PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

FACULTAD DE HÁBITAD, INFRAESTRUCTURA Y CREATIVIDAD

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

Trabajo de Integración Curricular

Tema: Desarrollo de una rutina de programación para el análisis de pórticos planos y diseño uniaxial de columnas

AUTOR:

RAFAEL ESTEBAN BATALLAS NÚÑEZ

TUTOR:

MGTR. JORGE ALEXANDER BUCHELI GARCÍA

JUNIO - 2026

Índice

Índice....2
Índice de Figuras....4
1 INTRODUCCIÓN....5
1.1 Justificación....5
1.2 Alcance....5
1.3 Planteamiento del problema....5
1.4 Hipótesis....6
1.5 Objetivos....6
1.5.1 Objetivo General....6
1.5.2 Objetivos Específicos....6
2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA....7
2.1 Definiciones....7
2.2 Simbología....8
2.2.1 VARIABLES INDEPENDIENTES....8
2.2.2 VARIABLES DEPENDIENTES....8
2.1 Método de Rigidez para el análisis estructural....8
2.2 Método LRFD para el diseño estructural....9
3 ALGORITMO PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE PÓRTICOS PLANOS ..9
3.1 Generación de marco plano con matriz de rigidez....9
3.1.1 Datos de entrada para la generación de un marco plano....9
3.1.2 Matriz de rigidez de cada elemento en coordenadas locales....11
3.1.3 Matriz de rigidez en coordenadas globales....12
3.1.4 Ensamblaje de la matriz de rigidez de la estructura....13
3.2 Aplicación de estados de carga en la estructura....14

3.2.1 Vector de Cargas Nodales, correspondiente a las acciones de empotramiento perfecto de cada elemento debido a cargas de tramo. [Coordenadas Locales]. $\boldsymbol{aepELEMENOR}$ 15

3.2.2 Vector de Desplazamientos de elemento 16

3.3 Estados de carga de los elementos (axial, corte y momento). 18

4 DISEÑO DE UNA COLUMNA DE HORMIGÓN ARMADO SELECCIONABLE POR EL USUARIO. 21

4.1 Consideraciones iniciales para el diseño de una columna. 21

4.2 Diagrama de interacción. 23

4.3 Capacidad resistente a corte 26

4.3.1 Capacidad a cortante proporcionada por el concreto $\boldsymbol{Vc}$ 26

4.3.2 Capacidad a cortante proporcionada por el refuerzo transversal $\boldsymbol{Vs}$ 29

5 PRESENTACIÓN GRÁFICA DEL ARMADO DE LA COLUMNA Y RESULTADOS. 31

5.1 Presentación de resultados gráficamente y tabulado. 31

5.2 Resumen tabulado de resultados. 33

5.3 Análisis de resultados. 33

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES. 34

6.1 Conclusiones. 34

6.2 Recomendaciones. 34

7 BIBLIOGRAFÍA 35

Índice de Figuras

Figura 3.1.1.1 Datos de entrada para la generación de un pórtico plano 10
Figura 3.1.1.2 Pórtico plano generado con datos de entrada 11
Figura 3.1.2.1 Matriz de Rigidez de cada elemento en coordenadas locales(Gere & Weaver, 1982) 12
Figura 3.1.3.1 Matriz de transformación(Falconí, 2004) 13
Figura 3.1.4.1 Vectores de colocación de cada elemento.....13
Figura 3.2.1 Definición de cargas en Toneladas por metro.....14
Figura 3.2.1.1 Vector de acciones de empotramiento perfecto en coordenadas locales 15
Figura 3.2.1.2 Acciones de empotramiento perfecto de los elementos correspondiente a sus grados de libertad.....16
Figura 3.2.2.1 Vector correspondientes a los grados de libertad en coordenadas globales 17
Figura 3.2.2.2 Vector de acciones de elemento correspondiente a los grados de libertad en coordenadas globales.....17
Figura 3.2.2.3 Vector de acciones de elemento correspondientes a los grados de libertad en coordenadas locales.....18
Figura 3.3.3 Diagrama de corte de la estructura 19
Figura 3.3.4 Diagrama de momento de la estructura 19
Figura 3.3.5 Análisis estructural con el método de la Rigidez 20
Figura 4.1.1 Selección de una columna.....21
Figura 4.3.2.1 Flujograma diseño a flexión, axial y corte 30

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Justificación.

El aporte que brinda este trabajo es una ayuda académica para desarrollar una rutina simple que ayude a estudiantes de pregrado a entender y elaborar un análisis estructural en columnas de hormigón armado en un pórtico plano, seguido del diseño del mismo, siguiendo el código ACI y utilizando diagramas de interacción. De esta forma, los estudiantes podrán acceder a una herramienta de libre acceso que les brinda gran cantidad de información para sus diseños educativos. Actualmente existe poco de este tipo de software a nivel de pregrado desde una perspectiva académica, es importante promover el progreso en el entendimiento de los estudiantes sobre la programación de algoritmos aplicados al análisis y diseño estructural, así como el acceso a recursos económicos para estudiantes que buscan alternativas tecnológicas durante su formación profesional.

1.2 Alcance.

Se desarrollará un algoritmo para el análisis de un pórtico plano ordinario resistente a momento, no preesforzado, en el cual el usuario podrá definir la cantidad de pisos y vanos, así como las secciones transversales de columnas y vigas, sus respectivas longitudes y las propiedades de los materiales, incluyendo el módulo de elasticidad del hormigón, la resistencia a compresión del hormigón, la resistencia de fluencia del acero y las cargas aplicadas a la estructura.

Adicionalmente, una columna seleccionada por el usuario será empleada para realizar un diseño uniaxial conforme a las especificaciones del ACI, considerando el cálculo de su capacidad a flexión, corte y carga axial. Finalmente, los resultados serán presentados de forma esquemática mediante representaciones gráficas de la columna y su armado, junto con un resumen de los resultados obtenidos.

1.3 Planteamiento del problema.

Los estudiantes de ingeniería civil se encuentran limitados en el acceso y uso de software de análisis y diseño estructural debido a los altos costos de licencias de los programas comerciales, lo que restringe su aprendizaje práctico durante su formación académica. En este contexto, surge la necesidad de contar con herramientas de licencia libre que faciliten la

comprensión y aplicación de conceptos de análisis estructural y diseño de elementos de hormigón armado.

En este sentido, la presente propuesta busca aportar mediante el desarrollo de una herramienta que permita a los estudiantes mejorar su eficiencia en la resolución de problemas, así como fortalecer su entendimiento de normativas y programación aplicadas al diseño de columnas en pórticos planos. De esta manera, se plantea una alternativa gratuita y adaptable a distintas necesidades académicas, contribuyendo al proceso de formación profesional.

1.4 Hipótesis

La elaboración de una rutina de programación de libre acceso para el análisis de pórticos planos y el diseño uniaxial de columnas permitirá automatizar y optimizar el proceso de cálculo estructural, reduciendo significativamente el tiempo de resolución. Asimismo, su interfaz de fácil manejo incrementará la accesibilidad para los estudiantes de ingeniería civil, facilitando la comprensión e interpretación de los resultados mediante representaciones gráficas.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Crear un algoritmo capaz de modelar un pórtico plano con una cantidad variable de pisos y vanos, que permita realizar el análisis estructural determinando las fuerzas internas (axiales, cortantes y momentos) y las reacciones en los apoyos, para finalmente llevar a cabo el diseño estructural de una columna seleccionada por el usuario, incluyendo su correspondiente representación gráfica.

1.5.2 Objetivos Específicos

- Desarrollar un algoritmo en MATLAB para el análisis estructural de pórticos planos, que permita modelar la estructura, aplicar cargas y obtener los diagramas de cortante, momento y carga axial.

- Diseñar una columna de hormigón armado seleccionable por el usuario, utilizando diagramas uniaxiales, considerando distintos porcentajes de armado, y verificar su cumplimiento con los requisitos del ACI 318-25.
- Presentar gráficamente el armado de la columna, junto con su cuantía volumétrica de hormigón y acero, así como los resultados del análisis estructural, incluyendo capacidades a flexión, corte, carga axial y su diagrama de interacción.

2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 Definiciones

Matriz de rigidez: la matriz de rigidez representa la relación lineal entre el vector de fuerzas generalizadas y el vector de desplazamientos generalizados de una estructura. Esta relación se expresa mediante una matriz cuadrada n x n, donde n es el número total de grados de libertad de la estructura(Falconí, 2004).

Vector de colocación: el vector de colocación corresponde a un vector de seis elementos correspondientes a los seis grados de libertad de un elemento estructural en un pórtico plano. Este vector relaciona los grados de libertad del nodo inicial y del nodo final del elemento en coordenadas globales(Falconí, 2004).

Grados de libertad (GDL): los grados de libertad corresponden al número de movimientos independientes que puede tener una estructura. En un pórtico plano, estos movimientos se evalúan en cada nodo y generalmente incluyen desplazamientos horizontales, desplazamientos verticales y rotaciones (Falconí, 2004).

Coordenadas locales: coordenadas correspondientes a un sistema de referencia propio de cada elemento(Falconí, 2004).

Coordenadas globales: coordenadas correspondientes a un sistema de referencia global de toda la estructura, tanto para nodos como para elementos(Falconí, 2004).

