PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Trabajo de Titulación como requisito previo para la obtención del título de MAGÍSTER EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MENCIÓN MATEMÁTICA Y FÍSICA

APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS SOBRE EL CÁLCULO DIFERENCIAL: PROPUESTA PEDAGÓGICA DESDE EL ENFOQUE BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Autor: Jonathan Israel Portilla Morales

Director - Tutor: Mat. Andrés Esteban Merino Toapanta

Quito, 10 de abril de 2025

DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, JONATHAN ISRAEL PORTILLA MORALES, en calidad de autor del trabajo de graduación titulado "APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS SOBRE EL CÁLCULO DIFERENCIAL: PROPUESTA PEDAGÓGICA DESDE EL ENFOQUE BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS" previo a la obtención del grado académico de MAGÍSTER EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MENCIÓN MATEMÁTICA Y FÍSICA:

1. Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tiene la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, de conformidad con el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de graduación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2. Autorizo a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador a difundir a través de sitio web de la Biblioteca de la PUCE el referido trabajo de graduación, respetando las políticas de propiedad intelectual de Universidad.

Quito, 10 de abril de 2025.

Jonathan Israel Portilla Morales
Time Stamping Security Data

Jonathan Israel Portilla Morales
C.C.: 100297426-7
Telf.: 098 806 1835
Correo: jiportilla@puce.edu.ec

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Director - Tutor del Trabajo de Posgrado Titulado: "APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS SOBRE EL CÁLCULO DIFERENCIAL: PROPUESTA PEDAGÓGICA DESDE EL ENFOQUE BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS", presentado por el maestrante JONATHAN ISRAEL PORTILLA MORALES, titular de la Cédula de Identidad N° 100297426-7, para optar al Grado de MAGÍSTER EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MENCIÓN MATEMÁTICA Y FÍSICA, considero que dicho Trabajo de Investigación reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la evaluación por parte de los Lectores – Evaluadores que se designen para tal fin por parte de las autoridades de la Facultad de Ciencias de la Educación.

En la ciudad de Quito, a los 10 días del mes de abril de 2025.

Andrés Merino

Firmado digitalmente por
ANDRES ESTEBAN
MERINO TOAPANTA
Fecha: 2025.05.28
10:43:40 -05'00'

Mat. Andrés Esteban Merino Toapanta
C.C. 171550457-5
aemerinot@puce.edu.ec

NOTA: Se comunica que en el servicio de análisis Turnitin, el referido trabajo de titulación alcanzó el siguiente resultado: 4 % índice de similitud con otras fuentes.

INFORME DE TURNITIN

Proyecto Titulación v01 - Jonathan Portilla

ORIGINALITY REPORT

4%	6%	3%	4%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	www.dspace.uce.edu.ec Internet Source	2%
2	Submitted to Pontificia Universidad Catolica del Ecuador - PUCE Student Paper	1%
3	ciencialatina.org Internet Source	1%
4	www.investigo.biblioteca.uvigo.es Internet Source	1%

Exclude quotes	On	Exclude matches	< 1%
Exclude bibliography	On		

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD

Yo, Jonathan Israel Portilla Morales, titular de la Cédula de Identidad N° 100297426-7, declaro que los resultados obtenidos en la investigación, como requisito previo para lo obtención del Grado Académico de Magíster en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con Mención Matemática y Física son absolutamente originales, auténticos y personales.

En tal virtud, declaro que el contenido, las conclusiones y los efectos legales y académicos, que se desprenden del trabajo de investigación, y luego de la redacción de este documento, son y serán de mi sola y exclusiva responsabilidad legal y académica.

En la ciudad de Quito, a los 10 días del mes de abril de 2025.

Jonathan Israel
Portilla Morales
Time Stamping
Security Data

Jonathan Israel Portilla Morales
C.C.: 100297426-7
Telf.: 098 806 1835
Correo: jiportilla@puce.edu.ec

DEDICATORIA

A mi madre, a mi hermano, a mi hermana y toda mi familia por apoyarme incondicionalmente en toda esta trayectoria.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, a Dios por darme la fortaleza y sabiduría para seguir adelante, a mi tutor Mat. Andrés Esteban Merino Toapanta por su apoyo y paciencia durante el desarrollo de este trabajo; a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador y su personal docente por todas las clases impartidas, las cuales me han ayudado a mejorar en mi rol como docente. Finalmente, agradecer a la Facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador por confiar en mí durante el desarrollo de la propuesta.

Índice general

Índice de tablas

Índice de figuras

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES
MENCIÓN MATEMÁTICA Y FÍSICA

APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS SOBRE EL CÁLCULO DIFERENCIAL: PROPUESTA PEDAGÓGICA DESDE EL ENFOQUE BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Autor: Jonathan Israel Portilla Morales

Director-Tutor: Andrés Esteban Merino Toapanta

Fecha: 10 de abril de 2025

RESUMEN

En vista del bajo desempeño mostrado por los estudiantes en el aprendizaje del Cálculo Diferencial, se plantea el diseño de una propuesta pedagógica basada en la resolución de problemas, orientada a los alumnos de primer semestre de la Facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador. La investigación adoptada es de tipo proyectivo, con un diseño de campo, y considera una muestra de 72 estudiantes, seleccionados de una población total de 119. Se utilizaron como técnicas la encuesta y el análisis estadístico descriptivo. El cuestionario consta de 7 ítems que permiten interpretar y analizar la información recopilada. Los resultados evidencian un notable interés por parte de docentes y estudiantes en la implementación de esta propuesta, ya que el Aprendizaje Basado en Problemas ofrece una alternativa dinámica frente a los métodos tradicionales, contribuyendo a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial.

Palabras clave: Aprendizaje Basado en Problemas, Cálculo Diferencial.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES
MENCIÓN MATEMÁTICA Y FÍSICA

LEARNING MATHEMATICS ON DIFFERENTIAL CALCULUS: PEDAGOGICAL PROPOSAL FROM THE PROBLEM-SOLVING APPROACH

Author: Jonathan Israel Portilla Morales

Director-Tutor: Andrés Esteban Merino Toapanta

Date: April 10, 2025

ABSTRACT

In view of the low performance demonstrated by students in learning Differential Calculus, a pedagogical proposal is being developed based on problem-solving, aimed at first-semester students of the Faculty of Experimental Sciences, Mathematics, and Physics at the Central University of Ecuador. The research is classified as projective, employing a field design, and involves a sample of 72 students selected from a total population of 119. The techniques used include surveys and descriptive statistical analysis. The questionnaire consists of 7 items, which allow for the interpretation and analysis of the collected information. The results show a strong interest from both teachers and students in implementing this proposal, as Problem-Based Learning offers a dynamic alternative to traditional methods, contributing to the improvement of the teaching and learning process in Differential Calculus.

Keywords: Differential Calculus, Problem-Based Learning.

Introducción

En los últimos cuatro años, la educación en el Ecuador ha experimentado un gran declive, esto debido al cambio abrupto que hemos experimentado tanto docentes como estudiantes por parte de la pandemia del COVID-19, así como por el continuo uso de métodos anticuados de enseñanza y aprendizaje. Ahora, con respecto a la asignatura de matemáticas, el tema de Cálculo Diferencial se muestra como uno de los temas más complicados dentro de los estudiantes de primer y segundo semestre, provocando ansiedad y frustración al momento de obtener notas bajas en exámenes, pruebas y evaluaciones, ya que no logran comprender e implementar las bases teóricas referentes a esta rama de las matemáticas.

El propósito de este trabajo es elaborar e implementar una propuesta pedagógica desde el enfoque basado en la resolución de problemas en los métodos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas, particularmente en el Cálculo Diferencial, para los estudiantes de primer semestre y docentes que imparten la asignatura de cálculo diferencial en la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador. Con el fin de que el docente pueda administrar, crear y evaluar los procesos que involucren la formulación y resolución de problemas matemáticos contextualizados mediante el uso de herramientas digitales como complemento para facilitar el aprendizaje y comprensión del Cálculo Diferencial por parte de los estudiantes.

Por lo tanto, este estudio se estructura en cinco capítulos que se detallarán a continuación:

El Capítulo 1 (Planteamiento del problema) está compuesto por la formulación del problema en la que se especifica la dificultad que surge con el aprendizaje de las matemáticas sobre el Cálculo Diferencial, los objetivos de la investigación (general y específicos), y, finalmente, la justificación de la investigación.

El Capítulo 2 (Fundamentación teórica) presenta los antecedentes de la investigación y bases teóricas. En esta última se presentan: Fundamentos del Cálculo Diferencial (historia y desarrollo, conceptos básicos y definiciones); Didáctica del Cálculo Diferencial (obstáculos conceptuales y problemas de abstracción, errores comunes de los estudiantes); Resolución de Problemas en Matemáticas (heurística, metacognición y el modelo de Pólya, estrategias de resolución); Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) (fundamentos teóricos del ABP, rol del docente y de los estudiantes, fases de implementación, evaluación en el ABP); Bases legales.

El Capítulo 3 (Metodología de la investigación) muestra el tipo de investigación, el diseño de investigación, sus unidades de estudio, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, la técnica de análisis de datos y la operacionalización de las variables.

El Capítulo 4 (Presentación y análisis de datos) presenta los datos obtenidos a través de la encuesta realizada a los estudiantes de nivelación, primer y segundo semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador, así como su respectivo análisis e interpretación de los resultados.

El Capítulo 5 (Presentación de la propuesta) presenta el nombre de la propuesta, su justificación, la descripción de los destinatarios, sus objetivos (general y específicos), funcionamiento y la propuesta pedagógica.

Finalmente, también se encuentran las conclusiones y recomendaciones, fuentes bibliográficas y los anexos; en este último encontraremos un enlace que lleva a la encuesta realizada a los estudiantes de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

1. Planteamiento del problema

1.1. Formulación del problema

Al vivir en un mundo matematizado, el saber matemáticas resulta ser muy necesario para poder comprender e interpretar muchos problemas referentes a estas, y de igual manera poder resolverlos con fluidez y eficacia (G. M. F. López et al., 2023), al empezar el bachillerato, resulta ser de suma importancia, debido a que los estudiantes se enfrentan a nuevas asignaturas, las cuales presentan problemas y aplicaciones de las matemáticas, aumentando gradualmente su dificultad conforme van avanzando en cada uno de sus tres años de bachillerato (Cumbicos et al., 2023). Una solución a esto es que los estudiantes se enfrenten a la tarea de comprender, formular y elaborar modelos matemáticos con el fin de encontrar una solución al problema o los problemas planteados sin importar el nivel de complejidad (Ministerio de Educación, s/f). Por ende, los docentes deben aplicar distintas estrategias didácticas, las cuales ayuden a responder todas las necesidades, dudas e inquietudes que puedan presentar los estudiantes durante la clase y de esta manera incentivar el interés por las matemáticas (Cartuche Sanmartin et al., 2024). En Latinoamérica, gran parte de las instituciones educativas aplican la metodología de aprendizaje basado en problemas, la cual permite al estudiante desarrollar las habilidades necesarias para poder plantear y elaborar distintos modelos matemáticos para dar una solución a distintos problemas planteados (Pérez Chávez, 2022). Sin embargo, un hecho destacable de los países colonizados por España afirma que estos tienden a tener un conocimiento matemático muy limitado debido a que estos formulan preguntas cuya única respuesta está dada por el texto mismo, por lo que los estudiantes deben reproducir la respuesta o solución de un modo literalmente idéntico (Gonzalez, 2018). A su vez, la falta de visión a largo plazo y los constantes cambios presentes en los programas de educación, ya sea por la burocracia del Estado o por cambio de gobierno, hacen que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea constantemente obstaculizado (Cumbicos et al., 2023).

Según Rojas Taño y Rodríguez Sosa (2021) se han identificado algunas limitaciones al momento de aplicar el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA) del Cálculo Diferencial e Integral. Para empezar, los estudiantes no presentan interés en aprender los temas y aplicaciones que tiene el cálculo diferencial en temas de la vida cotidiana y en su propia carrera, lo cual conlleva la falta de apreciación e importancia que estos temas tienen en su formación profesional. Por ende, los estudiantes tienden a no comprender los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral, sus reglas e interpretaciones. A su vez, los estudiantes no son capaces de aplicar funciones cuadráticas, racionales, exponenciales, trigonométricas, logarítmicas y polinomiales de grado 3 o 4 (INEVAL, 2023), dando como consecuencia la incapacidad de aplicar la derivación en las funciones anteriormente mencionadas, las cuales son cruciales al aplicarlas en conceptos, teoremas, fundamentos y problemas referentes a sus carreras. Según el informe nacional de resultados Ser Estudiante Nivel de Bachillerato realizado por INEVAL (2023) se puede apreciar que en el año lectivo 2022-2023, el 24.3 % de los estudiantes de nivel de Bachillerato alcanzaron el nivel de satisfactorio, mientras que el 75.7 % alcanzaron el nivel elemental. A su vez, se puede ver que en el año lectivo 2022-2023 el porcentaje de alumnos que alcanzaron el nivel elemental es de un 75.7 %, lo que significa un aumento del 2.3 % en comparación al año lectivo 2021-2022 (73.4 %). Sin embargo, en lo que refiere al nivel satisfactorio, este porcentaje disminuyó de 26.3 % en el año lectivo 2021-2022 a 24.3 % en el año lectivo 2022-2023. También, en el año lectivo 2022-2023, el 47.1 % de los estudiantes del nivel de Bachillerato necesitan refuerzo para aplicar funciones cuadráticas, racionales, exponenciales, trigonométricas, logarítmicas y polinomiales de grado 3 o 4, el 45 % presentan un desempeño elemental, el 7.7 % tienen un desempeño intermedio y solo el 0.2 % presenta un desempeño avanzado. Finalmente, en el año lectivo 2022-2023, el 74.3 % de estudiantes del nivel de Bachillerato necesitan refuerzo para encontrar la derivada e integral de una función polinomial de grado 4 o racional, el 24.2 % presenta un desempeño elemental, el 1.4 % un desempeño intermedio y tan solo el 0.1 % presenta un desempeño avanzado.

Basándose en todo lo expuesto anteriormente, se puede ver que los estudiantes que han terminado el colegio llegan o empiezan su carrera universitaria con un bajo nivel de conocimientos matemáticos, haciendo que su desempeño académico en la asignatura de Cálculo Diferencial sea muy bajo. De toda esta problemática surgen tres interrogantes (preguntas):

Pregunta 1 ¿Cómo estaría diseñada una propuesta pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas sobre Cálculo Diferencial desde el enfoque basado en la resolución de problemas dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador?

Pregunta 2 ¿Cuál es la situación actual referida al aprendizaje sobre Cálculo Diferencial que evidencian los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador?

Pregunta 3 ¿Cuáles son las estrategias didácticas empleadas por los docentes en el área de matemática con los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador?

1.2. Objetivos de la investigación

1.2.1. Objetivo General

Diseñar una propuesta pedagógica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en el Cálculo Diferencial desde el enfoque basado en la resolución de problemas, dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

1.2.2. Objetivos Específicos

1. Diagnosticar la situación actual referida al aprendizaje sobre el Cálculo Diferencial que evidencian los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

2. Describir las estrategias didácticas que emplean los docentes en el aprendizaje del Cálculo Diferencial con los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

3. Plantear los componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para forta-

lecer el aprendizaje sobre el Cálculo Diferencial desde el enfoque basado en la resolución de problemas dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

1.3. Justificación de la investigación

El aprendizaje del Cálculo Diferencial ha tomado gran relevancia debido a su relación con diversas áreas de estudio tales como la física, ya que como menciona Ayala Vásquez (2022) actualmente se exige trabajar de manera interdisciplinaria y así desarrollar un aprendizaje significativo, por lo que se propone el desarrollo y resolución de problemas relacionados con el área de especialización de los estudiantes. A su vez, Vásquez Astudillo (2021) indica que las derivadas brindan a los estudiantes y expertos, información precisa porque se pueden interpretar de diversas maneras y tienen la capacidad de proporcionar más información sobre nuestra propia existencia. Además, sin el uso de las derivadas no se podrían aplicar cosas que actualmente consideramos habituales como, por ejemplo, el vuelo de un avión, el movimiento de un automóvil, la construcción de un edificio u otras aplicaciones.

El presente estudio cumple con la necesidad del aprendizaje de las matemáticas sobre el Cálculo Diferencial, dado que en el Informe Nacional Ser Estudiante-Nivel de Bachillerato. Año Lectivo 2022-2023 realizado por INEVAL (2023) muestra que el 74.3 % de los estudiantes de Bachillerato no alcanzan los aprendizajes requeridos para encontrar la derivada e integral de funciones polinomiales de grado 4 o racional, el 24.2 % está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos para encontrar la derivada e integral de las funciones mencionadas anteriormente, el 1.4 % alcanza los aprendizajes requeridos, y el 0.1 % domina los aprendizajes requeridos. A su vez, muestra que el 47.1 % de los estudiantes del nivel de Bachillerato no pueden aplicar funciones cuadráticas, racionales, exponenciales, trigonométricas, logarítmicas y polinomiales de grado 3 o 4, el 45 % está próximo a poder aplicar las funciones anteriores, el 7.7 % alcanzan a aplicarlas y el 0.2 % tiene un dominio en la aplicación de dichas funciones.

Para la presente investigación se toma como población de estudio a los estudiantes de nivelación, primer y segundo semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador, debido al bajo nivel matemático con el que han estado llegando últimamente los estudiantes, por lo que resulta de sumo interés por parte de la institución el saber el nivel de desempeño que tienen sus estudiantes en esta área de estudio, dado que actualmente el Instituto Nacional de Evaluación Educativa estima que al terminar su carrera universitaria los estudiantes deberían ser capaces de aplicar la derivación, así como la aplicación de las funciones referentes al Cálculo Diferencial. Por ende, se propone una solución pedagógica con un enfoque basado en la resolución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas sobre el Cálculo Diferencial para los futuros estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

La motivación principal de realizar este estudio se da ante el bajo rendimiento de los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador en el aprendizaje de las matemáticas sobre el Cálculo Diferencial y el desinterés que estos presentan para aprender los temas y aplicaciones que tiene el Cálculo Diferencial en temas de su vida cotidiana, así como en su futura vida profesional. Esto debido al alto nivel matemático que actualmente exigen las instituciones de educación superior del Ecuador a los estudiantes que quieren estudiar alguna ingeniería, ya sea civil, en sistemas, industrial, química, nanotecnología, polímeros, mecatrónica, biomedicina, entre otros, así como para los estudiantes que quieran seguir alguna ciencia exacta, ya sea física, matemática o química. Por esta razón, la propuesta pedagógica desde el enfoque basado en la resolución de problemas llega a ser una solución llamativa para los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

2. Fundamentación Teórica

2.1. Antecedentes de la Investigación

Para empezar, se tiene el artículo de Segura (2024) titulado: “El aprendizaje y la enseñanza del cálculo diferencial: perspectivas desde las teorías APOE y Ontoseomiótica”, el cual tiene como objetivo “revisar sistemáticamente la literatura existente sobre el pensamiento variacional, el Enfoque Ontosemiótico y las teorías APOE en el contexto del Cálculo Diferencial, siguiendo la metodología PRISMA” (p. 5952). En cuanto a la metodología PRISMA, esta garantiza una recopilación estructurada y exhaustiva de estudios que estén relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial. Ahora, en relación a los estudios y su correspondiente selección, esta se realizó en dos etapas: en primer lugar, se realizó un filtro de estudios potencialmente elegibles, identificando sus resúmenes para luego revisar por completo los textos y confirmar su elegibilidad. En caso de que exista alguna discrepancia al seleccionar algún título, se convocaba a un tercer revisor. Para el análisis de datos, se realizó un análisis cualitativo, el cual sintetizaba la información referente a las distintas estrategias y métodos didácticos aplicados, así como el impacto que tuvo en el aprendizaje del Cálculo Diferencial. El autor concluye que el artículo proporciona una visión integral de cómo la implementación de estrategias didácticas que incorporen el Enfoque Ontosemiótico, el pensamiento variacional y las teorías APOE enriquecen el proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial, mencionando finalmente que:

> La clave para su éxito radica en la capacidad de las instituciones educativas para adaptarse y evolucionar, adoptando enfoques pedagógicos que no solo mejoren la comprensión matemática, sino que también preparen a los estudiantes para aplicar estos conocimientos de manera efectiva en sus futuras carreras. (p. 5965).

