



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Trabajo de Titulación como requisito previo para la obtención del título de Magíster en
Pedagogía de las Ciencias Experimentales con Mención Matemática y Física

**APRENDIZAJE SOBRE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS: PROPUESTA
PEDAGÓGICA DESDE EL ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Autor: Sharon Estefania Santoro Novillo

Director: Wilson Patricio Benavides Ibujes

Quito, agosto de 2025

ÍNDICE DE CONTENIDOS

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.1. Formulación del Problema.....	4
1.2. Objetivos de la Investigación.....	6
1.2.1. Objetivo General.....	6
1.2.2. Objetivos Específicos.....	6
1.3. Justificación de la Investigación	7
2. CAPÍTULO 2: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	10
2.1. Antecedentes de la Investigación.....	10
2.2. Bases Teóricas	14
2.2.1. Aprendizaje sobre razones trigonométricas en el área de Matemáticas	18
2.2.2. Enfoques de Enseñanza-Aprendizaje.....	23
2.2.3. Enfoque de Resolución de Problemas.....	28
2.2.4. Simulador de Geogebra para el aprendizaje de Razones Trigonómicas.....	34
2.2.5. ¿Qué es Geogebra?	35
2.3. Bases legales	38
2.3.1. Constitución de la República del Ecuador	38
2.3.2. Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI)	40
2.3.3. Reglamento general a la ley orgánica de educación intercultural.....	41
3. CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	42

3.6. Técnicas utilizadas en la investigación	45
3.7. Técnica Análisis de Datos.....	47
3.7.1. Sistematización de la información cualitativa	48
4. CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS	52
4.1. Resultados de la encuesta aplicada a estudiantes de décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”	53
4.1.1. Análisis de los resultados de la encuesta	60
4.2. Resultados de las entrevistas realizadas a docentes de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”	61
4.2.1. Entrevista 1	61
4.2.2. Entrevista 2	63
4.2.3. Entrevista 3	66
4.2.4. Análisis de los resultados de la entrevista.....	69
4.3. Análisis e interpretación final de los resultados	70
5. CAPÍTULO 5: PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA	71
5.1. Título de la propuesta.....	71
5.2. Justificación de la propuesta	71
5.3. Temporización de la propuesta	72
5.4. Beneficiarios y responsables de la propuesta.....	72
5.5. Objetivos de la Propuesta.....	72
5.5.1. Objetivo general de la Propuesta	72
5.5.2. Objetivos Específicos de la Propuesta	73

5.6. Contenido de la Guía Metodológica	73
5.7. Desarrollo del contenido de la propuesta por Módulos	75
5.8. Resultados esperados	92
5.9. Validación de la propuesta.....	93
6. CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	94
Bibliografía	97
ANEXOS	104

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Operacionalización de Variables	48
Tabla 2. FODA.....	75

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Triángulo rectángulo	20
Figura 2. Ejemplo N°1 de simulador interactivo en Geogebra para el aprendizaje de Razones trigonométricas.	35
Figura 3. Ejemplo N°2 de simulador interactivo en Geogebra para el aprendizaje de Razones trigonométricas.	36
Figura 4. Importancia del estudio de trigonometría.....	53
Figura 5. Nivel de dificultad.....	54
Figura 6. Complicaciones	55
Figura 7. Interés	56
Figura 8. Aplicación de razones trigonométricas	56
Figura 9. Plataforma digital	57
Figura 10. Geogebra	58
Figura 11. Participación voluntaria en clases	58
Figura 12. Clases interactivas	59
Figura 13. Recomendaciones para las clases	60
Figura 14. Screenshot Geogebra 1	81
Figura 15. Screenshot GeoGebra 2	82
Figura 16. Screenshot Geogebra 3	83
Figura 17. Screenshot Geogebra 4.....	84
Figura 18. Screenshot Geogebra 5.....	84
Figura 19. Screenshot Geogebra 6.....	85
Figura 20. Screenshot Geogebra 7.....	85
Figura 21. Screenshot 8	86
Figura 22. Screenshot 9	87
Figura 23. Screenshot Geogebra 10.....	87
Figura 24. Screenshot Geogebra 11	88
Figura 25. Screenshot Geogebra 12.....	88

Figura 26. Screenshot Geogebra 13	89
Figura 27. Simulador Geogebra 1	89
Figura 28. Simulador Geogebra 2	90
Figura 29. Simulador GeoGebra 3	90
Figura 30. Simulador Geogebra 4	91
Figura 31. Simulador Geogebra 5	91

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES CON MENCIÓN
EN MATEMÁTICA Y FÍSICA
**APRENDIZAJE SOBRE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS: PROPUESTA
PEDAGÓGICA DESDE EL ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Autor:

Sharon Estefanía Santoro Novillo

Director-Tutor:

Wilson Patricio Benavides Ibujes

Fecha:

Agosto, 2025

RESUMEN

El presente proyecto proporciona una propuesta pedagógica basada en la resolución de problemas para el aprendizaje de las razones trigonométricas en los estudiantes de 10mo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025. Con este fin, se utiliza un enfoque mixto, tanto cualitativo, a través de entrevistas a docentes para la obtención de información, así como, cuantitativo, pues se analizan datos numéricos y se aplica la técnica de encuesta, considerando como población a los estudiantes de los décimos años de educación general básica y los docentes de matemáticas de la básica superior de la institución anteriormente mencionada, obteniendo resultados esenciales de los componentes pertinentes para la propuesta. La guía metodológica implementa resolución de problemas con simuladores digitales, con el fin de facilitar el aprendizaje de razones trigonométricas, presenta recomendaciones y aportes efectivos para este fin, promoviendo el desarrollo de habilidades de razonamiento, resolución de problemas, además de la aplicación de conceptos matemáticos, mediante el uso de la plataforma digital GeoGebra.

Palabras clave: trigonometría, matemáticas, estrategias pedagógicas, razones trigonométricas.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES CON MENCIÓN
EN MATEMÁTICA Y FÍSICA

**LEARNING OF TRIGONOMETRIC RATIOS: A PEDAGOGICAL PROPOSAL BASED
ON THE PROBLEM-SOLVING APPROACH**

Author:

Sharon Estefania Santoro Novillo

Director-Tutor:

Wilson Patricio Benavides Ibijes

Date:

Agosto, 2025

ABSTRACT

This project presents a pedagogical proposal based on problem solving for the learning of trigonometric ratios among 10th grade students of General Basic Education at the Salesian Fiscomisional Educational Unit “Sánchez y Cifuentes” for the 2024-2025 school year. To this end, a mixed-method approach is employed: qualitative data is gathered through interviews with teachers, while quantitative data is obtained through surveys and numerical analysis. The study focuses on students in 10th grade and mathematics teachers from the upper basic level at the aforementioned institution, yielding essential findings that inform the proposed intervention. The methodological guide incorporates problem-solving strategies supported by digital simulators to enhance the learning of trigonometric ratios. It includes practical recommendations and contributions aimed at fostering students' reasoning and problem-solving skills, as well as the application of mathematical concepts through the use of the GeoGebra digital platform.

Keywords: trigonometry, mathematics, pedagogical strategies, trigonometric ratios.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la trigonometría representa un desafío para los estudiantes de educación básica, en especial cuando los conceptos son presentados de manera abstracta y no se vinculan con su realidad cotidiana. De este modo, la enseñanza de las razones trigonométricas a niños de 10mo año de Educación General Básica requiere metodologías innovadoras, promoviendo el pensamiento crítico, la resolución de problemas y el aprendizaje significativo.

El enfoque de resolución de problemas se ha consolidado como una estrategia pedagógica efectiva para la enseñanza de las matemáticas, puesto que permite a los estudiantes construir conocimientos partiendo de situaciones reales y desafíos específicos. Este enfoque propicia un aprendizaje activo, en el cual, los estudiantes exploran, analizan y encuentran soluciones a problemas matemáticos, de este modo, se favorece la comprensión de los conceptos trigonométricos.

En esta línea, el uso de herramientas tecnológicas, como los simuladores interactivos de GeoGebra, se convierte en un recurso valioso al momento de facilitar la enseñanza de las razones trigonométricas. Este software permite a los estudiantes manipular figuras geométricas, modificar sus ángulos y visualizar en tiempo real cómo varían las razones trigonométricas, de este modo, se favorece la exploración y el descubrimiento autónomo.

La presente investigación tiene como objetivo diseñar una propuesta pedagógica basada en el enfoque de resolución de problemas, utilizando GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de razones trigonométricas en estudiantes de Décimo Año de Educación General

Básica, en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, durante el año lectivo 2024 – 2025.

A lo largo del estudio, se analizan los fundamentos teóricos de la enseñanza de la trigonometría, el enfoque de resolución de problemas y el uso de simuladores educativos en la enseñanza de las razones trigonométricas. Además, se presentará una propuesta pedagógica, con el fin de aportar estrategias didácticas innovadoras para la enseñanza de las razones trigonométricas en la educación general básica.

La presente investigación se desarrolló conforme a los siguientes capítulos: Capítulo 1, denominado planteamiento del problema contiene los principales elementos y contenidos básicos que integran la delimitación del problema de investigación, los objetivos, así como variables que definen y direccionarán la ejecución del presente.

En el Capítulo 2, denominado fundamentación teórica, se desarrollan los principales elementos, conceptos y atributos del problema objeto de investigación, su fundamentación en doctrina, teoría y otros referentes, contextualizando la problemática de tal manera que se determine el ámbito sobre el cual se avanzará con el estudio.

En el Capítulo 3 se define el marco metodológico, estableciendo la modalidad, tipo y alcance del estudio, así como los métodos empleados para alcanzar los objetivos establecidos y concretar la definición de la propuesta; por su parte el Capítulo 4 contiene la presentación y análisis de datos, en aplicación de la metodología, herramienta e instrumentos y analizados que sean definir su contribución y relación con la investigación.

Finalmente, el Capítulo 5 contiene la presentación de la propuesta, de carácter pedagógica para fortalecer el aprendizaje de matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de resolución de problemas, contemplando la utilización de simulaciones en GeoGebra, dirigido a los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025. Y a partir de lo desarrollado se definen a su vez las conclusiones y recomendaciones de esta investigación.

CAPÍTULO 1:

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Formulación del Problema

El aprendizaje de las razones trigonométricas en estudiantes que cursan el 10mo Año de Educación Básica en Ecuador presenta diversos desafíos pedagógicos que requieren de metodologías efectivas para garantizar una comprensión sólida de los conceptos. En el contexto educativo actual, la trigonometría es una rama fundamental de las matemáticas que, sin embargo, suele generar dificultades significativas en los estudiantes debido a su naturaleza abstracta y a la falta de conexión directa con situaciones cotidianas. A medida que los estudiantes progresan en su educación, la comprensión de las razones trigonométricas se vuelve esencial no solo para el éxito en matemáticas, sino también para otras disciplinas como la física y la ingeniería.

Sin embargo, la dificultad inherente de los conceptos trigonométricos y la forma en que se presentan en el currículo pueden llevar a una falta de comprensión y a una actitud negativa hacia el aprendizaje de la trigonometría, solo en los últimos 3 años (desde 2020), más del 40% de los estudiantes de Ecuador, que cursan la educación básica, en el área de matemáticas con geometría y medida alcanzan a pasar con un desempeño elemental y las cifras son más alarmantes en los años 2022 y 2023, donde el 43,7% y 40,7% necesitan refuerzos. Igualmente es una realidad que se puede notar en otros países de Latinoamérica como Paraguay, República Dominicana, Honduras, Guatemala, que tienen porcentajes superiores al 60% entre sus estudiantes que no logran alcanzar el nivel 2 de desempeño en matemáticas. (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018).

Tradicionalmente, la enseñanza de las razones trigonométricas se ha enfocado en la memorización de fórmulas y procedimientos, lo que puede llevar a una comprensión superficial y al desinterés por parte de los estudiantes. Este enfoque tradicional, que se centra en la transmisión de conocimientos de manera pasiva, no promueve el pensamiento crítico ni el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, competencias esenciales en la formación matemática. La memorización sin comprensión puede resultar en un aprendizaje efímero y en la incapacidad de aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones nuevas o complejas. Además, este método puede alienar a los estudiantes que no ven la relevancia de la trigonometría en su vida diaria, lo que disminuye su motivación y compromiso con la materia (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2023).

En contraste, el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas se ha demostrado como una estrategia efectiva para mejorar la comprensión conceptual y el interés de los estudiantes. Este enfoque pedagógico propone situar al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje, enfrentándolo a problemas auténticos y relevantes que le permitan descubrir y aplicar los conceptos trigonométricos de manera significativa. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes pueden ver la trigonometría no solo como un conjunto de reglas y fórmulas, sino como una herramienta útil para resolver problemas reales. Este enfoque también fomenta el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo, y promueve una comprensión más profunda y duradera de los conceptos. (Gómez, 2021)

Este problema de investigación busca explorar y analizar cómo una metodología centrada en la resolución de problemas puede influir en la comprensión y el interés de los estudiantes hacia la trigonometría. Al investigar este enfoque, se espera proporcionar evidencia sobre su efectividad

en comparación con los métodos tradicionales de enseñanza. Además, se pretende identificar los posibles desafíos y barreras que los docentes pueden enfrentar al implementar este enfoque pedagógico, así como las mejores prácticas para superar estos obstáculos. La investigación contribuirá a mejorar la calidad de la educación matemática y a fomentar una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas entre los estudiantes de secundaria.

1.2. Objetivos de la Investigación

1.2.1. Objetivo General

Diseñar una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje de matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de resolución de problemas dirigido a los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Examinar la situación actual referida al aprendizaje sobre razones trigonométricas, que evidencian los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica, en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, durante el año lectivo 2024 – 2025.
- Identificar las estrategias didácticas que emplean los docentes en la asignatura de Matemática, para el aprendizaje sobre razones trigonométricas con los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.
- Plantear los componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje de matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de resolución

de problemas, contemplando la utilización de simulaciones en GeoGebra, dirigido a los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.

1.3. Justificación de la Investigación

La investigación sobre el aprendizaje de las razones trigonométricas en estudiantes que cursan el 10mo grado de educación básica en el Ecuador es de suma importancia debido a los desafíos pedagógicos que este tema presenta. En el contexto educativo actual, la trigonometría es una parte fundamental del currículo de matemáticas, indispensable no solo para el éxito en esta asignatura, sino también en disciplinas como la física y la ingeniería, como lo indican cifras del OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos), donde se estima que entre un 25 y 40% de estudiantes de ingeniería a nivel mundial, enfrentan desafíos significativos en matemáticas, sobre en temas de geometría y trigonometría. Sin embargo, su naturaleza abstracta y la falta de conexión directa con situaciones cotidianas suelen generar dificultades significativas en los estudiantes. (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2023)

Estas dificultades se manifiestan en una falta de comprensión y una actitud negativa hacia el aprendizaje de la trigonometría. Por lo tanto, es esencial buscar metodologías efectivas que garanticen una comprensión sólida de estos conceptos, lo cual justifica la pertinencia y relevancia de esta investigación. Según el ministerio de educación, revela que alrededor del 30% de los estudiantes de 14 años tienen dificultades significativas con las matemáticas, lo que incluye áreas críticas como las razones trigonométricas.

La falta de comprensión básica de conceptos previos y métodos de enseñanza conllevan a que no se logre captar el interés de los estudiantes. La elección de este tema de estudio se

fundamenta en la necesidad de superar las limitaciones de los métodos tradicionales de enseñanza de las razones trigonométricas, que se han centrado principalmente en la memorización de fórmulas y procedimientos. Este enfoque tradicional no promueve el pensamiento crítico ni el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, competencias esenciales en la formación matemática. La memorización sin comprensión lleva a un aprendizaje efímero y a la incapacidad de aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones nuevas o complejas. Además, puede alienar a los estudiantes al no mostrarles la relevancia de la trigonometría en su vida diaria, disminuyendo su motivación y compromiso con la materia. Estos argumentos destacan la importancia de explorar alternativas pedagógicas más efectivas y relevantes. (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018).

La investigación también se justifica por las potencialidades y oportunidades que ofrece un enfoque pedagógico basado en la resolución de problemas. Este enfoque ha demostrado ser una estrategia efectiva para mejorar la comprensión conceptual y el interés de los estudiantes. Al situar al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje y enfrentarle a problemas auténticos y relevantes, se le permite descubrir y aplicar los conceptos trigonométricos de manera significativa. De esta manera, los estudiantes pueden ver la trigonometría no solo como un conjunto de reglas y fórmulas, sino como una herramienta útil para resolver problemas reales. Además, este enfoque fomenta el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo, promoviendo una comprensión más profunda y duradera de los conceptos.

Finalmente, es crucial abordar las contradicciones y motivaciones detrás de la implementación de una propuesta pedagógica basada en la resolución de problemas. Aunque este enfoque presenta ventajas claras, también puede enfrentar desafíos y barreras significativas en su

implementación. Es necesario identificar las mejores prácticas para superar estos obstáculos y maximizar los beneficios de esta metodología. La investigación pretende proporcionar evidencia sobre la efectividad de este enfoque en comparación con los métodos tradicionales de enseñanza, contribuyendo así a mejorar la calidad de la educación matemática y fomentando una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas entre los estudiantes de secundaria. Este estudio no solo responde a una necesidad urgente en el ámbito educativo, sino que también ofrece una oportunidad para transformar la enseñanza de la trigonometría y preparar mejor a los estudiantes para futuros desafíos académicos y profesionales.

CAPÍTULO 2:

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Antecedentes de la Investigación

En primer lugar, se ha realizado un análisis del artículo realizado por Suárez, Duardo, & Rodríguez (2020) con su título “El desarrollo de la competencia matemática mediante problemas con aplicaciones de las funciones”, cuyo objetivo planteado fue “proponer problemas con aplicaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas que potencien el desarrollo de la competencia matemática en estudiantes de preuniversitario” (p. 119).

Para ello, se realizó un enfoque cuantitativo en su mayoría, analizaron documentos, realizaron observación, encuestas, entrevistas, utilizando el criterio de especialistas y se realizó experimentación, con un diseño de tipo pre-experimental O1 X O2 y se consideró una muestra de 30 estudiantes de undécimo grado. Respecto a la solución de problemas matemáticos, los investigadores concluyen que “contribuye al desarrollo de la creatividad, la perseverancia y la adquisición y fijación de los conocimientos matemáticos, por tanto, la referida solución de problemas debería constituir el eje central de trabajo de la Matemática en el preuniversitario” (p. 131).

En segundo lugar, se analiza un estudio realizado en Colombia, por los investigadores Chaparro & Martínez (2021) con su artículo titulado “Análisis de los conceptos y procedimientos, utilizados en la resolución de problemas convencionales de trigonometría”. Que contaba con el propósito de “Comprender el nivel de solución que plantea un estudiante cuando busca resolver un problema en contexto matemático o extramatemático” (p. 212). Se contempló un tipo de investigación mixta, recabando información cuantitativa y cualitativa, con un enfoque

comprensivo de la naturaleza del conocimiento. Con un alcance exploratorio y de estudio de caso, para comprender los procesos de aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa “San Isidro”, ubicada en el sector rural en Boyacá, Colombia.

La investigación fue diseñada en tres fases, diagnóstica, aplicación y contrastación, aunque en el artículo nombrado se encuentran los resultados del desarrollo de la primera fase. Los autores concluyen manifestando que, la dificultad al momento de llegar a la solución se encontraba en la mayoría de casos, en que los elementos, teoremas y leyes de la trigonometría se aplicaban de manera errónea, y una inadecuada manipulación algebraica de los datos, los cálculos aritméticos, además destacando el mal uso de herramientas, tales como la calculadora, transportador, escuadra, entre otros. Además, indican que la estrategia utilizada de manera predominante por los estudiantes fue:

El análisis del problema identificando los datos, las incógnitas con la elaboración de algún esquema; después, pasaron directamente a la ejecución, utilizando los elementos de la trigonometría, ya fuera de forma correcta o incorrecta; por último, en cualquiera de estos dos casos, no realizan comprobación de la respuesta, sino que dan por sentado que la respuesta obtenida fue la correcta. Las dos fases del modelo en la resolución de problemas, que los estudiantes omitieron o no utilizaron, fueron el proceso de exploración y la comprobación de la solución. (p. 223-224)

Continuando, se analiza un estudio con el enfoque de resolución de problemas, el trabajo de titulación para la obtención del título de Magister en Educación Matemática realizado por Martínez (2021), cuyo título versa como “La resolución de problemas desde la Teoría de

Situaciones Didácticas”. Un estudio de caso en el aprendizaje de la trigonometría”, como objetivo general el investigador se planteó “Determinar las estrategias que los estudiantes diseñan y aplican al enfrentarse a situaciones en contextos intra-matemático y extra-matemático que requieren del análisis de triángulos” (p. 14). Contó con un diseño de investigación mixto, pues de manera cuantitativa como cualitativa busca comprender cómo se producen procesos de aprendizaje en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas; con un alcance exploratorio, en un contexto particular, sin pretensión de generalizar los resultados, siendo específico para un grupo de estudiantes; se consideraron 14 estudiantes del grado décimo, en el sector rural de Saboyá, Colombia.

Tras el análisis de resultados, el investigador logró determinar que “las temáticas de resolución de problemas que involucraban triángulos rectángulos y no rectángulos fue el que más apropiación tuvo (...) además los estudiantes lograron identificar de forma implícita los pasos necesarios para abordar el proceso de resolución de problemas”.

