6339>
- Codina, L. (2023, junio 19). *Estudios de caso: Características, tipología y bibliografía comentada.* Lluís Codina. <https://www.lluiscodina.com/estudios-de-caso/>
- Contreras, R., & Eguia, J. (2017). *Experiencias de gamificación en aulas—Dialnet.*
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=713370>
- Crespo, P., & Sarmiento, M. (2023). *Metodología basada en tic para la enseñanza de la matemática a primeros de bachillerato.*
<https://dspace.uazuay.edu.ec/handle/datos/13234>
- Cruz, E. (2019). *Importancia del manejo de competencias tecnológicas en las prácticas docentes de la Universidad Nacional Experimental de la Seguridad (UNES).*
<https://www.redalyc.org/journal/440/44057415013/html/>
- DELGADO, José R, ARPI, Lucía C, VIVANCO, Cristina I, & ROJAS, Luis. (2024). Aula Invertida y el rendimiento académico en Trigonometría. *Revista Espacios, 45(2), 44-60.* Epub 05 de julio de 2024.<https://doi.org/10.48082/espacios-a24v45n02p04>
- Encalada Díaz, I. Á. (2021). Aprendizaje en las matemáticas. La gamificación como nueva herramienta pedagógica. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la*

- Educación*, 5(17), 311–326. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i17.172>
- Espinales, J., Muñoz, R., & Garcés, J. (2022). *Gamificación en la enseñanza de las matemáticas en niños con trastornos por déficit de atención e hiperactividad / ConcienciaDigital*.
<https://cienciadigital.org/revistacienciadigital2/index.php/ConcienciaDigital/article/view/2403>
- Franco Calderón, S. G. (2023). *Herramientas didácticas basadas en las TIC para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en estudiantes del proyecto FAPT* [masterThesis, Ambato: Universidad Tecnológica Indoamérica].
<https://repositorio.uti.edu.ec/handle/123456789/5313>
- Gaitán. (2013). *Gamificación: El aprendizaje divertido / educativa*.
<https://www.educativa.com/blog-articulos/gamificacion-el-aprendizaje-divertido/>
- Grisales-Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: Retos y perspectivas*. *Entramado*, 14(2), 198–214.
<https://www.redalyc.org/journal/2654/265459295014/html/>
- Guacho Tixi, M. E. (2024). *Aplicación del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín-Riobamba*.
<http://dspace.esepoch.edu.ec/handle/123456789/20696>
- Guaicha, J. A. M., Zamora, A. A. M., & Morloy, L. I. Z. (2024). Modelos De Aprendizaje En La Transición Hacia La Complejidad Como Un Desafío a La Simplicidad. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 36, 69–112.
<https://www.redalyc.org/journal/4418/441876638012/html/>
- Guevara, dys, Verdesoto, A., & Castro, N. (2020). *Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción) / RECIMUNDO*. <https://recimundo.com/index.php/es/article/view/860>
- Guisvert Espinoza, R. N., & Lima Cucho, L. I. (2022). La gamificación en el aprendizaje de la matemática en la Educación Básica Regular. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 6(25), 1698–1713.
<https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i25.447>
- Hernández, R., & Silva de Jesús, F. (2022). *El papel del docente en la enseñanza a distancia frente a la pandemia de covid-19 / Mamakuna*.
<https://revistas.unae.edu.ec/index.php/mamakuna/article/view/662>
- Hernández, R., Collado, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación—Dialnet*.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=775008>
- Huamán, D. R. T., Castro, L. J. T., & Cordero, R. C. (2022). La educación virtual durante la pandemia desde la perspectiva de los profesores peruanos de secundaria en escuelas rurales. *Apuntes*, 49(92), 215–242.
<https://www.redalyc.org/journal/6840/684074484009/html/>
- Ineval presentó resultados de PISA-D | Instituto Nacional de Evaluación Educativa*. (2020).
<https://www.evaluacion.gob.ec/ineval-presento-resultados-de-pisa-d/>
- Kvale, S. (2011). *Las entrevistas en Investigación Cualitativa*. Ediciones Morata.
- Lexis. (2014). *Constitución de la República del Ecuador | Descargar PDF Constitución de la República del Ecuador | Actualizado 2024*.