A continuación, se analiza el trabajo de investigación de Luna et al. (2023) titulado “La formación matemática escolar y su relación con el desempeño en la asignatura cálculo diferencial en estudiantes del 1er semestre de ingeniería industrial de una universidad privada de arquitectura -2019”. Su objetivo es “determinar la relación que existe entre la formación escolar y el desempeño académico en la asignatura de Cálculo Diferencial en los estudiantes del primer semestre de Ingeniería Industrial de una universidad de Arequipa” (p. 9663). Esta investigación utiliza una metodología (enfoque) cuantitativa y transversal, de diseño no experimental. El método utilizado por la investigadora fue el cuestionario y los instrumentos creados obtuvieron un puntaje de 0.861 mediante el uso de la medida estadística Alfa Cronbach, validando así su fiabilidad. Este puntaje indica la alta relación del desempeño de los estudiantes con la asignatura Cálculo Diferencial y su formación matemática escolar. La investigación concluye que el desempeño académico que presentan los estudiantes es muy bajo, a nivel: conceptual, procedimental y actitudinal; esto debido a la insuficiente formación matemática con la que estos ingresan a la Escuela de Ingeniería Industrial.

Por otra parte, el artículo de Zabala-Vargas et al. (2022) titulado “Didactic strategy mediated by games in the teaching of mathematics in first-year engineering students”, y su objetivo de “evaluar el efecto de estrategias didácticas mediadas por juegos en la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de primer año de ingeniería” (p. 1). Tienen como variable principal de salida: la motivación de los estudiantes, realizando un análisis categórico basado en el modelo ARCS (Attention, Relevance, Confidence, and Satisfaction) desarrollado por John Keller. Para llevar a cabo la investigación se realizó el siguiente procedimiento: en primer lugar, diseñar la estrategia didáctica, para la cual se desarrollaron cinco actividades: “1. Gema Espacial-Parte I (examen), 2. Gema Mental-Parte I (debate), 3. Gema Espacial-Parte II (resolver problemas matemáticos básicos), 4. Gema Mental-Parte II (trabajo colaborativo), y 5. Gema Realidad (resolver problemas matemáticos avanzados). Reality Gem (resolver problemas matemáticos avanzados)” (p. 3). En segundo lugar, se adaptó un protocolo de entrevistas para los grupos de discusión. En tercer lugar, se capacitó a los profesores del curso de Cálculo Diferencial en herramientas didácticas, tales como estrategias de gamificación y aprendizaje basado en juegos (GBL) según sus siglas en inglés. En cuarto lugar, se entrenó a los estudiantes en el uso de las herramientas tecnológicas para el desarrollo de estrategias didácticas. En quinto lugar, fue la implementación de la estrategia didáctica. En sexto lugar, se aplicó el protocolo de entrevistas para los grupos de discusión. Por último, se hizo un análisis cualitativo de los datos asociados a los grupos de discusión. Los autores concluyen que la gamificación y el aprendizaje basado en juegos resultan ser un importante apoyo motivacional para los estudiantes en los procesos educativos de las matemáticas en la ingeniería.

Ahora, en el trabajo de investigación de Conde-Carmona et al. (2021) titulado “El uso de la tecnología en la enseñanza del límite para el fortalecimiento de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria en tiempos de pandemia”. El objetivo general de esta investigación fue “crear una propuesta didáctica y tecnológica que facilite el aprendizaje del concepto de límite de una función par parte de estudiantes de undécimo grado del Colegio San José Hermanitas de la Asunción en Barranquilla, Colombia, en tiempos del COVID-19” (p. 151). Para la parte metodológica, esta investigación presenta un enfoque cualitativo, basándose principalmente en la percepción y comprensión humana, estableciendo percepciones y significados producidos por las experiencias de los estudiantes, a partir de la comprensión, descripción e interpretación de los fenómenos. Para la recolección de información se utilizaron las siguientes técnicas: la observación, evidenciando la actitud que tienen los estudiantes a lo largo de las diversas actividades establecidas; la entrevista, en la que se realiza una serie de preguntas previamente establecidas, en relación con la metodología usada por el profesor de matemáticas de grado 11A para la demostración formal y posterior enseñanza del límite de una función. La encuesta, en la cual se realizó un examen diagnóstico (cuestionario) para saber los conocimientos previos que tienen los estudiantes para el aprendizaje del límite de una función. Los investigadores concluyen que este trabajo investigativo ayuda a los estudiantes a tener un mayor dominio del concepto de límite de una función. A su vez, mencionan que:

> los profesores que enseñan matemáticas en educación media o a nivel superior, tengan conocimiento de recursos tecnológicos especializados de la matemática que ayuden en la mediación de los contenidos que enseñan, de manera que los contenidos con nivel de abstracción alto puedan ser explorados de manera dinámica por los estudiantes, y que, en ambientes distintos al aula presencial, también se desarrollen competencias del pensamiento mate-

> mático. (p. 166).

Por su parte, Pineda et al. (2020) muestran en su artículo titulado “Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive”, y su objetivo de “valorar contextualmente Derive a través de la implementación de una propuesta metodológica sobre las aplicaciones de las derivadas en la formación inicial de docentes de matemáticas” (p. 4). El estudio presenta un enfoque cuantitativo, de carácter descriptivo y diseño de campo. La técnica utilizada fue la encuesta, y como instrumento el cuestionario de tipo Likert de cinco alternativas, el cual fue aplicado a 48 estudiantes del programa de formación docente Licenciatura en Matemáticas de la Universidad San Francisco de Paula Santander -Cúcuta, Colombia-. Basándose en los resultados obtenidos, los investigadores concluyen que Derive es un software accesible y sencillo, ofreciendo a los estudiantes una interfaz amigable e interactiva la cual apoya apropiadamente al aprendizaje del Cálculo Diferencial, fortaleciendo los conocimientos previos y consolidando los ya aprendidos. A su vez, mencionan que:

> la incorporación del Derive sirve, por una parte, como apoyo a la labor docente en la introducción y manejo de conceptos y reglas propios del tema de derivadas, y por la otra, provee un camino de aprendizaje de la derivación de funciones algebraicas. (p.16).

2.2. Bases Teóricas

2.2.1. Fundamentos del Cálculo Diferencial

Historia y Desarrollo del Cálculo Diferencial

Según Zaldivar Cruz (2013) se entiende que “el cálculo tiene una historia y una prehistoria. El cálculo infinitesimal, como un campo bien definido en las matemáticas, nace en la segunda mitad del siglo XVII, pero sus antecedentes se encuentran en los geómetras griegos” (p.55). A su vez, menciona que las teorías matemáticas se originaron por la necesidad de explicar las características de los problemas de la ciencia. Además, Triviño Macías et al. mencionan que la razón del desarrollo del concepto de derivada se da debido a que "en el siglo XVII existía mucho interés por el estudio del movimiento y, por tanto, era fundamental determinar velocidades y aceleraciones" (p. 12). Los trabajos realizados por Isaac Newton (1642-1727) y Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) de forma independiente, pero simultánea, fueron de gran influencia para lo que hoy en día conocemos como Cálculo Diferencial. Continuando el paso histórico en el siglo XVIII, nos encontramos con Leonhard Euler (1707-1783) quien, según Sastre Vázquez et al. (2008), dio camino a la precisión de la noción de función, definiendo términos como la cantidad variable y la constante para luego, en el año 1755, definir a la función como una expresión analítica la cual está compuesta por una cantidad variable y cantidades contables. Sin embargo, a finales de este siglo los matemáticos eran conscientes de que los métodos relacionados con el cálculo infinitesimal se estaban quedando obsoletos, esto debido a la falta de rigurosidad al momento de realizar demostraciones y vaguedad al explicar conceptos relacionados con otras ciencias.

Posteriormente, en el siglo XIX, precisamente a finales de este siglo, se da fin a este problema, ya que, como mencionan Abreau y Barot (2017) y Lecanda y Roy (1999), matemáticos de renombre como Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), Bernard Bolzano (1781-1848), Bernhard Riemann (1826-1866), Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815-1897), Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), Niels Henrik Abel (1802-1829), Richard Dedekind (1831-1916) terminaron con el uso de los infinitesimales y dieron paso al uso del límite, con el cual se dio un gran auge en todas las ramas de las matemáticas, así como en el desarrollo teórico de los fundamentos del cálculo (funciones, límites y derivadas).

En los siglos XX y XXI, el desarrollo del Cálculo Diferencial fue aumentando exponencialmente, tanto así que hoy en día muchas actividades relacionadas con otras ciencias (Biología, Física, Química, entre otros) necesitan del Cálculo Diferencial e Integral para el modelado, diseño e interpretación de fenómenos relacionados con estas ciencias. Finalmente, Abreau y Barot (2017) mencionan que:

> es preocupante comprobar que al mismo tiempo los estudiantes de todo el mundo, en su mayoría temen a las matemáticas y tratan de huir de ellas eli-

giendo carreras en función del menor uso que hacen de las matemáticas. En opinión de los autores esto se debe a que en general la enseñanza de las matemáticas no aprovecha sus logros históricos para motivar y guiar el aprendizaje de la materia.

Conceptos Básicos y Definiciones

Ahora, según Purcell et al. (2007) se denomina Cálculo Diferencial a la parte asociada con determinar la derivada, que a su vez recibe el nombre de derivación. En donde la derivada de una función se define de maneras muy semejantes; según Martínez Bustamante y Portilla Flores (2017) "la derivada de una función es una tasa de cambio promedio en un intervalo extremadamente pequeño definido como $x_1 \leq x \leq x_1 + h$ cuando h tiende a cero" (p.280). Por otro lado, Purcell et al. (2007) mencionan que "la derivada de una función f es otra función f' (léase "f prima") cuyo valor en cualquier número x es $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$" (p. 100). Finalmente, Martínez Bustamante y Portilla Flores (2017) mencionan que:

> Debe entenderse que la derivada de una función $f(x)$ es otra función $f'(x)$ que, como es lógico, depende de la misma variable independiente x. Aquí se puede decir que la función derivada cambia con respecto a la variable independiente x. Si sabemos que la derivada geométricamente representa la pendiente de la recta tangente en un punto, se puede decir que la primera derivada $f'(x)$ es una función que muestra cómo está cambiando la pendiente de una recta tangente, cuando cambia el valor de la variable independiente x. (p. 282).

Al momento de calcular la derivada de una función se deben respetar ciertas normas o reglas ya que, según Olvera (2015) "la regla general de la derivación es fundamental, puesto que se calcula directamente de la definición de derivada como límite" (p. 109). Sin embargo, este proceso tiende a ser muy laborioso y tedioso; para solucionar este problema se proponen fórmulas fundamentales de derivación, las cuales simplifican el proceso de derivación. Complementando lo anterior, Granville (1984) menciona que "el lector no solo debe aprender de memoria cada fórmula cuando se ha deducido, sino también poder enunciar en palabras la regla correspondiente" (p. 36). Ahora, siguiendo lo mencionado por Pérez González (2006) y las fórmulas propuestas por Granville (1984) se puede decir que dadas las funciones f, g y h las cuales son derivables en todo punto, se puede definir la derivada de la suma o resta, el producto y la división de funciones de las siguientes maneras:

$$(f+g-h)'(x) = f'(x)+g'(x)-h'(x);$$
$$(fg)'(x) = f'(x)g(x)+f(x)g'(x);$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

Además, basándose en lo mencionado por Pérez González (2006) se puede deducir que si f, g son funciones derivables, entonces las funciones compuestas $h_1 = g \circ f$ y $h_2 = f \circ g$ también son derivables, y se escriben de la siguiente forma

$$(h_1)'(x) = g'(f(x))f'(x);$$
$$(h_2)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

Continuando con la formulación de derivadas de funciones, se pueden seguir las fórmulas y conceptos enunciados por De La Vega Trucios (2008), Escobar Jiménez et al. (2020) y Olvera (2015) obteniendo de esta manera las siguientes derivadas:

Tabla 2.1: Funciones y sus Derivadas

Funciones	$f(x)$	$f'(x)$
Constante	k	0
Identidad	x	1
Identidad·Constante	kx	k
Potencia	$f(x)^n$	$nf(x)^{n-1}f'(x)$
Raíz Enésima	$\sqrt[n]{f(x)}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}f'(x)$
Exponencial	$e^{f(x)}$	$f'(x)e^{f(x)}$

Continúa en la siguiente página.

Logaritmo Natural	$\ln f(x)$	$\frac{1}{f(x)}f'(x)$
Trigonométricas	$\cdot\, sin(f(x))$ $\cdot\, cos(f(x))$ $\cdot\, tg(f(x))$ $\cdot\, ctg(f(x))$ $\cdot\, sec(f(x))$ $\cdot\, csc(f(x))$	$\cdot\, cos(f(x))f'(x)$ $\cdot\, -sin(f(x))f'(x)$ $\cdot\, sec^2(f(x))f'(x)$ $\cdot\, -csc^2(f(x))f'(x)$ $\cdot\, sec(f(x))tan(f(x))f'(x)$ $\cdot\, -csc(f(x))ctg(f(x))f'(x)$
Trigonométricas Inversas	$\cdot\, sin^{-1}(f(x))$ $\cdot\, cos^{-1}(f(x))$ $\cdot\, tg^{-1}(f(x))$ $\cdot\, ctg^{-1}(f(x))$ $\cdot\, sec^{-1}(f(x))$ $\cdot\, csc^{-1}(f(x))$	$\cdot\, \frac{1}{\sqrt{1-f^2(x)}}f'(x)$ $\cdot\, -\frac{1}{\sqrt{1-f^2(x)}}f'(x)$ $\cdot\, \frac{1}{1+f^2(x)}f'(x)$ $\cdot\, -\frac{1}{1+f^2(x)}f'(x)$ $\cdot\, \frac{1}{f(x)\sqrt{1-f^2(x)}}f'(x)$ $\cdot\, -\frac{1}{f(x)\sqrt{1-f^2(x)}}f'(x)$

2.2.2. Didáctica del Cálculo Diferencial

Obstáculos Conceptuales y Problemas de Abstracción

Para empezar, Neira Sanabria (2020) menciona que los docentes debemos tener un conocimiento previo sobre la historia de las matemáticas, ya que estas nos sirven para entendernos como individuos históricos y entender nuestras obligaciones al momento de enseñar, esto debido a que existen distintos modelos de enseñanza, que dependiendo del entorno o contexto en el que el docente se encuentre pueden hacer que este sea bueno o malo. Ahora, al momento de pasar del álgebra al cálculo, Artigué et al. (1995) mencionan que existen tres categorías por las que los estudiantes sufren al momento de realizar esta transición:

1. Los retos asociados a la complejidad matemática de los elementos fundamentales del cálculo: funciones, números reales, sucesiones, entre otros, elementos que se

encuentran justamente al iniciar la enseñanza del cálculo.

2. Los retos asociados a la definición del concepto de límite, que es la idea principal del campo, y su dominio técnico.
3. Los retos asociados al momento de desvincularse con las nociones y modos del funcionamiento algebraico.

Lucas et al. (2023) mencionan que muchos países reconocen que es prácticamente imposible implementar el cálculo a nivel de secundaria (bachillerato), ya que el salto de álgebra a cálculo es muy grande, lo que lleva a que los estudiantes terminen con muchos vacíos en la educación secundaria. Ahora estos vacíos se reflejan con mayor fuerza al llegar a los primeros niveles de la universidad. A su vez, enuncian lo siguiente:

> los alumnos deben reconstruir el significado de la igualdad y comprender que las igualdades en el cálculo diferencial no vienen dadas, necesariamente, como sí ocurre en álgebra, por una serie de equivalencias sucesivas, sino a partir de aproximaciones (como en el límite o la derivada) (Artigue y Ervynck,1992; Artigue, 1998). Dado que la enseñanza tiende a dejar la responsabilidad exclusiva de la mayoría de estas reorganizaciones a los alumnos, se producen efectos dramáticos para la mayoría de estos, especialmente en la transición secundaria-universidad.

Para atender estos problemas Lucas et al. (2023) proponen las siguientes preguntas:

- ¿Para su institución educativa qué es un modelo funcional?
- ¿Cuál es el papel qué tiene el Cálculo Diferencial con respecto al modelo funcional?
- ¿Cuál es el rol o importancia que tienen el Cálculo Diferencial y los modelos funcionales en su institución educativa?
- ¿En qué actividades aparece el Cálculo Diferencial y el modelamiento funcional en su institución educativa?

Por ende, una solución a los retos y preguntas propuestas sería, por ejemplo:

Si la institución educativa está especializada en contabilidad, proponer a los docentes como un proyecto final realizar un modelo funcional que involucre el Cálculo Diferencial y que solucione un problema relacionado con algún suceso o acontecimiento vivido durante sus prácticas pre-profesionales en vez de realizar una evaluación final que posiblemente termine sin ninguna relevancia en la vida profesional de los estudiantes.

Este ejemplo se puede moldear a las distintas especialidades que ofrece la institución educativa, haciendo que el estudio del Cálculo Diferencial tenga mayor relevancia y sea de mayor interés para los estudiantes, y no se quede en solo hallar la derivada de la siguiente función.