Seguidamente, se analiza el estudio realizado por los investigadores Trejo, Domínguez, Constantino, & Gordillo (2022) con su artículo titulado “Percepción del Aprendizaje Invertido en la clase de Geometría y Trigonometría”. El objetivo general de este trabajo consistió en “Implementar el Aprendizaje invertido en el tema de Geometría y Trigonometría de la materia Funciones Matemáticas del segundo cuatrimestre de la carrera de Técnico Superior Universitario (TSU) en Tecnologías de la Información y Comunicación de la Universidad Tecnológica con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje” (p. 73).

Con este fin, el estudio fue realizado utilizando una muestra de 53 estudiantes, con la finalidad de conocer la percepción de los estudiantes que participaron en el modelo híbrido, durante las primeras semanas de Enero-Abril 2022, considerando los conocimientos de geometría y trigonometría. Se utilizaron encuestas a través de Google Forms, se aplicaron al finalizar las clases de los temas de perímetro, área, volumen, razones trigonométricas, ley de senos y ley de cosenos. En conclusión, los autores indican que “la mayoría de los alumnos se les dificulta aprender matemáticas, si a esto le agregamos la modalidad híbrida, podemos esperar resultados no favorables para el proceso de enseñanza y aprendizaje” (p. 82).

Finalmente, destaca el artículo de Zamorano, Cortés & Herrera (2022), que versa “Facilitando el aprendizaje de trigonometría a través de una interfaz tangible”. El objetivo central de este estudio fue “definir las variables tecnológicas, formales, sensoriales y perceptuales que debe considerar una interfaz tangible educativa para aprender conceptos básicos de trigonometría a través de la incorporación de principios de la teoría de Cognición Corporal” (p. 219).

Para este propósito, el estudio tuvo una duración de un año, optando por una metodología cuasi experimental y mixta, levantamiento de datos cualitativos, con el objetivo de determinar el desarrollo del diseño y también el levantamiento de datos cuantitativos, con el fin de medir el impacto de aprendizaje.

Al finalizar dicho estudio, los investigadores llegaron a la conclusión de “El uso de múltiples sentidos para transferir el contenido contribuyó a diversificar las vías de acceso a la información durante la experiencia de aprendizaje” (p. 228) por ende, una metodología que permita al estudiante utilizar múltiples sentidos para entender los problemas, puede ser muy beneficioso.

Es así que, se justifica la relevancia que tiene el análisis y profundización del enfoque de la metodología de enseñanza- aprendizaje de trigonometría con el fortalecimiento de la resolución de problemas, desde el ámbito dinámico e interactivo, que fomente el interés de los estudiantes en los retos que presenta la resolución de los problemas planteados, conforme a lo impartido en teoría en clases.

2.2. Bases Teóricas

Según Baldor (2004) los inicios de la geometría "consistían en un conjunto de reglas prácticas. Para que la Geometría fuera considerada como ciencia tuvieron que pasar muchos siglos (...) al reemplazar la observación y la experiencia por deducciones racionales, se eleva la Geometría al plano rigurosamente científico" (p. 1).

En este sentido, Baldor destaca una evolución crucial en la historia de la geometría. Según él, en sus inicios, la geometría se limitaba a un conjunto de reglas prácticas, probablemente derivadas de la observación y la experiencia práctica. Sin embargo, para que la geometría fuera reconocida como una verdadera ciencia, se necesitó un cambio fundamental: pasar de métodos puramente empíricos a deducciones racionales y rigurosas.

Este cambio permitió elevar la geometría al estatus de una disciplina científica formal y sistemática, donde los resultados se derivan de principios lógicos y demostraciones matemáticas. En resumen, la cita subraya cómo la transición de la observación intuitiva a la deducción racional fue crucial para el desarrollo y el reconocimiento de la geometría como ciencia.

Según Aguilar, Arturo; Bravo, Fabián; Gallegos, Herman; Cerón, Miguel & Reyes, Ricardo (2009) "Desde hace más de 3000 años los babilonios y los egipcios fueron los primeros

en utilizar los ángulos y las razones trigonométricas para efectuar medidas en la agricultura, así como para la construcción de pirámides" (p. 157).

En contraposición, Según Swokowsky & Cole (2009) "hace más de 2000 años la trigonometría fue inventada por los griegos, quienes necesitaban métodos precisos para medir ángulos y lados de triángulos. De hecho, la palabra trigonometría se derivó de dos palabras griegas trigonon (triángulo) y metria (medición)" (p. 399).

Entonces, ambos trabajos coinciden en señalar la antigüedad e importancia histórica de la trigonometría en civilizaciones antiguas, considerando lo indicado por Aguilar et al, los primeros atisbos de su utilización fueron por parte de los babilonios y los egipcios, quienes empleaban estos conceptos matemáticos para propósitos prácticos como la medición en la agricultura y la arquitectura.

Por otra parte, lo que indican Swokowsky & Cole atribuye el origen de la trigonometría a los griegos, que desarrollaron métodos precisos para medir ángulos y lados de triángulos y explica como derivada del griego, destacando su significado literal como "medición de triángulos", por lo que, se puede decir que en la antigüedad ya se utilizaban estos conceptos, pero como tal, el llegar a sintetizarse como "trigonometría" se atribuye a los griegos.

La trigonometría se desarrolló históricamente a partir de la necesidad de estudiar la astronomía antigua: surgió como una herramienta importante para pronosticar la posición y el curso de los cuerpos celestes; además, ayudó a encontrar una mayor precisión en la navegación marítima y el cálculo del tiempo y los calendarios, lo que condujo no solo a la ciencia sino también

a un gran desarrollo cultural que fomentó exploraciones, comercio y organizaciones religiosas civiles.

En esencia, la trigonometría surgió como una rama indispensable de las matemáticas, que cumplía el propósito central de promover el progreso científico y la mejora cultural entre las civilizaciones antiguas. Tal como lo indican Según Zill & Dewar (2012):

La trigonometría se desarrolló a partir de los esfuerzos realizados en la antigüedad para impulsar el estudio de la astronomía y pronosticar la trayectoria y posición de los cuerpos celestes, así como para mejorar la precisión en la navegación y el cálculo del tiempo y los calendarios (p. 443).

Y también coincidiendo con el texto realizado por el Ministerio de Educación de la República del Ecuador (2016), que indica:

Desde la Antigüedad, los seres humanos han construido complejos instrumentos para medir ángulos; esto se ha hecho con el fin de responder al interés de conocer de forma segura y permanente la posición de lugares geográficos en el planeta Tierra y de los cuerpos en el Universo (p. 144).

Los matemáticos egipcios avanzaban en su conocimiento de las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos. Sabían que, al comprender esta relación entre las longitudes de los lados y los ángulos agudos, podrían descubrir distancias incluso si esas distancias no se podían medir directamente. Este conocimiento se aplicó en la práctica: no sólo se utilizó para la construcción o la agricultura, sino también para áreas como estas donde era necesario.

La aplicación también sirvió para allanar el camino para las proporciones trigonométricas como un establecimiento formal, lo que implica que los egipcios no sólo usaban la trigonometría de manera práctica, sino que también ideaban matemáticas estructuradas basadas en ella. Tal como es señalado en el texto realizado por el Ministerio de Educación de la República del Ecuador (2020):

Los matemáticos egipcios conocían la relación entre el valor de las razones de las longitudes de los lados y la medida de los ángulos agudos en un triángulo rectángulo. Esos valores eran útiles en la determinación de distancias imposibles de medir directamente, y por ello se establecieron razones trigonométricas (p. 222).

Según Ayres (1990) "las primeras aplicaciones de la trigonometría se hicieron en agrimensura, la navegación y la ingeniería (...) una gran parte de esta materia se dedica al estudio de las propiedades de las funciones trigonométricas y de las relaciones entre ellas" (p. 1). Ayres señala que los primeros usos prácticos de la trigonometría fueron en topografía, navegación e ingeniería, áreas que exigen precisión en mediciones de distancia, determinación de posición y resolución de problemas del mundo real para la construcción o la navegación marítima.

Además, la trigonometría dedica una parte considerable de su estudio al análisis de propiedades entre funciones trigonométricas. Los tres principales (seno, coseno y tangente) forman la base de las consideraciones trigonométricas que incluyen sus características individuales, así como las interrelaciones gráficas y las respectivas relaciones entre sí.

Según Baldor (2004) "La Geometría elemental es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades intrínsecas de las figuras, es decir, las que no se alteran con el movimiento de las

mismas" (p. 17). Entonces, no cambian con movimientos como traslaciones o rotaciones. Estas propiedades fundamentales incluyen aspectos como la cantidad de lados de una figura, sus ángulos internos, y áreas, entre otros. Comprender estas características esenciales es crucial para establecer teoremas y métodos de demostración en geometría, aplicables en diversas disciplinas como la física y la ingeniería.

2.2.1. Aprendizaje sobre razones trigonométricas en el área de Matemáticas

Según Aguilar, Arturo; Bravo, Fabián; Gallegos, Herman; Cerón, Miguel & Reyes, Ricardo (2009) se denomina trigonometría a la "rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y lados en cualquier triángulo" (p. 157). Este campo se enfoca en cómo los ángulos de un triángulo determinan las longitudes de sus lados y viceversa, utilizando funciones trigonométricas como el seno, coseno y tangente para describir estas relaciones.

La trigonometría es fundamental no solo en matemáticas puras, sino también en disciplinas como la física, la ingeniería y la astronomía, donde se aplican para resolver problemas relacionados con medidas angulares y distancias. Por otra parte, Según Ayres (1990) la trigonometría "trata de las mediciones de las partes o elementos de un triángulo (...) se basa en algunas relaciones, llamadas funciones trigonométricas" (p. 1). Si bien, comparada con la primera cita, coinciden en que se centra en las relaciones entre ángulos y lados de triángulos, Ayres enfatiza más directamente las mediciones y aplicaciones prácticas de la trigonometría, mientras que Aguilar et al. mencionan explícitamente las funciones trigonométricas como herramientas clave en el estudio de estas relaciones.

Según Zill & Dewar (2012) "La trigonometría del triángulo rectángulo sirve para resolver muchos problemas prácticos, en particular los que se relacionan con longitudes, alturas y distancias" (p. 446). Para este caso específico, el triángulo rectángulo, implica el uso de las funciones trigonométricas básicas, que son seno, coseno y tangente, para determinar dimensiones y relaciones geométricas en situaciones donde el triángulo rectángulo es aplicable. Posteriormente, para la resolución de triángulos, el mismo autor indica:

La expresión "resolver un triángulo" quiere decir que se desea determinar la longitud de cada lado y la medida de cada ángulo del triángulo. Se puede resolver cualquier triángulo rectángulo si se conocen dos lados o un ángulo agudo y un lado" (p. 444).

Esto destaca la utilidad práctica de la trigonometría para calcular dimensiones desconocidas mediante relaciones geométricas y funciones trigonométricas básicas, facilitando la aplicación de la geometría en la resolución de problemas reales y cotidianos. Coincidiendo con lo indicado por Según UNFV - CEPREVI (2017) "Resolver un triángulo rectángulo es calcular sus lados si se conocen un lado y un ángulo agudo" (p. 40).

Para la definición de las razones trigonométricas se analizaron tres fuentes: Según Aguilar, Arturo; Bravo, Fabián; Gallegos, Herman; Cerón, Miguel & Reyes, Ricardo (2009) "A las razones que existen entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo se les llama funciones o razones trigonométricas" (p. 158). Según UNFV - CEPREVI (2017) las razones trigonométricas de ángulos agudos "Son aquellos números que resultan de dividir dos lados de un triángulo rectángulo" (p. 25).

Según el texto realizado por el Ministerio de Educación de la República del Ecuador (2016) "Las razones que se pueden establecer entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo reciben el nombre de razones trigonométricas" (p. 148). Las tres citas confluyen en definir a las razones trigonométricas como relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo, cuentan con ligeras variaciones en cuanto a la terminología utilizada, además del enfoque sobre su aplicación y significado dentro del estudio trigonométrico. UNFV - CEPREVI (2017) cuentan con una perspectiva centrada en el uso práctico de estas razones para calcular medidas específicas.

Según Aguilar et al (2009), se define cada una de estas razones de la siguiente manera:

Seno de un ángulo: Es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa.

Coseno de un ángulo: Es la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

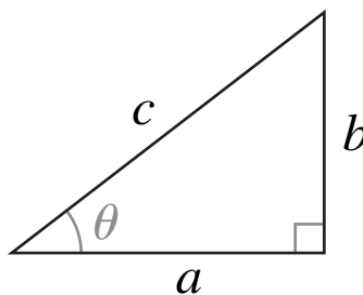
Tangente de un ángulo: Es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

Cotangente de un ángulo: Es la razón entre el cateto adyacente y el opuesto.

Secante de un ángulo: Es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente.

Cosecante de un ángulo: Es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto. (p. 158).

Figura 1. Triángulo rectángulo.



Fuente: Swokowsky & Cole (2009) (p. 412).

Según Swokowsky & Cole (2009) "si θ es el ángulo agudo del triángulo rectángulo de la figura 1, entonces, por definición:" (p. 412).

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{b}{c} \quad \operatorname{cos} \theta = \frac{a}{c} \quad \operatorname{tan} \theta = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{csc} \theta = \frac{c}{b} \quad \operatorname{sec} \theta = \frac{c}{a} \quad \operatorname{cot} \theta = \frac{a}{b}$$

En ese sentido, se definen los nombres para cada lado del triángulo rectángulo, Según Swokowsky & Cole (2009) "los lados del triángulo de longitudes a , b y c como el lado adyacente, lado opuesto e hipotenusa, respectivamente. " (p. 412). Para complementar la resolución del triángulo rectángulo, hace falta otro teorema, que ayuda a conocer sus lados. Según UNFV - CEPREVI (2017) el Teorema de Pitágoras versa "la suma de cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa" (p. 25).

Las matemáticas son una ciencia formativa que juega un papel crucial en el desarrollo del pensamiento y en la formación de la inteligencia. Esto implica que el estudio y la práctica de las matemáticas no solo se centran en aprender conceptos y técnicas específicas, sino que también tienen un impacto profundo en la capacidad del individuo para razonar de manera lógica, resolver problemas de manera estructurada y aplicar el pensamiento crítico. Como indica Pari (2016) "como ciencia formativa permite desarrollar la capacidad de pensar, influyendo de manera esencial en la formación de la inteligencia" (p. 7). Esta perspectiva sugiere que las matemáticas no solo son una

herramienta académica, sino también una disciplina fundamental para el desarrollo cognitivo y la preparación integral de los individuos en diversos campos de la vida. Según Nova (2018):

El aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y está directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento que adquiere. El aprendizaje es ineficiente si se basa en la repetición mecánica de unidades que el estudiante no puede relacionar (p. 16)

De este modo, la persona que aprende establece conexiones entre los nuevos conocimientos y su experiencia previa. El aprendizaje basado en la repetición mecánica de unidades desconectadas es ineficiente, puesto que facilita una comprensión profunda, ni la capacidad de aplicar el conocimiento de manera práctica. No hace falta contar con una gran capacidad de análisis y reflexión para llegar a los resultados de problemas de trigonometría, pero en contraparte, según lo indicado por Van (1957):

Normalmente se suelen enseñar muchas fórmulas. Esto le da la sensación al alumno de que para dominar la trigonometría se necesitan muchas valencias. Y cuando les faltan esas valencias no hacen ningún esfuerzo por alcanzar resultados a pesar de que se pueden alcanzar perfectamente con los medios de que disponen (p. 122).

Tras el análisis del trabajo de Barrantes & Blanco (2004) se revelaron desafíos clave en la enseñanza de geometría y trigonometría. En geometría, destacan la falta de comprensión profunda de contenidos y metodologías efectivas. En trigonometría, señalan la dificultad en memorizar fórmulas y aplicarlas en problemas. Además, subrayan la carencia de estrategias didácticas que vinculen la geometría con otras áreas o la vida cotidiana, dependiendo en gran medida de la

creatividad del profesor. Estos puntos resaltan la necesidad de enfoques pedagógicos más integradores y accesibles para mejorar el aprendizaje de estas disciplinas matemáticas.

2.2.2. Enfoques de Enseñanza-Aprendizaje

El proceso de enseñanza-aprendizaje ha sido objeto de diversos estudios y teorías, en todos estos casos con el objetivo de optimizar la manera en que los estudiantes adquieren conocimientos y desarrollan sus habilidades. En ese sentido, los enfoques de enseñanza y aprendizaje se refieren a las estrategias, métodos y teorías que guían la práctica educativa, con el propósito de mejorar la comprensión y aplicación del conocimiento.

Es importante establecer la diferencia conceptual entre proceso de enseñanza–aprendizaje y proceso de aprendizaje–enseñanza. El primero se entiende como la dinámica en la que el docente planifica, organiza y conduce las experiencias educativas, y el aprendizaje es el resultado esperado de esa acción. En cambio, el proceso de aprendizaje–enseñanza enfatiza la centralidad del estudiante, quien construye conocimiento mediante la exploración y la experiencia; en este caso, la enseñanza se ajusta posteriormente para fortalecer y consolidar lo aprendido. Esta diferenciación permite comprender desde qué enfoque se plantea la presente investigación y sustentar la elección de estrategias metodológicas acordes a los objetivos del estudio.

Enfoques de Enseñanza

Los enfoques de enseñanza se pueden clasificar en diversas categorías, según su orientación pedagógica. A continuación, se detallan algunos de los principales enfoques:

Enfoque Tradicional o Directivo: Está basado en la transmisión de conocimientos del docente al estudiante, cuenta con un rol activo por parte del profesor y pasivo del discente

(Ausubel, 2000). En este enfoque, el docente es la principal fuente de información y quien está encargado de estructurar los contenidos, de una manera sistemática, para presentárselos a los estudiantes.

Entonces, el aprendizaje se concibe como la recepción y memorización de los conocimientos impartidos por el docente, lo que puede llevar a un aprendizaje mecánico si no es complementado con estrategias que promuevan la reflexión y la aplicación de ese conocimiento (Gagné, 1985). Aunque este enfoque ha sido criticado por su énfasis en la repetición y la utilización de evaluaciones basadas en pruebas estandarizadas, sigue siendo ampliamente utilizado en entornos donde se da prioridad a la transmisión de información y al desarrollo de habilidades básicas. No obstante, tiende a limitar el desarrollo de habilidades críticas y creativas, ya que los estudiantes dependen del docente como única fuente de conocimiento.

Enfoque Basado en el Aprendizaje Activo: Este enfoque promueve la participación de manera activa por parte del estudiante en su proceso de aprendizaje. Aquí se engloban metodologías como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPr), donde el estudiante es quien construye su conocimiento, a consecuencia de experiencias significativas (Prince, 2004).

Entonces, mediante la exploración, experimentación y resolución de problemas, los docentes desarrollan habilidades analíticas y críticas. Adicionalmente, este enfoque fomenta el aprendizaje colaborativo, el cual se basa en el diálogo, la interacción con los compañeros y el docente para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se ha demostrado que el aprendizaje

activo ayuda a mejorar la retención de información y la transferencia de conocimientos para su utilización en el futuro.

Enfoque de Resolución de Problemas: Se enfoca en la capacidad del estudiante para enfrentar y solucionar problemas reales mediante la aplicación del conocimiento adquirido (Jonassen, 2000). Este enfoque impulsa el pensamiento crítico, la creatividad y la autonomía, en éste los estudiantes deben analizar situaciones, generar hipótesis, buscar soluciones y evaluar sus resultados.

Además, favorece la integración de diversas disciplinas, además del desarrollo de competencias transversales, como, por ejemplo, la toma de decisiones o el trabajo en equipo. En entornos educativos, la resolución de problemas es implementada mediante estrategias, tales como estudios de casos, simulaciones y aprendizaje basado en la indagación.

Enfoque Sociocultural: Se encuentra fundamentado en las teorías de Vygotsky (1978), este enfoque destaca la importancia del contexto social y cultural en el aprendizaje. La interacción con otros, tal como, sus compañeros, docentes y miembros de su familia y la comunidad, desempeña un papel de gran importancia en el desarrollo cognitivo.

Conceptos como la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) y la mediación cultural enfatizan la necesidad de un aprendizaje dirigido, donde los estudiantes desarrollan su conocimiento con el apoyo de personas con más experiencia. Además, este enfoque señala la importancia del lenguaje como herramienta fundamental para la construcción del conocimiento y la internalización de los conceptos.

Enfoque Constructivista: Basado en la idea de que el aprendizaje es un proceso activo en el cual los estudiantes construyen su propio conocimiento, con base en sus experiencias previas y la interacción con su ambiente (Piaget, 1970). En este enfoque, el docente actúa como un mediador que encamina y apoya el aprendizaje, en vez de ser la única fuente de información. Está enfocado en el desarrollo del pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas mediante la exploración, la experimentación y el descubrimiento guiado.

Este enfoque destaca el aprendizaje significativo, en el cual, los nuevos conocimientos se integran con los previos, facilitando una mejor comprensión y aplicación de los conceptos aprendidos en el futuro. El uso de estrategias como el aprendizaje basado en proyectos, la enseñanza por descubrimiento y el trabajo colaborativo son características fundamentales de este enfoque.