2.2 Simbología

2.2.1 VARIABLES INDEPENDIENTES

VARIABLE	INDICADORES	UNIDAD
b	Ancho de la cara de compresión del miembro	cm
h	Espesor total o altura del miembro	cm
f'c	Resistencia especificada a la compresión del concreto	Kg/cm2
fy	Resistencia especificada del refuerzo no presforzado	Kg/cm2
Es	Módulo de elasticidad del acero	Kg/cm2
Ec	Módulo de elasticidad del concreto	Kg/cm2
w	Carga distribuida uniforme	Ton/m
db	Diámetro nominal de una varilla	mm
s	Espaciamiento centro a centro del refuerzo	cm
ℓn	Luz libre medida entre caras de los apoyos	cm
ℓo	Longitud medida desde la cara del nudo a lo largo del eje del miembro, dentro de la cual debe colocarse refuerzo transversal	cm

2.2.2 VARIABLES DEPENDIENTES

VARIABLE	INDICADORES	UNIDAD
d	Distancia de la fibra extrema en compresión al centro del refuerzo a tracción	cm
Mn	Momento resistente nominal de una sección	Ton·m
Mu	Momento factorizado causado por cargas mayoradas	Ton·m
ϕ	Factor de reducción de resistencia	-
Ast	Área total de refuerzo longitudinal no presforzado	mm^2
c	Distancia al eje neutro	cm
P_n	Resistencia nominal a carga axial de la sección transversal	Ton
P_{max}	Valor máximo de resistencia nominal a compresión	Ton
Pu	Fuerza axial mayorada	Ton
I	Momento de inercia de la sección respecto al eje centroidal	cm^4
Vn	Resistencia nominal a cortante	Ton
Vu	Fuerza de corte en dos direcciones mayorado	Ton
A_g	Área bruta de la sección de concreto.	cm^2

2.1 Método de Rigidez para el análisis estructural

Para el desarrollo del presente proyecto, es necesario emplear un método matricial que pueda ser automatizado. Por esta razón, se utilizará el Método de Rigidez, el cual permite realizar un análisis estructural eficiente y sistemático, facilitando su implementación en una rutina de programación. (Gere & Weaver, s/f).

En el método de la Rigidez se utiliza el principio de superposición y sus incógnitas, son los desplazamientos de los nudos de la estructura. En este método, se involucra acciones y desplazamientos de elementos con extremos empotrados. (Gere & Weaver, s/f).

El análisis de una estructura se resume en estos pasos (Gere & Weaver, s/f):

1. Enunciado del problema. El problema debe tener una descripción clara de la estructura con sus cargas.
2. Estructura fija. Es necesario calcular el número de grados de libertad de la estructura.
3. Análisis de la estructura fija sujeta a cargas. Todas las cargas se considera que son aplicadas en la estructura fija.
4. Análisis de la estructura fija para valores unitarios de los desplazamientos. Las acciones prioritarias deben corresponder a los desplazamientos desconocidos en los nodos (coeficientes de rigidez).
5. Determinación de desplazamientos. Se utiliza una ecuación de superposición para las acciones correspondientes a los desplazamientos en la estructura real.
6. Determinación de acciones de extremo y reacciones. Se utilizan vectores para calcular Reacciones y acciones de extremo, después de esto, el análisis finaliza

2.2 Método LRFD para el diseño estructural.

El método LRFD se fundamenta principalmente en dos etapas: inicialmente, en la aplicación de cargas factorizadas, también conocidas como cargas mayoradas, posteriormente, en el uso de factores de reducción de resistencia para el cálculo de las capacidades resistentes de los elementos estructurales (Mccormac & Brown, 2018).

Para la mayoración de cargas se emplean códigos y normativas que establecen combinaciones de carga, cuyos parámetros dependen principalmente de las condiciones del lugar donde se desarrollará la estructura. En el caso del Ecuador, las acciones más relevantes a considerar son la carga muerta, carga viva, carga de granizo, carga de viento y carga sísmica. Existen diversas combinaciones de carga que integran estas acciones y, para el diseño estructural, es recomendable evaluar todas las combinaciones establecidas por la normativa con el fin de obtener una envolvente de diseño (NEC CARGAS (NO SÍSMICAS), 2015).

3 ALGORITMO PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE PÓRTICOS PLANOS

3.1 Generación de marco plano con matriz de rigidez.

3.1.1 Datos de entrada para la generación de un marco plano

La rutina desarrollada estará orientada al análisis de pórticos planos con cualquier número de vanos y pisos, por lo que inicialmente será necesario definir la geometría general de la

estructura. En esta rutina se trabaja exclusivamente con vigas y columnas de sección cuadrada. Para ello, el usuario deberá ingresar los siguientes parámetros: número de vanos, número de pisos, longitud de columnas en metros, longitud de vigas en metros, sección cuadrada de las columnas en centímetros y sección cuadrada de las vigas en centímetros y el módulo de elasticidad del hormigón armado. A continuación, se presenta un ejemplo de la rutina para la definición de los parámetros de entrada en la Figura 3.1.1.1.

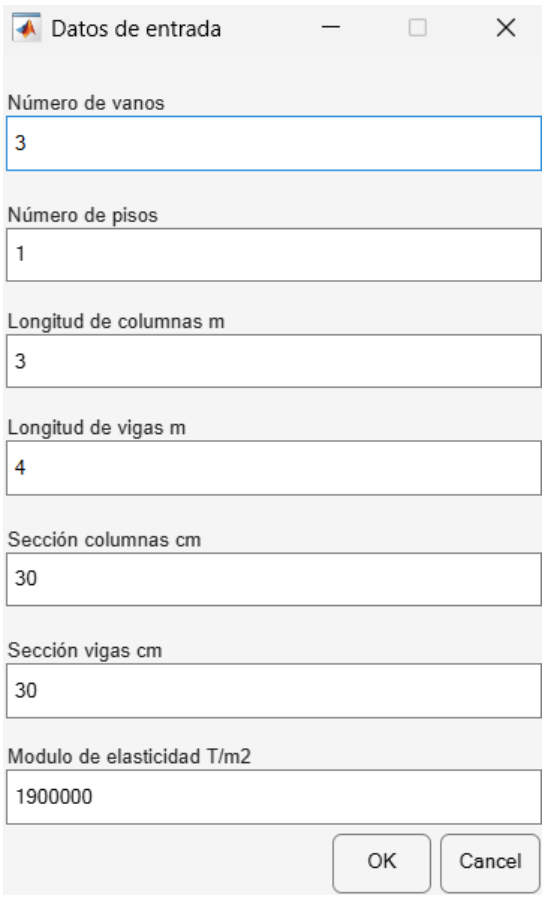


Figura 3.1.1.1 Datos de entrada para la generación de un pórtico plano

En este caso, se analiza un pórtico plano de un piso con tres vanos. La longitud de las columnas es de 3 m, mientras que la longitud de las vigas es de 4 m. Para iniciar el análisis estructural, se consideran columnas y vigas de sección cuadrada de 30 × 30 cm, junto con un módulo de elasticidad del hormigón armado de 1 900 000,00 T/m². La geometría del pórtico se presenta en la Figura 3.1.1.2

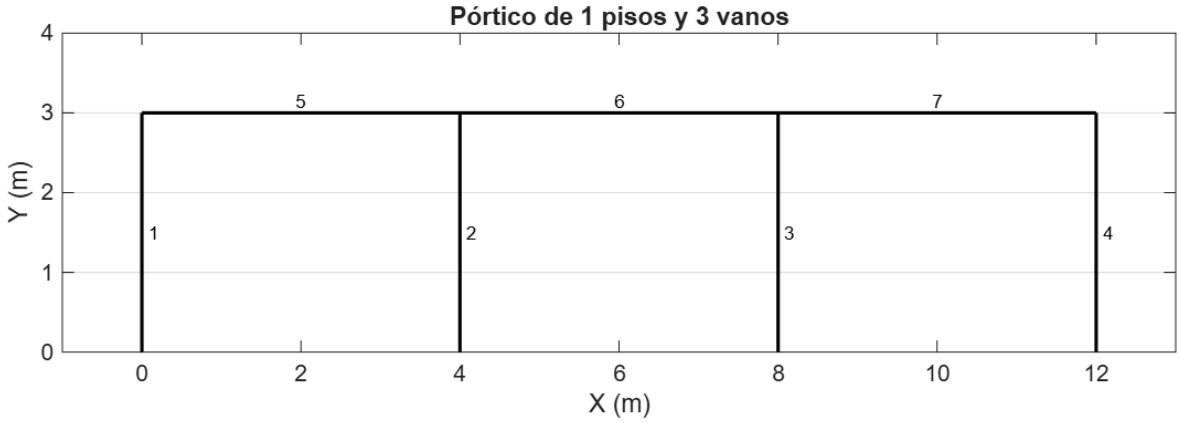


Figura 3.1.1.2 Pórtico plano generado con datos de entrada

Una vez definido los parámetros del pórtico a analizar, se prosigue con el cálculo de la matriz de rigidez de la estructura.

3.1.2 Matriz de rigidez de cada elemento en coordenadas locales.

Para calcular la matriz de rigidez global de la estructura mediante el análisis matricial, es necesario seguir una serie de etapas. Primero, se definen los grados de libertad de la estructura y las restricciones en los apoyos. Posteriormente, se construye la matriz de rigidez local de cada elemento. A continuación, las matrices son transformadas a coordenadas globales mediante el uso de la matriz de transformación (Gere & Weaver, 1982).

Una vez obtenidas las matrices de rigidez de los elementos en coordenadas globales, se definen los vectores de colocación de cada elemento, los cuales indican la posición que ocupa cada grado de libertad dentro de la matriz global. Finalmente, utilizando los vectores de colocación y las matrices de rigidez globales de cada elemento, se realiza el ensamblaje de la matriz de rigidez de la estructura (Falconí, 2004).

Para el ensamblaje de la matriz de rigidez de cada elemento en coordenadas locales, se utiliza una matriz con la estructura mostrada en la Figura 3.1.1.2 Debido a que cada elemento del pórtico plano posee seis grados de libertad, la matriz de rigidez local de cada elemento

corresponde a una matriz de 6 × 6, teniendo un total de 7 de estas matrices debido al número de elementos.

$$K_{\text{elemento}} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Figura 3.1.2.1 Matriz de Rigidez de cada elemento en coordenadas locales(Gere & Weaver, 1982)

3.1.3 Matriz de rigidez en coordenadas globales.

Para el ensamblaje de la matriz de rigidez en coordenadas globales, se utiliza la siguiente ecuación de la matriz de rigidez del elemento en coordenadas globales (Gere & Weaver, 1982).

$$[k_e]_G = [T]x\,[k_e]_L x\,[T]' \quad (1)$$

Donde:

$[k_e]_G$= matriz de rigidez del elemento en coordenadas globales

$[k_e]_L$= matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales

$[T]$= matriz de transformación

$[T]'$= matriz transpuesta de transformación

Donde la matriz de transformación se calcula de la siguiente manera

$$T_{\text{elemento}} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 3.1.3.1 Matriz de transformación(Falconí, 2004)

Donde α representa el ángulo de inclinación del elemento estructural. Para el pórtico plano mostrado en la Figura 3.1.1.2, las vigas presentan un ángulo de inclinación de 0°, mientras que las columnas presentan un ángulo de 90°. De la misma forma al procedimiento realizado para la matriz de rigidez de cada elemento en coordenadas locales, se construye la matriz de transformación correspondiente a cada elemento estructural.