Por su parte, Gruezo et al. (2024) mencionan que, dado el alto nivel de abstracción, pensamiento abstracto y visualización de modelos geométricos en múltiples dimensiones que requiere el cálculo, hace que la enseñanza de esta misma sea relativamente difícil, esto debido al gran desafío que representa el pasar de realizar simples cálculos numéricos a través de calculadoras o software matemáticos a realizar demostraciones y modelos matemáticos sofisticados. A su vez, mencionan que la incorporación de software matemáticos (GeoGebra, MATLAB, Wolfram Alpha, entre otros) ha hecho que los estudiantes universitarios adquieran un mayor interés y motivación ante esta asignatura, esto debido a que estos programas ayudan a visualizar conceptos o temas abstractos, haciendo que ellos asimilen de mejor manera todos estos contenidos. Por ende, una solución a nivel de bachillerato sería implementar de manera temprana estos software como herramientas complementarias a la forma tradicional de enseñar Cálculo Diferencial, y así los docentes y estudiantes tendrán una mejor experiencia de enseñanza y aprendizaje, dando como resultado clases más interesantes, colaborativas y, sobre todo, más enriquecedoras.

Errores Comunes de los Estudiantes

A través de la historia, el concepto de error siempre ha jugado un papel fundamental en el desarrollo de la humanidad, ya sea a nivel social, político, económico, educativo, personal, entre otros. Sin embargo, a nivel educativo este se ha visto como un hecho inconcebible, un ejemplo de esto es en matemáticas, en donde muchos de los docentes penalizan los errores con un 0, mostrando a los estudiantes que todo lo que hicieron está mal y sin detenerse a analizar el detrás de estos errores cometidos. Siguiendo lo mencionado por Del Puerto et al. (2006), se considera que el error es un componente esencial a la hora de aprender. Expertos proponen identificar y abordar de manera seria los errores de los estudiantes, dialogar con ellos sobre sus ideas equivocadas, y luego presentarles escenarios matemáticos que les faciliten rectificar sus pensamientos. Por su parte Suárez et al. (2011), manifiestan la importancia de que los estudiantes aprendan a reconocer y admitir sus fallas con el fin de superarlos y mejorar su proceso de aprendizaje. A su vez, los docentes deben comprender que los errores que presentan los estudiantes durante su proceso de aprendizaje tienen distintos orígenes y dificultades. Un ejemplo de esto se da en el aprendizaje del Cálculo Diferencial, siguiendo lo mencionado por Hurtado (2021), Mora et al. (2021) y Portillo y Díaz (2015) encontramos los siguientes errores:

1. Aprendizaje de conceptos, destrezas y hechos previos: Resolución errónea del problema debido a la falta de comprensión de temas previos (operaciones básicas $(+, -, \times, \div)$, simplificación, productos notables, factorización, entre otros).

2. Arbitrario: No sigue las instrucciones o restricciones del problema.

3. Ejecución: Uso o aplicación errónea de las expresiones, fórmulas y teoremas en la resolución del problema.

4. Estructural: No comprende el contexto del problema, falta de apreciación de los conceptos esenciales para la resolución del problema.

5. Simbólicos: Mal uso u omisión de la simbología requerida en la resolución del problema.

Ahora, estos errores no se dan de manera repentina, ya que como mencionan Araya et al. (2018), estos se dan debido a la presencia de las siguientes dificultades:

1. Contenidos matemáticos: La posible razón de los problemas en el aprendizaje puede ser el nivel de abstracción y generalización que presentan las matemáticas. Un estudio previo del syllabus posibilita anticipar el nivel de complejidad que estas pueden presentar. A su vez, permite iden-

tificar las variables que presentan mayor dificultad para simplificar su aprendizaje. En ocasiones, el error no surge debido a una carencia de conocimiento, sino porque el estudiante aplica conceptos que son válidos en ciertas situaciones, pero no en todas.

2. La secuencia de actividades propuestas: Es posible que las actividades que propone el docente a cada estudiante sea prácticamente irrelevante, ya sea porque el contenido, la estrategia, los materiales o el método utilizado es insuficiente.
3. Organización de la Institución: Aspectos como el horario de la clase, la falta de materiales o recursos didácticos, la cantidad de estudiantes, entre otros, pueden dificultar el aprendizaje de los estudiantes.
4. Motivación de los estudiantes: Existe la posibilidad de que aunque las condiciones para aprender sean las adecuadas, los estudiantes no se encuentren condiciones de afrontar las actividades propuestas, esto debido a factores externos que pueden afectar su autoestima (motivación).
5. Aspectos internos, psicológicos y neurológicos de cada estudiante: Puede ser que el estudiante presente alguna enfermedad u problema, el cual afecta a su desempeño académico.

2.2.3. Resolución de Problemas en Matemáticas

Desde la antigüedad, la resolución de problemas en matemáticas ha sido el pilar referente al proceso de enseñanza y aprendizaje. Aunque Yupanqui Valverde (2023) menciona que actualmente la resolución de problemas es una de las mayores preocupaciones en lo que refiere a la educación, hoy en día ha tomado un enfoque de mecanización y memorización, perdiendo de esta manera su esencia e importancia. Por esta razón, es importante recordar el por qué es uno de los pilares en la educación. Castro y Carvajal (2010), Gómez y Pozo (2011) y Pérez y Ramírez (2011b), mencionan que la resolución de problemas es fundamental, ya que a través de esta los estudiantes experimentan el verdadero potencial que tienen las matemáticas, así como la utilidad y versatilidad que tienen en problemas de nuestro día a día. Por su parte Piñeiro et al. (2021), afirman que aunque es parte fundamental de la educación, su implementación en las aulas no es algo tan fácil, debido a que los docentes necesitan una excelente preparación para la correcta implementación de estrategias y métodos referentes a la resolución de problemas. Finalmente, Vilanova et al. (2001) mencionan que:

> la resolución de problemas es un proceso que debe penetrar todo el diseño curricular y proveer el contexto en el cual los conceptos y las actitudes pueden ser aprendidos. La habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, aparece no sólo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general con que han de trabajarse los contenidos de Matemática en la E.G.B., situándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje en esta área.

Heurística, Metacognición y el Modelo de Pólya

Continuando con la línea de la resolución de problemas se da apertura a la heurística que, siguiendo lo mencionado por Porras (2018), se puede definir como la capacidad o capacidades que presenta un sistema para cumplir un fin u objetivo a través del diseño de innovaciones inmediatas. Ahora, a nivel educativo, es un método de enseñanza con el que los estudiantes plantean ideas, indicaciones, preguntas y sugerencias con el fin de hallar las distintas soluciones a los problemas planteados. A su vez, menciona que en este método el rol del docente es de una guía para que los estudiantes lleguen de manera autónoma a la solución del problema.

Ahora, con el aprendizaje autónomo de los estudiantes, se da paso a la metacognición que, según Flavell (1976) se define como "el conocimiento sobre los propios procesos y productos cognitivos y también el conocimiento sobre las propiedades de la información, sobre los datos relevantes para el aprendizaje o cualquier cosa relacionada con procesos y productos cognitivos". También define el concepto de conocimiento metacognitivo que está relacionado con:

1. El autoconocimiento del estudiante: Acepta sus debilidades y fortalezas.

2. El problema: Identifica la dificultad que este presenta y los posibles caminos para

llegar a una solución.

3. La solución: Plantea y analiza las distintas estrategias de resolución, seleccionando la más óptima para llegar a la solución que se quiere obtener.

Finalmente, en lo referente a la heurística y metacognición en la resolución de problemas, existe un modelo muy famoso que sigue siendo utilizado en la actualidad; este modelo es el modelo de Pólya hecho por George Pólya (1887-1985) que según González (2017), es considerado como uno de los pioneros en lo que respecta a la resolución de problemas matemáticos. Iriarte y Sierra (2011), menciona que prácticamente todos los modelos de resolución de problemas están basados en el modelo de Pólya, el cual nos dice que al momento de la resolución de un problema se deben considerar cuatro pasos o fases:

1. Entender el problema: Para aplicar este paso se realizan las siguientes preguntas:
   - ¿El problema planteado es comprensible?
   - ¿Se puede distinguir o identificar sus detalles?
   - ¿A qué o a dónde se quiere llegar?
   - ¿La información proporcionada es suficiente?
   - ¿El problema planteado es similar a algún problema anterior?
2. Configurar un plan: Se proponen distintas estrategias a seguir, por ejemplo:
   - Algoritmos.
   - Bosquejo
   - Búsqueda hacia atrás.
   - Divide y vencerás.
   - Prueba y error.
   - Pensamiento divergente.
   - Resolución de problemas.

3. Ejecutar el plan: Se da paso a aplicar el plan (estrategia escogida), concediendo un tiempo razonable para resolver y hallar la solución al problema propuesto.

4. Examinar la solución obtenida: Para este paso se aplicarán las siguientes preguntas:

   - ¿Es tu solución correcta?
   - ¿Tu resolución satisface el problema?
   - ¿Tu solución se puede extender a un caso general?

Estrategias de Resolución

Como se ha visto en la segunda fase del modelo de Pólya, existen una infinidad de estrategias para la resolución de un problema. Pero antes de aplicar cualquiera de estas estrategias se debe entender ¿qué es una estrategia? Según Marín Llaver et al. (2023), la estrategia está dirigida hacia el alcance de un objetivo, a través de un número fijo de pasos. En el caso de la educación, las estrategias tienen el fin de ayudar a alcanzar los objetivos o metas del plan curricular, mediante la resolución de problemas que se presenten en el transcurso del ciclo escolar. Ahora, en lo que refiere a la resolución de problemas matemáticos Blanco-Benamburg et al. (2019), Figueroa (2006) y Pérez y Ramírez (2011a), sugieren seguir las siguientes estrategias:

1. Algoritmos: Se considera de forma sistemática todos los pasos que se deben seguir en su debido orden para llegar a la solución del problema.

2. Bosquejo: Se realiza un bosquejo (dibujo) de toda la información posible que proporciona el problema, ampliando el panorama de resolución, lo que contribuye a la deducción de ideas que antes estaban implícitas, generando así una mejor comprensión del problema.

3. Búsqueda hacia atrás: Se empieza desde la respuesta o respuestas, extrayendo toda la información posible para llegar a la situación o problema inicial (comúnmente es usado en geometría).

4. Divide y vencerás: Consiste en dividir el problema inicial (difícil) en problemas más pequeños (fácil) para llegar a la solución.

5. Prueba y error: También conocido como método científico o método del tanteo. Consiste en utilizar todos los datos que proporciona el problema y aplicar todas las fórmulas referentes al tema de forma arbitraría hasta llegar a la solución del problema, para posteriormente analizar si la fórmula o método utilizado es en verdad válido.

6. Pensamiento divergente: Se proponen alternativas o enfoques alternos a los convencionales para llegar a la solución.

7. Resolución de problemas: En primer lugar, se identifica y enumerar toda la información que proporciona el problema, luego se procede a relacionarla con ejercicios anteriormente realizados. Finalmente, se implementa los conceptos y fórmulas necesarias para llegar a la solución.

2.2.4. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Como se ha visto en las secciones anteriores, la enseñanza y el aprendizaje han tomado un gran interés últimamente, proponiendo distintos enfoques, modelos, estrategias para mejorar la educación en el país, en especial las matemáticas, ya que según Zambrano (2020), estas requieren estrategias didáctico-pedagógicas que despierten el interés y el gusto por parte de los estudiantes. Es así que Moreira y Loor (2023) mencionan que:

> Los modelos pedagógicos vigentes apuestan a una educación de calidad que desarrolle en los estudiantes las destrezas y habilidades necesarias no solo para alcanzar conocimientos, sino para desarrollarse integralmente y, de esta manera, puedan desenvolverse en una sociedad que cada vez es más exigente. No obstante, lo que se percibe hasta el momento, al menos en nuestro contexto, es una disparidad entre lo que se requiere a lo que existe. (p.208).

Para afrontar estos problemas, se analiza el ABP, sus fundamentos teóricos, el rol del docente y de los estudiantes, sus fases de implementación y la evaluación en el ABP.

Fundamentos Teóricos del ABP

En lo que respecta al ABP, Morales (2004) enuncia que:

> la primera aparición de este enfoque se da entre los años 1960 y 1970 a través de la Facultad de Ciencias de la Salud de la Universidad de McMaster, que estableció una nueva escuela de medicina, con una propuesta educacional innovadora que fue implementada a lo largo de los tres años de su plan curricular y que es conocida actualmente en todo el mundo como Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) (Problem Based Learning, PBL) (p. 146).

A su vez, define al ABP como un enfoque de aprendizaje que se basa en la idea de que los problemas sirven como punto de partida para la adquisición e integración de nuevos conocimientos. Por su parte, Guevara Mora (2010) menciona que esta metodología se creó con el fin de mejorar la calidad de la educación en el área de medicina, presentándose como una alternativa al currículum de enseñanza tradicional que se conduce principalmente a través de presentaciones, exposiciones de temas propuestos por el maestro; de esta manera "el aprendizaje basado en problemas ocurre frecuentemente dentro de pequeños grupos de estudiantes que trabajan colaborativamente en el estudio de un problema, abocándose a generar soluciones viables; asumiendo así una mayor responsabilidad sobre su aprendizaje" (p. 143).

Adicionalmente, el ABP es beneficioso para el aprendizaje de la matemática porque permite a los estudiantes desarrollar habilidades de pensamiento crítico y creativo, motivándolos a crear una variedad de propuestas para solucionar problemas, y de esta forma mejorar su comprensión. Finalmente, González-Hernando et al. (2013) mencionan que:

> la metodología ABP permite evaluar las competencias de los estudiantes con distintos instrumentos que complementan al examen de conocimientos de la metodología tradicional. la participación de los estudiantes en el proceso de evaluación es un elemento esencial para el desarrollo de su autonomía, porque se fortalecen las actitudes relacionadas con la dimensión afectiva (saber ser), como son la honestidad y la responsabilidad de evaluar a otros (p. 124).

Rol del Docente y de los Estudiantes

En métodos tradicionales, el docente es el protagonista en general de toda la experiencia de enseñanza y aprendizaje, ya que él proporciona toda la información del tema o temas a tratar, así como de las evaluaciones y demás elementos. Mientras que los estudiantes solo se enfocan en copiar, memorizar y mimetizar todo lo que expone el docente. Ahora, a diferencia de estos métodos tradicionales, en el ABP ocurre todo lo contrario; el estudiante adquiere el papel principal de prácticamente toda su experiencia de aprendizaje, y el docente adquiere un papel secundario en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. A continuación, siguiendo lo mencionado por el Servicio de Innovación Educativa de la UPM (2008), se analizará más a fondo el rol de cada uno de los "protagonistas":

- Rol del docente:

  1. Guía, facilitador el cual orienta a los estudiantes a formular preguntas que resuelvan el problema o tema en cuestión.
  2. Proporcionar las herramientas necesarias para enfrentar el problema, así como la de dar información puntal siempre y cuando el estudiante lo necesite.
  3. Dar seguimiento a las actividades y avances de los estudiantes, proporcionándoles una retroalimentación positiva que motive a seguir adelante a los estudiantes.

- Rol de los estudiantes:

  1. Aprender a trabar de forma individual y grupal, gestionando y resolviendo los problemas (conflictos) que surjan en el transcurso de su experiencia de aprendizaje.
  2. Intercambiar, proponer estrategias, ideas o preguntas que ayuden a llegar a la solución del problema.
  3. Ser responsables con toda la información que encuentran y proporcionan (respetar los derechos de autor), cerciorándose de que sea verdadera y correcta.

Fases de Implementación

Se debe tener en cuenta que el ABP tiene una serie de fases para su implementación. Ahora, siguiendo con la línea del rol del docente y de los estudiantes en el ABP, al momento de implementar estas fases, tanto el docente como los estudiantes tienen un papel importante. Según el Servicio de Innovación Educativa de la UPM (2008), el docente tiene que cumplir con las siguientes cinco fases:

1. Elegir los objetivos que, dentro de los temas establecidos en el curso, aspiramos que los estudiantes alcancen con la actividad.
2. Elegir la situación problemática en la que los estudiantes deberán enfocarse. Para lograrlo, el contenido necesita:
    - Ser significativo para el desempeño profesional de los estudiantes.
    - Ser lo suficientemente complicado (aunque no inalcanzable) para que represente un desafío para los estudiantes. Así, su motivación y exigencia para superarse a sí mismos incrementará.
    - Ser extenso, pero no demasiado para que los estudiantes no se desmotiven y puedan plantear ideas, estrategias y preguntas que ayuden al correcto desarrollo de la actividad.
3. Dirigir las normas de la actividad y la colaboración en grupo. Es sabido que, a veces, el trabajo en equipo puede generar tensiones, descontento entre los integrantes, falta de coordinación, entre otros. Estos conflictos en los grupos suelen ser ventajosos para el desarrollo del grupo, si se resuelven de manera apropiada. Para que estos inconvenientes, al presentarse, no perturben excesivamente la labor de los equipos, el docente puede sugerir la distribución de funciones dentro de los grupos. Algunos ejemplos pueden ser el coordinador, el administrador de tiempos, el moderador, entre otros. Todos los alumnos, además de ocupar estos puestos, deben involucrarse de manera activa en el trabajo colectivo.
4. Definir un plazo y detallarlo para que los estudiantes solucionen el problema y se puedan organizar. El periodo puede incluir ciertas horas,

días e incluso semanas, en función de la magnitud del problema. No se aconseja que el tiempo destinado al problema sea demasiado prolongado, dado que los estudiantes pueden perder motivación. Además, es posible elegir los periodos en los que los estudiantes estarán en el salón de clases trabajando y aquellos en los que no tendrán que (si no lo prefieren) estar presentes en la clase.

5. Establecer sesiones de tutoría en las que los estudiantes (tanto a nivel individual como grupal) puedan expresar sus inquietudes, sus dudas, sus incertidumbres, sus éxitos, sus problemas, etc. Este lugar brinda al tutor la oportunidad de observar directamente el progreso de la actividad y podrá guiarles, motivarles a seguir investigando, entre otros. Las tutorías son una excelente ocasión para intercambiar ideas, presentar los obstáculos y los progresos en la solución del problema.

En el caso de los estudiantes, Mejía-Mejía y Barreto-Serrano (2022) y el Servicio de Innovación Educativa de la UPM (2008), mencionan que ellos tienen que cumplir con 8 fases:

1. Leer y analizar el escenario del problema: El estudiante se enfoca en entender el problema mediante la lectura y estudio del mismo. En el transcurso de esta etapa, el profesor se mantendrá alerta a los debates que los estudiantes generen para contribuir a la comprensión del problema por todos los participantes.
2. Realizar una lluvia de ideas: Esta actividad es beneficiosa para los estudiantes, ya que presentan sus hipótesis acerca del tema, sus posibles razones y su posible solución. Estas ideas serán registradas para posteriormente valorar su utilidad.
3. Hacer una lista de aquello que se conoce: Ayuda a enumerar e identificar toda la información que la actividad requiere. Optimizando el tiempo requerido para realizar la actividad.
4. Hacer una lista de aquello que se desconoce: Asimismo, es necesario elaborar un listado de lo que los estudiantes desconocen, esta etapa es

crucial para establecer los temas que requieren investigar para seguir con el análisis del problema.