Enfoques de Aprendizaje

En contraparte, los enfoques de aprendizaje hacen alusión a las estrategias que utilizan los estudiantes para procesar la información. Marton y Säljö (1976) identificaron dos enfoques principales:

Enfoque Superficial: Centrado en la memorización de datos, sin una comprensión profunda de los mismos, se orienta a la reproducción del conocimiento (Biggs, 2001). Los estudiantes que adoptan este enfoque suelen centrarse en recordar información específica, para aprobar exámenes o cumplir con los requisitos académicos, sin preocuparse por el verdadero significado de la información o aplicación de su contenido.

A pesar de que, puede ser útil en contextos donde se requiere la retención de grandes volúmenes de información, limita la capacidad del estudiante para aplicar ese conocimiento en situaciones nuevas o en otros contextos, ya que no lo comprenden en realidad, además de fomentar un aprendizaje mecánico y de corta duración.

Enfoque Profundo: Se orienta hacia la comprensión significativa de los conceptos, promoviendo el pensamiento crítico y la aplicación del conocimiento a nuevas situaciones (Entwistle, 2009). Los estudiantes que adoptan este enfoque tienden a relacionar activamente los conocimientos recientes con los previos, analizan patrones y significados, por lo que, son capaces de aplicar lo aprendido en diferentes contextos. Este enfoque es asociado con mejores resultados académicos a largo plazo, además de obtener una mayor capacidad de resolución de problemas e incentiva la creatividad.

Relación entre los Enfoques de Enseñanza y Aprendizaje

La relación entre estos enfoques es fundamental para el éxito educativo. Algunas investigaciones han demostrado que los enfoques de enseñanza influyen directamente en los enfoques de aprendizaje que los estudiantes terminan por adoptar. Por ejemplo, un enfoque constructivista del docente fomenta un aprendizaje profundo en el estudiante, mientras que un enfoque tradicional por parte del docente suele estar asociado con un aprendizaje superficial (Biggs & Tang, 2011). Además, el contexto educativo y las metodologías aplicadas por los profesores determinan, mayoritariamente, cómo los estudiantes procesan y retienen la información.

Desde ese punto de vista, es fundamental que los docentes elijan estrategias pedagógicas que se alineen con los objetivos de aprendizaje y las características de los estudiantes, es

importante promover ambientes educativos que estimulen la participación activa y el pensamiento crítico (Hattie, 2009). Al integrar diversos enfoques, se puede contribuir para que el aprendizaje sea más integral, considerando las diferencias individuales y potenciando el desarrollo de competencias.

Los enfoques de enseñanza y aprendizaje desempeñan un rol decisivo en la educación. Comprender su naturaleza y aplicación permite a los docentes mejorar sus prácticas pedagógicas, para de ese modo, optimizar los procesos de aprendizaje de sus estudiantes. La elección de un enfoque adecuado dependerá de diversos factores, como el caso del contexto educativo, las características del alumnado y los objetivos de aprendizaje que han sido planteados. Incentivar enfoques activos y constructivistas puede contribuir a un aprendizaje más significativo y duradero, permitiendo a los estudiantes estar preparados para enfrentar los retos de la sociedad actual.

2.2.3. Enfoque de Resolución de Problemas

Una vez que se han presentado los diferentes enfoques de enseñanza, se va a hacer énfasis en el de resolución de problemas, que es el escogido para ser aplicado en el presente estudio. Mientras que Berenger & Martínez contextualizan la lógica desde su origen filosófico antiguo con Aristóteles; Berenger & Martínez (2003) "El surgimiento de la Lógica como ciencia tiene sus orígenes en la Filosofía Antigua, con la sistematización que de ella realizó Aristóteles (384-322ane), al plasmar en leyes y formas del pensar los resultados de la actividad humana y de esa forma garantizar la corrección del acto de pensar" (p. 28) Estableciendo la lógica como una herramienta fundamental para validar y estructurar el pensamiento racional.

Pochulu & Rodríguez exploran el término desde una perspectiva etimológica y su evolución en la educación contemporánea. Según Pochulu & Rodríguez (2012) "proviene de la traducción de Problem Solving, o Escuela Anglosajona e incluso Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Podría decirse que esta escuela tiene su origen con los desarrollos de Polya (1954, 1965, 1981)" (p. 153).

La resolución de problemas no es una práctica nueva, ya que desde la antigüedad los científicos han dedicado esfuerzos para comprender y enseñar las habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos. Según Berenger & Martínez (2003), "ya desde la antigüedad los científicos se habían dado a la tarea de tratar de entender y enseñar habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos" (p. 82).

Esto sugiere que la preocupación por desarrollar técnicas efectivas para abordar y solucionar problemas matemáticos es una preocupación que se remonta a tiempos antiguos, reflejando la continuidad de este enfoque a lo largo de la historia. Desde la antigüedad clásica griega, el diálogo y el método socrático fueron utilizados para abordar y enseñar la resolución de problemas, estableciendo así una base histórica y filosófica para esta práctica educativa.

Berenger & Martínez (2003) "como referencias de la primera etapa, que se desarrolla desde la antigüedad hasta 1945, puede destacarse la labor del filósofo griego Sócrates, que es plasmada fundamentalmente en el Diálogo de Platón" (p. 83)

Según Nova (2018) el aprendizaje autónomo se define como "proceso intelectual, mediante el cual el sujeto pone en ejecución estrategias cognitivas y metacognitivas, secuenciales, objetivas, procedimentales y formalizadas para obtener conocimientos estratégicos" (p. 17)

Esto implica que el aprendizaje autónomo no se limita a la absorción pasiva de información, sino que involucra la planificación activa y consciente del proceso de aprendizaje, el uso reflexivo de estrategias para alcanzar objetivos específicos, y la capacidad de autorregulación para optimizar el propio aprendizaje. Esta definición enfatiza la importancia del individuo como agente activo en su propio proceso educativo, promoviendo la autonomía y el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y autoevaluación.

La Teoría de la Motivación Autodeterminada, de Edward Deci y Richard Ryan, destaca la importancia de la autonomía, la competencia y la relación en el aprendizaje. Para motivar a los estudiantes a aprender trigonometría, los docentes deben diseñar actividades que les permitan sentir que tienen control sobre su aprendizaje, que son capaces de comprender y aplicar los conceptos, y que están conectados con sus compañeros y docentes en un ambiente de apoyo mutuo. (UNESCO, 2023)

Según Pinto (2000) con relación al método pedagógico tradicional “El método se fundamenta en el transmisionismo de los valores de una cultura por medio del ejemplo. El aprendizaje, por lo tanto, es logrado con base en la memorización, la repetición, y la ejercitación.” (p.4). En este enfoque, el aprendizaje se centra en la memorización, la repetición y la ejercitación. Sugiriendo que los estudiantes absorben conocimientos y habilidades a través de la reproducción de información y prácticas establecidas prioritariamente, sin contar con un enfoque significativo en el desarrollo de habilidades críticas, ni la comprensión profunda de los conceptos.

Este método tradicional a menudo se enfoca en la autoridad del maestro como fuente de conocimiento y promueve un modelo de enseñanza más pasivo por parte del estudiante,

contrastando con enfoques más contemporáneos que enfatizan el aprendizaje activo y la participación crítica del estudiante en su propio proceso educativo.

El constructivismo propone que el conocimiento es construido activamente por el sujeto en un proceso genuino de construcción, implica que los individuos no solo adquieren información pasivamente, sino que participan activamente en la creación y organización de su propio entendimiento a través de la interacción con el entorno y la reflexión sobre sus experiencias.

Tal como indican Serrano & Pons (2011) “El constructivismo aunque, comparten la idea general de que el conocimiento es un proceso de construcción genuina del sujeto y no un despliegue de conocimientos innatos ni una copia de conocimientos existentes en el mundo externo” (p. 3). Así, el constructivismo enfatiza el papel central del sujeto en la construcción activa y personal del conocimiento, contrastando con perspectivas más tradicionales que ven el aprendizaje como una simple recepción de información externa.

El constructivismo, propuesto por Jean Piaget, sostiene que el aprendizaje es un proceso activo en el que los estudiantes construyen nuevos conocimientos a partir de sus experiencias previas. En el contexto de la enseñanza de la trigonometría, esto implica que los estudiantes deben participar activamente en su aprendizaje a través de actividades prácticas y manipulativas que les permitan explorar y descubrir los conceptos por sí mismos. Este enfoque contrasta con la enseñanza tradicional basada en la memorización de fórmulas, que no fomenta una comprensión profunda ni el pensamiento crítico necesario para aplicar los conocimientos en nuevas situaciones. (Espeleta, 2016)

Continuando con los enfoques didácticos de la enseñanza de trigonometría, según lo indicado en la tesis de doctorado presentada por Fiallo (2010):

Los enfoques didácticos en los contenidos de trigonometría en Colombia son dos: estudio de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, incluye las identidades trigonométricas fundamentales y realiza algunas demostraciones de ellas sin ningún tipo de explicación ni ilustración de su procedencia. Posteriormente, este enfoque define las funciones trigonométricas como una clase de las funciones circulares sin hacer demasiado énfasis en los conceptos de función ni de función circular, presenta algunas identidades que relacionan los ángulos cuadrantales con su ángulo de referencia y las demuestran basándose en las propiedades de los triángulos congruentes y los valores absolutos y signos de las coordenadas de los ángulos (p. 11)

Según Iriarte (2011) "un problema es una situación que precisa una solución, pero que no tiene un camino de solución rápido y directo, en este camino se deben tomar decisiones que permitan aproximarse cada vez más a la solución requerida" (p. 4). En la resolución de problemas, es necesario tomar decisiones estratégicas que permitan acercarse gradualmente a la solución deseada. Según Iriarte (2011) "La resolución de problemas ha tomado fuerza en el campo investigativo, debido a la importancia que esta tiene en el desarrollo de competencias para la vida" (p. 4).

La habilidad para enfrentar y resolver problemas no solo es fundamental en contextos académicos, sino también en situaciones cotidianas y profesionales. El énfasis en desarrollar estas

competencias implica que la capacidad de analizar problemas, buscar soluciones efectivas y tomar decisiones informadas son habilidades críticas para el éxito personal y profesional.

La resolución de problemas como una habilidad crucial en la educación y más allá, promoviendo la autonomía, el pensamiento crítico y la capacidad de aplicar conocimientos de manera efectiva en diversas situaciones. Tal como indican Pochulu & Rodríguez (2012) "el énfasis está puesto en que los estudiantes se conviertan en buenos resolutores de problemas" (p. 154). De este modo se promueven habilidades de pensamiento crítico y creatividad para encontrar soluciones adecuadas.

Según Berenger & Martínez (2003), la resolución de problemas "propicia la aparición del paradigma "enseñar a pensar", paradigma en el que se entiende a la educación como un proceso en el cual los estudiantes se hacen autónomos para interpretar, procesar, utilizar y crear su conocimiento" (p. 24).

Por último, Pari (2016) aporta que "Una persona que desarrolla sus competencias matemáticas es capaz de comprender las consecuencias de sus acciones y utilizar los procesos mentales complejos en la resolución de sus problemas cotidianos" (p. 5). Esto sugiere que las habilidades matemáticas no se limitan al contexto académico, sino que tienen aplicaciones prácticas significativas en la vida diaria, como la capacidad de tomar decisiones informadas y prever las consecuencias de las acciones.

Un currículo debe contener tanto conocimientos académicos, como la fomentación de habilidades prácticas, además de la capacidad de aplicar el aprendizaje en contextos reales. Es de suma importancia promover la autonomía y el pensamiento crítico al momento de enfrentar

desafíos diversos, preparando así a los estudiantes para ser más competentes y adaptables en su vida personal y profesional. Como sugieren Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez & Postigo (1994) "Orientar el currículo hacia la solución de problemas implica buscar y diseñar situaciones lo suficientemente abiertas como para inducir en los alumnos una búsqueda y apropiación de estrategias adecuadas para encontrar respuestas a preguntas no sólo escolares, sino también de su realidad cotidiana" (p. 4).

Por otra parte, respecto a la resolución normal de ejercicios Pozo et al. (1994) indican "podemos decir que la realización de ejercicios se basa en el uso de destrezas o técnicas sobre aprendidas (es decir, convertidas en rutinas automatizadas como consecuencia de una práctica continuada)" (p. 6).

En estos últimos casos, los estudiantes suelen enfocarse en la aplicación repetitiva de habilidades y conocimientos adquiridos, de ese modo se puede limitar la capacidad para enfrentar problemas nuevos o complejos que requieren un pensamiento más flexible y adaptativo.

2.2.4. Simulador de Geogebra para el aprendizaje de Razones Trigonómicas

La utilización de simuladores interactivos en la enseñanza de la matemática ha demostrado ser una herramienta eficaz para facilitar la comprensión de conceptos abstractos (Rutten, van Joolingen & van der Veen, 2012). En este contexto, los simuladores se han convertido en un recurso innovador, permitiendo a los estudiantes visualizar y manipular dinámicamente los elementos matemáticos presentados en clases, promoviendo un aprendizaje significativo.

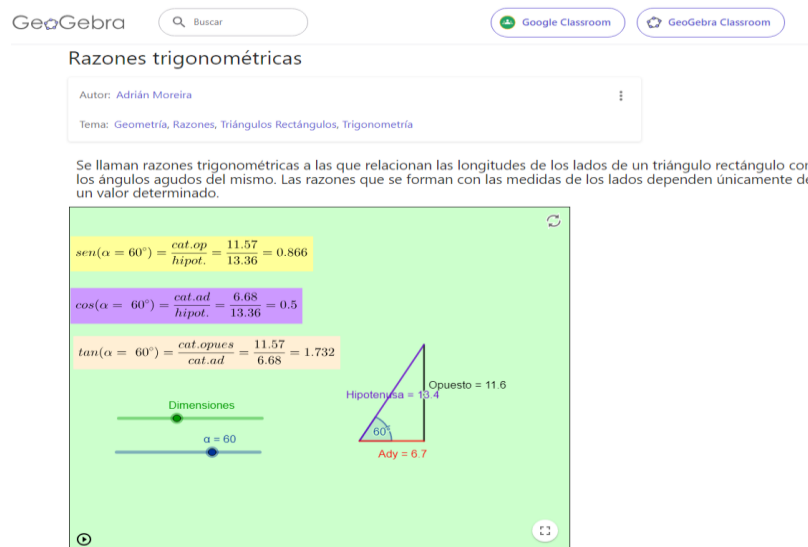
2.2.5. ¿Qué es Geogebra?

GeoGebra es un software dinámico de matemáticas, integra la geometría, el álgebra y el cálculo en un entorno interactivo. Este programa permite a los estudiantes manipular gráficos y ecuaciones en tiempo real, facilitando la comprensión de conceptos matemáticos de manera visual y práctica.

En el caso específico de la trigonometría, este simulador ofrece herramientas que permiten construir triángulos, modificar sus dimensiones y observar los cambios en las razones trigonométricas en tiempo real. Mediante estas representaciones dinámicas, los estudiantes pueden analizar la relación entre los ángulos y los lados de un triángulo, favoreciendo un aprendizaje intuitivo y basado en la experimentación (Hohenwarter & Preiner, 2007).

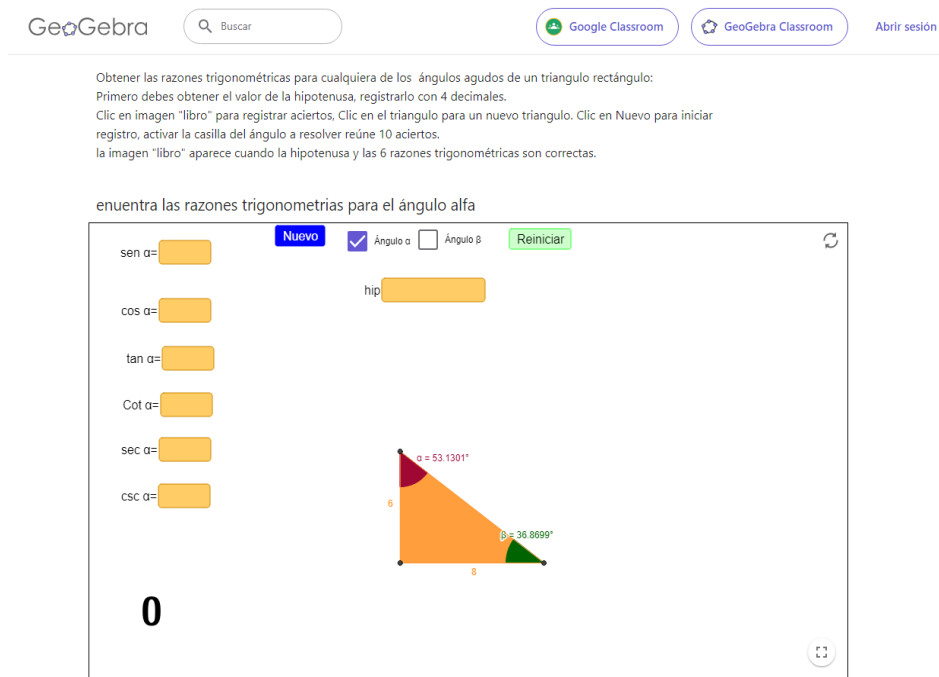
Además, los docentes pueden diseñar actividades interactivas, de este modo reforzar conceptos y evaluar el progreso de los estudiantes, de una manera visual y práctica, ayudándolos a conectar la teoría con la práctica, lo que promueve un aprendizaje más profundo y significativo.

Figura 2. Ejemplo N°1 de simulador interactivo en Geogebra para el aprendizaje de Razones trigonométricas.



Fuente: Moreira, A (2020).

Figura 3. Ejemplo N°2 de simulador interactivo en Geogebra para el aprendizaje de Razones trigonométricas.



Fuente: Álvarez, J (2015).

El aprendizaje basado en simulaciones se fundamenta en teorías del constructivismo (Piaget, 1970; Vygotsky, 1978), puesto que enfatizan la importancia de la exploración y la interacción con el entorno, para de este modo, construir el conocimiento. Según Bruner (1966), la enseñanza a partir de simulaciones permite que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda, debido a que interactúan con representaciones visuales y manipulativas de los conceptos matemáticos impartidos.

Aplicación en el Aula

El uso de GeoGebra en la enseñanza de trigonometría para niños de 10mo año de educación general básica facilita la comprensión de los conceptos fundamentales de los triángulos y sus

razones trigonométricas, seno, coseno y tangente. Algunas de sus aplicaciones específicas incluyen:

1. **Construcción de triángulos interactivos:** Los estudiantes pueden modificar los lados y ángulos de un triángulo y visualizar cómo cambian sus razones trigonométricas en tiempo real.
2. **Exploración visual de ángulos:** GeoGebra permite representar los ángulos en una circunferencia e indica la relación entre sus valores y las razones trigonométricas de manera precisa y atractiva.
3. **Uso de colores y animaciones:** GeoGebra permite destacar visualmente los elementos clave de la trigonometría, esto facilita el aprendizaje en los estudiantes mediante el uso de colores y movimientos.

Beneficios del Uso de Geogebra

Aprendizaje Visual y Manipulativo: Los estudiantes pueden interactuar con figuras y gráficos dinámicos, lo que facilita la comprensión de los conceptos abstractos (Hohenwarter & Preiner, 2007).

Fomenta la Curiosidad y la Exploración: Permite a los estudiantes aprender de manera activa y autónoma, promueve la experimentación y el descubrimiento (Bakar & Ismail, 2010).

Accesibilidad y Facilidad de Uso: GeoGebra es gratuito, adicionalmente, puede utilizarse tanto en computadoras como en dispositivos móviles, lo que permite a los estudiantes aprender el aula y también reforzar sus conocimientos en casa.

La utilización de GeoGebra como herramienta de enseñanza en el aprendizaje de las razones trigonométricas en niños de 10mo año de educación general básica representa una estrategia innovadora y efectiva. Debido a su capacidad para ofrecer una experiencia interactiva y visualmente atractiva, los estudiantes pueden comprender mejor los conceptos abstractos, esto les permite desarrollar habilidades matemáticas esenciales.

2.3. Bases legales

La presente investigación se fundamenta en las disposiciones establecidas en la Constitución de la República del Ecuador, la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) y su Reglamento General. Estos cuerpos normativos garantizan el derecho a una educación de calidad, inclusiva y equitativa, así como la formación continua del personal docente, asegurando la mejora constante del sistema educativo ecuatoriano.

2.3.1. Constitución de la República del Ecuador

Artículo 3.

Se reconoce como deber primordial del Estado garantizar el ejercicio pleno de los derechos fundamentales sin ningún tipo de discriminación. Entre estos derechos se incluyen la educación, la salud, la seguridad social, la alimentación y el acceso al agua, considerados esenciales para el bienestar integral de la población. Este principio respalda la necesidad de asegurar condiciones equitativas en los procesos educativos, promoviendo oportunidades para todos los estudiantes en igualdad de condiciones.

Artículo 26.

La educación se concibe como un derecho inalienable de toda persona y una responsabilidad ineludible del Estado. Esta debe garantizarse a lo largo de la vida, como un eje prioritario dentro de las políticas públicas. Desde esta perspectiva, el sistema educativo se constituye como un espacio para alcanzar la inclusión social y la igualdad de oportunidades, factores fundamentales para el desarrollo humano y la consolidación del buen vivir.

Artículo 27.