Finalmente se utiliza la Ecuación (1) para calcular la matriz de rigidez en coordenadas globales de cada elemento.

3.1.4 Ensamblaje de la matriz de rigidez de la estructura.

Para realizar el ensamblaje de la matriz de rigidez de la estructura, es necesario definir los vectores de colocación de cada elemento en función de sus grados de libertad. Estos vectores permiten identificar la posición que ocupa cada grado de libertad del elemento dentro de la matriz de la estructura. De acuerdo con el pórtico mostrado en la Figura 3.1.1.2, se obtienen los vectores de colocación correspondientes a los siete elementos que conforman la estructura.

	Vectores_colocacion					
	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	-11	-10	-9
2	4	5	6	-8	-7	-6
3	7	8	9	-5	-4	-3
4	10	11	12	-2	-1	0
5	-11	-10	-9	-8	-7	-6
6	-8	-7	-6	-5	-4	-3
7	-5	-4	-3	-2	-1	0

Figura 3.1.4.1 Vectores de colocación de cada elemento

Con los vectores de colocación, se identifica la posición que ocupa cada grado de libertad, incluyendo las restricciones de apoyo, dentro de la matriz de rigidez global de la estructura. Este procedimiento se realiza para cada elemento estructural, sumando las contribuciones de rigidez correspondientes en cada coeficiente de la matriz. Así se obtiene la matriz de rigidez general de la estructura en coordenadas globales.

3.2 Aplicación de estados de carga en la estructura.

De acuerdo con la NEC Cargas (No Sísmicas), las estructuras deben analizarse utilizando cargas mayoradas. Sin embargo, la rutina solicita al usuario el ingreso de una carga distribuida sobre cualquier elemento estructural, expresada en toneladas por metro. Debido a ello, en lugar de ingresar cada solicitación de carga, el usuario debe proporcionar directamente la carga previamente mayorada conforme a las combinaciones de carga establecidas en la normativa.

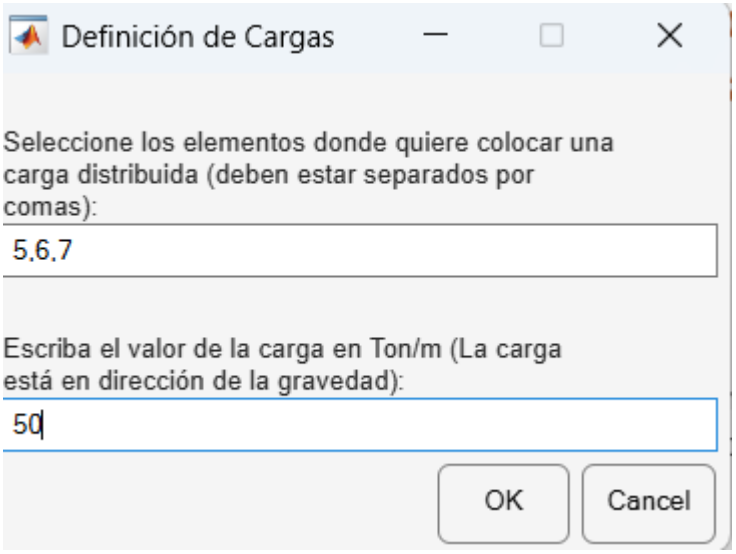


Figura 3.1.42.1 Definición de cargas en Toneladas por metro

Para calcular las acciones de los elementos correspondientes a los grados de libertad, se utiliza la siguiente ecuación

$$\{F_e\}_{GLOBALES} = [K_e]_{GLOBALES} x \{\{\Delta_e\}_{GDL}\}_{GLOBALES\ A\ \&\ B_{ELEMENTO}} + \{aep\}_{ELEMENTO_R} \quad (2)$$

Donde:

$\{F_e\}_{GLOBALES}$ = Vector de acciones de elemento correspondientes a los grados de libertad, para los nudos "A" & "B" [Coordenadas Globales]

$[K_e]_{GLOBALES}$ == Matriz de rigidez de elemento correspondientes a los grados de libertad, para los nudos "A" & "B" [Coordenadas Globales]

$\{\{\Delta_e\}_{GDL}\}_{GLOBALES\ A\ \&\ B_{ELEMENTO}}$= Vector de desplazamientos correspondientes a los grados de libertad escogidos del elemento {"A" & "B"}. [en coordenadas Globales].

$\{aep\}_{ELEMENTO_R}$ = Vector de acciones de empotramiento perfecto de cada elemento en coordenadas locales

La matriz de rigidez de cada elemento en coordenadas globales fue expresada en el punto 3.1.4 en el ensamblaje de la matriz de rigidez de la estructura

3.2.1 Vector de Cargas Nodales, correspondiente a las acciones de empotramiento perfecto de cada elemento debido a cargas de tramo. [Coordenadas Locales]. $\{aep\}_{ELEMENTO_R}$

El vector de acciones de empotramiento perfecto en coordenadas locales se calcula de la siguiente manera:

$$\{aep\}_{\text{elemento}_n} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{w \times L}{2} \\ \frac{w \times L^2}{12} \\ 0 \\ \frac{w \times L}{2} \\ -\frac{w \times L^2}{12} \end{bmatrix}_{\text{elemento}_n}$$

Figura 3.2.1.1 Vector de acciones de empotramiento perfecto en coordenadas locales

Donde:

$\{aep\}_{ELEMENTO_R}$ = Vector de Acciones de empotramiento perfecto, de cada elemento, en coordenadas locales

w = Carga uniformemente repartida de elemento.

L = Longitud de elemento.

Las acciones de empotramiento perfecto corresponden a cada grado de libertad de cada elemento, considerando la carga distribuida aplicada de 50 toneladas. Los resultados obtenidos se presentan de la siguiente forma:

	aep_L						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	100	100	100
3	0	0	0	0	66.6667	66.6667	66.6667
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	100	100	100
6	0	0	0	0	-66.6667	-66.6667	-66.6667

Figura 3.2.1.2 Acciones de empotramiento perfecto de los elementos correspondiente a sus grados de libertad

Debido a que las cargas distribuidas fueron aplicadas únicamente en las vigas, correspondientes a los elementos 5, 6 y 7, solo las columnas de dichos elementos presentan acciones no nulas, mientras que el resto de las columnas, correspondientes a las columnas de la estructura, permanecen en cero.

3.2.2 Vector de Desplazamientos de elemento

Se necesita el vector de desplazamientos de cada elemento en coordenadas globales, se calcula con la siguiente ecuación:

$$\{\Delta_{GDL}\}_G = [S_{GDL}]^{-1} \times \{P_{GDL} - aep_{GDL}\} \qquad (3)$$

Donde:

$\{\Delta_{GDL}\}_G$ = Vector de desplazamientos correspondientes a los GDL en coordenadas globales (no incluye restricciones de apoyo)

$[S_{GDL}]$ = Matriz de Rigidez de la Estructura, la Matriz de rigidez correspondiente únicamente a los GDL (sin restricciones de apoyo) detallado en el punto 3.1.4

$\{P_{GDL}\}$ = Vector de Cargas Nodales, correspondiente a los grados de libertad (no incluye restricciones de apoyo)

$\{aep_{GDL}\}$ = Vector de Cargas Nodales, correspondiente a las acciones de empotramiento perfecto de cada elemento debido a cargas de tramo, asignadas a los GDL (no incluye restricciones de apoyo)

El vector de cargas nodales es nulo en todas sus componentes, dado que en este pórtico no se aplican fuerzas externas puntuales ni momentos directamente sobre ninguno de los nodos de la estructura.

El este pórtico, el resultado de la ecuación es el siguiente:

	Delta_g
1	0.000655797094371417
2	-0.00159628283792628
3	-0.023622956872518
4	0.000192081918179344
5	-0.00366687505681056
6	0.00384951237954983
7	-0.000192081918179342
8	-0.00366687505681056
9	-0.00384951237954983
10	-0.000655797094371417
11	-0.00159628283792628
12	0.023622956872518

Figura 3.2.2.1 Vector correspondientes a los grados de libertad en coordenadas globales

Con esto, se tienen todos los elementos necesarios para aplicar la Ecuación (2), la cual permite obtener las acciones en cada elemento correspondientes a los grados de libertad de la estructura.

