PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE CIVIL

DISERTACIÓN PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

Medición de Parámetros de la Teoría de Colas aplicada al Peaje del Túnel Guayasamín

PRESENRADO POR

Santiago Terán Suárez

DIRECTOR

Ing. Juan Pablo Solórzano

CORRECTORES

Ing. Patricio Castro

Ing. Juan Merizalde

Quito, junio de 2016

Índice de Contenidos

Capítulo 1: Marco de referencia 1

1.1 Introducción 1

1.2 Justificación 3

1.3 Objetivos 4

1.3.1 General 4

1.3.2 Específicos 5

Capítulo 2: El peaje 6

2.1 Proyectos sociales e inversión pública 6

2.1.1 Proyectos Sociales 6

2.1.2 Inversión Pública 8

2.2 Historia sobre los Peajes 9

2.2.1 Introducción 9

2.2.2 Edad Antigua 10

2.2.3 Edad Media 10

2.2.4 Edad Moderna 12

2.2.5 Edad Contemporánea 12

2.3 Descripción de los Peajes Viales 13

2.3.1 Definición 13

2.3.2 Tipos de Peajes *14*

2.4 Sistemas de Pago y Control 17

2.4.1 Clasificación *19*

Capítulo 3: El peaje del túnel Oswaldo Guayasamín 21

3.1 Antecedentes 21

3.1.1 Rutas alternas a la Avenida Interoceánica *22*

3.2 Túnel Oswaldo Guayasamín 23

3.2.1 Aspectos técnicos *23*

3.2.2 Sistema funcional *24*

3.3 Peaje del túnel 25

3.3.1 Introducción *25*

3.3.2 Justificación de la ubicación de las estaciones *26*

3.3.3 Determinación del pliego tarifario *27*

3.3.4 Cobro electrónico de Telepeaje *29*

3.4 Análisis de la situación actual en el peaje 30

3.4.1 Opciones de pago *32*

3.4.2 Circulación vehicular *34*

3.4.3 Comportamiento del flujo vehicular *35*

3.4.4 Conclusión *42*

Capítulo 4: Teoría de colas 43

4.1 Introducción 43

4.1.1 Definición *44*

4.1.2 Objetivos de la Teoría de Colas 45

4.2 Estructura de los modelos de colas 45

4.2.1 Descripción de un sistema de colas 45

4.2.2 Fuente de entrada 46

4.2.3 Cola 47

4.2.4 Disciplina de cola 48

4.2.5 Mecanismo de servicio 48

4.3 Condición Estable 50

4.4 Notación y terminología básica 51

4.4.1 Notación básica 51

4.4.2 Terminología 53

4.4.3 Relaciones entre L, W, L_q y W_q 55

4.5 Importancia de las distribuciones Poisson y Exponencial 56

4.5.1 Propiedades de la distribución exponencial 57

4.6 Proceso de nacimiento y muerte 64

4.6.1 Análisis del proceso de nacimiento y muerte 66

4.7 Modelos de colas basados en el proceso nacimiento y muerte 70

4.7.1 Introducción 70

4.7.2 Modelo M/M/s 71

4.7.3 Resultados del caso de varios servidores M/M/s (s > 1) 75

4.8 Aplicación de la teoría de colas 78

4.8.1 ¿Cuántos servidores deben proporcionarse? 79

Capítulo 5: Aplicación del método 81

5.1 Recopilación de evidencia 81

5.1.1 Elección de la muestra representativa 81

5.1.2 Método de toma de datos en campo 84

5.1.3 Tabulación de la información 84

5.2 Comportamiento de variables del sistema 88

5.2.1 Distribución probabilística de λ y μ 88

5.3 Desarrollo del modelo propuesto 89

5.3.1 Herramienta informática 90

5.3.2 Modelación del sistema representativo 90

5.3.3 Modelos M/M/s 100

5.3.4 Conclusiones 104

5.4 Análisis del comportamiento actual del sistema 108

5.4.1 Conducta esperada del sistema 108

5.4.2 Comportamiento horario del sistema 112

5.4.3 Capacidad máxima del peaje 115

5.4.4 Año límite de abastecimiento del peaje 118

5.5 Sistema óptimo 120

5.5.1 Costos que intervienen en el peaje 121

5.5.2 Modelación de escenarios 122

5.5.3 Sistema recomendado 126

Capítulo 6: Conclusiones y recomendaciones 128

6.1 Conclusiones 128

6.1.1 El sistema en condiciones normales 128

6.1.2 El sistema en condiciones extremas 129

6.1.3 El sistema en condiciones óptimas 129

6.2 Recomendaciones 130

Capítulo 7: Anexos 133

Capítulo 8: Referencia Bibliográfica 143

8.1 Libros 143

8.2 Informes técnicos 143

8.3 Artículos de revista 144

8.4 Tesis 144

8.5 Documentos electrónicos 145

8.6 Entrevistas 145

Índice de figuras

Figura 1: Hitos importantes de la zona tráfico del peaje. 4

Figura 2: Documento que recoge el portazgo de Fanegas de Sal a León del año 1790. 11