Este artículo orienta la educación hacia el desarrollo integral del ser humano, fomentando el respeto a los derechos humanos, la sostenibilidad ambiental y los valores democráticos. Asimismo, promueve una educación participativa, intercultural y de calidad, que impulse la justicia, la solidaridad y la paz. En este marco, se enfatiza el desarrollo de capacidades críticas, creativas y productivas, que permitan al individuo contribuir activamente en su comunidad y en el progreso del país.

Artículo 28.

La normativa establece que la educación debe responder al interés público, asegurando el acceso universal y la permanencia en el sistema educativo sin ningún tipo de discriminación. Se garantiza la gratuidad hasta el tercer nivel de educación superior, con el fin de promover la igualdad de oportunidades y fortalecer el aprendizaje tanto en espacios escolares como no escolarizados. Además, se destaca la importancia del diálogo intercultural como elemento esencial para la convivencia en una sociedad diversa.

Artículo 347.

Dentro de las responsabilidades del Estado, se determina la obligación de fortalecer la educación pública, asegurar la calidad educativa y garantizar la participación de todos los actores del proceso educativo: estudiantes, docentes y familias. También se impulsa la incorporación de las tecnologías de la información y comunicación en la enseñanza, favoreciendo la vinculación entre el conocimiento teórico y las actividades productivas o sociales.

Artículo 349.

Este artículo establece el compromiso estatal de garantizar la estabilidad laboral, la capacitación continua y la formación pedagógica del personal docente. Reconoce la importancia del mejoramiento profesional y del desempeño académico como base para una educación de calidad. Asimismo, determina la necesidad de aplicar políticas que aseguren la valoración y el desarrollo del magisterio nacional.

2.3.2. Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI)

Artículo 2.

Define los principios generales que orientan la actividad educativa en el país, destacando el interaprendizaje y el multiaprendizaje como herramientas fundamentales para potenciar las capacidades humanas. Estos procesos fomentan la cooperación, la creatividad y el uso de la tecnología, el deporte y la cultura como medios para alcanzar el desarrollo integral del individuo y de la comunidad.

Artículo 6.

Establece las principales obligaciones del Estado en materia educativa, enfatizando el cumplimiento permanente y progresivo de los derechos y garantías constitucionales. En particular, se promueve la alfabetización digital y el uso pedagógico de las TIC, vinculando la enseñanza con las actividades productivas y sociales. Además, fomenta la investigación, la innovación, la creación artística y la conservación del patrimonio cultural y natural del país.

Artículo 19.

Detalla los objetivos del Sistema Nacional de Educación, el cual forma parte del Sistema Nacional de Inclusión y Equidad. Este artículo orienta la planificación y gestión educativa hacia la calidad, la equidad territorial y la diversidad cultural y lingüística. Asimismo, dispone que la Autoridad Educativa Nacional diseñe y aplique un currículo nacional que considere la plurinacionalidad e interculturalidad del Ecuador, adaptándose a las realidades de cada región y comunidad.

2.3.3. Reglamento general a la ley orgánica de educación intercultural

Artículo 311

Señala que la Autoridad Educativa Nacional es responsable de diseñar y ejecutar procesos permanentes de formación y capacitación docente. Estas acciones buscan fortalecer las competencias profesionales de los educadores, respondiendo a las necesidades detectadas en las evaluaciones y a los avances científicos, tecnológicos y curriculares que influyen en su práctica pedagógica.

CAPÍTULO 3:

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo de Investigación

El presente estudio corresponde a un tipo de investigación proyectiva, según Hurtado (2010) la investigación proyectiva consiste en "la elaboración de una propuesta, un plan, un programa, un procedimiento, (...) se ocupa de la generación de propuestas de diversa índole" (p. 567).

Por tanto, la investigación parte de un diagnóstico sobre la situación actual de los estudiantes en cuanto al aprendizaje de razones trigonométricas, para posteriormente plantear una propuesta que permita optimizar la enseñanza de este contenido matemático. Dado el bajo rendimiento en este tema dentro del subnivel de Educación Básica Superior, se propone una intervención didáctica basada en la resolución de problemas para los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana "Sánchez y Cifuentes", localizada en Ibarra, provincia de Imbabura, durante el período 2024-2025.

3.2. Diseño de Investigación

De acuerdo con Hurtado de Barrera (2010), el diseño de una investigación representa las decisiones estratégicas que toma el investigador respecto al lugar, momento, forma de recolección de datos y tipo de datos a recopilar, con el objetivo de asegurar la validez interna del estudio (p. 691).

Este estudio adopta un diseño de campo, ya que la información será recolectada directamente en el entorno natural, es decir, dentro de la institución educativa. Hurtado de Barrera

(2010) sostiene que, en este tipo de diseño, los datos provienen de fuentes directas dentro de su contexto original (p. 702), en este caso la Unidad Educativa mencionada.

En lo que respecta al tiempo, se aplicará un diseño transeccional contemporáneo, lo que implica que se observará un fenómeno en un único momento determinado (Hurtado de Barrera, 2010, p. 720).

Finalmente, se opta por un enfoque multivariable o multieventual, pues se atenderán varios aspectos simultáneamente: el diagnóstico del estado actual del aprendizaje de razones trigonométricas, las estrategias metodológicas empleadas por los docentes y, posteriormente, el desarrollo de una propuesta pedagógica fundamentada.

3.3. Enfoque de la investigación

La investigación adopta un enfoque mixto, considerando desde el ámbito cuantitativo, el análisis numérico de los datos, y como técnica principal la encuesta, y, desde el ámbito cualitativo el análisis crítico, teniendo como técnica a la entrevista. Tal como señalan:

Los métodos mixtos de investigación se basan en una combinación de enfoques cualitativos y cuantitativos para abordar la complejidad de los fenómenos estudiados. Estos métodos están respaldados por una serie de teorías que fundamentan su uso y proporcionan un marco conceptual sólido (Sahin & Öztürk, 2019; Johnson & Christensen, 2014; Hanks, 2016).

Se trata de un enfoque combinado pues, de acuerdo con el objetivo, no se trata sólo de cuantificar los resultados en cuanto a la perspectiva y percepción que tienen los estudiantes respecto de las técnicas de enseñanza y aprendizaje respecto a las razones trigonométricas y el uso

de plataformas digitales, sino también, sumar el criterio y la perspectiva de experiencia y aporte profesional que los docentes pueden dar respecto de la problemática objeto del presente estudio, y en ese sentido se emplea el enfoque mixto para establecer un producto consolidado que permita en realidad, comprender de mejor manera la enseñanza aprendizaje de las razones trigonométricas y validar la propuesta aquí planteada.

3.4. Método de la investigación

Para este estudio se emplea el método científico, entendido como el conjunto de pasos sistemáticos que utilizan los investigadores para responder a sus preguntas de estudio. Este método se rige por los principios de reproducibilidad (cualquier persona puede repetir el experimento en cualquier contexto) y falsabilidad. Según Anguita, Carilao y Urbina (2020), consta de las siguientes etapas:

1. Observación detallada, frecuente y precisa.
2. Planteamiento de una hipótesis, que funciona como explicación tentativa.
3. Realización de experimentos para comprobar dicha hipótesis.
4. Elaboración de teorías basadas en hipótesis que presentan alta probabilidad de confirmación.
5. Establecimiento de leyes, en los casos donde las hipótesis han sido validadas experimentalmente. (Anguita, Carilao & Urbina, 2020).

3.5. Unidades de Estudio Población y Escenarios de la investigación

La población hace referencia al conjunto de elementos sobre los que se desea investigar, que pueden incluir personas, hechos o situaciones (INE, 2022). En esta investigación, los

participantes serán docentes de matemáticas del nivel décimo de educación básica, en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, ubicada en Ibarra, provincia de Imbabura.

Una muestra corresponde a una parte representativa de dicha población, permitiendo hacer inferencias sin necesidad de investigar a toda la población. No obstante, en este caso particular, se trabajará directamente con la población total, ya que incluye a los tres docentes de matemáticas del nivel referido, evitando así sesgos muestrales y asegurando representatividad y validez en los datos obtenidos (Lind, 2005).

En la presente investigación se toma para su análisis a los 3 (tres) docentes de matemáticas de la básica superior de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, que constituyen a la totalidad de los educadores de la básica superior; y la totalidad de estudiantes de los décimos años de educación básica de la misma institución esto es ciento dieciséis (116), es decir, es esta la población y muestra, empleando el método no probabilístico por conveniencia.

3.6. Técnicas utilizadas en la investigación

Entrevista: se aplicará en base a un pliego de preguntas estratégicamente diseñadas, en su modalidad semiestructurada, a los docentes de matemáticas del décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, a fin de obtener sus respuestas argumentadas y críticas respecto al problema de investigación.

Encuesta: aplicada a los estudiantes de los décimos años de educación básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, a través de un cuestionario publicado en la plataforma Google Forms, constante de respuestas de opción múltiple para su mejor selección

y practicidad de aplicación e interpretación, a fin de obtener de forma directa la perspectiva de estos participantes y actores principales en torno al objeto de la presente investigación.

3.6.1. Instrumentos

Cuestionario de encuesta: constante de 10 preguntas cerradas, de opción múltiple, publicado en la plataforma Google Forms.

Guía de entrevista: constante de 10 preguntas abiertas, aplicadas de forma digital a través de las plataformas Zoom y Whatsapp.

Las técnicas aplicadas para esta investigación incluyen tanto la encuesta como la entrevista. La encuesta constituye un método de recopilación de información mediante cuestionarios aplicados de forma sistemática (López & Fachelli, 2015). A su vez, Barrón & D'Aquino (2004) explican que una encuesta se construye a partir de un cuestionario que organiza preguntas estructuradas para obtener datos relevantes (p. 96).

Se utilizan como instrumentos un cuestionario de selección con preguntas cerradas. El cuestionario es el instrumento de donde se recoge los datos, este posee preguntas ordenadas de forma sistemática. (López & Fachelli, 2015). “Un cuestionario es un instrumento para la recolección de datos, rigurosamente estandarizado, que traduce y operacionaliza determinados problemas que son objeto de investigación” (Barrón & D'Aquino, 2004, p. 96). Y, para la entrevista como instrumento la guía de entrevista.

3.6.2. Validez de los instrumentos empleados

La validez de los instrumentos hace referencia a la capacidad de estos para medir con precisión las variables objeto de estudio. Un instrumento válido es aquel que cumple adecuadamente su propósito dentro del contexto de investigación (Tamayo, 2003).

En este caso, la validación se realizará a través de juicio de expertos, siguiendo un proceso formal. Se entregará al tutor del trabajo de titulación los pliegos de preguntas y la información de respaldo correspondiente, quien procederá a evaluar cada ítem conforme a una escala establecida, y a partir de sus observaciones se incorporarán las correcciones necesarias.

3.7. Técnica Análisis de Datos

El análisis de los datos obtenidos se realizará utilizando estadística descriptiva básica, lo cual permitirá comprender el comportamiento de los resultados y ofrecer una interpretación clara. Según Johnson & Kuby (2012), esta rama de la estadística se encarga de estudiar muestras específicas con el fin de proyectar o estimar comportamientos de la población total (p. 30).

Los datos recolectados en la encuesta serán organizados y su interpretación se apoyará en representaciones gráficas, como gráficos de barras o circulares. Posteriormente, se ofrecerá una interpretación integral de los resultados, que servirá de base para establecer las conclusiones y recomendaciones finales del estudio. El enfoque analítico, por tanto, será cuantitativo para esta técnica. Mientras que para la entrevista se empleará un enfoque cualitativo, identificando de forma crítica los aportes de cada criterio y respuesta personal, vinculando esta información a la idea objeto de investigación y la propuesta planteada.

3.7.1. Sistematización de la información cualitativa

Para la sistematización de la información cualitativa se utilizó el método de análisis temático, el cual permite identificar, organizar y describir patrones recurrentes en los discursos de los participantes. El proceso seguido incluyó las siguientes fases:

- (a) transcripción literal de las entrevistas;
- (b) lectura exploratoria y codificación abierta de las unidades de sentido;
- (c) agrupación de códigos en categorías y subcategorías;
- (d) síntesis en temas centrales relacionados con los objetivos de investigación.

La codificación se realizó de manera manual en una hoja de cálculo Excel, donde se organizaron los fragmentos textuales de los participantes junto con los códigos asignados. Para garantizar la rigurosidad académica se aplicó triangulación metodológica, contrastando los hallazgos de las entrevistas con los resultados de las encuestas. Asimismo, se incorporaron citas textuales representativas en el análisis para respaldar las interpretaciones.

3.8. Operacionalización de Variables

Tabla 1. Operacionalización de Variables

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	VARIABLE	DEFINICIÓN NOMINAL	DIMENSIONES	INDICADORES	INDICADORES Y FORMA DE MEDICIÓN
Examinar la situación actual referida al aprendizaje sobre razones	Situación actual referida al aprendizaje sobre razones	Situación se define como “Conjunto de factores o circunstancias que afectan a	Dimensión cognitiva	Rendimiento académico. Dominio de los contenidos.	Cuantitativo: promedio de calificaciones (escala 0-10). Cualitativo: nivel de comprensión

<p>trigonómicas, que evidencian los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica, en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, durante el año lectivo 2024 – 2025.</p>	<p>trigonométricos.</p>	<p>alguien o algo en un determinado momento” (Real Academia Española, s.f., definición 5) y considerando el significado de actual como “Dicho del tiempo en que se está: presente” (Real Academia Española, s.f., definición 1). Se puede inferir que, la situación actual para el caso presentado se refiere a los factores o condiciones que afectan al aprendizaje sobre las razones trigonométricas en el tiempo presente.</p>		<p>Destrezas</p>	<p>expresado en respuestas abiertas.</p>
			<p>Dimensión Pedagógica</p>	<p>Acompañamiento pedagógico</p>	<p>Cualitativo: percepción de apoyo docente (escala Likert de 1 a 5).</p>
			<p>Dimensión Socioemocional</p>	<p>Motivación al aprendizaje</p> <p>Disposición para el trabajo en equipo</p>	<p>Cuantitativo: frecuencia de participación.</p> <p>Cualitativo: interés expresado en encuesta/entrevista.</p>
<p>Identificar las estrategias didácticas que emplean los docentes en la asignatura de Matemática, para el aprendizaje sobre razones trigonométricas</p>	<p>Estrategias didácticas que emplean los docentes en la asignatura de Matemática, para el aprendizaje sobre razones</p>	<p>Según Pérez & La Cruz (2014). Las estrategias didácticas “son procedimientos utilizados para ayudar a los estudiantes a conseguir las metas propuestas” (p.</p>	<p>Rasgos característicos</p>	<p>Estrategias de enseñanza</p> <p>Actividades de aprendizaje</p> <p>Recursos de aprendizaje</p>	<p>Cualitativo: descripción de actitudes, nivel de atención y estilo de aprendizaje observados.</p> <p>Cuantitativo: puntaje promedio en prueba diagnóstica; porcentaje de</p>

<p>con los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.</p>	<p>trigonometrías.</p>	<p>4). Es importante conocer qué procedimientos siguen los docentes para la enseñanza de Matemáticas para determinar posibles mejoras.</p>	<p>Técnicas de aprendizaje</p>	<p>Técnicas y métodos de aprendizaje – enseñanza</p> <p>Técnicas de evaluación</p>	<p>aciertos por categoría.</p> <p>Cualitativo: descripción de las estrategias que utilizan los estudiantes obtenidas mediante encuestas/entrevistas.</p> <p>Cuantitativo: frecuencia de uso de cada técnica (escala Likert 1–5); número de ejercicios resueltos aplicando la técnica correcta.</p>
<p>Plantear los componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje de Matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de resolución de problemas, dirigido a los</p>	<p>Componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje de Matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de</p>	<p>Se define a una propuesta pedagógica como “el instrumento en el que se plasman las intenciones que una institución propone para el proceso educativo” (Ministerio de Educación de la República del Ecuador, 2020,</p>	<p>Planificación</p>	<p>Justificación</p> <p>Objetivo</p>	<p>Cualitativo: coherencia entre objetivos, actividades y recursos en las planificaciones docentes.</p> <p>Cuantitativo: porcentaje de planificaciones que incluyen actividades de resolución de problemas y uso de GeoGebra.</p>

<p>estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.</p>	<p>resolución de problemas.</p>	<p>p. 10). En este contexto, no sería más que el proceso a seguir para enseñanza-aprendizaje de Matemáticas sobre las razones trigonométricas desde el enfoque de resolución de problemas.</p>	<p>Ejecución</p>	<p>Contenido</p> <p>Estrategias didácticas</p> <p>Actividades de aprendizaje</p> <p>Recursos didácticos</p>	<p>Cualitativo: nivel de interacción docente–estudiantes y adaptación metodológica evidenciada durante la clase.</p> <p>Cuantitativo: porcentaje de actividades planificadas ejecutadas; tiempo promedio dedicado a la resolución de problemas.</p>
			<p>Evaluación</p>	<p>Técnicas</p> <p>Instrumentos de recolección</p>	<p>Cualitativo: tipo de retroalimentación.</p> <p>Cuantitativo: porcentaje de estudiantes que reciben retroalimentación.</p>

Elaborado por: Autora, 2025.

CAPÍTULO 4:

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

La población del trabajo de investigación se conforma de la totalidad de alumnos de los décimos años de Educación General Básica y, docentes de matemáticas de la básica superior de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, que constituye un total de 116 y 3 personas respectivamente.

La recolección de datos para la entrevista se realizó a través de videollamadas con los docentes para sostener una conversación y las respuestas a las preguntas planteadas en la guía de entrevista, mientras que para la encuesta se hizo mediante la aplicación de un cuestionario que contiene 10 preguntas de opción múltiple, el cual está acorde al diseño de la tabla de operación de variables, y el apoyo de la plataforma Google Forms a través del link que se tiene a continuación:

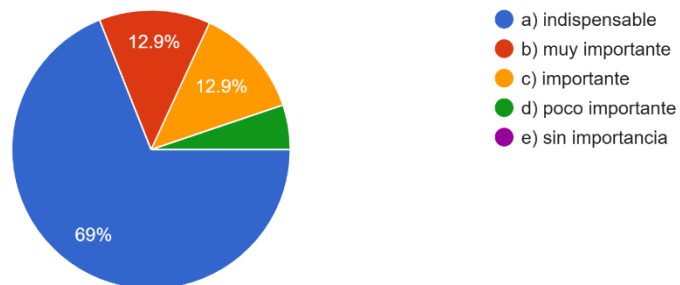
<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfyXpMR6mGlrN9jF-9kH5LMtuvb-cBlDjXRHIghoYyDy4YvWg/viewform?usp=header>

4.1. Resultados de la encuesta aplicada a estudiantes de décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”

Figura 4. Importancia del estudio de trigonometría.

1) ¿Cómo calificaría la importancia del estudio de la trigonometría?

116 respuestas



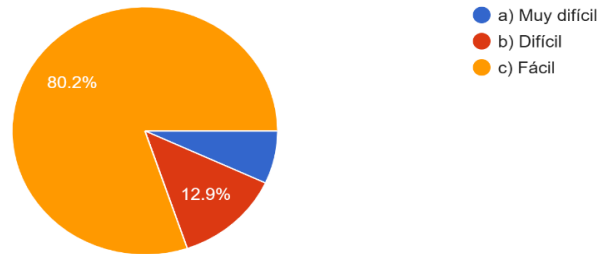
Fuente: Autora, 2025.

Análisis e interpretación

Considerando el 69% de encuestados que indica que es indispensable la importancia del estudio de la trigonometría se da aval y se justifica precisamente la relevancia con la que se plantea el problema objeto de la presente investigación y a la par, la propuesta planteada. De igual forma los encuestados indican que es muy importante, e importante el estudio de esta asignatura, ambos con el mismo porcentaje, de 12.9%, contrastando precisamente el indicador que se maneja.

Figura 5. Nivel de dificultad

2) ¿Qué nivel de dificultad encuentra en el aprendizaje de la trigonometría?
116 respuestas



Fuente: Autora, 2025.

Análisis e interpretación

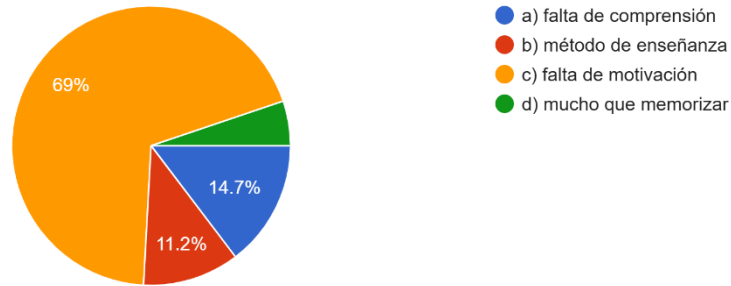
Respecto al indicador de la dificultad que se identifica sobre el aprendizaje de la trigonometría la mayoría de encuestados en un 80.2% indican que es fácil, mientras que el 12.9% indican que es difícil y el porcentaje restante muy difícil, de estos resultados se puede interpretar que los estudiantes encuestados han recibido una enseñanza de la asignatura de matemáticas y en específico respecto la trigonometría amigable y de cierta forma sencilla que les permite en su mayoría afirmar esto, mientras que la ausencia de un porcentaje mayoritario o cercano a la mayoría en cuanto a difícil y muy difícil precisan que en realidad se ha dado de esta forma, y allí radica la idea precisamente de la propuesta aquí planteada y se valida su pertinencia dado que la interactividad que arrojan las plataformas digitales y el uso de la tecnología permiten hacer aún

más sencillo y familiar el aprendizaje de carreras y materias exactas como lo son la matemática y la trigonometría.