	Fe_G						
	1	2	3	4	5	6	7
1	19.8238237822112	-3.40081977787733	3.40081977787733	-19.8238237822112	19.8238237822111	16.4230040043338	19.8238237822112
2	90.9881217617979	209.011878238202	209.011878238202	90.9881217617979	90.9881217617979	100	109.011878238202
3	-19.6369216103154	3.45556312455844	-3.45556312455844	19.6369216103154	39.8345497363183	69.135166480053	75.8820626891265
4	-19.8238237822112	3.40081977787733	-3.40081977787733	19.8238237822112	-19.8238237822111	-16.4230040043338	-19.8238237822112
5	-90.9881217617979	-209.011878238202	-209.011878238202	-90.9881217617979	109.011878238202	100	90.9881217617979
6	-39.8345497363183	6.74689620907355	-6.74689620907355	39.8345497363183	-75.8820626891265	-69.135166480053	-39.8345497363183

Figura 3.2.2.2 Vector de acciones de elemento correspondiente a los grados de libertad en coordenadas globales

Finalmente, las acciones de cada elemento se transforman del sistema de coordenadas globales al local, aplicando la matriz de transformación inversa según la siguiente expresión:

$$\{F_{\text{ELEMENTO}}\}_{\text{LOCALES}} = [T_{\text{ELEMENTO}}]^{-1}\{F_{\text{ELEMENTO}}\}_{\text{GLOBALES}} \quad (3)$$

	Fe_L						
	1	2	3	4	5	6	7
1	90.9881217617979	209.011878238202	209.011878238202	90.9881217617979	19.8238237822111	16.4230040043338	19.8238237822112
2	-19.8238237822112	3.40081977787733	-3.40081977787733	19.8238237822112	90.9881217617979	100	109.011878238202
3	-19.6369216103154	3.45556312455844	-3.45556312455844	19.6369216103154	39.8345497363183	69.135166480053	75.8820626891265
4	-90.9881217617979	-209.011878238202	-209.011878238202	-90.9881217617979	-19.8238237822111	-16.4230040043338	-19.8238237822112
5	19.8238237822112	-3.40081977787733	3.40081977787733	-19.8238237822112	109.011878238202	100	90.9881217617979
6	-39.8345497363183	6.74689620907355	-6.74689620907355	39.8345497363183	-75.8820626891265	-69.135166480053	-39.8345497363183

Figura 3.2.2.3 Vector de acciones de elemento correspondientes a los grados de libertad en coordenadas locales

3.3 Estados de carga de los elementos (axial, corte y momento).

Con las acciones de cada elemento correspondientes a los grados de libertad en coordenadas locales, se reordena esta matriz para expresarlo en acciones de flexión, corte y axial

	Axial	Corte	Momento
1	90.9881217617979	-19.8238237822112	-19.6369216103154
2	-90.9881217617979	19.8238237822112	-39.8345497363183
3	209.011878238202	3.40081977787733	3.45556312455844
4	-209.011878238202	-3.40081977787733	6.74689620907355
5	209.011878238202	-3.40081977787733	-3.45556312455844
6	-209.011878238202	3.40081977787733	-6.74689620907355
7	90.9881217617979	19.8238237822112	19.6369216103154
8	-90.9881217617979	-19.8238237822112	39.8345497363183
9	19.8238237822111	90.9881217617979	39.8345497363183
10	-19.8238237822111	109.011878238202	-75.8820626891265
11	16.4230040043338	100	69.135166480053
12	-16.4230040043338	100	-69.135166480053
13	19.8238237822112	109.011878238202	75.8820626891265
14	-19.8238237822112	90.9881217617979	-39.8345497363183

Figura 3.2.21 Estados de carga de la estructura

Estos son los resultados finales del análisis del pórtico. A partir de las ecuaciones planteadas, la metodología permite resolver pórticos de cualquier número de vanos y pisos. Con los resultados obtenidos, se procede a construir los diagramas de fuerza axial, fuerza cortante y momento flector correspondientes a cada elemento de la estructura.