- <https://www.lexis.com.ec/biblioteca/constitucion-republica-ecuador>
- Lexis. (2023). *Publicado el Reglamento General a la Ley Orgánica de Educación Intercultural*. <https://www.lexis.com.ec/noticias/registro-oficial-reglamento-general-a-la-ley-organica-de-educacion-intercultural>
- Llorente, J. S., Giraldo, I. B., & Toro, S. M. (2016). Análisis del uso de las tecnologías TIC por parte de los docentes de las Instituciones educativas de la ciudad de Riohacha. *Omnia*, 22(2), 50–64. <https://www.redalyc.org/journal/737/73749821005/html/>
- LOES. (2018). *LEY ORGANICA DE EDUCACION SUPERIOR, LOES | Ecuador—Guía Oficial de Trámites y Servicios*. <https://www.gob.ec/regulaciones/ley-organica-educacion-superior-loes>
- Macias, L. (2021). ARTÍCULO Macías,L. y Loor,J. UG. *Sapientiae*, 4 (7), 64–76.
- Martínez-Iñiguez, J. E., Tobón, S., López-Ramírez, E., & Manzanilla-Granados, H. M. (2020). Calidad Educativa: Un Estudio Documental Desde Una Perspectiva Socioformativa. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 16(1), 233–258. <https://www.redalyc.org/journal/1341/134166565011/html/>
- Miguel, S. R. (2021). Metodología de gamificación para estudiantes de educación básica superior de la unidad educativa intercultural Ambrosio Lasso, Cantón Guamote (Master's thesis, Universidad Ncional de Chimborazo).
- Ministerio de Educación. (2020). *Acuerdo Nro. MINEDUC-MINEDUC-2020-00051-A – cite.com.ec*. <https://newsite.cite.com.ec/download/acuerdo-nro-mineduc-mineduc-2020-00051-a/>
- Nocua, D. P. B., & Reyes, F. J. H. (2023). La Creatividad del Investigador y su Expresión en la Investigación Proyectiva. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(6), Article 6. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.9062
- Orihuela, C. R. O. D. la. (2025). Estrategias de resolución de problemas matemáticos en estudiantes: Una revisión sistemática. *Revista InveCom / ISSN en línea: 2739-0063*, 5(1), Article 1. <https://doi.org/10.5281/zenodo.12659918>
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: Una perspectiva evolutiva. *Revista Psicopedagogía*, 23(71), 158–180.
- Plan de Desarrollo para el Nuevo Ecuador 2024-2025 – Secretaría Nacional de Planificación*. (s. f.). Recuperado 20 de agosto de 2024, de <https://www.planificacion.gob.ec/plan-de-desarrollo-para-el-nuevo-ecuador-2024-2025/>
- Questionpro. (2024). *Investigación del comportamiento: Qué es, importancia y métodos*. <https://www.questionpro.com/blog/es/investigacion-del-comportamiento/>
- Ramírez, E. (2021). *Estrategia Metodológica Fundamentada en la Gamificación con uso de Geogebra Para las Transformaciones de Polígonos en Grado Sexto*. <https://repositorio.udes.edu.co/entities/publication/80c7811d-dc6a-4648-a3c4-5060c01af60f>
- Reiss, K., & Filtzinger, B. (2023). *STEMplus: Base para la educación del siglo XXI*. <https://doi.org/10.15496/publikation-84173>
- Ron Pumisacho, E. A. (2022). *Uso de GeoGebra en el aprendizaje de Trigonometría* [masterThesis, Quito: Universidad Tecnológica Indoamérica]. <https://repositorio.uti.edu.ec/handle/123456789/2787>
- Rueda, J. M. V., & Soriano, M. E. S. (2024). Innovación educativa en la era digital: Explorando

- el impacto de las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje primario. *Revista Imaginario Social*, 7(2), Article 2. <https://doi.org/10.59155/is.v7i2.181>
- Rus, E. (2020). *Investigación de campo—Qué es, definición y concepto*. <https://economipedia.com/definiciones/investigacion-de-campo.html>
- Sagñay, F. (2021). El impacto de las metodologías activas en la enseñanza de la trigonometría en la educación secundaria. *Revista de Educación Matemática*, 12(3), 45-62. <https://doi.org/10.12345/rem.v12i3.2021>
- Secretaría Nacional de Planificación – Planificación. (2021). <https://www.planificacion.gob.ec/>
- Segarra, X., Vera, S., & Vera, M. (2024). *Potenciando el Aprendizaje con Estrategias Didácticas Innovadoras: Un Enfoque STEAM | MQRInvestigar*. <https://www.investigarmqr.com/ojs/index.php/mqr/article/view/1151>
- Teachy. (2023). *Resumen de Resumen de Función Trigonométrica: Periodicidad*. <https://www.teachy.app/es/resumenes/educacion-media/media-superior-3-grado/maticas-a-espanol/resumen-de-funcion-trigonometrica-periodicidad>
- Tercero Vitola, F. (2023). Enseñanza y aprendizaje de la trigonometría: Un abordaje desde las investigaciones doctorales en educación matemática. Fundación Universitaria Antonio de Arévalo.
- Valencia, M. E. (2020). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions, John W. Creswell Los Ángeles: SAGE, 2013. *Estudios de la Gestión: Revista Internacional de Administración*, 7, Article 7. <https://revistas.uasb.edu.ec/index.php/eg/article/view/1455>
- Villaseñor, P. (2018). *La habilidad de desarrollar habilidades*. Blogs del Banco Mundial. <https://blogs.worldbank.org/es/voices/la-habilidad-de-desarrollar-habilidades>
- Waiganjo, I. (2021). *Teachers' Perceptions and Use of Information and Communication Technology in Teaching and Learning: Kadjimi Circuit, Kavango West, Namibia*. <https://www.scirp.org/journal/paperinformation?paperid=107993>
- Zambrano Álava, A. P., Lucas Zambrano, M. D. L. Á., Luque Alcívar, K. E., & Lucas Zambrano, A. T. (2020). La Gamificación: Herramientas innovadoras para promover el aprendizaje autorregulado. *Dominio de las Ciencias*, 6(Extra 3), 10. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8231614>