Figura 6. Complicaciones

3) ¿Qué complicación encuentra en las razones trigonométricas?

116 respuestas



Fuente: Autora, 2025.

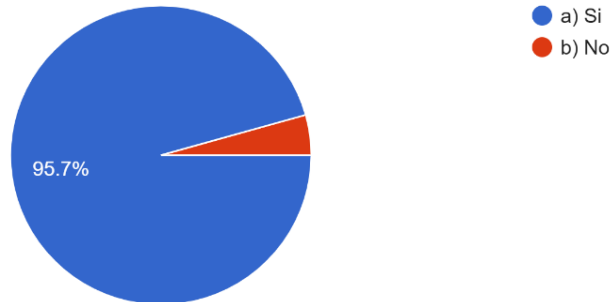
Análisis e interpretación

De los resultados obtenidos se puede apreciar que el 69% de los encuestados indica que encuentra como complicación para el aprendizaje y aplicación de las razones trigonométricas la falta de motivación seguido de lo cual un 14.7% y un 11.2% indican que lo son la falta de comprensión y el método de enseñanza, acercándose el porcentaje restante a indicar que se trata de la dificultad en cuanto a mucho por memorizar. Con estos resultados se justifica precisamente que la dificultad que se encuentra respecto al proceso de aprendizaje- enseñanza de la asignatura de matemáticas, y en específico de trigonometría se identifica en torno a las estrategias para impartir la materia.

Figura 7. Interés

4) ¿Considera interesante la materia de trigonometría?

115 respuestas



Fuente: Autora, 2025.

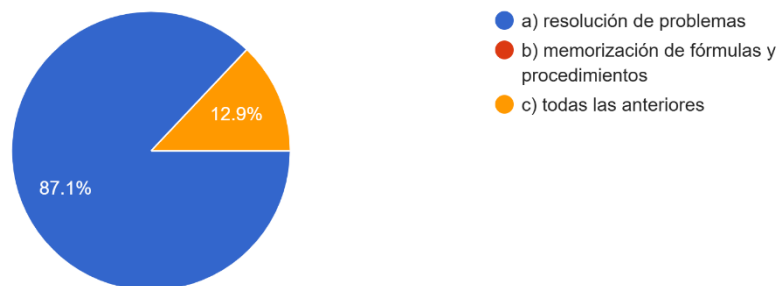
Análisis e interpretación

Los encuestados en su mayoría siendo el 95.7% consideran interesante la materia de trigonometría y su aprendizaje, justificando la necesidad de implementar estrategias que mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura a través del uso de plataformas digitales y otros mecanismos, precisamente como se plantea en el presente. Y, por otra parte, en un porcentaje mínimo del 4,3% consideran que no es interesante.

Figura 8. Aplicación de razones trigonométricas

5) Le gustaría trabajar más en la aplicación de razones trigonométricas:

116 respuestas



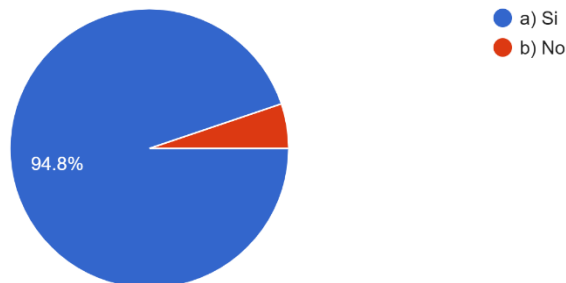
Fuente: Autora, 2025.

Análisis e interpretación

Respecto a esta interrogante, los encuestados en un porcentaje del 87.1% siendo la mayoría indican que les gustaría aplicar más resolución de problemas de razones trigonométricas, seguido del 12,9% que seleccionan la opción “todas las anteriores” lo que incluye a la opción de memorización de fórmulas y procedimientos en conjunto con la resolución de problemas. Validando así la necesidad de implementar herramientas de aprendizaje interactivo, que hagan más atractiva la resolución de problemas de razones trigonométricas, sin descuidar los conocimientos y contenidos curriculares tradicionales que implican memorización y dominio de fórmulas y procedimientos, lo cual, en conjunto mejora este proceso y el dominio de la asignatura.

Figura 9. Plataforma digital.

6) ¿Le gustaría usar una plataforma digital para el aprendizaje de razones trigonométricas?
116 respuestas



Fuente: Autora, 2025.

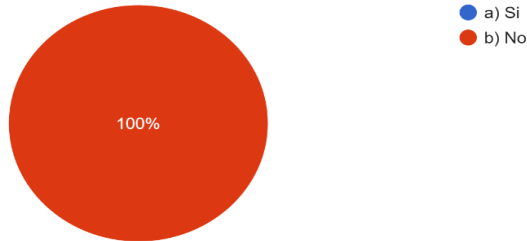
Análisis e interpretación

La mayoría de encuestados con un 94,8% indican que, Sí les gustaría usar una plataforma digital para el aprendizaje de razones trigonométricas, y un porcentaje del 5,2% indican que No, este resultado indica el interés existente por parte de los estudiantes de emplear una herramienta

digital en el aprendizaje de razones trigonométricas, validando de esta forma la pertinencia y factibilidad de la propuesta planteada.

Figura 10. Geogebra

7) ¿Conoce la plataforma Geogebra?
115 respuestas



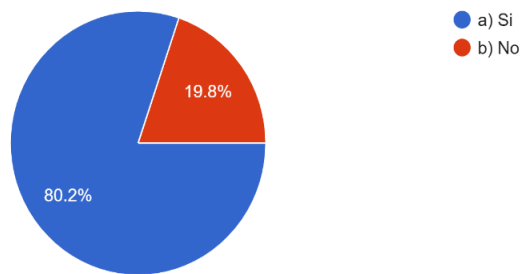
Fuente: Autora, 2025.

Análisis e interpretación

Esta interrogante plantea el diagnóstico respecto al dominio o conocimiento de la plataforma GeoGebra por parte de los estudiantes encuestados, a fin de establecer de forma preliminar la novedad de esta estrategia de enseñanza- aprendizaje y así aplicarla con el antecedente pertinente que introduzca a los estudiantes a conocer y emplear las herramientas de esta plataforma, justificando también la aplicación de la propuesta planteada.

Figura 11. Participación voluntaria en clases

8) ¿Participa voluntariamente en clases de trigonometría o matemáticas?
116 respuestas



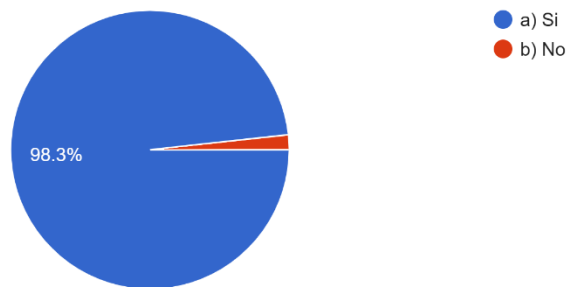
Fuente: Autora, 2025.

Análisis e interpretación

Estos resultados con el 80,2% de encuestados que señalan que, Sí participan voluntariamente en clase de trigonometría o matemáticas, y el porcentaje restante en un 19,8% que No, indican que todavía se puede trabajar más en la motivación y aplicación de estrategias dinámicas e interactivas para atraer la atención de los estudiantes y mejorar su aprendizaje respecto de la asignatura de matemáticas y específicamente de razones trigonométricas.

Figura 12. Clases interactivas

9) ¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?
116 respuestas



Fuente: Autora, 2025.

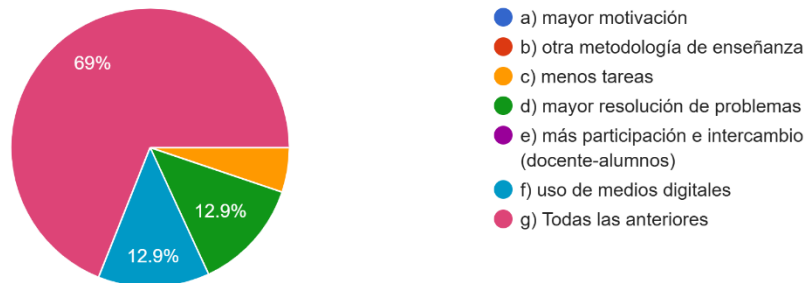
Análisis e interpretación

Siendo absoluta la mayoría de los encuestados en un 98,3% indican que, Sí les gustaría que las clases sean más interactivas, lo cual es un indicador a favor tanto de las variables aquí planteadas, como del objetivo y propuesta definidos, respecto a la aplicación de estrategias pedagógicas y uso de una plataforma digital para mejorar la enseñanza de la asignatura de matemáticas, dentro de lo cual está de forma específica el aprendizaje de razones trigonométricas.

Figura 13. Recomendaciones para las clases

10) ¿Qué recomendaría para las clases de trigonometría y matemáticas?

116 respuestas



Fuente: Autora, 2025.

Análisis e interpretación

En cuanto a las recomendaciones respecto a la implementación de varias estrategias o métodos de enseñanza-aprendizaje de trigonometría y matemáticas, la mayoría en un 69% optaron por apoyar todas las anteriores, siendo estas: mayor motivación; otra metodología de enseñanza; menos tareas respaldada por un 5,2% de encuestados; mayor resolución de problemas, apoyado por el 12,9 % de encuestados; más participación e intercambio (docente-alumnos); y, uso de medios digitales, apoyado por otro 12,9% de encuestados. Este resultado da la luz de las necesidades puntuales respecto a las medidas y estrategias a adoptar en la enseñanza de razones trigonométricas, como parte de la propuesta planteada.

4.1.1. Análisis de los resultados de la encuesta

De la aplicación de las encuestas a los estudiantes de los décimos años de educación general básica de la “Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana Sánchez y Cifuentes”, se tienen los

indicadores y respaldos claves, de la iniciativa planteada respecto a la propuesta, y puntualmente a las estrategias pedagógicas a aplicarse en la enseñanza de razones trigonométricas, y puntualmente la iniciativa de usar la plataforma digital GeoGebra para este fin. Se aprecia, además, que los estudiantes evidencian interés por aprender trigonometría y matemáticas, encuentran cierta dificultad, pero, sobre todo, inconformidad con la falta de motivación y lo monótono de las clases, demandando mayor dinámica e interactividad.

4.2. Resultados de las entrevistas realizadas a docentes de la Unidad Educativa

Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”

4.2.1. Entrevista 1

Entrevistado: Lic. Rocío Pantoja

¿Cómo calificaría la importancia del estudio de la trigonometría?

Podría parecer irrelevante y dentro de las matemáticas, como sólo un apartado o un subtema, sin embargo, es bien importante su estudio más aún cuando existen tantas carreras y tantas ocupaciones y profesiones, hoy en día que requieren del dominio, incluso de esta materia.

En su experiencia ¿Qué nivel de dificultad encuentra en la enseñanza de la trigonometría?

Más allá de la enseñanza y una dificultad directa para nosotros, como docentes está la metodología y el uso de mecanismos y técnicas que permitan atraer la atención y el verdadero interés de los estudiantes en esta materia.

¿Qué complicación ha encontrado en el aprendizaje de las razones trigonométricas por parte de los estudiantes?

Exclusivamente de las razones trigonométricas, encuentro que los estudiantes le temen a las fórmulas y a la aplicación de ejercicios en cuanto a esta materia.

¿Considera que se ha perdido el interés en el estudio de la materia de trigonometría?

De cierta forma, se podría decir porque no existe una adecuada motivación, sin embargo, al encontrarse en la malla curricular, los estudiantes deben cumplir con este crédito y el aprendizaje de esta materia, pero se han implementado conforme a pasado el tiempo nuevos mecanismos y metodología en la que nos capacitamos los docentes, para llegar de una mejor manera al estudiante.

¿Qué técnicas aplica usted en la enseñanza de razones trigonométricas?

De mi parte, prefiero la resolución de problemas y la resolución de ejercicios en clase con mi apoyo y la participación voluntaria de los estudiantes, sin embargo, no sobrecargar a los alumnos con tareas de cientos de ejercicios, como se lo hacía antes para la casa porque no hay esa retroalimentación necesaria, más bien se les pone el reto aquí en clases para que puedan participar y ganar créditos.

¿Considera factible usar una plataforma digital para la enseñanza de razones trigonométricas?

Es lo bueno y lo maravilloso de la tecnología y los avances que han existido si bien existen muchas cosas negativas. En ello también se le debe ver el lado positivo y al menos para la enseñanza y el aprendizaje se han visto pasos agigantados. Existen aplicaciones plataforma, instrumentos maravillosos, para que el estudiante pueda, no sólo consultar o buscar la respuesta a

las tareas y preguntas que se les manda, sino también a dinamizar más el uso de estos medios para la trigonometría.

¿Conoce la plataforma Geogebra?

Si le he consultado al igual que otras plataformas, le he visto más o menos como funciona.

¿Participan sus alumnos voluntariamente en clases de trigonometría o matemáticas? ¿Cuál ha sido su experiencia?

Hay que buscar la motivación, siempre hay que tratar de premiar o de dar créditos para que el estudiante genere ese espíritu de competencia y de reto para que se motive a participar.

¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?

Es lo que se plantea, y con el avance de la tecnología, se ha tratado de alcanzar y se va consiguiendo de a poco.

¿Qué recomendaría implementar en la enseñanza de trigonometría y matemáticas en general?

Podría recomendar el uso de medios digitales y de mayor cantidad de ejercicios y problemas que a través de mecanismos didácticos ya la atención y despierta el interés competitivo y sean un reto para el estudiante.

4.2.2. Entrevista 2

Entrevistado: Lic. Gloria Bedón

¿Cómo calificaría la importancia del estudio de la trigonometría?

Es muy importante, aunque la gente no vea la aplicación práctica directa inmediata de esta ciencia y sea sólo una parte de las matemáticas, o así lo vean todos en realidad involucra conocimientos precisos que parten para el conocimiento y el estudio de otras ciencias, que en el caso de los alumnos de la educación general básica van a tratar y estudiar materias que involucran precisamente estos conocimientos y más aún, quienes en la universidad elijan una de las carreras que también se adhieren a esta malla, le servirá para la práctica inclusive en la vida laboral.

En su experiencia ¿Qué nivel de dificultad encuentra en la enseñanza de la trigonometría?

Podría decir que es complicado dado el desinterés que existe en la mayoría de estudiantes por el campo de las matemáticas, la trigonometría, la física y otras asignaturas, que suelen considerar sin importancia, o que al ver la dificultad que existen en ciertos temas y ejercicios, rechazar y bloquearse al aprendizaje y ya al estudio, más esa es la dificultad que se aprecia directamente.

¿Qué complicación ha encontrado en el aprendizaje de las razones trigonométricas por parte de los estudiantes?

La dificultad que yo podría identificar es justamente que los estudiantes ven a las razones trigonométricas como algo muy complejo, y no se proyectan al reto que involucra a la resolución de estos ejercicios y problemas se cierran al aprendizaje.

¿Considera que se ha perdido el interés en el estudio de la materia de trigonometría?

Podría decirse, aunque el interés es parte también del sentir y de cómo el estudiante se siente motivado a aprender una determinada asignatura o conocimiento en este caso por la edad

mismo. Los estudiantes, a veces no quieren realizar ciertas tareas o ciertos conocimientos, pero se va motivando e implementando nuevas técnicas para poder llegar al estudiante.

¿Qué técnicas aplica usted en la enseñanza de razones trigonométricas?

Se plantea un trabajo dinámico y didáctico, con la resolución de ejercicios y de problemas de razones trigonométricas en la que los estudiantes plantean proyecten, no propongan soluciones y se emocionen o se sientan atraídos por buscar la respuesta y entre ellos de cierta forma, competir por alcanzar los créditos de la resolución se plantea de esa forma, un trabajo en clase dinámico y no sólo cargarles de tareas.

¿Considera factible usar una plataforma digital para la enseñanza de razones trigonométricas?

Es más que factible necesario imprescindible, se ha vuelto con la tecnología hoy en día el usar estos mecanismos digitales, que los estudiantes saben manejar mejor que uno y que les atrae, ya sea que la resolución de problemas y ejercicio sea más interactiva.

¿Conoce la plataforma Geogebra?

Si le he consultado, a pesar de qué es muy específica para la trigonometría, y nosotros también implementamos otros conocimientos, pero le he referido.

¿Participan sus alumnos voluntariamente en clases de trigonometría o matemáticas? ¿Cuál ha sido su experiencia?

Si se consigue la participación voluntaria de los estudiantes, siempre que se llegue a la adecuada comprensión y se llegue a impactar en los alumnos para que no sólo memorice ya cantar tarea, sino que se esfuercen por solucionar y atender problemas y ejercicios y pasar a la pizarra.

¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?

Claro, eso es lo que pretendemos para llegar justamente a esta generación que avanza a pasos agigantados con la tecnología y que involucra cada vez mayores retos para la implementación de conocimientos.

¿Qué recomendaría implementar en la enseñanza de trigonometría y matemáticas en general?

Mi recomendación sería en cuanto a la motivación y la aplicación de técnicas llamativas para la atención y la concentración del estudiante, y que se aplique para poder llegar más al interés que la obligación

4.2.3. Entrevista 3

Entrevistado: Lic. Roberto Aulestia

¿Cómo calificaría la importancia del estudio de la trigonometría?

La importancia está en el diario vivir, podemos apreciar los conocimientos que están en esta área en todos los ámbitos de la sociedad, en muchas de las ocupaciones y profesiones, en trabajos de presión ingenierías donde se usan estos conocimientos y de los que depende incluso la vida misma que tenemos todas las personas, dentro de la malla curricular, refuerza y es parte de

otras ciencias y otros conocimientos que se van fortaleciendo conforme va avanzando el estudiante en los años de educación, y posteriormente también se ven asignaturas con este tipo de contenido y se van empleando con más frecuencia.

En su experiencia ¿Qué nivel de dificultad encuentra en la enseñanza de la trigonometría?

Sería que tenemos un nivel medio de dificultad, porque en sí se trata de conocimientos básicos que estamos implementando en el estudiante, sin embargo, por la edad en la que se está los estudiantes de este 10º año, existen cambios y atributos propios de la edad que les hacen distraerse, y no concentrarse suficiente para poder receptar y captar adecuadamente estos conocimientos.

¿Qué complicación ha encontrado en el aprendizaje de las razones trigonométricas por parte de los estudiantes?

Podría decir que la dificultad o complicación que existe para que los alumnos aprendan las razones trigonométricas es el interés y la motivación que deben tener para poder captar y estar abiertos a una resolución lógica, razonada y sentida de los problemas y ejercicios más allá de una sola, resolución mecánica y memorista.

¿Considera que se ha perdido el interés en el estudio de la materia de trigonometría?

Como docentes, nos vamos capacitando también, adicionalmente a las nuevas mallas, curriculares y conocimientos que se van implementando en las técnicas y métodos para enseñar desde una perspectiva didáctica e interactiva y ahora con la tecnología y los avances que existen, además de las plataformas en las que se imparten conocimientos y se hacen evaluaciones también

el uso de recursos novedosos, para que el estudiante se sienta atraído y ponga toda su atención en aprender.

¿Qué técnicas aplica usted en la enseñanza de razones trigonométricas?

Se aplican las fórmulas y procedimientos a los problemas y ejercicios, no tanto como en tareas enviarse a la casa, sino en clase con el apoyo del docente para poder aclarar y fortalecer las deficiencias o dudas que existan respecto a la resolución.

¿Considera factible usar una plataforma digital para la enseñanza de razones trigonométricas?

Por supuesto que es importante y se lo aplica en este caso, a través de la plataforma y la resolución de ejercicios y problemas con varios aplicativos y lugares de consulta, para que los estudiantes puedan también interactuar digitalmente y se interesen por aprender.

¿Conoce la plataforma Geogebra?

Si le he consultado al igual que otras plataformas, le he visto más o menos como funciona

¿Participan sus alumnos voluntariamente en clases de trigonometría o matemáticas? ¿Cuál ha sido su experiencia?

Les cuesta un poquito, pero ya se van soltando y van participando cada vez más motivados por los créditos y la competencia mismo que existe entre el ser humano

¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?

Deben serlo, porque la didáctica y la interacción hacen que el alumno se mantenga despierto, aprensivo y capte los conocimientos, no sólo de forma mecánica, sino los retenga y les dé un uso posterior

¿Qué recomendaría implementar en la enseñanza de trigonometría y matemáticas en general?

La tecnología nos ofrece un sin número de posibilidades, y hay que usar justamente sus recursos para poder alcanzar la comprensión y al estudiante ofrecerle más mecanismos para hacer atractiva la clase y no sólo mecánica y memorista.

4.2.4. Análisis de los resultados de la entrevista

Los docentes encuestados arrojan como resultados indicadores que validan lo ya indicado en el análisis de resultados de la aplicación de la encuesta realizada a estudiantes, ya que desde su experiencia identifican ciertas falencias y dificultades que existe en torno al proceso de enseñanza de la materia de matemáticas y puntualmente lo que se refiere a razones trigonométricas, por la brecha que existe con los estudiantes respecto a las motivación y despertar ese interés por conocer y en realidad aprender a conciencia estos contenidos curriculares proyectados a su aplicación en la vida profesional y diaria. Así también, señalan las fortalezas que existe en la actualidad al encontrar mayores recursos pedagógicos para la implementación en las clases y enseñanza de la materia y de cierta forma facilidades para que los estudiantes se empapen de estos conocimientos.