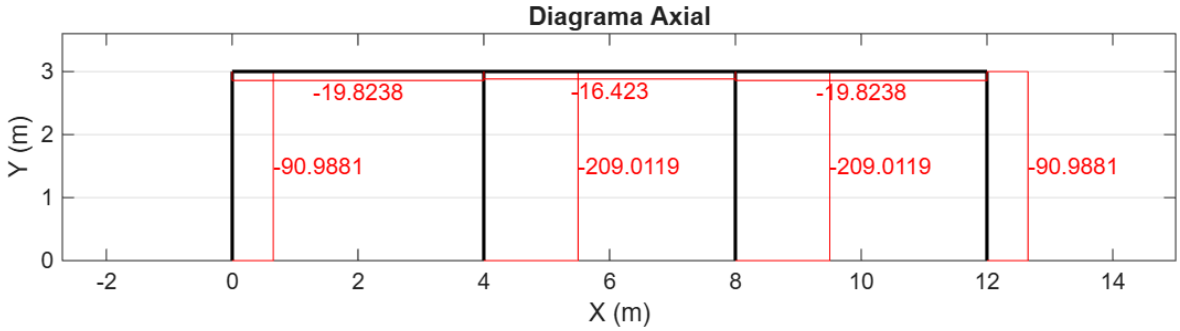


Figura 3.2.2 Diagrama axial de la estructura

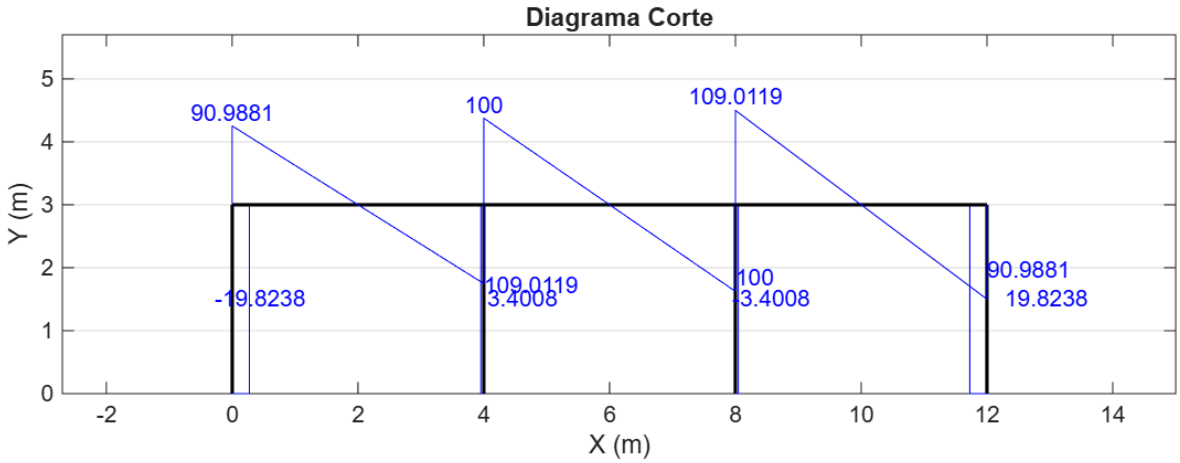


Figura 3.2.21 Diagrama de corte de la estructura

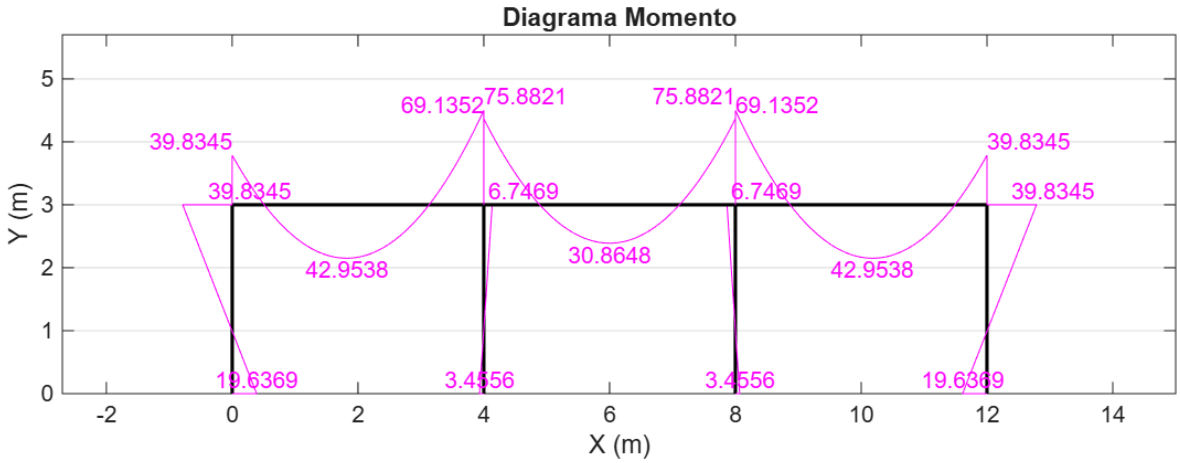


Figura 3.2.22 Diagrama de momento de la estructura

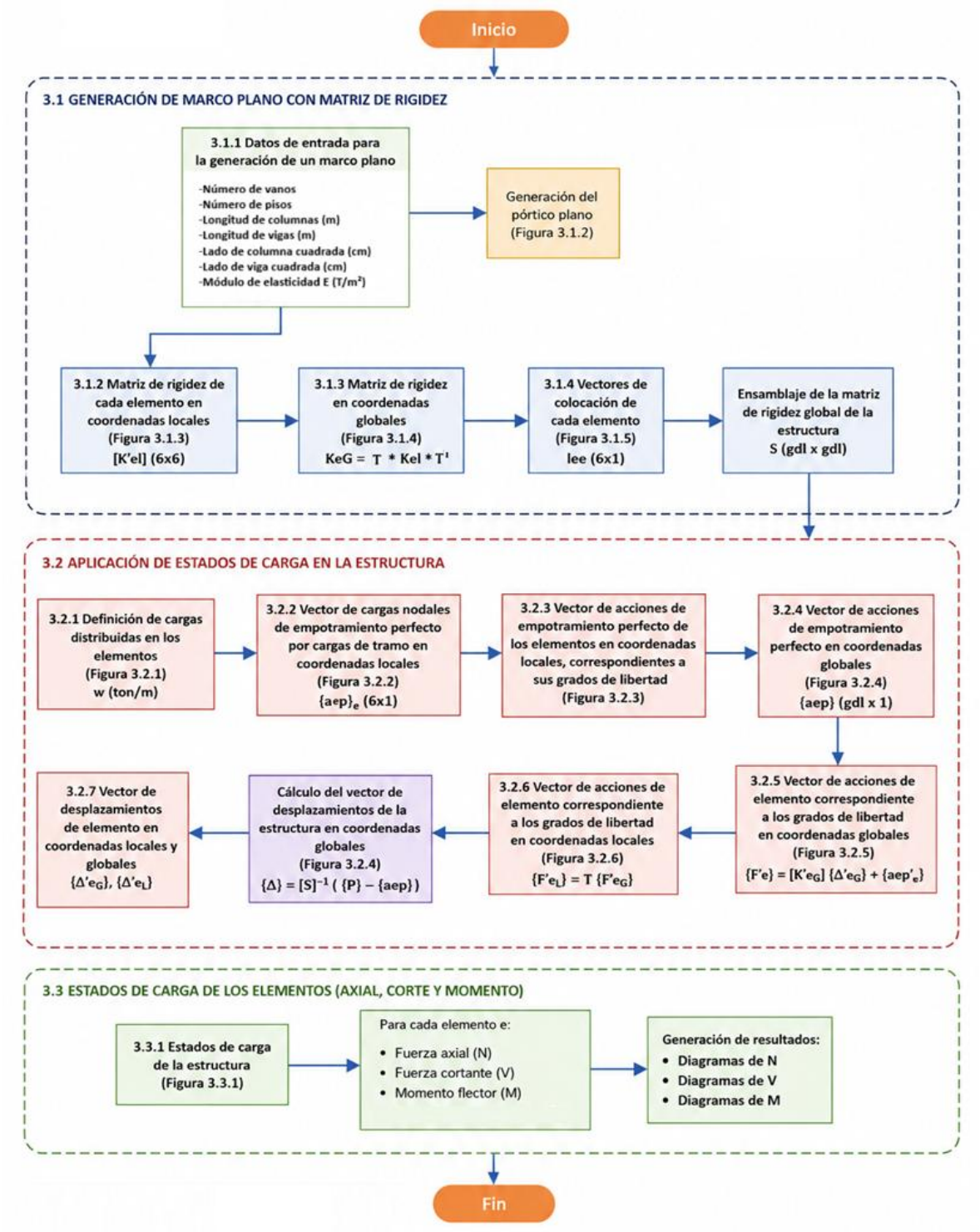


Figura 3.2.2.3.3 Análisis estructural con el método de la Rigidez

4 DISEÑO DE UNA COLUMNA DE HORMIGÓN ARMADO SELECCIONABLE POR EL USUARIO.

4.1 Consideraciones iniciales para el diseño de una columna.

La rutina de programación realiza el diseño de una columna seleccionada por el usuario, tomando como referencia la numeración de cada elemento mostrada en la Figura 3.1.1.2. En el ejemplo desarrollado, se selecciona el elemento 4, debido a que, al analizar el diagrama de momentos presentado en la Figura 3.3.4, se observa que dicho elemento presenta el mayor momento flector de la estructura, esto es de interés debido a que será la columna, con un valor de 39.83 Ton-m.

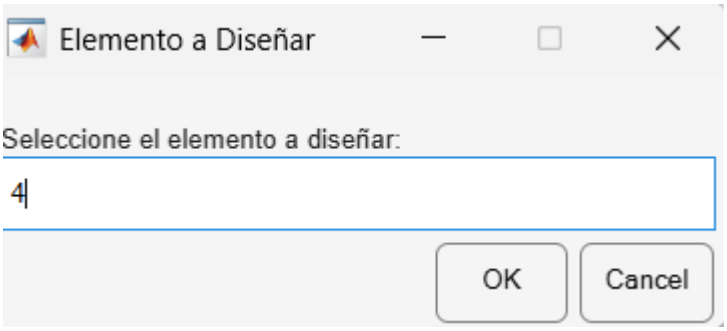


Figura 3.2.21 Selección de una columna

La selección se realiza principalmente en función del momento flector, ya que este genera esfuerzos de compresión y tensión dentro de la sección de la columna, donde en el elemento 4 se encuentra el momento más crítico para el diseño.

Según las Figuras 3.3.2, 3.3.3 y 3.3.4, las solicitaciones actuantes sobre la columna seleccionada son las siguientes: carga axial $Pu = 90.99\,Ton$, fuerza cortante $Vu = 19.82\,Ton$ y momento flector $Mu = 39.83\,Ton - m$.

Los datos que el usuario ingresa en este ejemplo para iniciar el diseño son: diámetro de varillas longitudinales de 22 mm, recubrimiento de hormigón de 4 cm por lado, diámetro de estribos de 1 cm, esfuerzo de fluencia $Fy = 4200\,kg/cm^2$, y resistencia del hormigón a la compresión $F'c = 210\,kg/cm^2$ los mismos que están presentados en la Figura 4.1.2. De acuerdo con los parámetros geométricos definidos en la Figura 3.1.1, la columna analizada posee una sección transversal inicial de 30 × 30 cm. A partir de esta sección y de los parámetros de diseño establecidos, la rutina ejecuta la primera iteración del proceso de diseño, con el objetivo de verificar el cumplimiento de los requisitos de resistencia

establecidos en el ACI 318-25. En caso de que la sección no satisfaga los criterios de diseño, la rutina incrementará progresivamente sus dimensiones 5 cm a cada lado, manteniendo la sección cuadrada, hasta alcanzar una capacidad resistente adecuada frente a las solicitaciones actuantes.

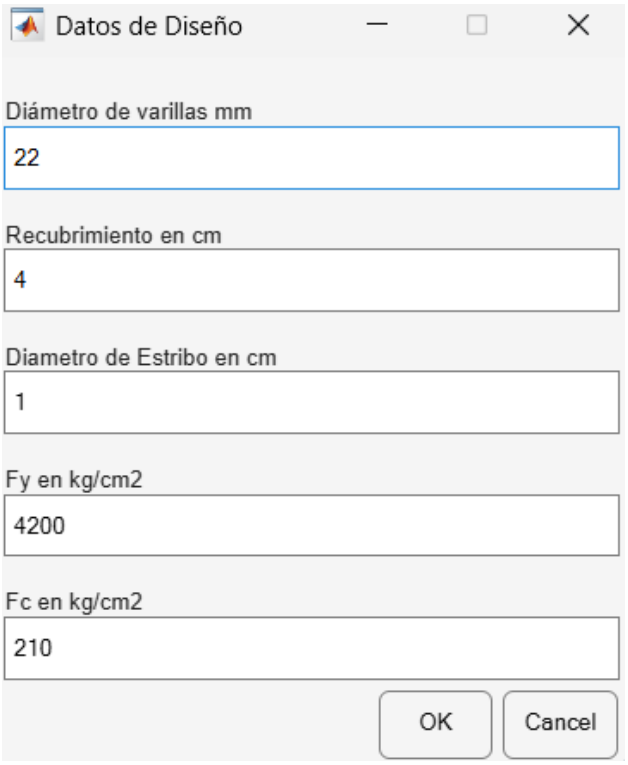


Figura 3.2.2 Datos de entrada para el diseño de una columna de un pórtico plano

El ACI 318-25 establece que, para garantizar que una columna resista adecuadamente las solicitaciones actuantes, deben cumplirse las siguientes verificaciones de resistencia:

$$\phi Pn \geq Pu$$

$$\phi Mn \geq Mu$$

$$\phi Vn \geq Vu$$

donde ϕ se encuentran establecidos en la Tabla 21.2.1 del ACI 318-25, dependiendo del tipo de solicitación analizada.

Acción	ϕ
Momento, carga axial o combinación de momento y carga axial	(0.65) a (0.90)
Cortante	(0.75)
Torsión	(0.75)

Tabla 4.1.1 factores de reducción de resistencia (ACI Committee., 2025)

Al inicio del proceso de diseño, el ACI 318-25, en su apartado 10.6.1.1, establece que el área de refuerzo longitudinal de una columna no debe ser menor al 1 % del área bruta de la sección transversal Ag. Por esta razón, la rutina calcula inicialmente una cuantía de acero superior, pero lo más cercana posible a dicho valor mínimo, con el fin de cumplir los requisitos normativos y optimizar el diseño.

En el presente ejemplo, la columna inicial posee una sección transversal de 30 × 30 cm, por lo que su área bruta es 900 cm2. Utilizando el diámetro de varilla de 22 mm definido en los datos de entrada, la rutina determina la cantidad mínima de barras necesaria para satisfacer el requisito de refuerzo longitudinal. Como resultado, se seleccionan cuatro varillas de 22 mm de diámetro, obteniéndose un área de acero longitudinal Ast de 15.20 cm2, equivalente a una cuantía de refuerzo del 1.69 %.

Dado que este valor es superior al mínimo exigido por el ACI 318-25, la sección cumple con los requisitos normativos de refuerzo longitudinal. A partir de esta configuración inicial de armado, se procede a generar el diagrama de interacción y a evaluar la capacidad resistente de la columna frente a las solicitaciones actuantes.

4.2 Diagrama de interacción.

Para determinar los valores de ϕPn y ϕMn, el ACI permite utilizar diagramas de interacción, los cuales representan la capacidad resistente de una columna a carga axial y momento. Para construir este diagrama, se asume una deformación unitaria máxima de compresión del hormigón igual a 0.003 en el borde de la columna (Mccormac & Brown, 2018).

Para calcular diferentes puntos del diagrama, se varía la carga axial aplicada a la columna generando una capacidad diferente a momento, obteniendo varios valores de Pn y Mn. Al unir estos puntos se forma la curva de interacción, la cual describe todas las cargas

axiales y de momento que la sección puede resistir. Finalmente, al aplicar ϕ, se obtiene el diagrama de diseño utilizado para verificar si las cargas actuantes (Pu y Mu) se encuentran dentro de la capacidad resistente de la columna (Mccormac & Brown, 2018).