5. Hacer una lista de aquello que necesita hacerse para resolver el problema: En esta etapa los estudiantes deben definir los objetivos a cumplir para solucionar el problema y planificar la ejecución de la investigación, lo que incluye las tácticas que se tomarán en cuenta durante el proceso de investigación.
6. Definir el problema: Se especifica correctamente el problema a resolver y los asuntos en los que se enfocará la investigación.
7. Obtener información: El equipo se organiza para buscar información de diversas fuentes, la cual luego cada miembro del equipo presentará a sus compañeros para que juntos la analicen e interpreten. Por supuesto, se vincularán los saberes anteriores con los nuevos conocimientos.
8. Presentar resultados: Tras concluir la investigación, los estudiantes expondrán sus hallazgos y el logro de los objetivos, o sea, los resultados relacionados con la resolución del problema.

Evaluación en el ABP

En comparación con el método de evaluación tradicional, el cual consiste en evaluar al estudiante mediante un examen o evaluación final, que indica si el estudiante aprendió a memorizar o mimetizar lo realizado por el docente. La evaluación en el ABP involucra otras técnicas aparte del examen o evaluación final. Mejía-Mejía y Barreto-Serrano (2022), afirma que la evaluación en el ABP tiene que ser eficiente y directa, lo que permite al estudiante conocer cuáles son sus logros y fracasos, y de esta manera, crear un plan a futuro para mejorar en los aspectos en los cuales este ha fallado. Finalmente Morales (2004), menciona que en el ABP el docente tiene que proporcionar desde un inicio los criterios de evaluación; estos criterios de evaluación pueden ser presentados a través de una matriz de evaluación o una rúbrica, la cual se muestra a continuación:

- Autoevaluación: Los estudiantes se evalúan a sí mismos, analizando y reflexionando sobre todo lo aprendido y realizado (actividades individuales y grupales) durante el periodo académico.

- Aporte individual: Aquí se evalúa todas las actividades que realizo cada estudiante, la forma en como obtuvo la información, la resolución de problemas y su organización.

- Aporte grupal: Se evalúa su actitud y aporte (participación) en los distintos equipos de trabajo.

- Coevaluación: Los estudiantes evalúan a sus compañeros basándose en la actitud y aporte que estos tuvieron en los trabajos que realizaron en conjunto.

2.3. Bases Legales

En lo que respecta a las bases legales de la educación, Asamblea Nacional del Ecuador (2008), en su Sección IV, Artículo 26, determina que la educación es un derecho humano fundamental, lo que significa que cada individuo debe tener un acceso justo a una educación de alta calidad durante toda su vida. Este derecho se basa en la idea de que la educación es un instrumento fundamental para el cambio a nivel social y personal. De esta manera, se puede ver que la educación representa un recurso esencial para garantizar una buena vida (económica, social y laboral) aportando con toda su experiencia y conocimiento al bienestar de toda la ciudadanía.

A su vez, en su Artículo 27, menciona que:

> la educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico, en el marco del respeto a los derechos humanos, al medio ambiente sustentable y a la democracia; será participativa, obligatoria, intercultural, democrática incluyente y diversa, de calidad y calidez; impulsará la equidad de género, la justicia, la solidaridad y la paz; estimulará el sentido crítico, el arte y la cultura física, la iniciativa individual y comunitaria, y el desarrollo de competencias y capacidades para crear y trabajar.

Además, en su Artículo 28, dice que "La educación responderá al interés público y no estará al servicio de intereses individuales y corporativos. Se garantizará el acceso universal, permanencia, movilidad y egreso sin discriminación alguna y la obligatoriedad en el nivel inicial, básico y bachillerato o su equivalente."

Asegurando de esta manera el libre acceso a la educación sin importar su etnia, género, creencia religiosa, orientación sexual, situación socioeconómica, entre otros. Es esencial eliminar las barreras de acceso para garantizar que todos los estudiantes puedan desarrollar sus habilidades y poder tener una participación activa en el desarrollo de la sociedad.

Ahora, siguiendo lo establecido por la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) del Ministerio de Educación del Ecuador (2017) en su Artículo 42, la educación básica es un derecho universal y obligatorio para todos los ciudadanos ecuatorianos, siendo deber del Estado asegurar los recursos humanos y materiales requeridos para su implementación, y en la misma medida, la eliminación del analfabetismo, alcanzando así una sociedad culta.

Anteriormente, en lo referente al uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) la LOEI en 2015 en su Artículo 6, literal j garantiza que es responsabilidad del Estado "Garantizar la alfabetización digital y el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el proceso educativo, y propiciar el enlace de la enseñanza con las actividades productivas o sociales" (p. 16). La capacidad de usar tecnologías digitales de forma eficaz y crítica para el aprendizaje, la comunicación y la solución de problemas se denomina alfabetización digital. Hoy en día, la habilidad digital es crucial para una participación activa en la sociedad, dado que numerosas tareas diarias y laborales se basan en el uso de aparatos tecnológicos y plataformas digitales. Así pues, asegurar la alfabetización digital es esencial para dotar a los alumnos de las competencias requeridas para moverse y florecer en un ambiente digital.

Por parte del Congreso Nacional del Ecuador en 2014 a través del Código de la Niñez y Adolescencia, en su Artículo 37 se dicta que es derecho de los niños, niñas y adolescentes recibir una educación de alta calidad. Por ende, se requiere de un sistema de enseñanza que:

1. Garantice el acceso y permanencia de todo niño y niña a la educación

básica, así como del adolescente hasta el bachillerato o su equivalente;

2. Respete las culturas y especificidades de cada región y lugar;

3. Contemple propuestas educacionales flexibles y alternativas para atender las necesidades de todos los niños, niñas y adolescentes, con prioridad de quienes tienen discapacidad, trabajan o viven una situación que requiera mayores oportunidades para aprender;

4. Garantice que los niños, niñas y adolescentes cuenten con docentes, materiales didácticos, laboratorios, locales, instalaciones y recursos adecuados y gocen de un ambiente favorable para el aprendizaje. Este derecho incluye el acceso efectivo a la educación inicial de cero a cinco años, y por lo tanto se desarrollarán programas y proyectos flexibles y abiertos, adecuados a las necesidades culturales de los educandos; y,

5. Que respete las convicciones éticas, morales y religiosas de los padres y de los mismos niños, niñas y adolescentes.

La educación pública es laica en todos sus niveles, obligatoria hasta el décimo año de educación básica y gratuita hasta el bachillerato o su equivalencia.

El Estado y los organismos pertinentes asegurarán que los planteles educativos ofrezcan servicios con equidad, calidad y oportunidad y que se garantice también el derecho de los progenitores a elegir la educación que más convenga a sus hijos y a sus hijas.

Mediante el artículo anteriormente mencionado se puede concluir que el Estado tiene un deber esencial, asegurando que todos los ciudadanos puedan acceder a una educación de alta calidad, justa y exenta de preceptos religiosos. Adicionalmente, se garantiza el derecho de los padres a seleccionar la formación educativa que estimen más apropiada para sus hijos, fomentando la diversidad y el respeto a las decisiones de la familia en el sector educativo. Este marco regulatorio enfatiza la obligación del Estado de ofrecer un sistema educativo que capacite a las personas para involucrarse de manera activa en una sociedad pluralista y democrática.

A su vez, cabe recalcar que la educación gratuita hasta el nivel de bachillerato es esencial para asegurar la igualdad de oportunidades. Al erradicar los obstáculos financieros que podrían dificultar el acceso a la educación, el Estado garantiza que todos los alumnos puedan finalizar su educación sin sufrir discriminación. Esta acción es crucial para disminuir la inequidad social y económica, facilitando que cada persona despliegue su potencial y aporte al bienestar social.

3. Metodología de la investigación

3.1. Tipo de investigación

La presente investigación se caracteriza por ser proyectiva. Siguiendo la definición de de Barrera (2010), este tipo de investigación tiene como objetivo general diseñar una propuesta pedagógica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en el Cálculo Diferencial desde el enfoque basado en la resolución de problemas, dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

3.2. Diseño de investigación

de Barrera (2010) lo define como "el conjunto de decisiones estratégicas que toma el investigador, relacionadas con el dónde, el cuándo, el cómo recoger los datos, y con el tipo de datos a recolectar, para garantizar la validez interna de su investigación" (p. 691). Siguiendo la definición anterior, esta investigación corresponde a un diseño de campo, debido a que la información se recolecta a través de fuentes vivas (los estudiantes de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador que están cursando o van a cursar la asignatura de Cálculo Diferencial), en un ambiente natural (la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador).

3.3. Unidades de estudio

3.3.1. Población

de Barrera (2010) la define como “el conjunto de seres que poseen la característica o evento a estudiar y que enmarcan dentro de los criterios de inclusión” (p.148). Para esta investigación, la población es de 119 estudiantes, conformada por estudiantes de nivelación, primer y segundo ciclo (semestre) de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

3.3.2. Muestra

P. L. López (2004) la define como “un subconjunto o parte del universo o población en que se llevará a cabo la investigación” (p.69). Por su parte de Barrera (2010), menciona que si la población es menor a 100, no es necesario hacer una muestra. Ahora, recordando uno de los primeros conceptos que se aprenden al empezar matemáticas, es que un conjunto A puede ser subconjunto de sí mismo $A \subseteq A$. Apoyándose en todo lo anterior, se puede decir que para poblaciones menores a 100, la población y la muestra son iguales. Mientras que para poblaciones superiores a 100, la muestra debe ser una parte que represente a toda la población. Para esta investigación, los componentes de la muestra son 72 estudiantes (27 de nivelación, 25 de primer semestre, 20 de segundo semestre).

3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Caicedo et al. (2022) afirman que estas técnicas e instrumentos ayudan al proceso de investigación, proporcionando herramientas efectivas que facilitan la búsqueda y análisis de los datos obtenidos. Ahora, analizando individualmente las técnicas e instrumentos, Zapata (2023) menciona que “las técnicas constituyen los procesos concretos que el investigador utiliza para recoger información” (p. 8). Por su parte, los instrumentos “responden al tipo, nivel y diseño de la investigación, considerando la cantidad de sujetos que constituyen la muestra o unidades de análisis” (p.9). A su vez, Caicedo et al. (2022) mencionan que, aunque existe una gran cantidad de técnicas e instrumentos, los más utilizados son tres (la encuesta, el grupo nominal y la técnica de Delphi). Finalmente, Mendoza y Avila (2020) menciona que antes de aplicar la recolección de datos hay que seguir tres pasos:

1. Realizar la solicitud u oficio: En este paso se solicitará a la institución el permiso de aplicar las distintas técnicas e instrumentos.

2. Establecer un límite de tiempo: Aquí se plantea un intervalo de tiempo máximo para aplicar dichas técnicas.

3. Técnicas e instrumentos: En este paso se selecciona la técnica e instrumento para recolectar y analizar los datos.

La técnica utilizada para esta investigación es la encuesta, ya que, según Useche et al. (2019), permite la comparación de resultados con gran facilidad. A su vez, proporciona un amplio rango de información para analizar.

3.5. Técnica de análisis de datos

Después de aplicar las técnicas e instrumentos mencionados en la sección anterior, se realiza su respectivo análisis a través del uso de distintas técnicas que facilitan este proceso. Para esta investigación, se procederá a utilizar la estadística descriptiva, la cual, según Rendón-Macías et al. (2016),“tiene como objetivo resumir la evidencia encontrada en una investigación de manera sencilla y clara para su interpretación” (p. 406). A su vez, Orellana (2001) menciona que “la estadística descriptiva o análisis exploratorio de datos ofrece modos de presentar y evaluar las características principales de los datos a través de tablas, gráficos y medidas” (p. 15).

3.6. Operacionalización de las variables

Tabla 3.1: Matriz de operacionalización de variables.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	VARIABLES	DEFINICIONES NOMINALES	DIMENSIONES	INDICADORES
1. Diagnosticar la situación actual referida al aprendizaje sobre el Cálculo Diferencial que evidencian los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.	Situación actual referida al aprendizaje del Cálculo Diferencial.	Identificar el estado actual de los estudiantes con respecto a definir y determinar la derivada de una función.	Componente cognitiva	Contenidos previos.
				Destrezas.
				Rendimiento académico
			Componente pedagógica	Acompañamiento del docente
			Componente social	Motivación
				Disposición para el trabajo en equipo.
				Disposición para el trabajo entre pares.
2. Describir las estrategias didácticas que emplean los docentes en el aprendizaje del Cálculo Diferencial con los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.	Estrategias didácticas que emplean los docentes.	Son los distintos métodos y técnicas empleadas por los docentes para que los estudiantes dominen los conceptos básicos y fundamentales referentes al Cálculo Diferencial.	Estructura pedagógica.	Actividades propuestas para el aprendizaje del Cálculo Diferencial.
				Estrategias empleadas para el aprendizaje del Cálculo Diferencial.
				Recursos utilizados para el aprendizaje del Cálculo Diferencial.

3. Plantear los componentes fundamentales de una propuesta pedagógica para fortalecer el aprendizaje sobre el Cálculo Diferencial desde el enfoque basado en la resolución de problemas dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.	Plantear los componentes fundamentales de una propuesta pedagógica desde el enfoque basado en la resolución de problemas.	Son las faces o pasos empleados en una propuesta pedagógica con un enfoque basado en la resolución de problemas.	Planificación	Justificación.
				Objetivos.
				Contenido.
				Definir los plazos o tiempos de realización de las actividades planteadas.
			Ejecución	Estrategias didácticas.
				Actividades de aprendizaje.
				Recursos didácticos.
			Evaluación.	Técnicas y métodos de evaluación.

4. Presentación y análisis de datos

Como se mencionó en el capítulo anterior, la población para este estudio son 119 estudiantes pertenecientes a la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador. Sin embargo, debido a que en el séptimo ítem (séptima pregunta) *En caso hayas respondido que sí a la pregunta anterior, menciona por lo menos un recurso o apoyo adicional. Si en caso respondiste que no coloca "—–"* la cual va a ser utilizada en la subsección **Análisis de los principales hallazgos**, algunos estudiantes dieron respuestas que no seguían las indicaciones de la misma, por lo que se decidió no tomar en cuenta estas respuestas. Con base en lo anterior, la muestra quedó conformada por 27 estudiantes de nivelación, 25 estudiantes de primer semestre y 20 estudiantes de segundo semestre de la misma facultad. La técnica utilizada fue la encuesta, y la técnica de análisis de datos que se va a aplicar es la estadística descriptiva. A continuación, se presentan las preguntas realizadas con su respectiva tabulación, así como su respectivo análisis e interpretación. Tener en cuenta que el análisis se realizará de manera independiente, esto quiere decir que, aunque los estudiantes de nivelación, primer y segundo semestre pertenecen a la misma población, su punto de vista es distinto uno del otro. Por lo que, para cada pregunta existirán tres análisis y tres interpretaciones: nivelación (antes de cursar Cálculo Diferencial), primer semestre (cursando Cálculo Diferencial), segundo semestre (después de cursar Cálculo Diferencial).

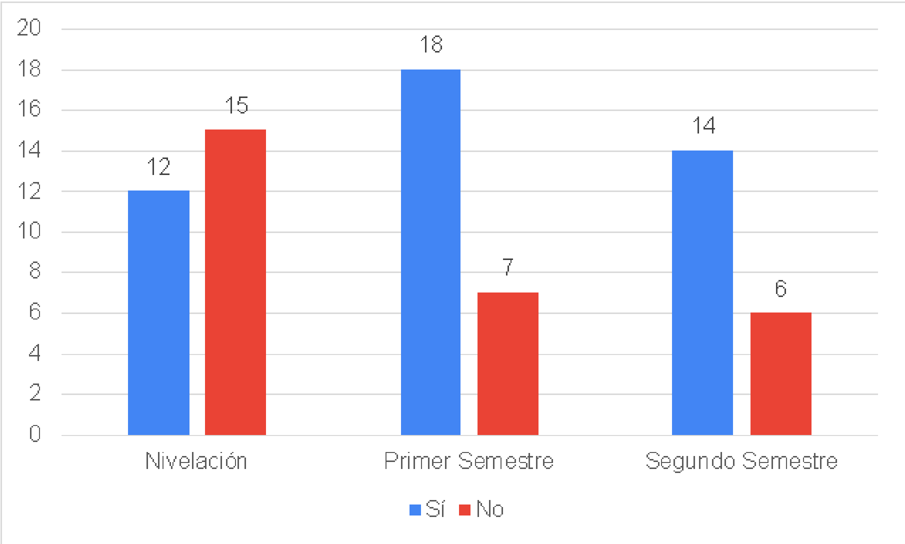
4.1. Tabulación, análisis e interpretación de resultados

Pregunta 1: ¿Habías escuchado sobre el Cálculo Diferencial antes de ingresar a la Universidad?

Tabla 4.1: Resultados primera pregunta.

	Nivelación		Primer Semestre		Segundo Semestre	
Opciones	f_i	$f\%$	f_i	$f\%$	f_i	$f\%$
Sí	12	44	18	72	14	70
No	15	56	7	28	6	30
Total	27	100	25	100	20	100

Figura 4.1: Resultados primera pregunta.



Análisis: Por parte de los estudiantes de nivelación, el 44 % respondió que sí. Mientras que el 56 % respondió que no. En el caso de los estudiantes de primer semestre, el 72 % respondió que sí. Mientras que el 28 % respondió que no. Finalmente, por parte de los estudiantes de segundo semestre, el 70 % respondió que sí. Mientras que el 30 % respondió que no.

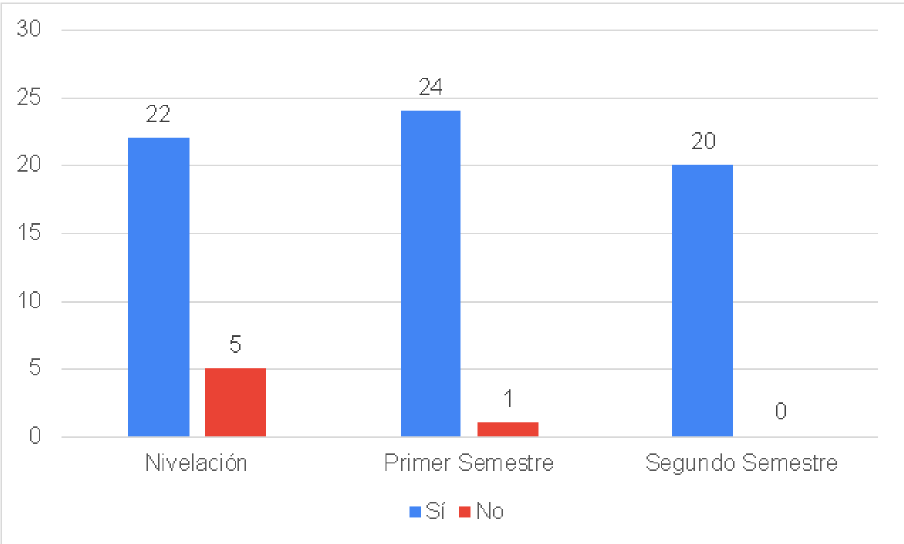
Interpretación: En el caso de los estudiantes de nivelación, el hecho de que más de la mitad de los estudiantes no hayan escuchado sobre el Cálculo Diferencial se debe a que últimamente, en las instituciones educativas, muchos de los docentes obvian este término y lo llaman cálculo de la derivada de una función. Aparte de que en muchos de estos casos los docentes se concentran en enseñar de forma directa, a través de ejercicios que muchas veces son obtenidos de páginas web, el ¿cómo resolver la derivada de una función? mediante la definición de límite o mediante un formulario, sin recomendar a los estudiantes libros que hablen o expliquen el concepto de Cálculo Diferencial. Por ende, muchas veces los estudiantes se ven obligados a aprender de forma autónoma, en donde encuentran libros, páginas web en donde hablan del Cálculo Diferencial. En el caso de los estudiantes de primer semestre, mencionan que al igual que los estudiantes de nivelación, la mayoría de los docentes tiende a obviar el concepto de Cálculo Diferencial. Gracias a su estancia en primer semestre logran interpretar que escucharon sobre el Cálculo Diferencial de manera implícita, a través del concepto de hallar la derivada de una función. Finalmente, en el caso de segundo semestre, muchos estudiantes mencionan que han escuchado hablar del Cálculo Diferencial. Debido a que muchos de ellos salieron de la educación en línea vivida en la pandemia del COVID-19, y durante esta etapa, muchas actividades que les asignaban sus docentes eran de consulta e investigación. Sin embargo, un pequeño grupo de estudiantes no recuerda haber escuchado hablar sobre el Cálculo Diferencial debido a que, en propias palabras de ellos, ha pasado mucho tiempo desde el colegio hasta la universidad para recordar acontecimientos tan puntuales.