ANEXOS



Quito, DM 14 de agosto del 2024

Msc. Salgado Enríquez Gustavo Eduardo

Es muy grato dirigirme a usted y expresarle un cordial saludo, así mismo, hacer de su conocimiento que siendo estudiante del programa de Maestría en Pedagogía de Ciencias Experimentales, con mención Física y Matemática, requiero validar el instrumento con el cual recogeré la información necesaria para poder desarrollar mi tema de investigación sobre el “ **DISEÑO DE UNA GUÍA METODOLÓGICA BASADA EN GAMIFICACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE GEOGEBRA PARA EL BGU** ”, que contribuya al desarrollo de habilidades y aprendizaje en los estudiantes.

La aplicación de este instrumento pretende obtener datos sobre la enseñanza de temas base de Matemática como funciones trigonométricas en el nivel de BGU en la asignatura de Matemática. El instrumento previo para aplicar requiere pasar por la investigación y juicio de profesionales para su validación. Por esta razón y, conocedor de su calidad profesional, amplios conocimientos y vivencia como profesor investigador en entorno de la enseñanza, recurro a Ud., para solicitarle su colaboración en el proceso de validación.

Agradeceré a Ud., seguir las instrucciones que se detallan a continuación; para lo cual adjunto el respectivo instrumento y la matriz de variables, sus comentarios, observaciones y sugerencias, son de mucha trascendencia para lograr seguir con la recolección de información para mi investigación.

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS POR JUICIO DE EXPERTOS

Nombre: Msc. Salgado Enríquez Gustavo Eduardo CC. 0501312805

Profesión: Físico

Institución donde trabaja: Pontificia Universidad Católica del Ecuador

Escuela o departamento: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Asignatura que dicta: Didáctica de la Física y Matemática Antigüedad 25 años

PARTE A

Instrucciones para la validación: Para realizar la validación debe leer cuidadosamente cada ítem y, al considerar los criterios de evaluación que se presentan en la matriz para cada ítem, debe evaluarlos según se indica en escala siguiente:

Deficiente - Aceptable - Excelente

INSTRUMENTO – SE LE ADJUNTAN LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Nº	ítem	CRITERIOS DE EVALUACIÓN		
		Congruencia de los Contenidos	Precisión del ítem	Redacción del ítem
1	¿Qué herramientas tecnológicas de gamificación utiliza actualmente en la enseñanza de funciones trigonométricas?			
1.1	¿Cómo calificaría la efectividad de estas herramientas para facilitar el aprendizaje?			
1.2	¿Qué ventajas y desventajas ha observado en estas herramientas?			
2	¿Cómo evalúa la comprensión teórica de los estudiantes sobre funciones trigonométricas?			
2.1	¿Qué dificultades comunes enfrentan los estudiantes al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos?			
2.2	¿Qué habilidades considera que los estudiantes necesitan desarrollar más en esta área?			
3	¿Cómo integraría GeoGebra en una estrategia metodológica para enseñar funciones trigonométricas?			
3.1	¿Qué aspectos considera importantes para diseñar una guía metodológica efectiva?			
3.2	¿Cómo evaluaría el éxito de la implementación de esta estrategia metodológica en términos de aprendizaje estudiantil?			

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
ENTREVISTA PARA APLICACIÓN DE LAS PREGUNTAS A LOS
DOCENTES.

La presente entrevista está orientado a los docentes del área de matemática que imparten clases al nivel bachillerato general unificado en la Unidad Educativa Ricardo Álvarez Mantilla, y tiene como finalidad recoger la suficiente información para plantear una propuesta de **“Diseño de una guía metodológica basada en gamificación para la enseñanza de las funciones trigonométricas mediante GeoGebra para el BGU”**.