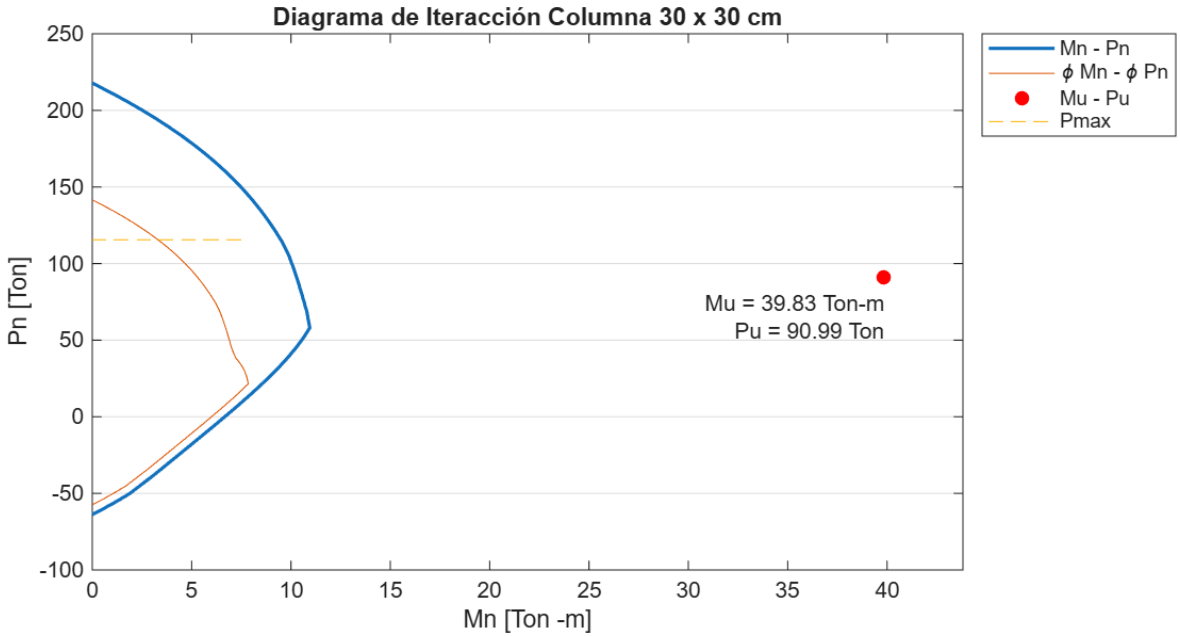


Figura 3.2.21 Diagrama de interacción de la columna 30 x 30

En este ejemplo, la columna de 30 × 30 cm con 4 varillas de 22 mm definida inicialmente no cumple con los requisitos de resistencia, ya que la combinación de carga axial y momento se encuentra fuera del diagrama de interacción. Por esta razón, la rutina desarrollada en MATLAB inicia un proceso iterativo en el cual las dimensiones de la sección transversal se incrementan en intervalos de 5 cm por lado, manteniendo siempre una geometría cuadrada y una cuantía de acero longitudinal lo más cercana posible al 1 % del área bruta de la sección, hasta encontrar una sección que satisfaga las condiciones de diseño establecidas por el ACI 318-25.

Como resultado de este procedimiento, se obtuvo una columna de 55 × 55 cm con 8 varillas de 22 mm cuya cuantía de acero es del 1%, tal como se muestra en la Figura 4.2.2. Una vez determinada la sección adecuada, se utilizan las intersecciones del punto de diseño con los ejes del diagrama de interacción para obtener las capacidades resistentes de la columna. De esta forma, se determina una resistencia nominal a flexión de $\phi Mn = 42.42$ Ton-m y una resistencia nominal a carga axial de $\phi Pn = 150.75\ Ton$.

Al comparar estos valores con las solicitaciones actuantes, Mu = 39.83 Ton-m y Pu = 90.99 Ton, se verifica que la capacidad resistente de la sección es superior a las demandas de diseño. En consecuencia, la columna de 55 × 55 cm cumple con los requisitos de resistencia y puede considerarse adecuada para las condiciones de carga analizadas.

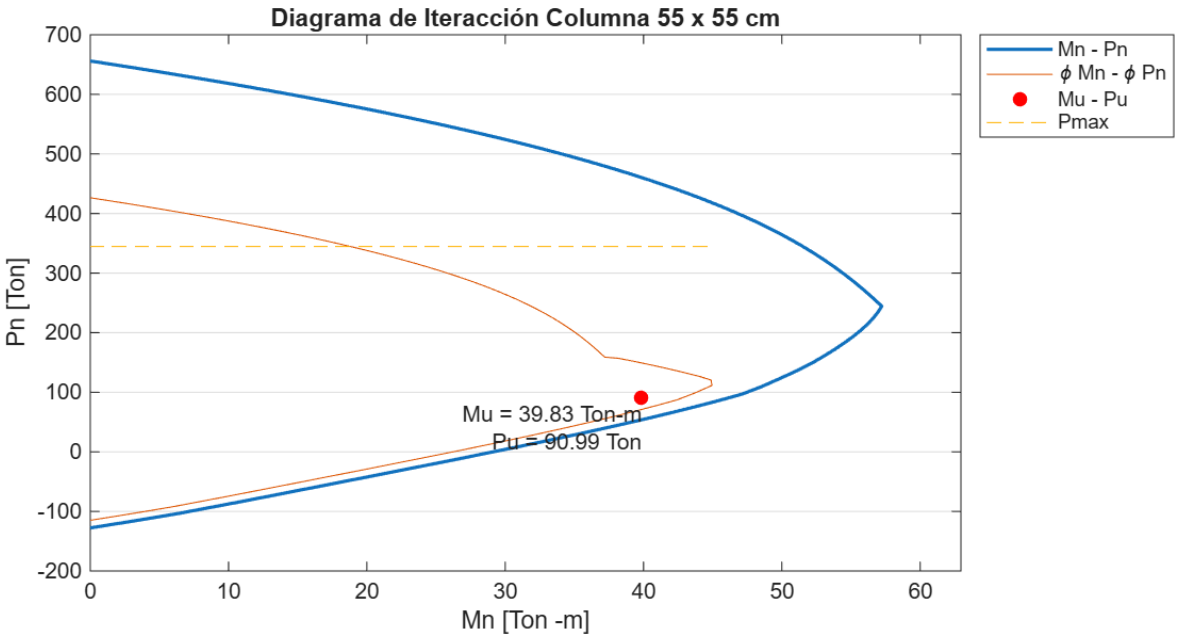


Figura 3.2.2 Diagrama de interacción de la columna 50 x 50 cm resultante de iteraciones

4.3 Capacidad resistente a corte

Una vez definida la geometría final de la columna, y tras verificar su capacidad frente a carga axial y momento flector, es necesario comprobar su resistencia al corte de acuerdo con las disposiciones establecidas en el ACI 318-25. Para ello, se emplea el criterio indicado en el apartado 22.5.1.1, el cual establece que la resistencia nominal a cortante de un elemento estructural está dada por la suma de la contribución del hormigón y la contribución del refuerzo transversal, según la siguiente ecuación:

$$\phi V_n = \phi(V_c + V_s) \tag{4}$$

Donde

V_n = resistencia nominal a cortante.

V_c= contribución del hormigón a la resistencia a cortante.

V_s= contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante.

Φ = factor de reducción de resistencia

4.3.1 Capacidad a cortante proporcionada por el concreto V_c

Para determinar V_c, es necesario considerar la disposición del refuerzo transversal y la presencia de ganchos suplementarios en la columna. De acuerdo con el apartado 25.7.2.3 del ACI 318-25, ninguna varilla longitudinal debe quedar sin soporte lateral a una distancia mayor de 150 mm. En el caso de la columna de 55 × 55 cm, la separación entre varillas longitudinales (h_x) es de 224 mm, por lo que se requiere colocar ganchos suplementarios en las varillas centrales para garantizar un adecuado confinamiento del refuerzo. Esta disposición se muestra en la Figura 5.1.2.

La resistencia a cortante aportada por el refuerzo transversal depende del número de ramas que atraviesan la posible superficie de falla. Estas ramas se cuentan por los estribos y los ganchos suplementarios utilizados para proporcionar confinamiento a las barras longitudinales.

En el caso de la columna analizada, cada dirección de la sección cuenta con tres ramas: dos correspondientes al estribo y una adicional proporcionada por el gancho suplementario, tal como se muestra en la Figura 5.1.2.

Conocido el número de ramas, es posible determinar el área de refuerzo transversal A_v utilizada en el cálculo de la resistencia a cortante. Esta área corresponde a la suma de las áreas de todas las ramas que actúan en la dirección analizada. Debido a que tanto los estribos como los ganchos suplementarios poseen un diámetro de 10 mm, el área de refuerzo transversal se obtiene multiplicando el área de una barra de 10 mm por el número de ramas efectivas. En este caso, al existir tres ramas, el área de refuerzo transversal se calcula como:

$$A_v = 3 \times \mathrm{A}_{\phi 10} \tag{5}$$

$$A_v = 3 \times 0.785 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 2.36 \text{ cm}^2$$

Debido a que el presente diseño considera una estructura sismorresistente, es necesario verificar los requisitos especiales de confinamiento establecidos en el Capítulo 18 del ACI 318-25. Para el diseño a cortante de columnas, el apartado 18.7.5.3 establece que el espaciamiento centro a centro del refuerzo transversal (s), dentro de la longitud de confinamiento especial, no debe exceder el menor de los siguientes valores:

- La cuarta parte de la dimensión menor de la columna

- Seis veces el diámetro de la varilla longitudinal para acero Grado 420.

-El valor obtenido mediante la siguiente expresión:

$$s = 10 + \frac{35 - hx}{3} \tag{6}$$

donde:

s= espaciamiento centro a centro del refuerzo transversal (mm).

h_x= espaciamiento máximo, medido centro a centro, entre barras longitudinales soportadas lateralmente por esquinas de ganchos suplementarios o ramas de estribos (mm).

Para la columna analizada, el espaciamiento entre barras longitudinales es h_x = 224 mm. Además, el ACI 318-25 establece que el espaciamiento calculado no debe ser mayor a 150 mm ni menor a 100 mm. Por lo tanto, el espaciamiento final de los estribos deberá satisfacer todos los parámetros anteriores.

El ACI en el apartado 10.6.2.2 nos dice que se debe determinar un área de refuerzo transversal mínimo $A_{v,min}$, el cual se calcula con las siguientes ecuaciones

$$A_{v,min} \geq 0.2\sqrt{f_c'}\ \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (7)$$

$$A_{v,min} \geq 3.5\ \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (8)$$

donde $A_{v,min}$ es el área mínima de refuerzo transversal requerida, f_c' es la resistencia a la compresión del hormigón, b_w es el ancho efectivo de la sección, s es el espaciamiento de los estribos y f_{yt} es el esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal, todos los parámetros necesarios para el cálculo han sido determinados previamente o definidos por el usuario en los datos de diseño.