Pregunta 2: ¿Consideras que el Cálculo Diferencial es importante para tu formación profesional?

Tabla 4.2: Resultados segunda pregunta.

	Nivelación		Primer Semestre		Segundo Semestre	
Opciones	f_i	$f\,\%$	f_i	$f\,\%$	f_i	$f\,\%$
Sí	22	81	24	96	20	100
No	5	19	1	4	0	0
Total	27	100	25	100	20	100

Figura 4.2: Resultados segunda pregunta.



Análisis: Por parte de los estudiantes de nivelación, el 44 % respondió que sí. Mientras que el 56 % respondió que no. En el caso de los estudiantes de primer semestre, el 72 % respondió que sí. Mientras que el 28 % respondió que no. Finalmente, por parte de los estudiantes de segundo semestre, el 70 % respondió que sí. Mientras que el 30 % respondió que no.

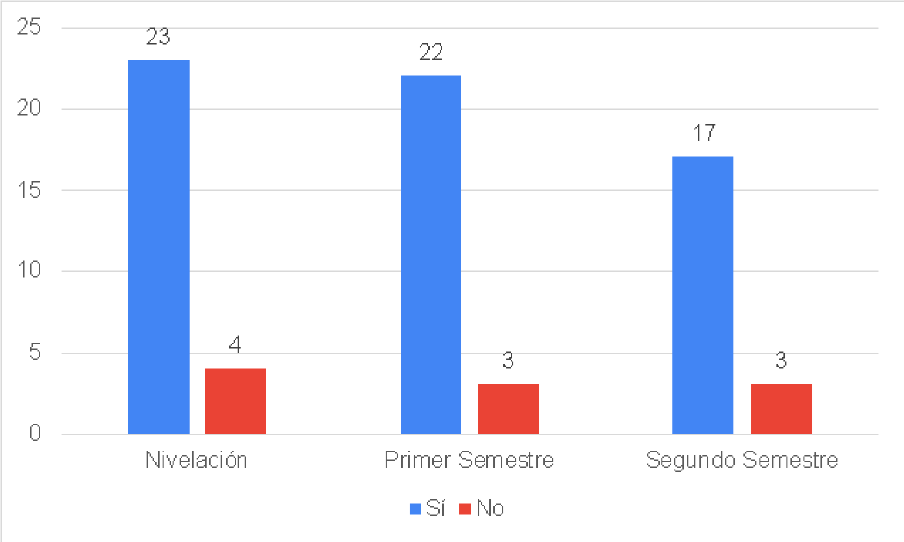
Interpretación: Empezando con los estudiantes de nivelación, muchos de ellos ya tienen una noción de la importancia que el Cálculo Diferencial va a tener en su formación profesional. Sin embargo, un pequeño grupo aún no tiene clara la relevancia que el Cálculo Diferencial va a tener en su formación profesional. Esto se debe a que, como se mencionó en la problemática de esta investigación, los estudiantes llegan con grandes vacíos conceptuales sobre el tema en cuestión. Ahora, en el caso de primer semestre, ellos ya están cursando el curso de Cálculo Diferencial, ya aprenden la importancia que este va a tener en su formación profesional. Sin embargo, de manera semejante a lo que ocurre en el caso de los estudiantes de nivelación, pero en menor cantidad, aún existen estudiantes que no tienen claro cómo el Cálculo Diferencial va a influir en su formación profesional. Esto se puede deber a que los estudiantes aún no entienden los conceptos básicos o fundamentales del Cálculo Diferencial, así como su aplicación en temas relacionados con la física u otras ciencias. Finalmente, en el caso de segundo semestre, los estudiantes ya han cursado Cálculo Diferencial, y se están enfrentando a otras asignaturas en donde el Cálculo Diferencial toma un rol fundamental. Por lo que todos los estudiantes ya han comprendido la utilidad que este va a tener en su formación profesional.

Pregunta 3: ¿Has tenido dificultades para comprender los conceptos básicos del Cálculo Diferencial?

Tabla 4.3: Resultados tercera pregunta.

	Nivelación		Primer Semestre		Segundo Semestre	
Opciones	f_i	$f\%$	f_i	$f\%$	f_i	$f\%$
Sí	23	85	22	88	17	85
No	4	15	3	12	3	15
Total	27	100	25	100	20	100

Figura 4.3: Resultados tercera pregunta.



Análisis: Por parte de los estudiantes de nivelación, el 44 % respondió que sí. Mientras que el 56 % respondió que no. En el caso de los estudiantes de primer semestre, el 72 % respondió que sí. Mientras que el 28 % respondió que no. Finalmente, por parte de los estudiantes de segundo semestre, el 70 % respondió que sí. Mientras que el 30 % respondió que no.

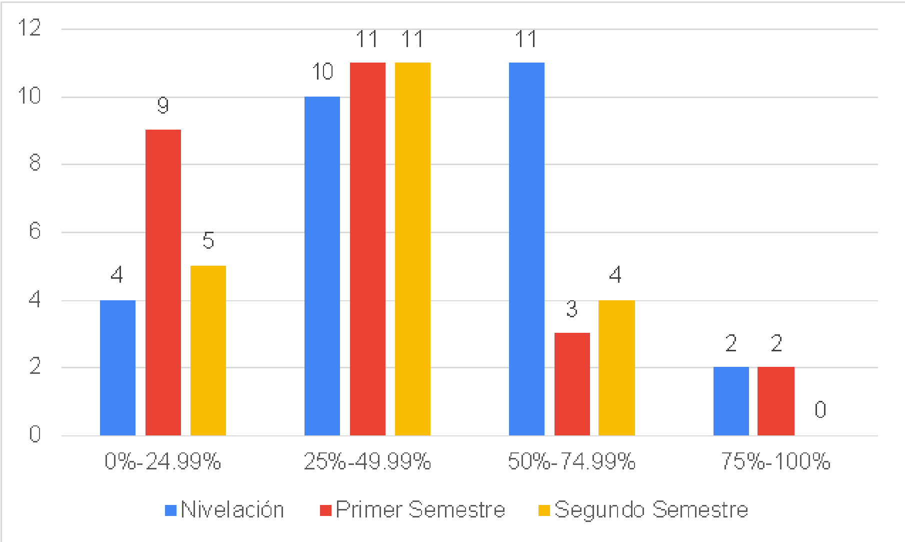
Interpretación: Los estudiantes de nivelación mencionan que, como en el colegio, tienen que ver muchos temas de matemáticas, introducción a límites, Cálculo Diferencial e incluso Cálculo Integral (una rama de las matemáticas que, al igual que el Cálculo Diferencial, tiene un rol importante en temas de investigación, ingenierías), entre otros. Por lo que, en propias palabras de los estudiantes, el tiempo que el docente tiene para cubrir todos estos temas es muy corto, lo que conlleva a que su exposición y explicación no cumpla con las metas establecidas. En consecuencia, muchos de los estudiantes llegan con una comprensión mínima o incluso nula de los conceptos básicos del Cálculo Diferencial. A diferencia del caso de los estudiantes de nivelación, en primer semestre ya el Cálculo Diferencial tiene su propio espacio, lo que hace suponer que su comprensión sea más fácil. Sin embargo, los estudiantes mencionan que el método de enseñanza utilizado por los docentes y el cómo abordan cada uno de los temas referentes al Cálculo Diferencial no es el adecuado, dejando en muchos casos vacíos que los estudiantes tienen que llevar a los siguientes semestres. Finalmente, como se mencionó en el caso de los estudiantes de primer semestre, muchos de los estudiantes llegan al segundo semestre con muchos vacíos referentes a los conceptos básicos del Cálculo Diferencial. Aparte de que, como ellos mencionan, aunque están viendo asignaturas en donde ya se aplican estos conceptos básicos, en algunos casos la forma en cómo los docentes que imparten estas asignaturas choca con lo ya aprendido en Cálculo Diferencial, dejando a los estudiantes en la mayoría de los casos en un punto muerto.

Pregunta 4: ¿En un intervalo del $0\,\%$ al $100\,\%$, qué tan preparado/a te sientes para enfrentar conceptos (aplicaciones) relacionados al cálculo diferencial?

Tabla 4.4: Resultados cuarta pregunta.

	Nivelación		Primer Semestre		Segundo Semestre	
Opciones	f_i	$f\,\%$	f_i	$f\,\%$	f_i	$f\,\%$
$0\,\% - 24{,}99\,\%$	4	15	9	36	5	25
$25\,\% - 49{,}99\,\%$	10	37	11	44	11	55
$50\,\% - 74{,}99\,\%$	11	41	3	12	4	20
$75\,\% - 100\,\%$	2	7	2	8	0	0
Total	27	100	25	100	20	100

Figura 4.4: Resultados cuarta pregunta.



Análisis: De los 27 estudiantes de nivelación, el $15\,\%$ respondió que se encuentra entre un $0\,\% - 24{,}99\,\%$, $37\,\%$ se encuentra entre un $25\,\% - 49{,}99\,\%$, el $41\,\%$ se encuentra entre un $50\,\% - 74{,}99\,\%$, y el $7\,\%$ se encuentra entre un $75\,\% - 100\,\%$. Por parte de los 25 estudiantes de primer semestre, el $36\,\%$ respondió que se encuentra entre un $0\,\% - 24{,}99\,\%$, $44\,\%$ se encuentra entre un $25\,\% - 49{,}99\,\%$, el $12\,\%$ se encuentra entre un $50\,\% - 74{,}99\,\%$, y el $8\,\%$ se encuentra entre un $75\,\% - 100\,\%$. Finalmente, de los 20 estudiantes de segundo semestre, el $25\,\%$ respondió que se encuentra entre un $0\,\% - 24{,}99\,\%$, $55\,\%$ se encuentra entre un $25\,\% - 49{,}99\,\%$, el $20\,\%$ se encuentra entre un $50\,\% - 74{,}99\,\%$.

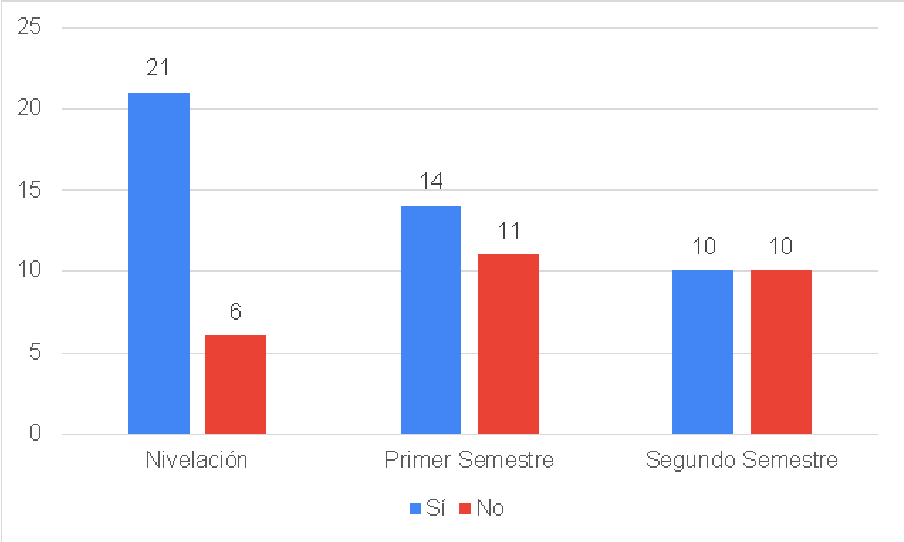
Interpretación: Empezando con los estudiantes de nivelación, los estudiantes que se encuentran entre un $0\,\% - 24{,}99\,\%$, estos afirman que, debido a su bajo nivel, no se sienten preparados a enfrentarse a conceptos relacionados con el Cálculo Diferencial. Por su parte, tanto los estudiantes que se encuentran entre un $25\,\% - 49{,}99\,\%$ y los que se encuentran entre un $50\,\% - 74{,}99\,\%$ tienen una actitud optimista, ya que, aunque su nivel no es muy alto, afirman que van a poder lidiar con los problemas o conceptos referentes al Cálculo Diferencial. Finalmente, los estudiantes que se encuentran entre un $75\,\% - 100\,\%$ afirman que tienen bases sólidas en lo que respecta al Cálculo Diferencial, por lo que no representará ninguna dificultad el enfrentarse a estos conceptos. Continuando con los estudiantes de primer semestre, tanto los estudiantes que se encuentran entre un $0\,\% - 24{,}99\,\%$ como los que se encuentran entre un $25\,\% - 49{,}99\,\%$ afirman que, en base a lo que están viendo en Cálculo Diferencial, sienten que su nivel es muy bajo para enfrentarse a conceptos relacionados con el tema en cuestión. Por parte de los estudiantes que se encuentran en un $50\,\% - 74{,}99\,\%$ y los estudiantes que se encuentran entre un $75\,\% - 100\,\%$ afirman tener las bases suficientes para enfrentarse a estos conceptos. Finalmente, por parte de los estudiantes de segundo semestre ya se están enfrentando a conceptos (aplicaciones) relacionados con el Cálculo Diferencial. Sin embargo, tanto los estudiantes que se encuentran entre un $0\,\% - 24{,}99\,\%$ y los que se encuentran entre un $25\,\% - 49{,}99\,\%$ afirman que durante su estancia en estas asignaturas que tienen relación con el Cálculo Diferencial no se sienten preparados para enfrentarse a estos conceptos y a aplicaciones que puedan venir en los siguientes semestres. Finalmente, los estudiantes que se encuentran entre un $50\,\% - 74{,}99\,\%$ mencionan que, aunque los conceptos relacionados con el Cálculo Diferencial son en su mayor parte comprensibles, tienen un poco de inseguridad al enfrentarse a los futuros temas (conceptos) relacionados con el tema en cuestión.

Pregunta 5: ¿Consideras que los métodos de enseñanza actuales facilitan el aprendizaje del Cálculo Diferencial?

Tabla 4.5: Resultados quinta pregunta.

	Nivelación		Primer Semestre		Segundo Semestre	
Opciones	f_i	$f\,\%$	f_i	$f\,\%$	f_i	$f\,\%$
Sí	21	78	14	56	10	50
No	6	22	11	44	10	50
Total	27	100	25	100	20	100

Figura 4.5: Resultados quinta pregunta.



Análisis: Por parte de los estudiantes de nivelación, el 78 % respondió que sí. Mientras que el 22 % respondió que no. En el caso de los estudiantes de primer semestre, el 56 % respondió que sí. Mientras que el 44 % respondió que no. Finalmente, por parte de los estudiantes de segundo semestre, el 50 % respondió que sí. Mientras que el 50 % respondió que no.

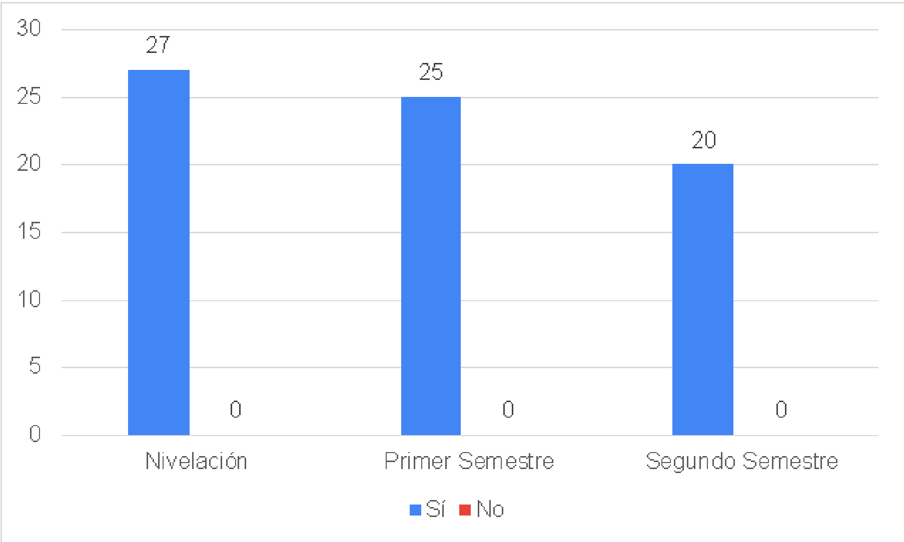
Interpretación: Los estudiantes de nivelación mencionan que en este ciclo han aprendido que existen muchos métodos de enseñanza innovadores y muy efectivos. Así que esperan ver alguno de estos métodos aplicados al momento de cursar Cálculo Diferencial. Sin embargo, un pequeño grupo cree que, aunque estos métodos son muy eficientes, no serán suficientes para comprender todo lo referente al Cálculo Diferencial. Por parte de los estudiantes de primer semestre, una mayoría (aunque no muy grande) de estudiantes afirma que, en efecto, existen métodos que facilitan el aprendizaje del Cálculo Diferencial. Por otro lado, el otro grupo afirma que, aunque los métodos actuales pueden facilitar el aprendizaje del Cálculo Diferencial, la forma en que los docentes lo apliquen puede hacer que estos métodos pierdan su efectividad. Para finalizar, en el caso de los estudiantes de segundo semestre, una mitad está a favor de que los métodos de enseñanza actuales pueden facilitar el aprendizaje del Cálculo Diferencial, dada su versatilidad y su rápida aplicación. Mientras que la otra mitad, al igual que en el caso de los estudiantes de primer semestre, afirman que estos pueden perder esa versatilidad dependiendo de su aplicación.

Pregunta 6: ¿Te gustaría recibir más recursos o apoyo adicional para aprender Cálculo Diferencial?

Tabla 4.6: Resultados sexta pregunta.