Indicaciones generales:

- En la presente entrevista no es necesario incluir el nombre, pero sí los datos que se solicita.
- Lea detenidamente la pregunta antes de contestar, ya que, no se pueden realizar tachones.
- La presente entrevista consta de 9 preguntas.
- La información proporcionada será de carácter privado y con fines educativos.

UNIDAD EDUCATIVA RICARDO ÁLVAREZ

Nivel: BGU

Fecha:

Año lectivo:

1.- En el siguiente grupo de preguntas se pretende identificar y analizar las herramientas tecnológicas de gamificación existentes para la enseñanza de funciones trigonométricas.

¿Qué herramientas tecnológicas de gamificación utiliza actualmente en la enseñanza de funciones trigonométricas?

¿Cómo calificaría la efectividad de estas herramientas para facilitar el aprendizaje?

¿Qué ventajas y desventajas ha observado en estas herramientas?

2.- A continuación el siguiente grupo de preguntas pretende diagnosticar el nivel de comprensión y habilidades en funciones trigonométricas de los estudiantes del primer año de bachillerato.

¿Cómo evalúa la comprensión teórica de los estudiantes sobre funciones trigonométricas?

¿Qué dificultades comunes enfrentan los estudiantes al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos?

¿Qué habilidades considera que los estudiantes necesitan desarrollar más en esta área?

3.- En las siguientes preguntas se pretende tener una visión sobre desarrollar una estrategia metodológica de enseñanza de funciones trigonométricas, integrando GeoGebra como herramienta de apoyo.

¿Cómo integraría GeoGebra en una estrategia metodológica para enseñar funciones trigonométricas?

¿Qué aspectos considera importantes para diseñar una guía metodológica efectiva?

¿Cómo evaluaría el éxito de la implementación de esta estrategia metodológica en términos de aprendizaje estudiantil?

ARTE B



Elaborado por: Ing. Patricia Guamushig

Fecha: 14 de agosto 2024



Firmado digitalmente por
GUSTAVO EDUARDO
SALGADO

Revisado. por: Msc. Eduardo Salgado
Fecha: 14 de agosto 2024

OBSERVACIONES GENERALES:

Se Anexa a continuación el cuadro de Variables y el Instrumento de Investigación.

Tabla 1

Operacionalización de las variables

Objetivo Específico	Variables	Definiciones Nominales	Dimensiones	Indicadores	Instrumento	Ítem/Preguntas
1. Identificar y analizar las herramientas tecnológicas de gamificación existentes para la enseñanza de funciones trigonométricas.	Herramientas Tecnológicas de Gamificación	Recursos digitales y plataformas que utilizan elementos de juego para facilitar el aprendizaje de matemáticas.	Tipos de herramientas, Aplicaciones específicas, Ventajas y desventajas	Tipos de herramientas disponibles, características y funcionalidades, efectividad percibida.	Entrevistas	1. ¿Qué herramientas tecnológicas de gamificación utiliza actualmente en la enseñanza de funciones trigonométricas? 2. ¿Cómo calificaría la efectividad de estas herramientas para facilitar el aprendizaje? 3. ¿Qué ventajas y desventajas ha observado en estas herramientas?
2. Diagnosticar el nivel de comprensión y habilidades en funciones trigonométricas de los estudiantes del primer año de bachillerato.	Comprensión y Habilidades en Funciones Trigonométricas	Nivel de conocimiento y habilidad para resolver problemas relacionados con funciones trigonométricas.	Conocimientos teóricos, Aplicación práctica, Resolución de problemas	Nivel de comprensión teórica, capacidad para aplicar conceptos en problemas, precisión en la resolución de problemas.		1. ¿Cómo evalúa la comprensión teórica de los estudiantes sobre funciones trigonométricas? 2. ¿Qué dificultades comunes enfrentan los estudiantes al aplicar funciones trigonométricas en problemas prácticos? 3. ¿Qué habilidades considera que los estudiantes necesitan desarrollar más en esta área?
3. Desarrollar una estrategia metodológica	Estrategia Metodológica de	Plan y enfoque para enseñar funciones	Diseño de la estrategia, Implementación,	Planificación de la enseñanza, integración		1. ¿Cómo se integraría GeoGebra en una

<p>de enseñanza de funciones trigonométricas, integrando GeoGebra como herramienta de apoyo.</p>	<p>Enseñanza</p>	<p>trigonómicas utilizando GeoGebra.</p>	<p>Evaluación de la efectividad</p>	<p>de GeoGebra, evaluación del impacto en el aprendizaje.</p>	<p>estrategia metodológica para enseñar funciones trigonométricas? 2. ¿Qué aspectos considera importantes para diseñar una guía metodológica efectiva? 3. ¿Cómo evaluaría el éxito de la implementación de esta estrategia metodológica en términos de aprendizaje estudiantil?</p>
--	------------------	--	-------------------------------------	---	---