De acuerdo con la Tabla 22.5.5.1 del ACI 318-25 para elementos no presforzados, la contribución del hormigón a la resistencia a cortante (V_c) depende de la cantidad de refuerzo transversal presente en la sección. Cuando el área de refuerzo transversal A_v es mayor o igual al área mínima requerida $A_{v,min}$, el valor de V_c puede determinarse mediante la siguiente ecuación

$$V_c = \left[2\lambda\sqrt{f_c'} + \frac{N_u}{6A_g}\right] b_w d \quad (9)$$

Por otro lado, cuando $A_v < A_{v,min}$, la contribución del hormigón a la resistencia a cortante se calcula mediante la expresión:

$$V_c = \left[8\lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3}\sqrt{f_c'} + \frac{N_u}{6A_g}\right] b_w d \quad (10)$$

donde $N_u$corresponde a la carga axial factorizada, considerada positiva para compresión y negativa para tracción; $A_g$es el área bruta de la sección transversal; $b_w$es el ancho efectivo de la sección; $d$es la altura efectiva; ρ_w es la cuantía de refuerzo longitudinal; y λ es 1 para concreto de peso normal según 19.2.4.3 y según 22.5.5.1.3 λ_s se expresa mediante la siguiente ecuación

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+\frac{d}{25.4}}} \leq 1 \quad (11)$$

4.3.2 Capacidad a cortante proporcionada por el refuerzo transversal V_s

De acuerdo con el apartado 22.5.8.5, la resistencia nominal a cortante proporcionada por el refuerzo transversal (V_s)debe determinarse mediante la siguiente expresión:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \qquad (12)$$

Esta ecuación debe evaluarse en ambos ejes principales de la columna. En el presente caso, debido a que la sección cuenta con tres ramas de refuerzo transversal en cada eje, el valor de $A_v$es el mismo en ambas direcciones.

De acuerdo con la Tabla 4.1.4, el factor de reducción de resistencia ϕ para cortante corresponde a 0.75. Por lo tanto, mediante la Ecuación (4), se calcula la resistencia de diseño a cortante ϕV_n para cada eje de la columna.

Si la resistencia de diseño a cortante no cumple con la condición establecida por el ACI 318-25, es decir, si $\phi V_n < V_u$, la sección transversal de la columna se considera insuficiente para resistir la fuerza cortante actuante. En este caso, la rutina desarrollada en MATLAB inicia nuevamente el proceso de diseño de manera automática, incrementando las dimensiones de la columna en intervalos de 5 cm por lado y manteniendo una geometría cuadrada.

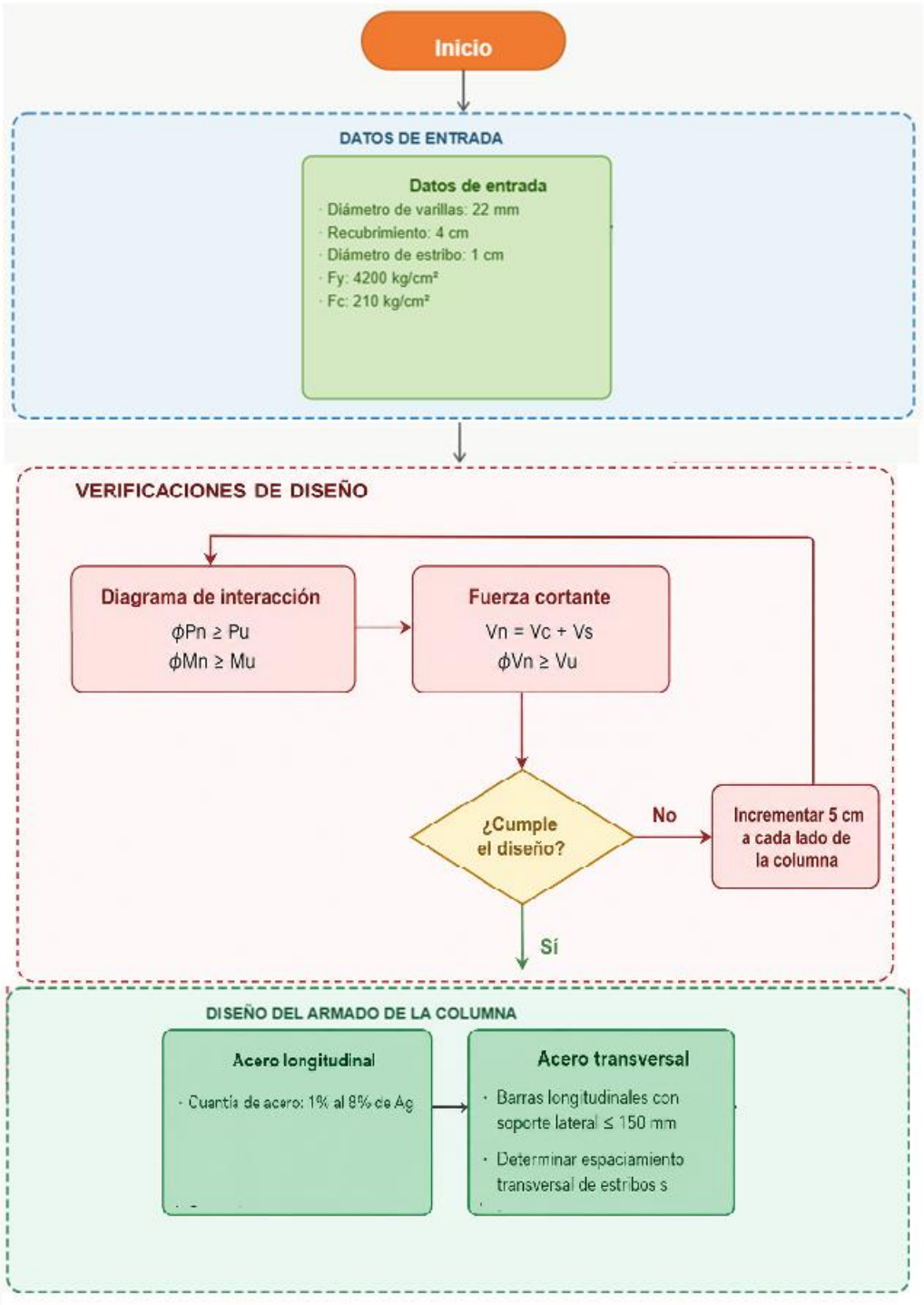


Figura 4.3.2.1 Flujograma diseño a flexión, axial y corte

5 PRESENTACIÓN GRÁFICA DEL ARMADO DE LA COLUMNA Y RESULTADOS.

5.1 Presentación de resultados gráficamente y tabulado.

Para representar la columna en su vista frontal, es necesario determinar la cantidad de estribos requeridos a lo largo de toda su altura. Para ello, se calcula tanto el número de estribos ubicados dentro de la longitud de confinamiento especial, medida desde la cara de la viga (l_o), como los estribos correspondientes a la zona central de la columna. De esta manera, se obtiene la distribución completa del refuerzo transversal necesaria para elaborar el detalle constructivo de la columna (ACI Committee., 2025).

Para determinar la longitud de confinamiento especial (l_o), se emplea el criterio establecido en el apartado 18.7.5.1 del ACI 318-25, el cual indica que l_o debe tomarse como el mayor de los siguientes valores: la mayor dimensión de la sección transversal de la columna, un sexto de la luz libre de la columna y 450 mm. Para el caso analizado, la mayor dimensión de la sección transversal es de 55 cm.

La distancia centro a centro de los estribos dentro de la longitud de confinamiento especial l_o fue determinada previamente en el apartado 4.3.1 de este documento. Para la zona central de la columna, se adopta un espaciamiento de 150 mm, conforme a lo establecido en el apartado 18.7.5.5 del ACI 318-25. A partir de estos espaciamientos, se calcula la cantidad de estribos requerida en cada tramo de la columna, permitiendo definir la distribución completa del refuerzo transversal, como se muestra en la Figura 5.1.1.

La sección transversal de la columna es representada en la Figura 5.1.2.