Finalmente, entre sus recomendaciones se encuentran precisamente la conveniencia que existe de que se implemente la tecnología y de forma puntual una plataforma digital que haga interactiva y dinámica la enseñanza y el aprendizaje de razones trigonométricas dentro de lo que se refiere a la materia de matemáticas en el décimo año de educación general básica. De esta forma se contrastan las perspectivas tanto de estudiantes como de docentes y concluyen y son coincidentes en cuanto a la necesidad de que se aplique la propuesta aquí planteada en cuanto a

innovar y mejorar la pedagogía en la enseñanza de razones trigonométricas a partir del uso de la plataforma digital GeoGebra, de la mano de otras estrategias.

4.3. Análisis e interpretación final de los resultados

A partir del análisis de los resultados obtenidos de las técnicas e instrumentos de investigación, se validan precisamente las variables identificadas, en lo principal se diagnostica y se determina la situación actual referida al aprendizaje sobre razones trigonométricas. Se justifica la necesidad de implementar estrategias didácticas que emplean los docentes en la asignatura de Matemática, para el aprendizaje sobre razones trigonométricas, componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje de Matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de resolución de problemas. Concluyendo que los resultados son satisfactorios y se adaptan a las variables y objetivos planteados, brindándole solidez y efectividad a las expectativas que aquí se proyectan respecto a la implementación de recomendaciones y estrategias pedagógicas para una enseñanza didáctica e interactiva de las razones trigonométricas, apoyándose en la tecnología actual, el uso puntual de una plataforma digital y la coordinación e intercambio entre alumnos y estudiantes en una formación consciente y cooperativa que alcance los mejores resultados.

CAPÍTULO 5:

PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA

5.1. Título de la propuesta

Guía metodológica para implementar simuladores digitales y experiencias interactivas con el fin de facilitar el aprendizaje de razones trigonométricas en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”.

5.2. Justificación de la propuesta

En el análisis del Capítulo IV se evidencia que la mayoría de los docentes emplea clases como método de enseñanza. Sin embargo, frente al avance de la tecnología, el rol del docente necesita transformarse, pues las instituciones educativas ya no son las únicas fuentes de información. Las nuevas generaciones tienen acceso ilimitado al conocimiento y consideran las metodologías tradicionales como repetitivas y poco estimulantes.

Existe también una percepción generalizada de que las matemáticas son complejas, abstractas y poco aplicables a la vida cotidiana. De hecho, solo el 14% de los títulos universitarios en América Latina y el Caribe están relacionados con ciencias, tecnología, ingeniería y matemática (Aponte, 2021, p.54).

Frente a este contexto, se plantea una guía metodológica que oriente a los docentes en el uso de simuladores digitales y experiencias interactivas para mejorar la enseñanza de razones trigonométricas. Esta guía busca estandarizar contenidos, facilitar la toma de decisiones pedagógicas y contribuir a una planificación eficiente y alineada a los principios institucionales.

5.3. Temporización de la propuesta

Actividades por desarrollarse durante el transcurso del año lectivo, la guía metodológica abarca los contenidos de la temática, el docente es quien a su criterio establece el periodo de desarrollo de actividades según su planificación y ritmo de proceso enseñanza aprendizaje.

La propuesta será ejecutada en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, durante el periodo de año lectivo 2024 – 2025.

5.4. Beneficiarios y responsables de la propuesta

Los beneficiarios de la propuesta son de forma general e indirecta todos los estudiantes y docentes de matemáticas de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, y como beneficiarios directos y específicos aquellos estudiantes de los décimos años de educación general básica y docentes que imparten clases en este año de educación, en el tópico y contenidos correspondientes a la temática de razones trigonométricas.

Los docentes de matemáticas de la Unidad Educativa serán los responsables de aplicar correctamente esta guía metodológica y evaluar su eficacia en el aula.

5.5. Objetivos de la Propuesta

5.5.1. Objetivo general de la Propuesta

Proporcionar a los docentes de matemáticas de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes” herramientas pedagógicas para facilitar el aprendizaje significativo de las razones trigonométricas en los estudiantes del décimo año de educación general básica, promoviendo el desarrollo de habilidades de razonamiento, resolución de problemas y aplicación de conceptos matemáticos mediante el uso de la plataforma digital GeoGebra.

5.5.2. Objetivos Específicos de la Propuesta

Presentar una propuesta didáctica mediante una guía metodológica basada en simuladores y experiencias interactivas.

Promover metodologías activas en la enseñanza de la temática, integrando herramientas digitales como parte del proceso didáctico.

Fomentar el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes al enfrentar problemas que requieran la aplicación de las razones trigonométricas.

5.6. Contenido de la Guía Metodológica

La guía se dirige a docentes de matemáticas con el objetivo de optimizar la enseñanza del tema a través del uso de recursos digitales, conforme a las competencias estipuladas en el currículo priorizado. Para ello se describirán a través de módulos las estrategias didácticas en concordancia con las variables que aquí se han definido a la par de los objetivos del trabajo de investigación. Los módulos señalan los contenidos paulatinos que se irán implementando de acuerdo con las relevancia y progresividad en la enseñanza e inserción de estas recomendaciones en la enseñanza cotidiana que llevan los docentes de la asignatura de matemáticas, en lo que respecta puntualmente a la resolución de problemas de razones trigonométricas:

MÓDULO 1: MATEMÁTICAS E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA

1.1. Refuerzo tecnológico

1.2. Uso de medios tecnológicos en la enseñanza de matemáticas

1.3. FODA de Innovación tecnológica en matemáticas

1.4. Retos y perspectiva

MÓDULO 2: CREANDO CONOCIMIENTOS

2.1. Motivación pedagógica

2.2. Acercarse al estudiante con matemáticas entretenidas

2.3. Retos y juegos de resolución de problemas

2.4. La matemática al alcance de todos

MÓDULO 3: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS, UN RETO DIVERTIDO

3.1. Razones trigonométricas comprensibles

3.2. Resolución de problemas no es un problema

3.3. Práctica y razonamiento divertidos

3.4. La tecnología un apoyo interactivo

MÓDULO 4: GEOGEBRA UNA ALTERNATIVA INTERACTIVA

4.1. Geogebra ¿Qué es y para qué sirve?

4.2. Geogebra fácil de usar y entretenida

4.3. Ejercicios en Geogebra

4.4. Simulador ejemplos

4.4.1. Modelo de simulación

5.7. Desarrollo del contenido de la propuesta por Módulos

A continuación, se detalla la conformación de la propuesta por módulos.

MÓDULO 1: MATEMÁTICAS E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA

1.1. Refuerzo tecnológico

Es esencial que la implementación de recursos interactivos en el proceso educativo esté alineada tanto con los aspectos técnicos como con los pedagógicos. Si esta relación no se mantiene, existe el riesgo de utilizar estas herramientas de forma superficial, sin que realmente aporten al desarrollo del conocimiento, a la planificación curricular o al cumplimiento de los objetivos didácticos.

1.2. Uso de medios tecnológicos en la enseñanza de matemáticas

Desde una perspectiva técnica, es necesario combinar herramientas que capten el interés del estudiante con una base pedagógica sólida. Incluir contenidos en plataformas digitales no garantiza automáticamente un aprendizaje efectivo. Por ello, el docente debe mantenerse actualizado, responder a las necesidades educativas de sus alumnos y asegurar que los conceptos que enseña sean pertinentes y aplicables al contexto escolar.

1.3. FODA de Innovación tecnológica en matemáticas

Tabla 2. FODA

Fortalezas	Oportunidades
<ul style="list-style-type: none">● Refuerzo de la enseñanza en clase desde el método tradicional	<ul style="list-style-type: none">● Redescubrimiento de las nuevas técnicas y métodos de enseñanzas de las matemáticas

<ul style="list-style-type: none"> ● Metodología dinámica e interactiva ● Complemento de la labor docente ● Sencillez y practicidad 	<ul style="list-style-type: none"> ● Atraer el interés y la atención de los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas ● Uso de la tecnología para tareas y evaluaciones, retroalimentación
Debilidades	Amenazas
<ul style="list-style-type: none"> ● Desigualdad en el alcance y uso de tecnologías ● Falta de recursos y medios tecnológicos ● Insuficiente capacitación de docentes en el uso pedagógico de herramientas digitales 	<ul style="list-style-type: none"> ● Dispersión de la atención de los estudiantes en la esencia de conocimientos y concentración en la tecnología ● Falta de responsabilidad e interés en cumplir con tareas y ejercicios tradicionales

Elaborado por: Autora

1.4. Retos y perspectivas

Uno de los principales desafíos es lograr la conformación de redes colaborativas que permitan construir de manera conjunta los distintos componentes del proceso, promoviendo una evaluación constante de todos los actores implicados en la implementación de estas estrategias, con el fin de enriquecer globalmente el desarrollo educativo.

Otro aspecto crítico radica en replantear el rol del docente, quien debe enfocar su enseñanza en la reflexión y el diálogo colectivo, dejando de lado la simple memorización. Esto exige una renovación en los métodos de evaluación, donde ya no se trata de medir qué tanto un estudiante repite lo visto en clase, sino qué tanto puede aplicar los conocimientos en situaciones reales.

También es indispensable que el docente, en función de su experiencia profesional, determine cuáles contenidos son adecuados para ser trabajados y evaluados mediante el uso de tecnologías, seleccionando el recurso más pertinente, considerando que no todos los temas presentan el mismo nivel de dificultad ni requieren el uso de herramientas específicas para su comprensión.

MÓDULO 2: CREANDO CONOCIMIENTOS

2.1. Motivación pedagógica

Al buscar estrategias que resulten llamativas, el docente puede descubrir una gran variedad de recursos tanto tecnológicos como didácticos que sirvan para hacer la clase más divertida. De este modo, el proceso de enseñanza cambia positivamente, generando mayor disfrute y participación por parte de ambos actores del proceso educativo.

Una clase motivadora también contribuye a eliminar barreras entre el profesorado y el estudiantado, fortaleciendo la confianza mutua. Esto, a su vez, facilita la comunicación y favorece el intercambio de ideas, promoviendo un aprendizaje más efectivo.

2.2. Acercarse al estudiante con matemáticas entretenidas

El docente al buscar estrategias que llamen la atención y genere la motivación de la clase también obtendrá una gran cantidad de materiales y recursos que pueden ser tecnológicos o didácticos, estos servirán como apoyo para generar diversión en la clase, dándose el cambio en la forma de enseñar y tanto docentes como estudiantes se divertirán mientras aprenden, en consecuencia, ambas partes no se desmotivarán y entenderán las matemáticas.

Otro de los beneficios de motivar a los estudiantes es la ruptura de las brechas que separan a los estudiantes y los docentes, creando un ambiente de confianza entre las dos partes, necesarios para fomentar la comunicación y también un mejor desarrollo de los conocimientos ya que un ambiente ameno promueve el intercambio de conocimientos y el diálogo.

2.3. Retos y juegos de resolución de problemas

El uso de imágenes relacionadas con los contenidos favorece una clase más dinámica, evitando depender excesivamente de la pizarra. Estos recursos deben ser atractivos y pueden vincularse a temas que resulten familiares para los estudiantes, como contenidos de plataformas digitales o programas de televisión.

2.4. La matemática al alcance de todos

Es fundamental brindar a los estudiantes la oportunidad de involucrarse activamente en la creación del conocimiento. Aunque algunas clases tengan un carácter más teórico, se pueden emplear estrategias como la solicitud de opiniones o el desarrollo de presentaciones donde los estudiantes investiguen, organicen ideas clave y compartan sus conclusiones con sus compañeros para propiciar la discusión y el análisis colectivo.

MÓDULO 3: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS, UN RETO DIVERTIDO

3.1. Razones trigonométricas comprensibles

El uso de gráficos, esquemas y animaciones facilita la visualización y comprensión de las relaciones trigonométricas. Los materiales didácticos funcionan como herramientas motivadoras que ayudan a los estudiantes a aplicar el razonamiento lógico y comunicarse eficazmente al

resolver problemas, logrando así una mayor comprensión de los conceptos y manteniéndose activos y participativos en el aula.

3.2. Resolución de problemas no es un problema

Para que las actividades lúdicas sean efectivas, es necesario establecer pautas claras, adaptarlas a las características del grupo y relacionarlas con situaciones reales. Además, es clave capacitar a los docentes en su diseño y aplicación, así como disponer de recursos adecuados en el aula para maximizar su beneficio.

3.3. Práctica y razonamiento divertidos

Las actividades lúdicas tienen gran potencial para mejorar el aprendizaje de la trigonometría. A través de juegos, se pueden aplicar los conceptos en contextos prácticos, incentivando el pensamiento crítico, el trabajo en grupo y la resolución de problemas. No obstante, estas estrategias deben ser integradas de manera coherente en la planificación curricular para lograr el impacto deseado.

3.4. La tecnología un apoyo interactivo

El uso de recursos digitales no busca reemplazar a la pizarra, sino complementar el proceso educativo enfocándose en el desarrollo cognitivo del estudiante. Esto se logra al incorporar herramientas didácticas que promuevan su participación, indagación y comprensión crítica del conocimiento.

MÓDULO 4: GEOGEBRA UNA ALTERNATIVA INTERACTIVA

4.1. GeoGebra ¿Qué es y para qué Sirve?

GeoGebra es un software educativo de acceso libre y gratuito, que se distingue de otros programas similares por su facilidad de uso tanto para docentes como estudiantes. Permite crear actividades matemáticas atractivas en un entorno accesible para todos.

4.2. GeoGebra fácil de usar y entretenida

Entre sus principales características destacan:

Interfaz amigable y personalizable, disponible en varios idiomas.

Estimula a los estudiantes a realizar proyectos, presentaciones y aprendizajes guiados.

Ofrece múltiples formas de representación matemática con herramientas dinámicas para manipular objetos geométricos y algebraicos.

GeoGebra Classic proporciona múltiples formas de visualizar los objetos matemáticos, y cada una de estas vistas incluye un conjunto específico de herramientas y comandos, además de su propia barra con operadores y funciones. Esto permite al usuario desarrollar construcciones dinámicas mediante diversas formas de representación matemática.

Este software educativo integra geometría, álgebra y análisis en una sola plataforma, actuando como un sistema de geometría dinámica. Gracias a esto, es posible realizar construcciones utilizando elementos como puntos, vectores, segmentos, rectas, cónicas y funciones, las cuales pueden ser modificadas de manera interactiva posteriormente.

4.3. Ejercicios en Geogebra

A pesar de que su nombre proviene de "Geometría" y "Álgebra", su uso se extiende al cálculo, estadísticas, probabilidades y análisis funcional. Es una herramienta mucho más completa

que otros programas de geometría dinámica, ya que permite realizar diversas tareas matemáticas dentro de un mismo entorno.

4.4. Simulador ejemplos

4.4.1. Modelo de simulación

Objetivo

Representar gráficamente funciones matemáticas utilizando GeoGebra para observar cómo se comporta una variable dependiente al variar la independiente.

Para el uso de GeoGebra se debe seguir los pasos planteados a continuación:

1. Abrir GeoGebra desde el escritorio

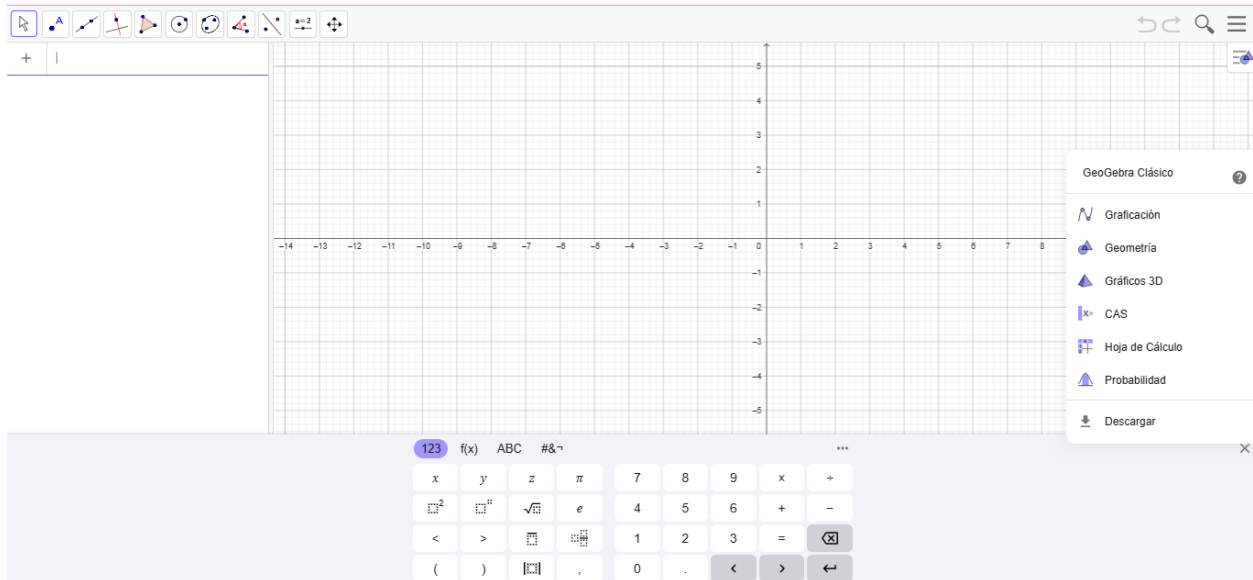
Figura 14. Screenshot Geogebra 1



Fuente: GeoGebra

2. Una vez ejecutado GeoGebra se puede visualizar la pantalla principal

Figura 15. Screenshot GeoGebra 2



Fuente: GeoGebra

3. A continuación, se muestran los distintos grupos señalados:

Barra de herramientas: Se ubica en la parte superior de la pantalla y contiene diversos botones organizados según el tipo de objeto que permiten crear. De izquierda a derecha, las categorías incluyen: Movimiento, Puntos, Direcciones, Lugares, Polígonos, Figuras Circulares, Cónicas, Medición, Transformaciones, Herramientas Especiales, Interacción y Funciones Generales.

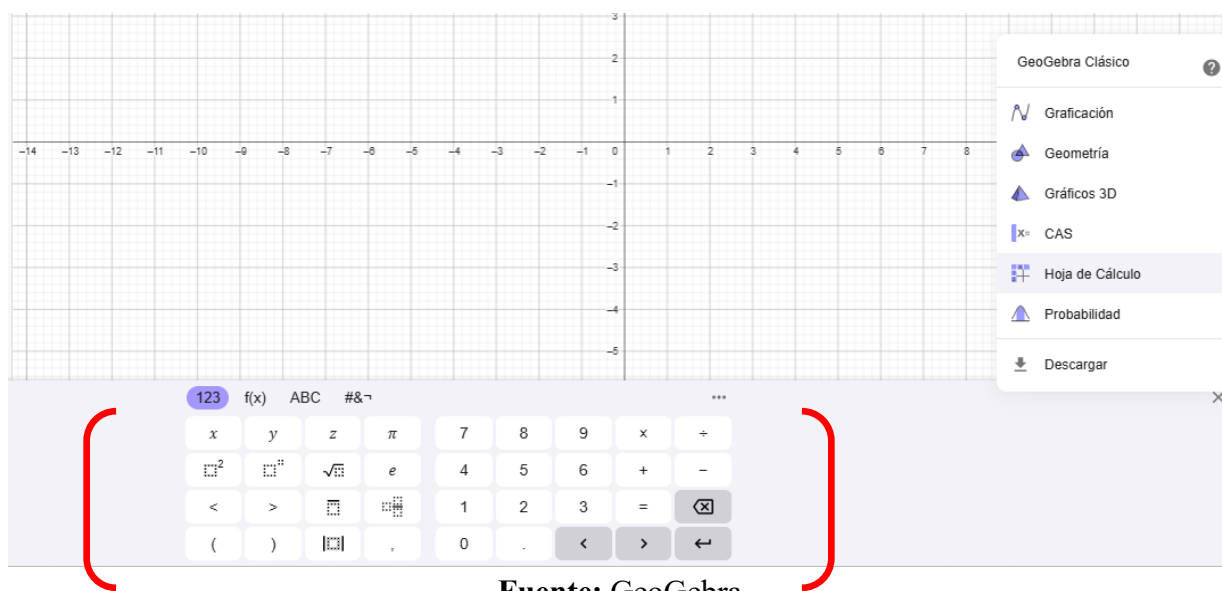
Vista algebraica: En esta área se muestran de forma clara y ordenada los comandos que el usuario introduce, facilitando su comprensión y edición.

Vista gráfica o espacio de trabajo: Aquí se representan visualmente los objetos generados, ya sea mediante comandos específicos o según los datos mostrados en la vista algebraica.

Línea de entrada de comandos: Este espacio permite introducir una amplia variedad de expresiones, incluyendo operaciones, instrucciones directas y textos.

4. Ahora tendremos disponible un teclado virtual con el cual podremos ingresar símbolos y caracteres de las funciones que necesitemos ingresar o se puede ingresar con el teclado del computador, para ello es necesario ir a la pestaña Vista y seleccionar dónde dice Teclado.