	Nivelación		Primer Semestre		Segundo Semestre	
Opciones	f_i	$f\%$	f_i	$f\%$	f_i	$f\%$
Sí	27	100	25	100	20	100
No	0	0	0	0	0	0
Total	27	100	25	100	20	100

Figura 4.6: Resultados sexta pregunta.



Análisis: Absolutamente, todos los estudiantes han respondido que sí.

Interpretación: En el caso de los estudiantes de nivelación, en su totalidad, han afirmado que les gustaría recibir más recursos que les ayuden a aprender y comprender el Cálculo Diferencial. En propias palabras de los estudiantes, el objetivo principal es llegar lo mejor preparados para enfrentar de manera eficiente todo el temario que depara el curso de Cálculo Diferencial. Al igual que en el caso de los estudiantes de nivelación, todos los estudiantes de primer semestre están a favor de recibir más recursos que les ayuden a aprender aquellos conceptos referentes al Cálculo Diferencial que están viendo y que no están muy claros, y así culminar esta asignatura de la mejor manera. Al igual que en los dos casos anteriores, todos los estudiantes de segundo semestre están de acuerdo en recibir más recursos referentes al Cálculo Diferencial. Sin embargo, a diferencia de los casos anteriores, ellos ya cursaron Cálculo Diferencial, así que su objetivo a través de estos recursos adicionales sería reforzar aquellos conceptos que no quedaron muy claros y, de igual manera, aprender los conceptos que no llegaron a ser vistos cuando tomaron Cálculo Diferencial. Esto con el fin de enfrentar de mejor manera los cursos que actualmente están tomando, dado que estos tienen una gran influencia por parte de los temas propuestos en el curso de Cálculo Diferencial.

Análisis de los principales hallazgos

En esta sección se analizarán e interpretarán, valga la redundancia, todas las interpretaciones de las preguntas anteriores, y a través del séptimo ítem de la encuesta **En caso hayas respondido que sí a la pregunta anterior, menciona por lo menos un recurso o apoyo adicional. Si en caso respondiste que no coloca "—–"** se mostrarán los principales hallazgos de la encuesta realizada.

En principal, mediante los resultados de la cuarta y quinta pregunta se ha podido ver que los estudiantes, en su gran mayoría, presentan problemas muy fuertes referentes a conceptos básicos y todo el temario en general del Cálculo Diferencial, generando una gran inseguridad al saber que tienen que enfrentarse a asignaturas que involucran todos estos conceptos. Ahora, en lo referente a los métodos de enseñanza del Cálculo Diferencial, en sí todos los estudiantes ven con optimismo la aplicación de estos métodos, siempre y cuando los docentes estén bien capacitados o tengan una noción clara de cómo aplicarlos, y así hacer que el aprendizaje del Cálculo Diferencial sea una experiencia placentera, reconfortante y que motive a los estudiantes a seguir aprendiendo más acerca del tema en cuestión.

En base a los hallazgos anteriormente mencionados, nace el propósito de diseñar una propuesta pedagógica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en el Cálculo Diferencial desde el enfoque basado en la resolución de problemas, dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador, la cual será explicada y presentada en el siguiente capítulo.

5. Presentación de la propuesta

5.1. Nombre de la propuesta

Guía de apoyo para mejorar el proceso de aprendizaje del Cálculo Diferencial dirigido a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.

5.2. Justificación de la propuesta

Basándose en la problemática descrita en el primer capítulo ***Planteamiento del problema*** y en el capítulo anterior *Presentación y análisis de datos*, se observa que la metodología tradicional utilizada en la enseñanza del Cálculo Diferencial no es eficiente, provocando que el desempeño de los estudiantes esté por debajo de los estándares requeridos para cursar otras asignaturas referentes al tema en cuestión.

Ahora, siguiendo lo expuesto en el segundo capítulo ***Fundamentación Teórica***, la implementación de una guía basada en la resolución de problemas es esencial debido a las siguientes razones:

1. Adaptabilidad: Mediante el enfoque basado en la resolución de problemas, este manual se puede adaptar fácilmente al nivel o habilidad del estudiante mediante la resolución de problemas.

2. Autonomía y confianza: Los estudiantes pueden adquirir mayor confianza, a través de la resolución de ejercicios y el apoyo de aplicaciones (***Symbolab, Wolfram|Alpha***) o páginas web (***https://www.calculadora-de-derivadas.com/***) o inclusive la propia inteligencia artificial (***ChatGPT, DeepSeek, Google Gemini, Microsoft Copilot,*** ...) con las que podrán analizar si el procedimiento aplicado fue el correcto, o en su defecto ver en qué paso se equivocaron, corregirlo y continuar hacia la respuesta correcta.

3. Cooperación: Los estudiantes podrán colaborar entre ellos, a través de actividades grupales, compartiendo ideas y proponiendo distintas formas de abarcar el problema en cuestión, y de esta manera plantear una solución óptima del problema.

4. Multievaluación: Los docentes tendrán más opciones de evaluación y no solo la forma tradicional. A su vez, les da la oportunidad a los estudiantes de autoevaluarse y

evaluar el desempeño que han mostrado sus compañeros en las distintas actividades realizadas.

5. Refuerzo teórico-práctico: Dado que el Cálculo Diferencial tiene un alto nivel de abstracción, los estudiantes necesitan una forma efectiva para poder comprender los temas referentes al Cálculo Diferencial. Por ende, la resolución de problemas ayuda a los estudiantes a ver cómo se aplican estos conceptos (definiciones, fórmulas y teoremas) en distintas ramas de la ciencia, todo esto mediante el uso de aplicaciones que facilitan la visualización de estos datos (***GeoGebra, Desmos, Wolfram|Alpha***).

Siguiendo todo lo previamente expuesto, se concluye que la implementación de esta guía ayudará a los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador a mejorar su proceso de aprendizaje del Cálculo Diferencial, y a su vez, los ayudará con el desarrollo de habilidades necesarias en futuras asignaturas, las cuales involucran todos los conceptos referentes al Cálculo Diferencial.

5.3. Descripción de los destinatarios

1. Destinatarios Principales:

   - Estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador.
   - Docentes que imparten la asignatura de Cálculo Diferencial perteneciente a la misma facultad.

2. Destinatarios Secundarios:

   - Estudiantes de la Universidad Central del Ecuador que estén cursando la asignatura de Cálculo Diferencial, o que estén cursando alguna asignatura que aplique los conceptos del Cálculo Diferencial.
   - Docentes de la Universidad Central del Ecuador que dicten la asignatura de Cálculo Diferencial o alguna asignatura que aplique los conceptos del Cálculo Diferencial.

5.4. Objetivos

5.4.1. Objetivo General

Facilitar el proceso de aprendizaje del Cálculo Diferencial para los estudiantes de primer semestre de la facultad de Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador, mediante la implementación del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

5.4.2. Objetivos Específicos

1. Utilizar el ABP para simplificar la instrucción (enseñanza) del Cálculo Diferencial.
2. Emplear problemas contextualizados que faciliten el aprendizaje de los conceptos básicos del Cálculo diferencial ***"límites, la derivada como proceso de optimización y razón de cambio"***.
3. Desarrollar la habilidad de analizar, comprender e interpretar los conceptos básicos del Cálculo Diferencial para la correspondiente resolución de problemas relacionados con este.

5.5. Funcionamientos

5.5.1. Explicación del proceso

Esta guía está dividida en cuatro partes fundamentales:

1. Antes de empezar las clases regulares se proporcionará un tutorial de cómo implementar el ABP en la instrucción (enseñanza) del Cálculo Diferencial. Luego, se evaluará a través de una prueba de diagnóstico en qué nivel llegan los estudiantes, todo esto con el fin de una correcta implementación del manual.
2. La implementación de este manual se da mediante cuatro fases (etapas), que avanzan progresivamente, ya que empiezan con la revisión de los conceptos fundamentales (básicos) del Cálculo Diferencial, y termina con la implementación de estos conceptos mediante la resolución de problemas contextualizados.
3. La calificación de la asignatura estará dividida en cuatro partes:

- **Evaluación Formativa**: Esta sección está compuesta por todas las actividades y talleres (individuales y grupales), y tendra un peso del 20 %.
- **Primera Parcial**: En esta primera parcial se evaluara todo el contenido visto en la primera y segunda fase, y tendra un peso del 20 %.
- **Segunda Parcial**: Esta segunda parcial esta compuesta por un proyecto final, el cual sera realizado de forma grupal en donde se aplicara todo lo visto en la tercera y cuarta fase, teniendo un peso del 30 %.
- **Tercera Parcial**: Finalmente, la tercera parcial evualara todo lo visto entre la tercera y cuarta etapa, teniendo un peso del 30 %.

4. Finalmente, mediante una encuesta, los estudiantes realizarán un proceso de autoevaluación sobre su experiencia de aprendizaje, proporcionando observaciones (opiniones/sugerencias) las cuales ayudarán a mejorar el manual. De igual manera, a través de esta encuesta, los docentes podrán evaluar la efectividad del manual, proporcionando observaciones (opiniones/sugerencias) sobre los problemas y dificultades encontrados durante su aplicación, y de esta manera mejorar la estructura del manual.

5.5.2. Implementación del ABP en la Guía

Antes de la descripción de las fases de la guía, se explicará brevemente la implementación del ABP en la misma.

- **Primera Fase**: Dentro de la segunda y cuarta semana se desarrollan actividades grupales centradas en la resolución de problemas relacionados con funciones básicas (lineales, cuadráticas, exponenciales o radicales) y límites. Los equipos presentaran un reporte (informe) en el cual estará detallada la resolución paso a paso de los problemas (aplicación ordenada de los conceptos aprendidos) y una breve descripción de sus hallazgos durante la resolución de estos problemas.
- **Segunda Fase**: Dentro de la sexta semana los estudiantes trabajarán en grupo, modelando y resolviendo problemas referentes a la interpretación física y geométrica de la derivada documentando en un informe la resolución paso a paso de los problemas y una breve descripción de sus hallazgos durante la resolución de estos problema.
- **Tercera Fase**: En la décima y décima primera semana, los estudiantes realizarán una actividad grupal y luego individual, abordando la resolución de problemas aplicando la derivada como razón de cambio comparando los resultados obtenidos de

forma analítica con sus representaciones gráficas. En ambos casos, los resultados se documentan en un informe que incluye la resolución paso a paso y una reflexión sobre los hallazgos obtenidos.

- **Cuarta Fase**: En la décima quinta semana, los estudiantes trabajan en grupo para investigar y resolver un problema de aplicación de forma analítica y gráfica. Los equipos expondrán sus principales hallazgos: formulación del problema, relevancia del problema, identificación de las variables y sus respectivas unidades de medida, resolución paso a paso del problema mediante el uso de los conceptos aprendidos durante estas cuatro fases, la representación gráfica del problema y conclusiones (analísis de los resultados obtenidos y posibles mejoras).

5.5.3. Descripción de fases y etapas

La propuesta tiene como enfoque el ABP, así que todas las fases presentes en este manual se basan en este enfoque. A su vez, todas las fases comparten el mismo uso de tiempo, los mismos lugares y los mismos recursos que se explican a continuación:

Tiempos
Todas las fases tienen una duración de cuatro semanas, dos clases por semana con una duración de dos horas cada una.

Lugares
Los lugares necesarios para realizar las actividades son:

- **Aulas**: Aquí se realizaran toda la parte teórica y práctica que no necesite el uso de computadoras o algún softaware.

- **Laboratorios de Computación**: Aquí se realizaran todas las actividades teóricas y prácticas que necesiten el uso de algun software que les ayude a visualizar e interpretar los problemas propuestos.

Recursos
Los materiales (recursos) necesarios para realizar esta actividad son:

1. Lápiz (esfero)

2. Borrador (corrector)

3. Regla

4. Manual (guía) de estudio

5. Apuntes

6. Computadora (laptop)

7. Software (GeoGebra, Desmos)

Primera Fase

En esta primera fase, los estudiantes adquieren las bases esenciales para abordar el Cálculo Diferencial.

Contenidos

Tabla 5.1: Contenidos Primera Fase

TEMA	CONTENIDOS
Funciones	Tipos de funciones (lineales, cuadráticas, polinómicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas)
	Dominio y rango.
	Gráficas de funciones.
Límites	Definición de límite.
	Cálculo de límites de forma analítica y gráfica.
	Límites laterales y continuidad.

Actividades

- **Primera Semana**: Para saber en qué nivel están los estudiantes se realizará en la primera clase una prueba de diagnóstico. A continuación, en la segunda clase se realiza la respectiva retroalimentación en donde se identifica los puntos (temas) que los estudiantes deben mejorar.

- **Segunda Semana**: En la tercera clase se explicará los tipos de funciones, sus respectivas gráficas, su dominio y su rango. Siguiendo este lineamiento, en la cuarta clase se realizará una actividad práctica. En la primera hora, el docente realizará ejercicios paso a paso para reforzar lo visto en la tercera clase, en la segunda hora los estudiantes realizarán ejercicios propuestos por el docente, mediante el uso de un software (GeoGebra, Desmos) para que ayude a visualizar los resultados obtenidos.

- **Tercera Semana**: En la quinta clase se dará una definición intuitiva de límite, cálculo de límites de forma analítica y gráfica, para finalmente llegar a límites laterales y continuidad. Siguiendo el mismo sistema que en la segunda semana, en la sexta clase el docente realizará ejercicios paso a paso, para que luego los estudiantes realicen ejercicios propuestos por el docente.

- **Cuarta Semana**: En la séptima clase los estudiantes tendrán que realizar una actividad grupal resolviendo problemas referentes al temario visto en esta etapa (funciones y límites); antes de iniciar esta actividad el docente explicará los criterios de evaluación de esta actividad, así como los objetivos referentes a la misma. Finalmente, luego de la entrega de esta actividad en la octava clase, el docente responderá las dudas e inquietudes que los estudiantes hayan presentado durante el desarrollo de la misma, proporcionando de esta manera la retroalimentación que los estudiantes necesitan.

Segunda Fase

En la segunda fase, los estudiantes aprenden los conceptos básicos del Cálculo Diferencial, la definición de derivada y sus reglas de derivación.

Contenidos

Tabla 5.2: Contenidos Segunda Fase

TEMA	CONTENIDO
Definición de Derivada	Definición formal.
	Interpretación geométrica.
	Interpretación física.
Reglas de Derivación	Funciones básicas y su derivada.
	Derivada de la suma o resta, producto y división.
	Composición de funciones (Regla de la cadena) y su derivada.

Actividades

- **Quinta Semana**: En la primera clase de esta segunda fase, se impartirá la definición formal de la derivada $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$. De igual manera se da paso a la interpretación geométrica que presenta la derivada “***la pendiente de la recta tangente en un punto***, y a su intepretación física “***la velocidad instantánea de un objeto en un punto dado***. En la segunda clase se explican las reglas de derivación. Además, se muestran las funciones básicas “constante, identidad, potencia, exponencial, raíz enésima, logarítmica y trigonométricas (seno, coseno y tangente) y su respectiva derivada.

- **Sexta Semana**: En la tercera clase el docente realizará ejercicios paso a paso para reforzar lo visto en la primera y segunda clase, respondiendo las dudas e inquietudes que tengan los estudiantes en el transcurso de la resolución de los ejercicios. A su vez, ilustrará el cómo realizar la interpretación geométrica de la derivada a través del uso de GeoGebra o Desmos. Luego, en la cuarta clase los estudiantes realizarán un taller en el laboratorio de computación en el que se evaluara lo visto en las clases previas, en donde compararan los resultados obtenidos de forma analítica con los resultados obtenidos de forma gráfica (GeoGebra/Desmos).

- **Septima Semana**: En la quinta clase se dará apertura a la composición de funciones, o más conocida como la regla de la cadena, y su respectiva forma de derivación. Para solventar las dudas que se puedan presentar con el tema, el docente realizará paso a paso la resolución de ejemplos propuestos en clase. De esta manera, al llegar la sexta clase los estudiantes estarán listos para realizar una actividad individual en donde tendrán que resolver una serie de ejercicios, visualizando el transcurso de la composición de la función, así como la comparación con su respectiva derivada.

- **Octavá Semana**: Para la séptima clase, los estudiantes resiviran una clase de retroalimentación sobre todo lo visto en estas dos fases. Finalmente, en la octava clase los estudiantes rendirán el examen de medio semestre (primera parcial), este examen cubre todo lo visto en la primera y segunda fase.

Tercera Fase

En esta tercera fase, los estudiantes aprenderán a analizar el comportamiento de las funciones “crecimiento, decrecimiento, puntos máximos y mínimos, concavidad y puntos de inflexión” a través de la derivada. A su vez, aprenderán a maximizar o minimizar una función dependiendo del caso, y a utilizar la derivada como razón de cambio.

Contenidos

Tabla 5.3: Contenidos Tercera Fase

TEMA	CONTENIDO
Funciones y su Análisis	Crecimiento y decrecimiento de funciones.
	Máximos y mínimos de una función.
	Concavidad y puntos de inflexión de una función.
Optimización	Maximización y minimización de funciones.
Razón de Cambio	La derivada como razón de cambio

Actividades

- **Novena Semana**: Para la primera clase de esta tercera fase, los estudiantes aprenderán todo lo referente al crecimiento, decrecimiento, los máximos, mínimos, la concavidad y los puntos de inflexión de una función a través de la explicación paso a paso de ejemplos propuestos por el docente. Luego, en la segunda clase tendrán una actividad práctica en la que analizarán de forma analítica y gráfica el comportamiento de algunas funciones propuestas y su respectiva derivada.

- **Décima Semana**: En la tercera clase se dará paso a los problemas de optimización, aquí los estudiantes aprenderán todo lo referente a como maximizar o minimizar una función conforme lo requiera la situación. Todo esto a través de la resolución de ejemplos que serán explicados paso a paso por el docente. Continuando hacia la cuarta clase, los estudiantes realizarán una actividad individual en donde deberán maximizar o minimizar una serie de funciones dependiendo el requerimiento del problema. Además, deberán proyectar estos resultados mediante el uso de GeoGebra/Desmos para comprobar lo obtenido de forma analítica con la gráfica que obtengan.

- **Décima Primera Semana**: En su quinta clase los estudiantes empezarán aprendiendo paso a paso el cómo aplicar la derivada para resolver problemas de razones de cambio mediante la resolución y explicación de ejemplos planteados por el docente. A continuación, en su sexta clase resolverán una serie de problemas propuestos, en donde tendrán que ilustrar los resultados obtenidos mediante el uso de GeoGebra/Desmos.

- **Décima Segunda Semana**: En la séptima clase los estudiantes realizarán una actividad individual, la cual esta compuesta de los temas vistos en esta tercera fase. Finalmente, en la octava clase el docente realizará una sesión de preguntas e inquietudes sobre la resolución de los problemas, y así concluir con esta tercera etapa.

Cuarta Fase

En esta cuarta y última fase, los estudiantes aprenderán cómo las derivadas ayudan en el cálculo de límites indeterminados. Además, aprenderán las distintas aplicaciones que tiene el Cálculo Diferencial en otras áreas aparte de matemáticas, por ejemplo: biología, economía y física.