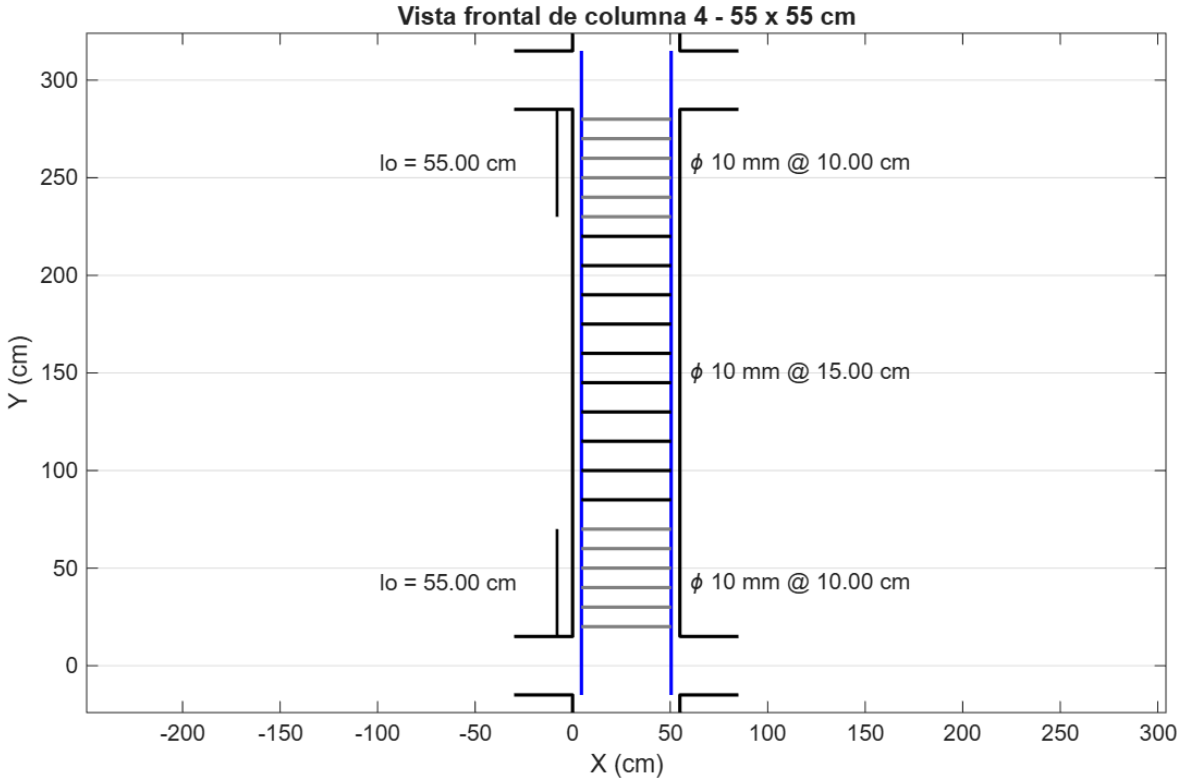


Figura 5.1.1 Vista frontal de la columna

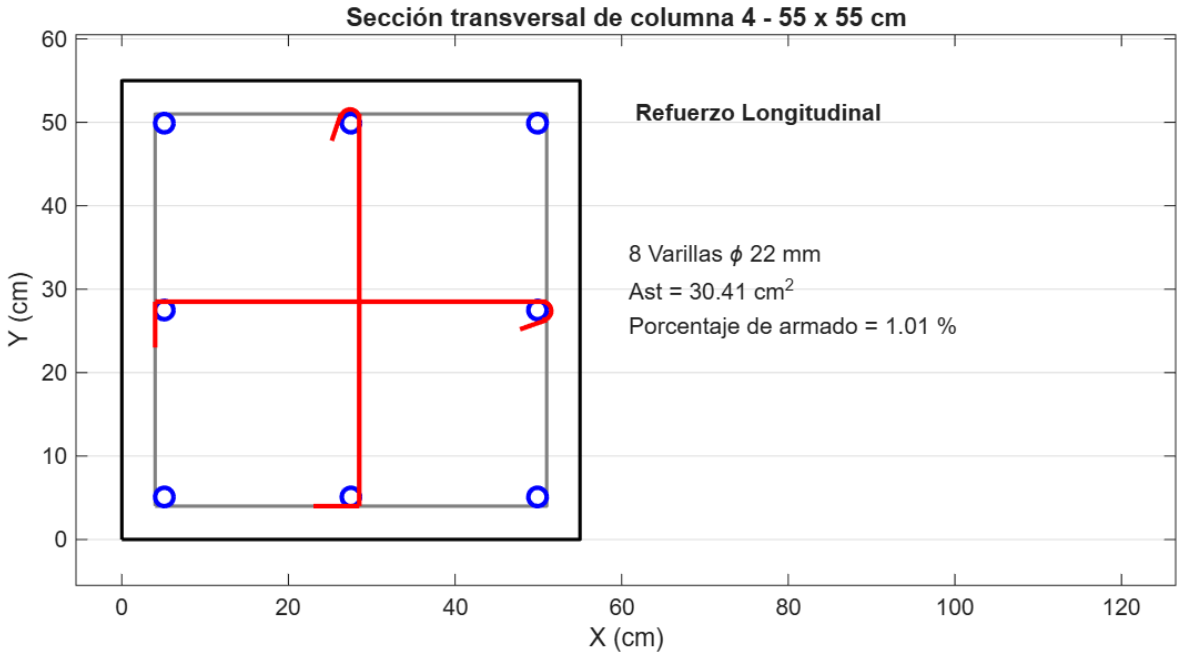


Figura 5.1.2 Sección transversal de la columna 55 x 55 con gancho suplementario

5.2Resumen tabulado de resultados.

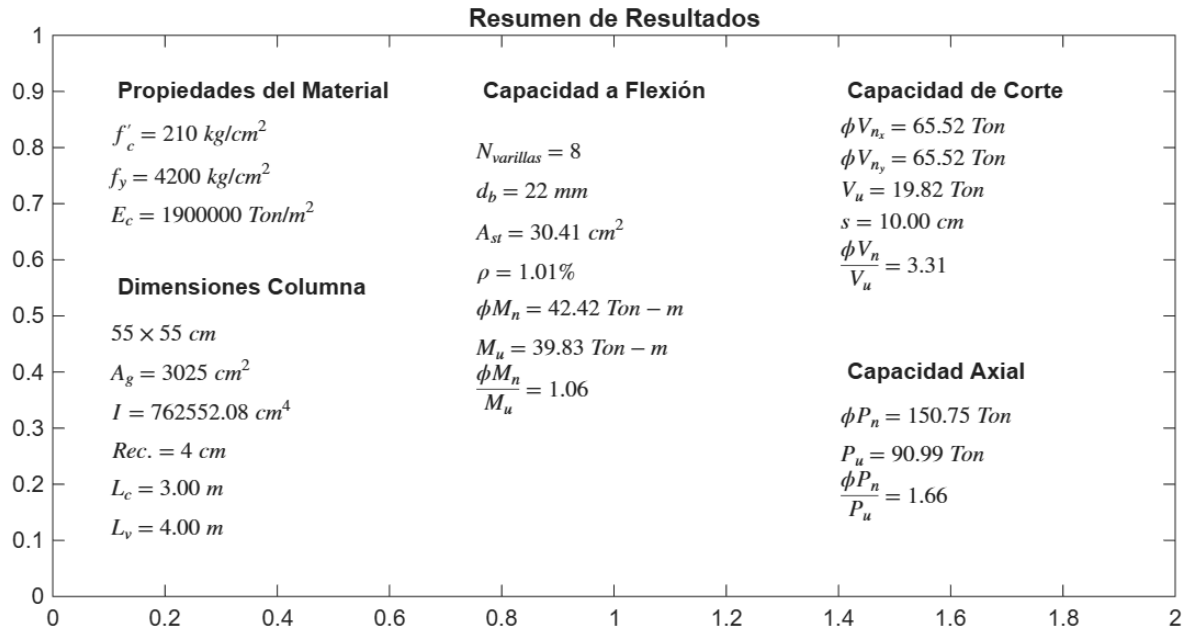


Figura 5.2.1 Resumen de resultados

5.3 Análisis de resultados.

Para cada una de estas capacidades, el programa muestra también la correspondiente solicitación factorizada, permitiendo verificar de forma directa que la resistencia de diseño sea superior a la demanda estructural. En el caso de la capacidad a flexión, se presenta además la cantidad de barras longitudinales requeridas y la cuantía de acero resultante. Para la columna analizada, se obtuvieron 8 varillas de 22 mm de diámetro, las cuales representan una cuantía del 1.01 % del área bruta de la sección (A_g). Debido a que este valor es muy cercano al mínimo exigido por el ACI 318-25, la solución obtenida corresponde a una distribución eficiente del refuerzo longitudinal. Al tratarse de un procedimiento automatizado, la rutina busca en cada iteración la configuración de acero que satisfaga los requisitos normativos utilizando la menor cuantía posible.

Respecto a la resistencia a cortante, el programa realiza la verificación en los dos ejes principales de la columna. En este ejemplo, debido a que la sección es cuadrada y la distribución del refuerzo es simétrica, las capacidades obtenidas son iguales en ambas direcciones. Sin embargo, la rutina presenta los resultados de cada eje de forma independiente, permitiendo evaluar casos en los que la distribución del refuerzo o las dimensiones de la sección generen capacidades diferentes en cada dirección.

Los resultados obtenidos muestran que la columna de 55 × 55 cm cumple satisfactoriamente los requisitos de resistencia establecidos por el ACI 318-25. La verificación a flexión constituye la condición más crítica del diseño, ya que presenta el menor margen de seguridad respecto a la solicitación actuante. En contraste, las verificaciones a carga axial y cortante presentan capacidades considerablemente superiores a las demandas de diseño.

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

6.1 Conclusiones.

- Se desarrolló una rutina de programación en MATLAB capaz de modelar pórticos planos con cualquier número de vanos y pisos definidos por el usuario. Mediante la implementación del método matricial de rigidez, el algoritmo permite generar la geometría de la estructura, aplicar estados de carga y obtener los diagramas de fuerza axial, fuerza cortante y momento flector, proporcionando una herramienta adecuada para el análisis estructural de pórticos planos.

- Se implementó un procedimiento automatizado para el diseño uniaxial de columnas de hormigón armado conforme a los requisitos del ACI 318-25. La rutina verifica la capacidad de la columna frente a carga axial, flexión y cortante, comparando las resistencias de diseño con las cargas actuantes. Cuando la sección no cumple con alguno de los criterios establecidos por el código, el algoritmo incrementa automáticamente las dimensiones de la columna en intervalos de 5 cm por lado y repite el proceso de diseño hasta obtener una solución estructural que satisfaga todas las verificaciones requeridas.

- La rutina desarrollada permite representar gráficamente el detalle de armado de la columna mediante una vista frontal y una vista de la sección transversal, mostrando la disposición del refuerzo longitudinal y transversal. Adicionalmente, genera un resumen de resultados que incluye las propiedades de los materiales, dimensiones finales de la sección, cuantía de acero, capacidades a flexión, carga axial y cortante, facilitando la interpretación y verificación de los resultados obtenidos.

6.2 Recomendaciones.

- La rutina desarrollada tiene un enfoque principalmente académico y está basada en los criterios de diseño establecidos en el ACI 318-25. Por esta razón, se recomienda revisar

periódicamente futuras actualizaciones de la normativa para determinar la necesidad de modificar o actualizar el algoritmo implementado.

- Los resultados obtenidos mediante esta herramienta deben considerarse como apoyo al proceso de análisis y prediseño estructural. La validación final de los resultados y la toma de decisiones de diseño deben quedar bajo la responsabilidad y criterio profesional del ingeniero estructural.

- Se recomienda seleccionar adecuadamente los parámetros iniciales de diseño, ya que estos influyen directamente en el proceso iterativo desarrollado por el algoritmo. Como ejemplo, el diámetro de las barras longitudinales permanece constante durante las iteraciones, mientras que la rutina ajusta automáticamente la cantidad de barras y las dimensiones de la columna para obtener una cuantía de acero cercana al 1%, mínimo exigido por él ACI.

7 BIBLIOGRAFÍA

ACI Committee. (2025). *Building code for structural concrete-code requirements and commentary (ACI Code-318-25)*. American Concrete Institute.

Falconí, R. A. (2004). *Análisis Matricial de Estructuras*.

Gere, J. M., & Weaver, W. (1982). Análisis de Estructuras Reticulares - James M. Gere. *Continental*.

Mccormac, J., & Brown, R. (2018). *Diseño de Concreto reforzado*.

NEC CARGAS (NO SÍSMICAS). (2015). *CARGAS (NO SÍSMICAS)*.