Figura 16. Screenshot Geogebra 3



Fuente: GeoGebra

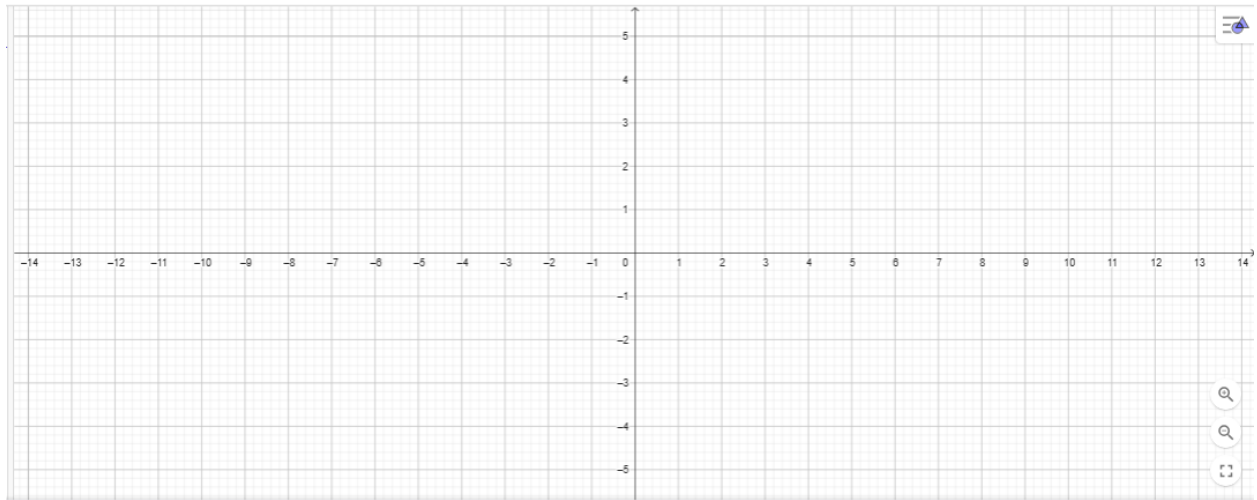
5. Estamos listos para introducir nuestra función.

6. Se procede a escoger la función a graficar, en este caso utilizaremos la función cuadrática con parámetros.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

7. Verifique que los ejes se muestren, para esto dar clic derecho sobre la ventana de vista gráfica y seleccionar la opción Ejes.

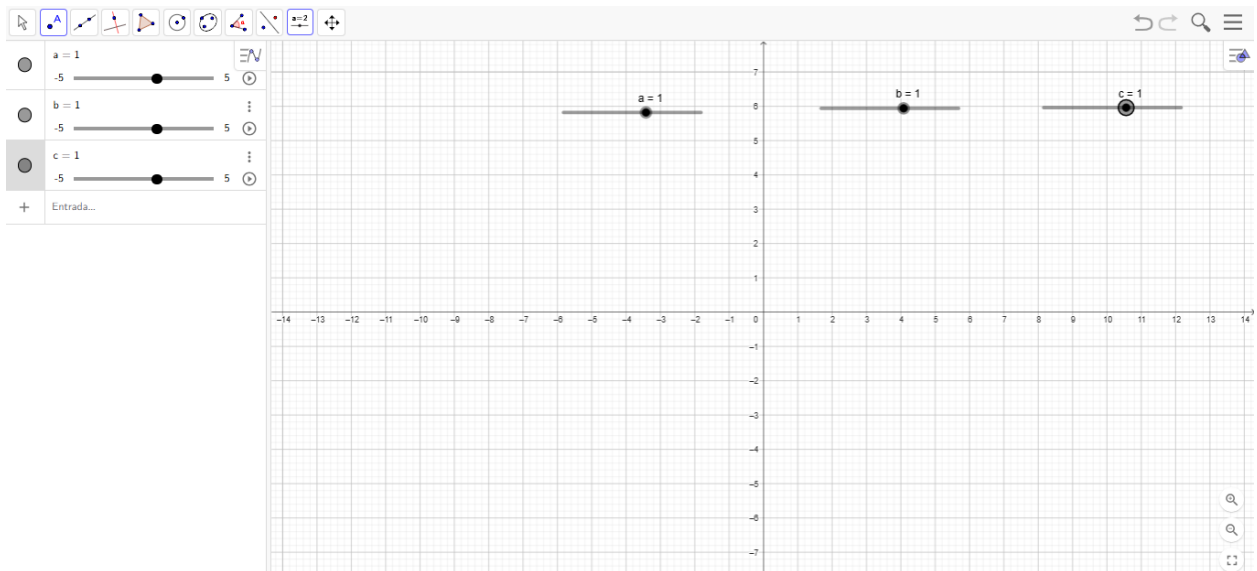
Figura 17. Screenshot Geogebra 4



Fuente: GeoGebra

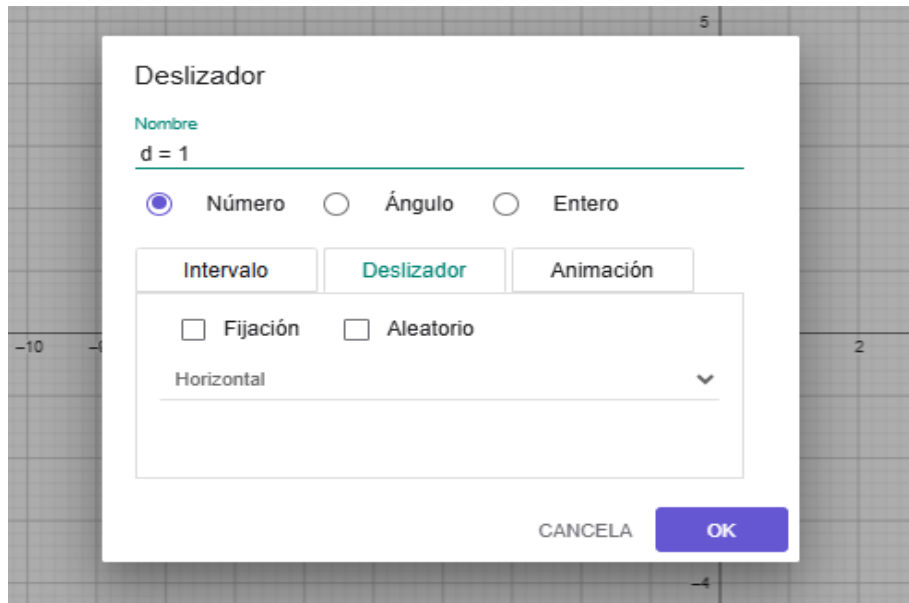
8. Elija la herramienta Deslizador y construya tres deslizadores a , b y c con los valores que aparecen por defecto.

Figura 18. Screenshot Geogebra 5



Fuente: GeoGebra

Figura 19. Screenshot Geogebra 6

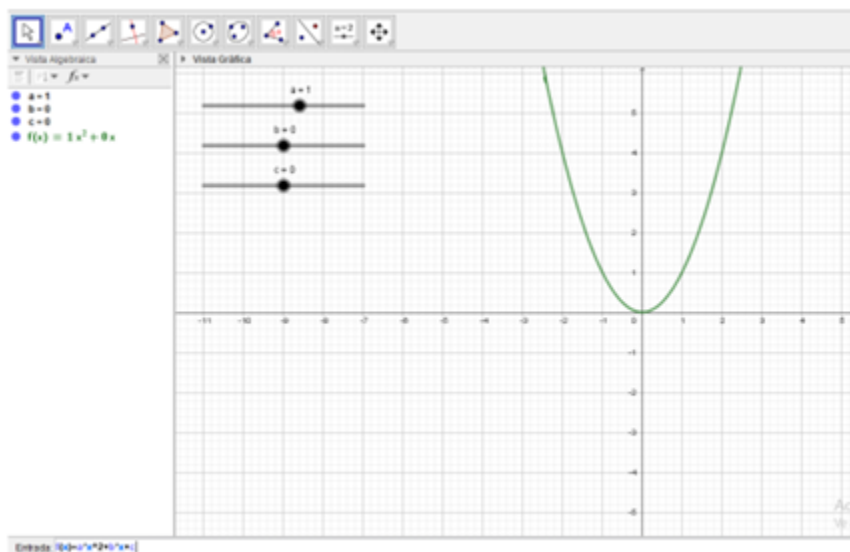


Fuente: GeoGebra

6. Escriba en la línea de comandos:



Figura 20. Screenshot Geogebra 7

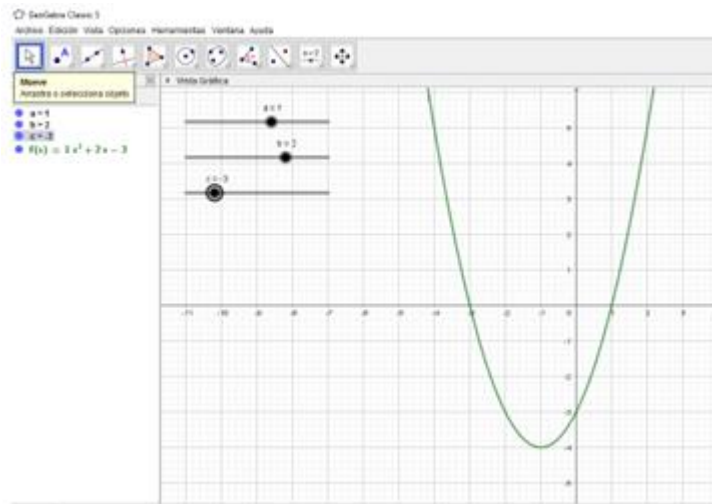


Fuente: GeoGebra

9. Cambie los valores de los tres parámetros para observar el efecto que tiene cada parámetro en la gráfica de la parábola.

Nota: Para cambiar los valores se debe mover el punto del deslizador, para esto se debe escoger la herramienta de Elige y Mueve (la flecha)

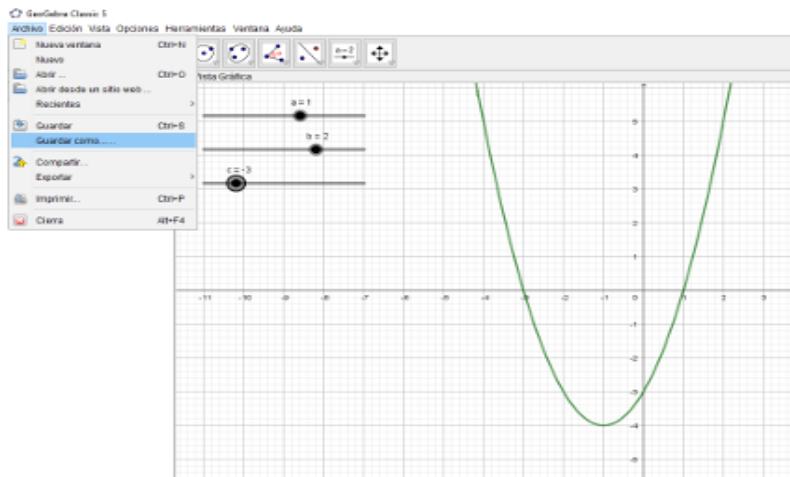
Figura 21. Screenshot 8



Fuente: GeoGebra

10. Guarde el archivo, para ello ir a la pestaña Archivo, seleccionar Guardar como Valor absoluto Ahora graficaremos el valor absoluto de Si en la calculadora gráfica de GeoGebra para apreciar de manera gráfica la conceptualización previa

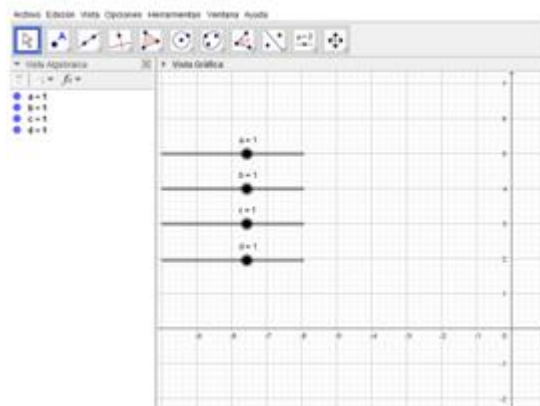
Figura 22. Screenshot 9



Fuente: GeoGebra

1. Una vez en la calculadora gráfica, elija la herramienta Deslizador y construya cuatro deslizadores a, b, c y d con los valores que aparecen por defecto.

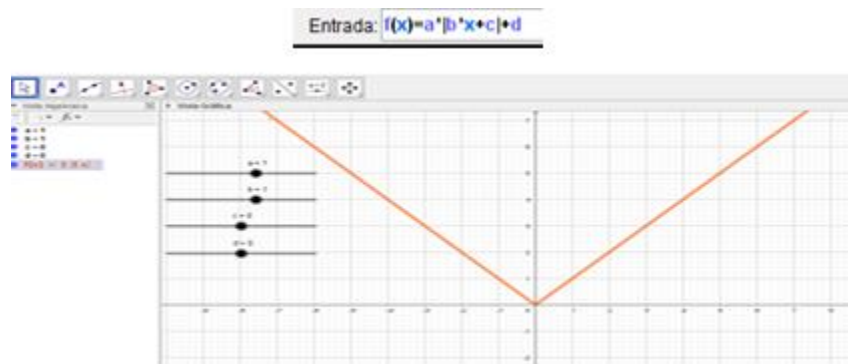
Figura 23. Screenshot Geogebra 10



Fuente: GeoGebra

2. Escriba en la línea de comandos:

Figura 24. Screenshot Geogebra 11



Fuente: GeoGebra

Nota: Otra manera de introducir dicha función es con el comando $\text{abs}(x)$ digitando la sigla abs se desplegará la opción de valor absoluto con el cual de igual manera se introducirá la función.

Figura 25. Screenshot Geogebra 12



Fuente: GeoGebra

3. Cambie los valores de los cuatro parámetros para observar el efecto que tiene cada parámetro en la gráfica.

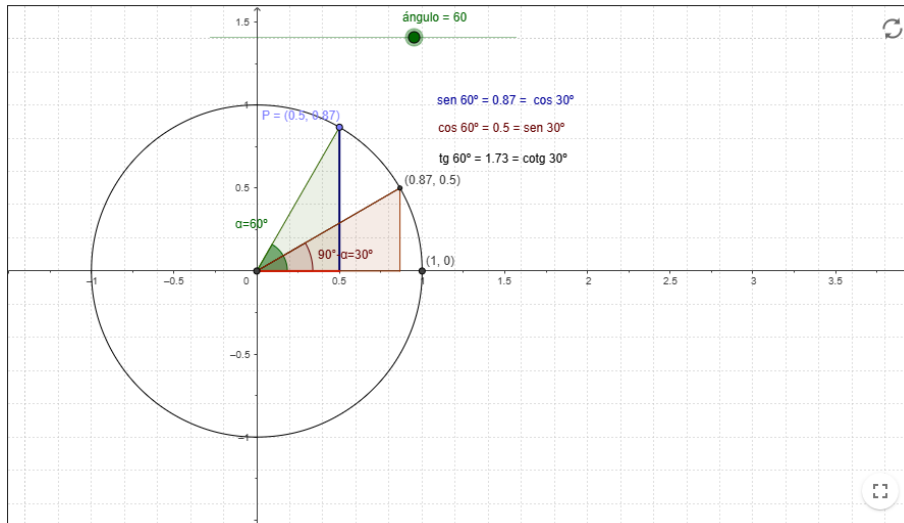
Figura 26. Screenshot Geogebra 13



Fuente: GeoGebra

4.4.2. Simulación: Razones trigonométricas de ángulos complementarios

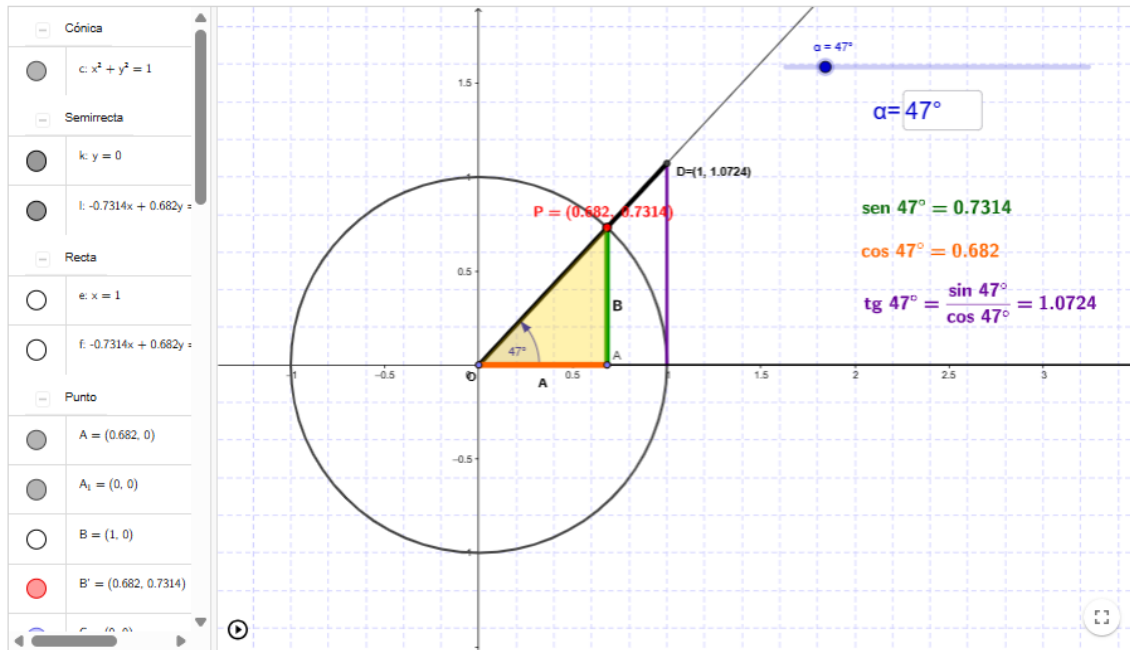
Figura 27. Simulador Geogebra 1



Fuente: GeoGebra

Simulación: Círculo Trigonómico

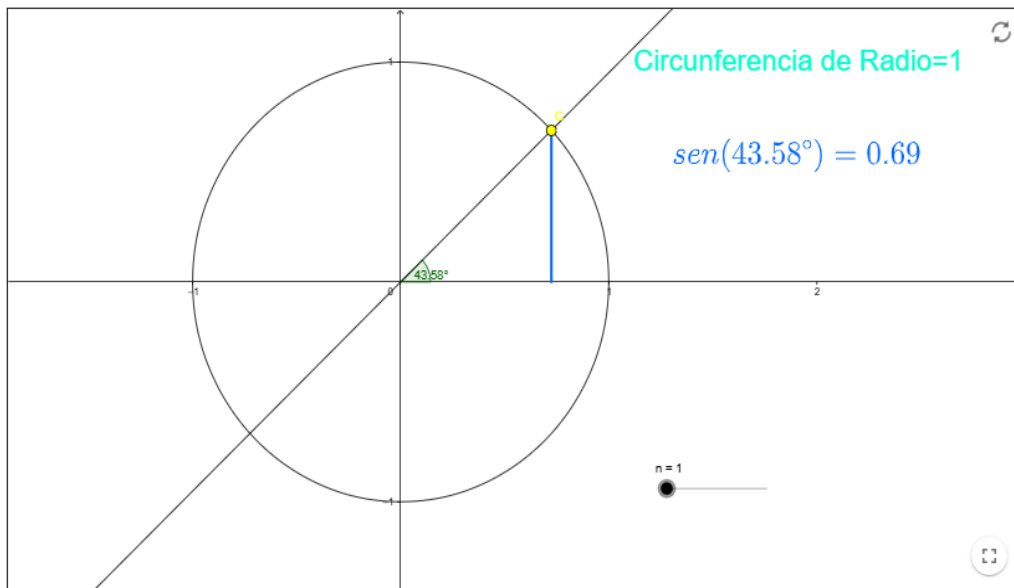
Figura 28. Simulador Geogebra 2



Fuente: GeoGebra

4.4.3. Simulación: Seno, coseno y tangente de un ángulo

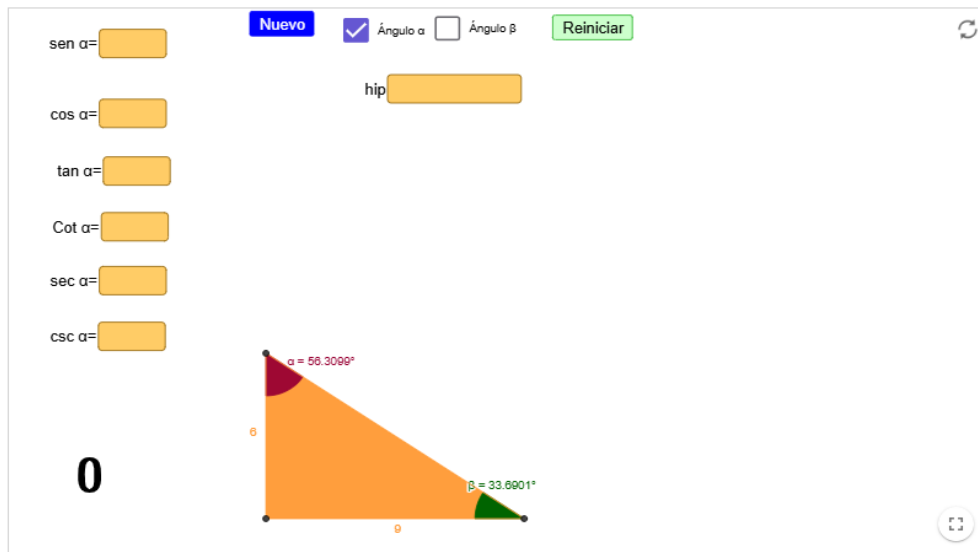
Figura 29. Simulador GeoGebra 3



Fuente: GeoGebra

4.4.4. Simulación: Razones trigonométricas

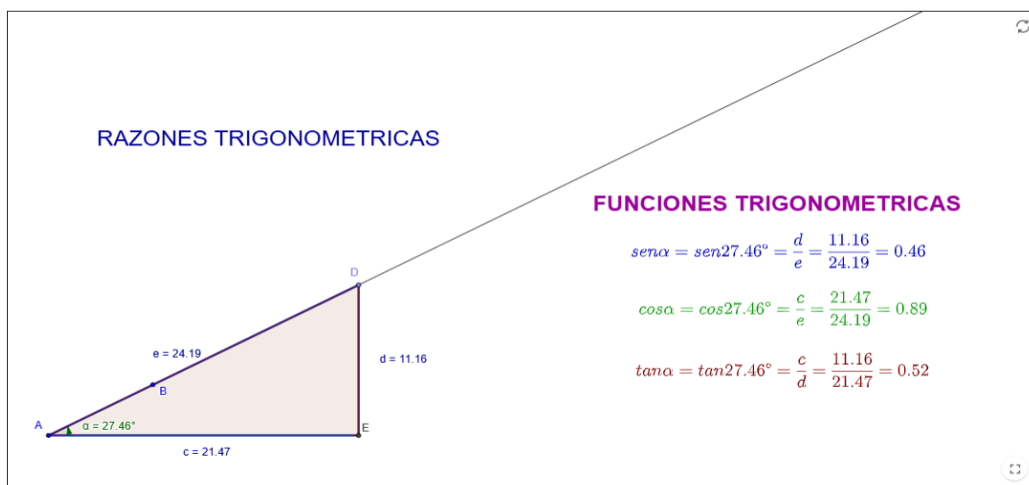
Figura 30. Simulador Geogebra 4



Fuente: GeoGebra

4.4.5. Simulación: Razones Trigonométricas

Figura 31. Simulador Geogebra 5



Fuente: GeoGebra

5.8. Resultados esperados

Alineado con los objetivos y variables aquí definidos, se tienen como resultados esperados precisamente:

Se espera llegar a un nivel más alto de motivación hacia los estudiantes, respecto del interés por aprender y resolver problemas de razones trigonométricas dentro de la materia de matemáticas en el décimo año de educación general básica, precisamente a través de los módulos que se han establecido y plantean una mayor comprensión y aplicación de técnicas que acercan a los docentes con los estudiantes.