Contenidos

Tabla 5.4: Contenidos Cuarta Fase

TEMA	CONTENIDO
Límites y Derivadas	Regla de L'Hôpital.
Antiderivada	Uso de la derivada para recuperar una función.

Actividades

- **Décima Tercera Semana**: En la primera clase de esta última fase, se dará introducción a la Regla de L'Hôpital, en donde el docente instruirá, paso a paso, mediante ejemplos, el cómo usar las derivadas para calcular límites indeterminados. Luego, en su segunda clase durante la primera hora y la mitad de la segunda hora los estudiantes realizarán una actividad individual resolviendo ejercicios referentes al tema en cuestión, para que en la segunda mitad de la segunda hora luego de entregada la actividad el docente resuelva las dudas e inquietudes que se hayan presentado durante la resolución de esta actividad.
- **Décima Cuarta Semana**: En la tercera clase los estudiantes verán paso a paso mediante ejemplos el como recuperar una función mediante su derivada. Luego, en su cuarta clase, realizarán una actividad individual en la que tendrán que aplicar el concepto de antiderivada y resolver una serie de problemas propuestos.
- **Décima Quinta Semana**: En la quinta clase los estudiantes realizarán un proyecto final (segunda parcial) que será realizado de forma grupal en el que tendrán que investigar y resolver un problema de aplicación de forma analítica y gráfica. Luego,

en la sexta clase, los equipos expondrán los resultados obtenidos culminando así su segunda parcial.

- **Décima Sexta Semana**: En su penúltima clase los estudiantes rendirán el examen final (tercera parcial) que abarca todo lo visto entre la tercera y cuarta fase. Finalmente, en la última clase se realizará la retroalimentación de la tercera parcial, resolviendo dudas e inquietudes. A su vez, se brindará a los estudiantes una encuesta (evaluación de la propuesta) en la que tendrán que responder con sí o no y una sección de recomendaciones (opiniones/sugerencias) sobre como pueden mejorar su experiencia de aprendizaje.

5.5.4. Evaluación de la propuesta

Con el fin de comprobar la efectividad de las actividades propuestas, se aplica la siguiente encuesta en donde los estudiantes tendrán que responder sí o no, y justificar su respuesta. En la última sección de esta encuesta "Recomendaciones" los estudiantes proporcionarán sugerencias para mejorar la aplicación de este enfoque.

Tabla 5.5: Encuesta de Autoevaluación

Criterio de Evaluación	Sí	No	Justificación
Comprendo los conceptos básicos del Cálculo Diferencial			
Aplico correctamente las reglas de derivación			
Analizo, interpreto y aplico los conceptos básicos del Cálculo Diferencial para resolver un problema dado			
Utilizo herramientas tecnológicas para visualizar e interpretar los resultados obtenidos			
El método de enseñanza fue efectivo			
Recomendaciones			

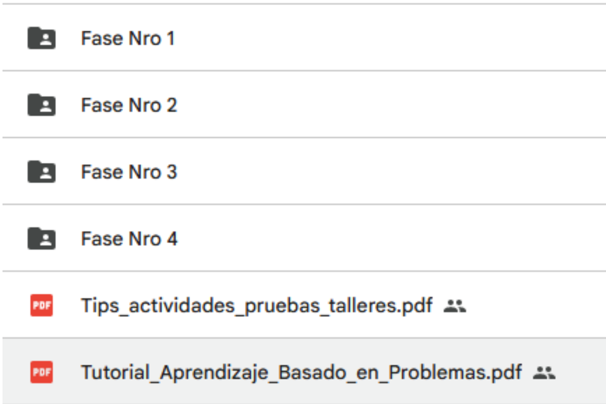
5.6. Propuesta pedagógica

Se ha creado un repositorio en la plataforma Google Drive, el cual contiene todos los recursos para impartir la asignatura de Cálculo Diferencial. Mediante el enlace que se muestra a continuación, los docentes podrán acceder al repositorio.

Guía de Apoyo para el Cálculo Diferencial

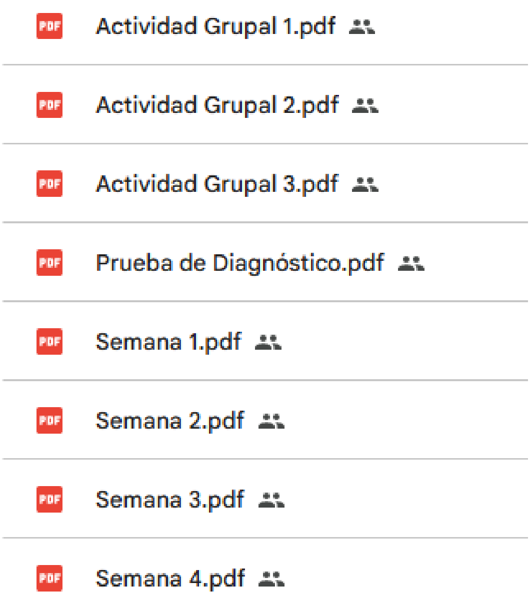
En este repositorio los docentes encontrarán una carpeta llamada "*Guía de Apoyo para el Cálculo Diferencial*", la cual está compuesta de otras cuatro carpetas, en donde se encuentran las cuatro fases que se mencionaron en la sección "***Descripción de fases y etapas***", nombradas como "Fase Nro 1, Fase Nro 2, Fase Nro 3 y Fase Nro 4", para que sea fácil identificar cada una de las fases. A continuación, en la figura 5.1 se puede ver cada una de las carpetas mencionadas, además de dos documentos los cuales ayudarán a los docentes en su proceso de enseñanza del Cálculo Diferencial mediante el uso del ABP.

Figura 5.1: Fases de la prupuesta.



Cada fase viene con sus respectivas actividades y su solucionario. Los documentos con el nombre "*Semana 1, Semana 2, ...*" incluyen la introducción a las actividades a realizar, el objetivo de la actividad, las instrucciones y el solucionario de la actividad. Por su parte, los documentos con el nombre "Actividad Grupal, Actividad Individual, Prueba de Diagnóstico, Primera Parcial, Tercera Parcial" incluyen las actividades (problemas/ejercicios) que los estudiantes van a realizar. Mediante el solucionario, los docentes podrán proporcionar una mejor retroalimentación a los estudiantes. A su vez, en caso de que los estudiantes no puedan asistir a las clases de retroalimentación, o aún no ha quedado clara la explicación, podrán tener acceso al solucionario previa solicitud al docente. A continuación, en la figura 5.2, se puede ver la estructura de la primera fase.

Figura 5.2: Estructura Primera Fase.



Mediante las figuras 5.3 y 5.4 se puede ver la estructura del documento ***Prueba de Diagnóstico*** y una muestra del documento ***Semana 1*** respectivamente.

Figura 5.3: Prueba de Diagnóstico.

Prueba de Diagnóstico

Nombre: ________________

Responda todas las preguntas, esta prueba no tiene ningún peso en el promedio de la asignatura, así que no tenga miedo si se equivoca en alguna de las preguntas.

1. Mediante el uso de técnicas de factorización, racionalización, cocientes o productos notables, simplifique las siguientes expresiones
   - $\frac{x^2-6x+9}{x^3-27}$
   - $\frac{\sqrt{x}+2}{x-4}$
   - $\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$
2. Encontrar el dominio y rango de las siguientes funciones
   - $f(x) = x^2 - 4$
   - $g(x) = \sqrt{x-1}$
   - $h(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$
3. Dado el siguiente punto $(2,3)$ y la pendiente $m = 4$. Hallar la ecuación de la recta.
4. Dados los puntos $(1,2)$ y $(4,8)$, hallar la ecuación de la recta que pasa por estos puntos.
5. Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $y = \frac{3}{4}x - 2$, y pasa por el punto $(3,4)$.
6. Calcular los siguientes límites:
   - $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{4-x}$
   - $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+1}{x^2-1}$
7. Calcular la derivada de las siguientes funciones:
   - $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$
   - $g(x) = (2x+1)(x^2-3x)$
   - $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

Figura 5.4: Muestra Semana 1.

Resolución Prueba de Diagnóstico

1. Mediante el uso de técnicas de factorización, racionalización, cocientes o productos notables, simplifique las siguientes expresiones
   - $\frac{x^2-6x+9}{x^3-27}$

$$\frac{x^2-6x+9}{x^3-27} = \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x^2+3x+9)}$$
$$\frac{(x-3)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x-3)}(x^2+3x+9)} = \frac{x-3}{x^2+3x+9}$$

   - $\frac{\sqrt{x}+2}{x-4}$

$$\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+2}{x-4} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$$
$$\frac{\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(\sqrt{x}-2)} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

o

$$\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$
$$\frac{\cancel{(\sqrt{x}+2)}}{\cancel{(\sqrt{x}+2)}(\sqrt{x}-2)} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

   - $\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

$$\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}$$
$$\frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}$$

o

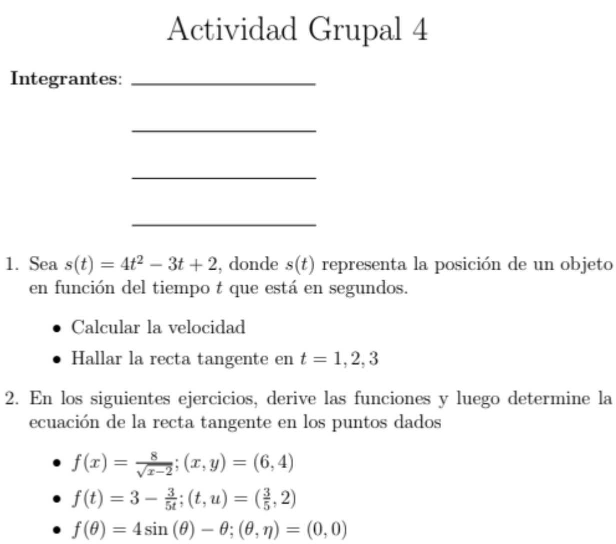
$$\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}$$
$$\frac{\cancel{(\sqrt[3]{x}-1)}}{\cancel{(\sqrt[3]{x}-1)}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}$$

Concluyendo lo referente a la primera fase, el documento ***Semana 2*** corresponde a la ***Actividad Grupal 1***, el documento ***Semana 3*** corresponde a la ***Actividad Grupal 2***, y el documento ***Semana 4*** corresponde a la ***Actividad Grupal 3***. Continuando con este lineamiento, en la figura 5.5 se puede ver la estructura de la segunda fase.

Figura 5.5: Estructura Segunda Fase.

Mediante las figuras 5.6 y 5.7 se puede ver la estructura del documento ***Actividad Grupal 4*** y una muestra del documento ***Semana 6*** respectivamente.

Figura 5.6: Estructura Actvidad Grupal 4.



Actividad Grupal 4

Integrantes: ________________

1. Sea $s(t) = 4t^2 - 3t + 2$, donde $s(t)$ representa la posición de un objeto en función del tiempo t que está en segundos.
   - Calcular la velocidad
   - Hallar la recta tangente en $t = 1, 2, 3$
2. En los siguientes ejercicios, derive las funciones y luego determine la ecuación de la recta tangente en los puntos dados
   - $f(x) = \frac{8}{\sqrt{x-2}}; (x, y) = (6, 4)$
   - $f(t) = 3 - \frac{3}{5t}; (t, u) = (\frac{3}{5}, 2)$
   - $f(\theta) = 4\sin(\theta) - \theta; (\theta, \eta) = (0, 0)$

Figura 5.7: Muestra Semana 6.

1. Sea $s(t) = 4t^2 - 3t + 2$, donde $s(t)$ representa la posición de un objeto en función del tiempo t que está en segundos.
   - Calcular la velocidad
     Para esto vamos a derivar $s(t)$
     $$v(t) = s'(t)$$
     $$v(t) = 8t - 3$$
   - Hallar la recta tangente en $t = 1, 2, 3$
     - $t = 1$ Evaluamos $s(t)$ en 1
       $$s(1) = 4(1)^2 - 3(1) + 2$$
       $$s(1) = 3$$
       Obteniendo el punto $(1, 3)$. Ahora, recordamos que la derivada se puede interpretar como la pendiente de la recta tangente en un punto, así que evaluamos $v(t)$ en $t = 1$
       $$v(1) = 8(1) - 3$$
       $$v(1) = 5 = m_{tg}$$
       Ya teniendo el punto y la pendiente, utilizamos la fórmula de la ecuación punto-pendiente
       $$y - y_0 = m_{tg}(t - t_0)$$
       $$y - 3 = 5(t - 1)$$
       $$y = 5t - 2$$

Concluyendo lo referente a la segunda fase, el documento ***Semana 7*** corresponde a la ***Actividad Individual 1*** y el documento ***Semana 8*** corresponde a la ***Primera Parcial***. A continuación, en la figura 5.8 se puede ver la estructura de la tercera fase.

Figura 5.8: Estructura Tercera Fase.

- Actividad Grupal 5.pdf
- Actividad Individual 2.pdf
- Actividad Individual 3.pdf
- Actividad Individual 4.pdf
- Semana 9.pdf
- Semana 10.pdf
- Semana 11.pdf
- Semana 12.pdf

Mediante las figuras 5.9 y 5.10 se puede ver la estructura del documento ***Actividad Individual 2*** y una muestra del documento ***Semana 10*** respectivamente.

Figura 5.9: Estructura Actvidad Individual 2.

Actividad Individual 2

Nombre: __________________

1. **Maximización del área de un recinto**: Un agricultor tiene 100 metros de cerca para construir un recinto rectangular adyacente a un río. No necesita cercar el lado del río. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del recinto para que el área sea máxima?

2. **Maximización del área de un rectángulo dentro de una parábola**: Se quiere inscribir un rectángulo bajo la parábola $y = 9 - x^2$, con su base en el eje x. ¿Cuáles deben ser las dimensiones para que su área sea máxima?

3. **Maximización del volumen de una caja sin tapa**: Se tiene una hoja de cartón cuadrada de 40 cm de lado, y se recortan cuadrados iguales en cada esquina para doblar y formar una caja sin tapa. ¿Cuánto deben medir los cuadrados recortados para maximizar el volumen de la caja?

Figura 5.10: Muestra Semana 10.

1. **Maximización del área de un recinto**: Un agricultor tiene 100 metros de cerca para construir un recinto rectangular adyacente a un río. No necesita cercar el lado del río. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del recinto para que el área sea máxima?

   En primer lugar, necesitamos definir las variables

   - Sea x el ancho del recinto (el lado perpendicular al río);
   - Sea y el largo del recinto (el lado paralelo al río).

   Ahora, la ecuación de restricción está definida de la siguiente manera

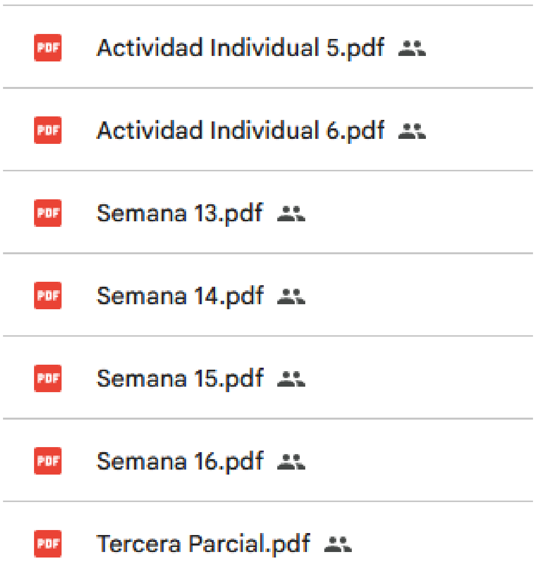
$$x + 2y = 100$$
$$y = \frac{100 - x}{2}$$

   Recordemos que el recinto tiene forma rectangular, así que su área viene definida como

$$A(x) = x \cdot y$$
$$A(x) = x\left(\frac{100 - x}{2}\right)$$
$$A(x) = \frac{100x - x^2}{2}$$

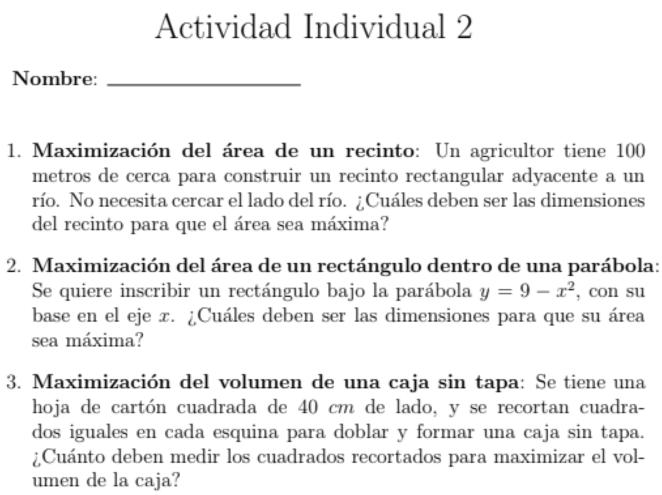
Concluyendo lo referente a la tercera fase, el documento ***Semana 9*** corresponde a la ***Actividad Grupal 5***, el documento ***Semana 11*** corresponde a la ***Actividad Individual 3***, y el documento ***Semana 12*** corresponde a la ***Actividad Individual 4***. Finalmente, en la figura 5.5 se puede ver la estructura de la cuarta fase.

Figura 5.11: Estructura Cuarta Fase.



Mediante las figuras 5.12 y 5.13 se puede ver la estructura del documento ***Tercera Parcial*** y una muestra del documento ***Semana 16*** respectivamente.

Figura 5.12: Tercera Parcial.



Actividad Individual 2

Nombre: ________________

1. **Maximización del área de un recinto**: Un agricultor tiene 100 metros de cerca para construir un recinto rectangular adyacente a un río. No necesita cercar el lado del río. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del recinto para que el área sea máxima?
2. **Maximización del área de un rectángulo dentro de una parábola**: Se quiere inscribir un rectángulo bajo la parábola $y = 9 - x^2$, con su base en el eje x. ¿Cuáles deben ser las dimensiones para que su área sea máxima?
3. **Maximización del volumen de una caja sin tapa**: Se tiene una hoja de cartón cuadrada de 40 cm de lado, y se recortan cuadrados iguales en cada esquina para doblar y formar una caja sin tapa. ¿Cuánto deben medir los cuadrados recortados para maximizar el volumen de la caja?

Figura 5.13: Muestra Semana 16.

1. **Maximización del área de un recinto**: Un agricultor tiene 100 metros de cerca para construir un recinto rectangular adyacente a un río. No necesita cercar el lado del río. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del recinto para que el área sea máxima?

   En primer lugar, necesitamos definir las variables

   - Sea x el ancho del recinto (el lado perpendicular al río);
   - Sea y el largo del recinto (el lado paralelo al río).