Se espera, además, si bien no facilitar, pero sí hacer más comprensible y dinámicas las clases que apegadas al modelo tradicional y currículo previamente establecido son indispensables y no pueden dejar de ser la base y fundamento para impartir esta asignatura, despejando las dificultades que representan los contenidos monótonos y las clases demasiado técnicas y memoristas que impiden la participación activa del estudiante.

Espera una mayor comprensión y adaptabilidad a los nuevos conocimientos y nuevas tecnologías por parte de los estudiantes considerando la relevancia y progresividad que se aprecia desde la innovación tecnológica hacia el desarrollo y crecimiento en esta área junto con la ciencia para avanzar sin que esto represente un bloqueo o un rechazo por parte del estudiante.

Además, ente se espera que a través de la aplicación de conocimientos y uso de la plataforma digital GeoGebra, los estudiantes se interesen más por el conocimiento y práctica de las razones trigonométricas y resolución de problemas vinculados, al contar con esta herramienta dinámica y didáctica que les permite no sólo mayor facilidad en la resolución de estos problemas,

sino que además faculta el adelanto y relación tecnológica necesarios en la actualidad, de la mano de la motivación e iniciativa del estudiante en el refuerzo del currículo y las clases tradicionales.

5.9. Validación de la propuesta

Conforme al desarrollo de la presente investigación, se ha contextualizado y validado los conocimientos básicos en torno a las razones trigonométricas y el proceso para su enseñanza y aprendizaje desde la doctrina, la teoría y otros referentes. Asimismo, a través de la aplicación de técnicas, instrumentos y métodos como parte del enfoque de esta investigación se valida la propuesta en el nivel diagnóstico al analizar los resultados obtenidos de la encuesta aplicada a estudiantes y la entrevista aplicada a docentes de la básica superior de la institución u objeto de la presente investigación.

Y finalmente, una vez que ha sido procesada la información se concreta una propuesta sólida a través de una guía metodológica que conformada por módulos desarrolla las iniciativas y estrategias pedagógicas básicas para llegar a una implementación adecuada en cuanto al uso de una plataforma digital de la mano de la innovación tecnológica sin descuidar el modelo tradicional de enseñanza y los contenidos curricularmente establecidos.

CAPÍTULO 6:

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Los alumnos de décimo de educación general básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes” si bien muestran interés por el aprendizaje de esta asignatura, ya que el 69% indicó que el estudio de la trigonometría es indispensable, se encuentra la problemática en torno a la motivación y metodología, ya que el 69% indica que se le complica la comprensión de esta temática debido a la falta de motivación además, en la pregunta 5, el 87.1% de los estudiantes consideraron que les gustaría trabajar más en la resolución de problemas para la comprensión de las razones trigonométricas. Y es allí precisamente donde la tecnología aparece para atender esta problemática, dados los avances tecnológicos en la actualidad, y los múltiples recursos e insumos, se presenta como alternativa y recurso sumado a la enseñanza tradicional y sus métodos, el uso de la plataforma digital GeoGebra para el aprendizaje de razones trigonométricas mediante la resolución de problemas.

Respecto del segundo objetivo específico y de acuerdo con los resultados que se tienen de la aplicación de las técnicas de encuesta y entrevista, se identificaron las estrategias didácticas que emplean los docentes en la asignatura de Matemática, para la enseñanza aprendizaje sobre razones trigonométricas con los estudiantes de décimo Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.

En línea con el objetivo general y el tercer objetivo específico, se plantearon los componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje de matemáticas sobre razones trigonométricas desde el enfoque de resolución de problemas,

contemplando la utilización de simulaciones en GeoGebra, dirigido a los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Fiscomisional Salesiana “Sánchez y Cifuentes”, para el año lectivo 2024-2025.

En relación con el uso de GeoGebra, los resultados de la encuesta muestran que el 94.8% de los estudiantes les gustaría usar una plataforma digital para el aprendizaje de razones trigonométricas. Esta valoración positiva se ratificó en las entrevistas, donde se expresaron frases como: “Es más que factible necesario imprescindible, se ha vuelto con la tecnología hoy en día el usar estos mecanismos digitales”. Se concluye, por tanto, que GeoGebra puede ser considerada como una herramienta pertinente y motivadora, a favor de la mejora en la comprensión del tema, para motivar en los estudiantes el empleo de las razones trigonométricas en los espacios cotidianos y posteriormente laborales que requieran, más allá de los créditos obligatorios y requerimientos curriculares.

Recomendaciones

A los docentes de matemáticas en la enseñanza de razones trigonométricas, implementar estrategias dinámicas e interactivas que motiven a los estudiantes a interesarse y aprender de forma consciente estos contenidos, proyectando su aplicación a la vida profesional, incluir para ello herramientas tecnológicas

A los estudiantes de los décimos años de educación general básica, interesarse por el estudio de las matemáticas y puntualmente de las razones trigonométricas, haciendo consciencia de la utilidad y aplicabilidad práctica de estos contenidos, hacer uso de las plataformas y recursos digitales para fortalecer este aprendizaje.

Si bien la matemática y la trigonometría, al ser ciencias exactas, no son por así decirlo, fáciles de aprender, en la actualidad se han sumado recursos tecnológicos imprescindibles por cuanto es importante recomendar, a los protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje (docentes y alumnos) a llevar una mejor comunicación, retroalimentación y hacer del uso de plataformas, aplicaciones y recursos tecnológicos un atributo, desvaneciendo limitaciones y dificultades identificadas de la enseñanza tradicional. Es decir, no se necesita reestructurar por completo y descartar el modelo tradicional de educación, sino simplemente adecuarlo y adicionar recursos y elementos pedagógicos que representan beneficios.

Considerando la necesidad de implementar herramientas y recursos tecnológicos para el proceso de enseñanza-aprendizaje, se recomienda y se hace un llamado a las organizaciones, instituciones, autoridades y funcionarios correspondientes a observar, evaluar y considerar la mejoría y el empleo de insumos y métodos que paulatinamente vayan construyendo un modelo pedagógico, curricular más actualizado, a la par con la innovación tecnológica, pero, sobre todo a la par de las necesidades de los estudiantes y beneficiarios.

Bibliografía

- Aguilar, Arturo; Bravo, Fabián; Gallegos, Herman; Cerón, Miguel & Reyes, Ricardo. (2009). Geometría y trigonometría 1° Ed. México. (p. 157, 158)
- Álvarez, J. (2015). Razones trigonométricas. Geogebra. Recuperado en 10 de febrero de 2024 de: <https://www.geogebra.org/m/YuWfrHzF>
- Ausubel, D. P. (2000). *The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View*. Springer.
- Ayres, Frank. (1990). *Teoría y problemas de Trigonometría Plana y Esférica* 1°Ed. Bogotá, Colombia.
- Bakar, K. A., & Ismail, Z. (2010). Using technology in learning trigonometry: An action research approach. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8, 474–481.
- Baldor, J. A. (2004). *Geometría Plana y del Espacio* 20° Reimpresión. México. (p. 1, 17).
- Barrantes, Manuel & Blanco, Lorenzo (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. (p. 249).
- Berenger, Isabel & Martínez, Noemí. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagógica Universitaria*. (p. 82)
- Biggs, J. (2001). The reflective institution: Assuring and enhancing the quality of teaching and learning. *Higher Education*, 41(3), 221-238.
- Biggs, J., & Tang, C. (2011). *Teaching for Quality Learning at University*. McGraw-Hill.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.

- Carmona, Nidia & Jaramillo, Dora. (2010). El razonamiento en el desarrollo del pensamiento lógico a través de una unidad didáctica basada en el enfoque de resolución de problemas. (p. 24, 28).
- Chaparro. Arley & Martínez, Raúl. (2021). Análisis de los Conceptos y Procedimientos, Utilizados en la Resolución de Problemas Convencionales de Trigonometría. *Voces Y Realidades Educativas*, 6(1), 211–224. Recuperado el 10 de Junio partir de <https://vocesyrealidadeseducativas.com/ojs/index.php/vyc/article/view/14>
- Cueva, T., Jara, O., Gonzáles, J., Flores, F. & Balmaceda, C. (2023). *Métodos mixtos de investigación para principiantes*. INUDI Perú. DOI: <https://doi.org/10.35622/inudi.b.106>
- Espeleta, A. V. (2016). *Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Costa Rica.
- Espinal, M. L. (Julio de 2019). Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442019000200008
- Entwistle, N. (2009). *Teaching for understanding at university: Deep approaches and distinctive ways of thinking*. Palgrave Macmillan.
- Fiallo, Jorge (2010). *Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica*. Valencia, España.
- Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*. Holt, Rinehart & Winston.
- Gómez Gómez, G. (2021). *La Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en Secundaria con Base en Secuencias Didácticas y el Uso del Trabajo Colaborativo*. Monterrey - Mexico.

- Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. Routledge.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and its Applications*, 7, 1448-1454.
- Hurtado de Barrera, Jacqueline (2000). *Metodología de la Investigación Holística*. Fundación Sypal. Tercera Edición. Caracas - Venezuela.
- Hurtado de Barrera, Jacqueline (2010). *Metodología de la Investigación: guía para una comprensión holística de la ciencia*. Quirón Ediciones. Cuarta Edición.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). *Resultados de PISA para el desarrollo*. Quito - Ecuador: Editorial PISA-D.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2023). *Informe de resultados Ser Estudiante*. Quito - Ecuador.
- Iriarte, Alberto (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Revista Zona Próxima* (p. 4).
- Johnson, Robert & Kuby, Patricia (2012). *Estadística Elemental*. Cengage Learning Editores. 11^o ed. Morelia - México.
- Jonassen, D. H. (2000). *Learning to solve problems: A handbook for designing problem-solving learning environments*. Routledge.
- Maldonado, Sandra (2012). Manual Práctico Para El Diseño De La Escala Likert Resumen. *Revista Xihmai*, Vol. 2 Núm. 4.
- Martínez, Raúl. (2021). *La resolución de problemas desde la Teoría de Situaciones Didácticas*.

- Marton, F., & Säljö, R. (1976). On qualitative differences in learning: I—Outcome and process. *British Journal of Educational Psychology*, 46(1), 4-11.
- Ministerio de Educación de la República del Ecuador (2016). *Matemática Educación General Básica - Subnivel Superior 10° Grado*. Ecuador (p. 144, 148).
- Ministerio de Educación de la República del Ecuador (2020). *Matemática Educación General Básica - Subnivel Superior 10° Grado*. Ecuador (p. 222).
- Ministerio de Educación de la República del Ecuador (2020). *Lineamientos para la construcción de la Propuesta Pedagógica*. (p. 10)
- Moreira, A. (2020). Razones trigonométricas. Geogebra. Recuperado en 10 de febrero de 2024 de: <https://www.geogebra.org/m/hqzyc2ht>
- Nova, Andrea (2018). El cardiotangram como estrategia pedagógica en el aprendizaje de las razones trigonométricas para los estudiantes de grado décimo del Colegio Nuestra Señora del Rosario Sogamoso. Sogamoso, Colombia. (p. 16-17).
- Pari, Lidia (2016). Razonamiento matemático en desarrollo de competencias y capacidades matemáticas a través del enfoque de resolución de problemas utilizando el método Pölya en estudiantes del quinto grado de la I.E.S Politécnico Regional “Los Andes” Juliaca 2016. (p. 5, 7).
- Pérez, Carmen & La Cruz Amílcar. 2014. Estrategias de enseñanza y aprendizaje de la lectura y escritura en educación primaria. *Zona próxima*, Barranquilla. (p. 4) Recuperado en 22 de Junio de 2024 de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442014000200002&lng=en&tlng=es.

- Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. Columbia University Press.
- Pinto, Ana & Quitor, Lucila (2000). *Los Modelos Pedagógicos*. (p. 4).
- Pochulu, Marcel & Rodríguez, Mabel (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pg. 154-154).
- Pozo, Juan; Pérez, María; Domínguez, Jesús; Gómez Miguel & Postigo, Yolanda (1994) *La solución de problemas*. (p. 4, 6).
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223-231.
- Real Academia Española. (s.f.). Actual. *Diccionario de la lengua española*, 23.^a ed., [versión 23.7 en línea]. Recuperado en 22 de junio de 2024, de <https://dle.rae.es/actual?m=form>.
- Real Academia Española. (s.f.). Situación. *Diccionario de la lengua española*, 23.^a ed., [versión 23.7 en línea]. Recuperado en 22 de junio de 2024, de <https://dle.rae.es/situaci%C3%B3n>.
- Reyes, R. R. (21 de Julio de 2023). Obtenido de <https://epperu.org/teoria-de-los-estilos-de-aprendizaje-de-kolb/>
- Rutten, N., van Joolingen, W. R., & van der Veen, J. T. (2012). *Los efectos del aprendizaje de las simulaciones por computadora en la enseñanza de las ciencias*. *Computers & Education*, 58(1), 136-153.
- Serrano, José & Pons, Rosa (2011). *El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación*. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*.

- Suárez, Joaquín; Duardo, Carlos & Rodríguez, Reinaldo. (2020). El desarrollo de la competencia matemática mediante problemas con aplicaciones de las funciones. *Revista Chakiñan de Ciencias Sociales y Humanidades*, núm. 12, pp. 118-134.
- Swokowsky, Earl & Cole, Jeffery (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* 12° Ed. México, D.F. (p. 399, 412)
- Torres, A. (2 de Diciembre de 2016). Obtenido de <https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel>
- Trejo, Gilberto; Domínguez, Jesús; Constantitno, Fernando & Gordillo Emmanuel. (2022). *Percepción del Aprendizaje Invertido en la clase de Geometría y Trigonometría*.
- UNESCO. (2023). 2023 GEM Report. *Technology in education*. Obtenido de <https://www.unesco.org/gem-report/en>
- UNFV - CEPREVI (2017). Tomo III Trigonometría. Perú. (p. 25, 40)
- Van Hiele, Pierre Marie. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría).
- Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Harvard University Press.
- Wieman, C. E., Adams, W. K., & Perkins, K. K. (2008). PhET: Simulations that enhance learning. *Science*, 322(5902), 682-683.

Zamorano, Francisco; Cortés, Catalina & Herrera, Mauricio. (2022). Facilitando el aprendizaje de trigonometría a través de una interfaz tangible. *Cuaderno del Centro de Estudios de Diseño y Comunicación*, núm. 103

Zill, Dennis & Dewar, Jacqueline (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica 3° Ed. México. (p. 443, 444, 446).

ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario para encuesta



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

**MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES CON
MENCION MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN
GENERAL BÁSICA**

TEMA: “Aprendizaje sobre razones trigonométricas: Propuesta pedagógica desde el enfoque de resolución de problemas”

Seleccione la respuesta que considere en cada pregunta, puede subrayar o marcar con (X)

¿Cómo calificaría la importancia del estudio de la trigonometría?

- a) indispensable
- b) muy importante
- c) importante
- d) poco importante
- e) sin importancia

¿Qué nivel de dificultad encuentra en el aprendizaje de la trigonometría?

- a) Muy difícil
- b) Difícil
- c) Fácil

¿Qué complicación encuentra en las razones trigonométricas?

- a) falta de comprensión
- b) método de enseñanza
- c) falta de motivación

d) mucho que memorizar

¿Considera interesante la materia de trigonometría?

a) Si

b) No

Le gustaría trabajar más en la aplicación de razones trigonométricas:

a) resolución de problemas

b) memorización de fórmulas y procedimientos

c) todas las anteriores

¿Le gustaría usar una plataforma digital para el aprendizaje de razones trigonométricas?

a) Si

b) No

¿Conoce la plataforma Geogebra?

a) Si

b) No

¿Participa voluntariamente en clases de trigonometría o matemáticas?

a) Si

b) No

¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?

a) Si

b) No

¿Qué recomendaría para las clases de trigonometría y matemáticas?

a) mayor motivación

b) otra metodología de enseñanza

c) menos tareas

d) mayor resolución de problemas

e) más participación e intercambio (docente-alumnos)

- f) uso de medios digitales
- g) Todas las anteriores

Gracias por su colaboración

Anexo 2. Capturas de Pantalla de la Encuesta (vista web)

docs.google.com/forms/d/1ahUkwexC5OqmwVgijFbChaZ6UWCgzYeMwJvY4fNtb4/edit

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN

Preguntas Respuestas 110 Configuración

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

TEMA: "Aprendizaje sobre razones trigonométricas: Propuesta pedagógica desde el enfoque de resolución de problemas"

Seleccione la respuesta que considere en cada pregunta, puede subrayar o marcar con (X)

1) ¿Cómo calificaría la importancia del estudio de la trigonometría?

- a) indispensable
- b) muy importante
- c) importante
- d) poco importante
- e) sin importancia

2) ¿Qué nivel de dificultad encuentra en el aprendizaje de la trigonometría?

- a) Muy difícil
- b) Difícil
- c) Fácil

docs.google.com/forms/d/1ahUkwexC5OqmwVgijFbChaZ6UWCgzYeMwJvY4fNtb4/edit

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN

Preguntas Respuestas 110 Configuración

3) ¿Qué complicación encuentra en las razones trigonométricas?

- a) falta de comprensión
- b) método de enseñanza
- c) falta de motivación
- d) mucho que memorizar

4) ¿Considera interesante la materia de trigonometría?

- a) Sí
- b) No

5) Le gustaría trabajar más en la aplicación de razones trigonométricas:

- a) resolución de problemas
- b) memorización de fórmulas y procedimientos
- c) todas las anteriores

docs.google.com/forms/d/1ahUkwexC5OqnvGjIFbChaZ6UWCgzYeMwJvY4fNtb4/edit

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN

Preguntas Respuestas 110 Configuración

6) ¿Le gustaría usar una plataforma digital para el aprendizaje de razones trigonométricas?

a) Si

b) No

7) ¿Conoce la plataforma Geogebra?

a) Si

b) No

8) ¿Participa voluntariamente en clases de trigonometría o matemáticas?

a) Si

b) No

9) ¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?

a) Si

b) No

docs.google.com/forms/d/1ahUkwexC5OqnvGjIFbChaZ6UWCgzYeMwJvY4fNtb4/edit

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN

Preguntas Respuestas 110 Configuración

a) Si

b) No

9) ¿Le gustaría que las clases sean más interactivas?

a) Si

b) No

10) ¿Qué recomendaría para las clases de trigonometría y matemáticas?

a) mayor motivación

b) otra metodología de enseñanza

c) menos tareas

d) mayor resolución de problemas

e) más participación e intercambio (docente-alumnos)

f) uso de medios digitales

g) Todas las anteriores