   Ahora, la ecuación de restricción está definida de la siguiente manera

$$x + 2y = 100$$
$$y = \frac{100 - x}{2}$$

   Recordemos que el recinto tiene forma rectangular, así que su área viene definida como

$$A(x) = x \cdot y$$
$$A(x) = x\left(\frac{100 - x}{2}\right)$$
$$A(x) = \frac{100x - x^2}{2}$$

Concluyendo lo referente a la cuarta fase, el documento ***Semana 13*** corresponde a la ***Actividad Individual 5***, el documento ***Semana 14*** corresponde a la ***Actividad Individual 6***. Por último, como se mencionó en la estructura de la cuarta fase, la décima quinta semana consiste en un proyecto final, así que mediante las figuras 5.14 y 5.15 se muestran sus respectivos criterios de evaluación.

Figura 5.14: Criterios de Evaluación Segunda Parcial.

Criterios de Evaluación Proyecto Final

A continuación se muestran los criterios de evaluación del proyecto final.

1. Planteamiento del Problema (20%)
   - Claridad en la formulación del problema.
   - Justificación de la relevancia del problema en un contexto real.
   - Identificación de las variables y sus unidades de medida.
2. Desarrollo Analítico (25%)
   - Aplicación correcta de los conceptos de cálculo (derivadas, límites, optimización, etc.).

Figura 5.15: Contnuación Criterios de Evaluación Segunda Parcial.

- Coherencia en los procedimientos matemáticos.
- Claridad y organización en la resolución del problema.

3. Representación Gráfica (20%)
    - Uso adecuado de software (GeoGebra, Desmos) para visualizar la solución.
    - Interpretación correcta de la gráfica en relación con el problema planteado.
    - Comparación entre los resultados obtenidos analíticamente y gráficamente.
4. Trabajo en equipo (10%)

    esta sección la pondrán los estudiantes a sus compañeros de equipo
5. Conclusiones y Reflexión (10%)
    - Análisis de los resultados obtenidos.
    - Relación con el contexto del problema.
    - Identificación de posibles mejoras o aplicaciones futuras.
6. Presentación y Exposición (20%)
    - Claridad y estructura de la presentación.
    - Dominio del tema por parte de los integrantes del equipo.
    - Uso adecuado de materiales visuales y tecnológicos.
    - Respuesta a preguntas y dudas de los compañeros y del docente.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

Últimamente, el desempeño matemático de los estudiantes que culminan sus estudios de colegio está por debajo de los estándares requeridos. Este desempeño se evidencia con mayor intensidad al momento en que los estudiantes ingresan a la universidad en carreras que requieren un alto dominio de las matemáticas (Física y Matemática, Ingenierías, entre otros) en especial en una rama fundamental de las matemáticas: el Cálculo Diferencial. Sin embargo, el problema no solo recae en los estudiantes; el problema también se presenta en el método tradicional que emplean los docentes, el cual consiste en impartir una clase magistral, explicar los conceptos básicos y fundamentales del Cálculo Diferencial sin apoyo de alguna herramienta que ayude a mejorar la comprensión de estos conceptos.

Durante el desarrollo de la guía se evidenciaron ciertas dificultades que hicieron que el tiempo previamente establecido se extendiera. Una de estas dificultades se da en que los docentes no tenían una experiencia previa en cómo implementar el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en sus actividades, así que se desarrolló un pequeño tutorial sobre el ABP. A su vez, se evidenció que los métodos de evaluación, el desarrollo de actividades y su respectiva retroalimentación no eran muy eficientes, provocando en los estudiantes ansiedad y estrés por no comprender los temas explicados, así como el no tener algún material que les ayude a comprender en qué punto de la resolución del problema están mal; por ende, se crearon solucionarios con su explicación paso a paso para que tanto docentes como estudiantes pudieran comprender de mejor manera la resolución de los problemas.

Recomendaciones

Como se mencionó en el documento presente en la guía "*Tutorial Aprendizaje Basado en Problemas*" estamos atravesando el boom de la inteligencia artificial, así que se recomienda adaptarse al uso de esta herramienta como auxiliar de enseñanza y aprendizaje. Esta adaptación se la puede realizar implementando el método de pregunta y respuesta, el cual consiste en enseñar a los estudiantes a cómo realizar una buena pregunta al asistente virtual para obtener una buena respuesta, y continuar haciendo más preguntas hasta llegar a una respuesta o solución óptima a un problema en cuestión. Ahora, en lo que se refiere al uso de herramientas de visualización de datos (GeoGebra/Desmos), últimamente está en auge el uso de ***Manim***, una herramienta digital la cual nos permite realizar animaciones matemáticas, resultando en una experiencia mucho más dinámica que mediante el uso de GeoGebra/Desmos, ya que aquí el limitante para los estudiantes es su imaginación y que tengan un nivel básico o lo suficientemente elevado de programación en Python para poder desarrollar las animaciones.

Bibliografía

Abreau, J. L., y Barot, M. (2017). *Desarrollo del Cálculo*. https://arquimedes.matem.unam.mx/jlabreu/DesarrolloDelCalculo.pdf

Araya, R. G., Sánchez, M. C., y Mora, R. H. (2018). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. *Actualidades Investigativas en Educación*, *19*(1), 31. https://doi.org/10.15517/aie.v19i1.35278

Artigue, M., y Ervynck, G. (1992). Procceedings of Working Group 3 on students difficulties in calculus.

Artigue, M. (1998). L'évolution des problématiques en didactique de l'analyse. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*. https://revue-rdm.com/1998/l-evolution-des-problematiques-en/

Artigué, M., Douady, R., Moreno, L., y Gómez, P. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. *Ingeniería didáctica en educación matemática*, *1*, 97-140.

Asamblea Nacional del Ecuador. (2008). *Constitución de la Republica del Ecuador*. Asamblea Nacional del Ecuador.

Ayala Vásquez, O. R. (2022, octubre). La enseñanza de la física desde el cálculo diferencial e integral en el tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Ana Luisa Leoro" en el año lectivo 2021-2022. https://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/12990

Blanco-Benamburg, R., Palma-Picado, K., y Moreira-Mora, T. E. (2019). Protocolo para la identificación de estrategias de resolución de problemas matemáticos.

Caicedo, A. J. C., García, A. F. G., Cedeño, J. J. U., y Bravo, J. E. G. (2022). Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Datos que Apoyan a la Investigación Científica en Tiempo de Pandemia. *Dominio de las Ciencias*, *8*(1), 1165-1185. https://doi.org/10.23857/dc.v8i1.2546

Cartuche Sanmartin, O. B., Vivanco Ureña, C. I., León Bravo, F. E., Reyes Carrión, J. P., Mogrovejo León, J. O., y Quizhpe Peláez, T. A. (2024). Estrategias Didácticas para el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de Matemáticas en Bachillerato. *Estudios y Perspectivas Revista Científica y Académica*, *4*(1), 986-1002. https://doi.org/10.61384/r.c.a..v4i1.143

Castro, J. L. F., y Carvajal, C. A. (2010). RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS: UNA PROPUESTA. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (6). http://funes.uniandes.edu.co/21272/

Conde-Carmona, R. J., Meléndez, A. A. F., y Padilla-Escorcia, I. A. (2021). El uso de la tecnología en la enseñanza del límite, para el fortalecimiento de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria en tiempos de Pandemia. *Educación y Ciudad*, (41), 147-170. https://doi.org/10.36737/01230425.n41.2496

Congreso Nacional del Ecuador. (2014). *Código de la Niñez y Adolescencia*. Congreso Nacional del Ecuador.

Coronel, M. (2020). *Guía didáctica para la enseñanza de Matemática de los estudiantes de octavo año de la escuela de educación básica superior para personas con escolaridad inconclusa Tarqui, modalidad semipresencial intensiva.* (inf. téc.) (Tesis de posgrado). Universidad Central del Ecuador, Quito.

Cumbicos, K. M. C., Guamán, A. V. R., y Peralta, S. R. T. (2023). Percepciones y retos en el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de primer año del BGU en la era post pandemia Covid-19. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(3), 1428-1442. https://doi.org/10.37811/cl\{_}rcm.v7i3.6287

De La Vega Trucios, S. F. (2008, enero). *Cálculo diferencial*.

de Barrera, J. H. (2010). *Metodología de la investigación: guía para la comprensión holística de la ciencia*. Quirón ediciones.

Del Puerto, S. M., Minnaard, C. L., y Seminara, S. A. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, *38*(4), 1-13. https://doi.org/10.35362/rie3842646

Escobar Jiménez, H. A., Caicedo Zambrano, S. J., y Soto-Agreda, F. (2020). Lecciones de Cálculo Diferencial.

Figueroa, E. (2006). Estrategias en la resolución de problemas matemáticos. *Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0*, *10*(2). https://revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/educare/article/view/296

Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. *The nature of intelligence/Erlbaum*.

Gómez, Y. P., y Pozo, C. B. (2011). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares. *Revista EDUSOL*, *11*(34), 74-89. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5822889.pdf

Gonzalez, F. E. (2018). Historia de la Educación Matemática en Latinoamérica: 10 Claves para su comprensión. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (52), 279-305. http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/article/download/296/pdf

González, J. E. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática. *Atenas*, *3*(39), 64-79.

González-Hernando, C., Martín-Villamor, P., Carbonero-Martín, M. Á., y Lara-Ortega, F. (2013). Evaluación por competencias de los estudiantes de Enfermería a través de

Aprendizaje Basado en Problemas. *Enfermería Universitaria*. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=358733529003

Granville, W. (1984). *Cálculo diferencial e integral*. Limusa. https://books.google.com.ec/books?id=1paUbwAACAAJ

Gruezo, R. A. G., Flores, J. M. C., Becerra, S. D. H., y Castillo, C. S. (2024). Análisis de los softwares matemáticos en la enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de educación superior. *Dominio de las Ciencias*, *10*(3), 1317-1334. https://doi.org/10.23857/dc.v10i3.3985

Guevara Mora, G. (2010). APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS COMO TÉCNICA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL TEMA DE LA RECURSIVIDAD. *InterSedes: Revista de las Sedes Regionales*. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=66619992009

Hurtado, N. A. D. P. (2021). Análisis y Clasificación de Errores Cometidos por Alumnos de Cálculo Diferencial en Relación al Concepto de Derivada. *Perspectivas da Educação Matemática*, *14*(34), 1-20. https://doi.org/10.46312/pem.v14i34.10738

INEVAL. (2023). *Informe Nacional Ser Estudiante-Nivel de Bachillerato. Año Lectivo 2022-2023*. INEVAL.

Iriarte, A., y Sierra, I. (2011). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos. *Montería: Universidad de Córdoba*.

Lecanda, M. C. M., y Roy, N. R. (1999, enero). *Origen y desarrollo histórico del cálculo infinitesimal*. https://doi.org/10.5821/ebook-9788483013601

López, G. M. F., López, L. G. F., Sailema, B. M. C., y Tufiño, M. E. C. (2023). Calidad, Pertinencia e Innovación del Aprendizaje Matemático en Ecuador ¿Mito o Realidad? *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(2), 6076-6093. https://doi.org/10.37811/cl\{_}rcm.v7i2.5773

López, P. L. (2004). POBLACIÓN MUESTRA Y MUESTREO. *Punto Cero*, *09*, 69-74. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-02762004000100012&nrm=iso

Lucas, C. O., Ruiz-Olarría, A., y Pérez, J. G. (2023). Una estrategia para la formación del profesorado: el caso del cálculo diferencial elemental. *Enseñanza de las Ciencias Revista de investigación y experiencias didácticas*, *41*(2), 71-92. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5640

Luna, M. V. D., Bizarro, W. H., y Chambi, Y. S. Q. (2023). La Formación Matemática Escolar y su Relación con el Desempeño en la Asignatura Calculo Diferencial en Estudiantes del 1er Semestre de Ingeniería Industrial de una Universidad Privada de Arequipa -2019. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(4), 9663-9685. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i4.7655

Marín Llaver, L. R., Marín Aragón, R. d. J., y Mendoza Bravo, K. L. (2023). La estrategia como resultado de investigación: consideraciones metodológicas para su concreción.

Revista Universidad y Sociedad, *15*, 127-135. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202023000600127&nrm=iso

Martínez Bustamante, M., y Portilla Flores, R. (2017, mayo). Cálculo diferencial con geometría analítica para Ingeniería automotriz. http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/14903

Mejía-Mejía, M. F., y Barreto-Serrano, G. I. (2022). Aprendizaje basado en problemas como método para la enseñanza de la Historia. *Portal de la Ciencia*, *3*(2), 60-72. https://doi.org/10.51247/pdlc.v3i2.312

Mendoza, S. H., y Avila, D. D. (2020). Técnicas e instrumentos de recolección de datos. *Boletín Científico de las Ciencias Económico Administrativas del ICEA*, *9*(17), 51-53. https://doi.org/10.29057/icea.v9i17.6019

Ministerio de Educación. (s/f). *PRECISIONES CURRICULARES PARA EL BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO*. Ministerio de Educación del Ecuador.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2015). *Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI)*. Ministerio de Educación del Ecuador.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2017). *Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI)*. Ministerio de Educación del Ecuador.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2021). *Currículo priorizado con énfasis en competencias comunicacionales, matemáticas, digitales y socioemocionales*. Ministerio de Educación del Ecuador.

Mora, E. P., Fernández, C. Q., y Hernández, L. A. O. (2021). PRINCIPALES ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO EN ESTUDIANTES DE FORMACIÓN INICIALEN LA EDUCACIÓN A DISTANCIA MAIN ERRORS IN THE LEARNING OF CALCULUS IN INITIAL TRAINING STUDENTS IN DISTANCE LEARNING.

Morales, V., Patricia Landa. (2004). APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS. *Theoria*. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29901314

Moreira, S. P. C., y Loor, F. O. C. (2023). Estrategia metodológica basada en la resolución de problemas para la enseñanza del razonamiento lógico-matemático. *Revista Cognosis*, *8*(EE1), 207-216. https://doi.org/10.33936/cognosis.v8iee1.5274

Neira Sanabria, G. I. (2020). *Dificultades en las prácticas del cálculo diferencial: una mirada desde la teoría de los obstáculos y los conflictos semióticos*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/dificultades_en_las_practicas_del_calculo_diferencial_una_mirada_desde_la_teoria_de_los_obstaculos_y_los_conflictos_semioticos

Olvera, B. G. (2015). *Cálculo diferencial* . Pearson Educación.

Orellana, L. (2001). Estadística descriptiva. *Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires. Argentina*.

Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011a). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *REVISTAS DE INVESTIGACIÓN*, *35*(73), 169-194. https://www.redalyc.org/pdf/3761/376140388008.pdf

Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011b). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *REVISTAS DE INVESTIGACIÓN*, *35*(73), 169-194. https://www.redalyc.org/pdf/3761/376140388008.pdf

Pérez Chávez, L. F. (2022, octubre). Calidad de problemas y rendimiento académico en matemática de estudiantes de bachillerato, Unidad Educativa Juan de Velasco, periodo 2021-2022. http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/9760

Pérez González, F. J. (2006). Cálculo diferencial e integral de funciones de una variable. http://hdl.handle.net/10481/75736

Pineda, W. B., Hernández, C. A., y Avendaño, W. R. (2020). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. *Praxis Saber*, *11*(26), e9845. https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9845

Piñeiro, J. L., Castro-Rodríguez, E., y Castro, E. (2021). Conocimiento sobre la resolución de problemas de matemáticas manifestado por estudiantes para profesor. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, *35*(71), 1416-1437. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a09

Porras, C. G. (2018, enero). El método heurístico en la resolución de problemas del área de matemática en los estudiantes de la institución educativa emblemática Daniel Alcides Carrión. Pasco 2018. https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/27009

Portillo, J. R., y Díaz, L. F. (2015). Errores en el Aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral.

Purcell, E. J., Varberg, D., y Rigdon, S. E. (2007). *Cálculo diferencial e integral*. Pearson Educación.

Raga, M. G., Remón, R. C. I., y Suárez, C. M. R. (2020). Consideraciones teóricas sobre la formación bioética del médico general integral durante la práctica pediátrica. (Revisión). *Roca: Revista Científico - Educaciones de la provincia de Granma*, *16*(1), 344-353. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7414334.pdf

Rendón-Macías, M. E., Villasís-Keeve, M. Á., y Miranda-Novales, M. G. (2016). Estadística descriptiva. *Revista Alergia México*. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=486755026009

Rojas Taño, A., y Rodríguez Sosa, J. B. (2021). La significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral. *Varona*, (72), 11-15. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1992-82382021000100011&nrm=iso

Sastre Vázquez, P., Rey, G., y Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la Historia. *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, *4*(16). https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/1167

Segura, A. R. (2024). El Aprendizaje y La Enseñanza del Cálculo Diferencial: Perspectivas desde las Teorías APOE y Ontoseomiótica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(1), 5949-5970. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.9939

Servicio de Innovación Educativa de la UPM. (2008). *Aprendizaje Basado en Problemas*. Universidad Politécnica de Madrid. https://innovacioneducativa.upm.es/guias_pdi

Suárez, J. G., Segovia, I., y Lupiáñez, J. L. (2011). Errores y dificultades de estudiantes mexicanos de primer curso universitario en la resolución de tareas algebraicas. *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática*, 145-155.

Triviño Macías, J. E., Triviño Quiceno, J. A., y Oviedo Plazas, L. A. (2020). *Cálculo Diferencial, una introducción*. Universidad de la Amazonia.

Useche, M. C., Artigas, W., Queipo, B., y Perozo, E. (2019). Técnicas e instrumentos de recolección de datos cuali-cuantitativos. *Universidad de la Guajira*.

Vásquez Astudillo, S. A. (2021, julio). Uso de las derivadas en la vida diaria. http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/20800

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., y Álvarez, E. (2001). La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de educación*, *4*(1), 45-68.

Yupanqui Valverde, Y. N. (2023). Estrategias didácticas para la resolución de problemas matemáticos en alumnos de educación básica regular. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *7*(30), 1903-. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v7i30.638

Zabala-Vargas, S. A., García-Mora, L., Arciniegas-Hernández, E., Reina-Medrano, J., De Benito-Crosetti, B., y Darder-Mésquida, A. (2022). Didactic strategy mediated by games in the teaching of mathematics in First-Year engineering students. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, *18*(2), em2082. https://doi.org/10.29333/ejmste/11707

Zaldivar Cruz, L. Á. (2013). A propósito de Epsilon-Delta: Notas históricas del Cálculo Diferencial e Integral. *Revista Épsilon Delta de las Ciencias*.

Zambrano, V. E. C. (2020). Aprendizaje basado en problemas aplicado en Matemática. (Revisión). *Roca: Revista Científico - Educaciones de la provincia de Granma*, *16*(1), 334-343. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7414333.pdf

Zapata, E. S. (2023). Técnicas e instrumentos de investigación en la actividad investigativa. *Revista Educación*, *21*(21), 8-9. https://doi.org/10.51440/unsch.revistaeducacion.2023.21.458

Anexos

Anexo 1. Encuensta aplicada a los estudiantes

Encuesta Análisis de Percepción del Cálculo Diferencial