Figura 3.Objetivos explícitos de los principales peajes urbanos. 16

Figura 4. Distribución de la forma de pago 18

Figura 5: Rutas alternas para evitar el peaje. 23

Figura 6: Estructura del peaje en sentido Quito Valle. 26

Figura 7: Flujo vehicular por tipo de pago en la actualidad 32

Figura 8: Flujo vehicular actual por sentido de los usuarios de Telepeaje 33

Figura 9: Flujo vehicular por sentido de usuario de pago manual. 35

Figura 10: Flujo vehicular de todos los usuarios por sentido. 36

Figura 11: Flujo vehicular diario comparativo de los meses de enero y marzo 37

Figura 12: Flujo vehicular diario del mes de enero de 2016. 38

Figura 13: Flujo vehicular horario acumulado del mes de enero. 39

Figura 14: Máximos flujos vehiculares del mes de enero. 40

Figura 15: Flujo vehicular horario promedio del mes de enero. 41

Figura 16: Flujo vehicular horario promedio de 7h00 a 20h00. 42

Figura 17: Proceso básico de colas 46

Figura 18: Canales de servicio 49

Figura 19: Mecanismo de servicio Sistema Multi-etapa con retroalimentación 49

Figura 20: Función de densidad de probabilidad de la distribución exponencial. 58

Figura 21: Diagrama de tasa del proceso de nacimiento y muerte..... 66

Figura 22: Diagrama de tasa del proceso de nacimiento y muerte 72

Figura 23: Valores L del modelo M/M/s. 77

Figura 24: Formas de las curvas de costo esperado según el número de servidores. 80

Figura 25: Conducta congestionada del sistema en sentido Quito-Valle con circulación bidireccional..... 82

Figura 26: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 1 bidireccional..... 93

Figura 27: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 2 bidireccional..... 94

Figura 28: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 1 en Contraflujo 95

Figura 29: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 2 en Contraflujo 97

Figura 30: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 3 en Contraflujo 98

Figura 31: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 2 en Contraflujo 99

Figura 32: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/s* en carriles bidireccionales 101

Figura 33: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/s* en carriles de Contraflujo 102

Figura 34: Distribución de probabilidades del número de clientes en el sistema. 109

Figura 35: Distribución de probabilidades de los tiempos de espera en el sistema. 110

Figura 36: Distribución horaria del número de clientes en el sistema a lo largo del día. 113

Figura 37: Distribución horaria del número de clientes en el sistema a lo largo del día. 114

Figura 38: Vista panorámica del tramo entre el peaje y el túnel en Google Earth..... 115

Figura 39: Evolución y proyección del parque automotor en el DMQ. 118

Figura 40: Curvas de costos de servicio y esperan durante la circulación bidireccional. 125

Figura 41: Curvas de costos de servicio y esperan durante el Contraflujo. 125

Figura 42: Curva de probabilidad de que exista *n* clientes en el sistema con una μ = 10 clientes/minuto. 131

Figura 43: Curva de probabilidad de los tiempos de espera en el sistema con una μ = 10 clientes/minuto. 131

Índice de tablas

Tabla 1. Volumen de tráfico de las estaciones del TPDA del 2004..... 28

Tabla 2. Tabla resumida del flujo vehicular diario del mes de marzo de 2016. 31

Tabla 3: Simbología de la notación. 52

Tabla 4. Ecuaciones de balance del proceso de nacimiento y muerte 68

Tabla 5. Información extraída de la evidencia multimedia..... 85

Tabla 6. Comparación entre medidores básicos teóricos y en campo. 103

Tabla 7. Distribución porcentual del tráfico en distintas condiciones. 105

Tabla 8. Distribución de tráfico estimado por carril. 106

Tabla 9. Tráfico horario estimado de viajes en sentido Quito-Valle de pago manual. 107

Tabla 10. Comportamiento horario por carril del sistema. 112

Tabla 11. Comportamiento del sistema para el 2020. 119

Tabla 12. Comportamiento del sistema para el 2021. 120

Tabla 13. Cálculo de costos en el periodo de circulación bidireccional según el número de estaciones en el sistema. 124

Tabla 14. Cálculo de costos en el periodo de Contraflujo según el número de estaciones en el sistema..... 124

Índice de anexos

Anexo 1: Flujo vehicular diario del mes de marzo de 2016 133

Anexo 2: Tráfico horario de enero de 2016 142

CAPÍTULO 1: MARCO DE REFERENCIA

1.1 Introducción

Entre los problemas más graves que debe enfrentar el Municipio del Distrito Metropolitano de Quito en la actualidad, es la dificultad de circulación que existe en las calles de la ciudad, debido al constante y progresivo aumento del parque automotor. Una de las principales causas de este problema, es la migración vehicular hacia el *hipercentro*[1], en especial desde los valles aledaños como los Chillos o Cumbayá. Esto ha llevado a una sobre acumulación de vehículos en las vías que conectan con la ciudad, generándose colas en las que los usuarios deben esperar un tiempo considerable, y obligándolos a retrasar sus actividades. Generalmente, cuando se piensa en soluciones de tráfico, se propone ampliaciones de infraestructura o un nuevo trazado vial. Muchas veces la dificultad radica en que el tráfico se concentra en un lugar específico, y que se si se consigue remediar este inconveniente la problemática queda resuelta.

Los peajes urbanos, son importantes medios de recaudación de fondos, sin embargo, mal utilizados, pueden convertirse en los principales responsables del entorpecimiento del tráfico. Por ejemplo, si se trata de peajes de cobro manual, inevitablemente se generarán colas de espera y, si estos están ubicados en un sector de circulación importante, el tráfico se estancará en ese punto. La metodología utilizada en grandes ciudades de Europa y Asia busca, en cambio, un manejo operacional más eficiente, aprovechando la capacidad de control de los peajes para remediar la

[1] El Hipercentro es la zona delimitada por: Al sur: Calle Ambato; al oeste: Av. América-calle Imbabura; al norte: Av. El Inca; al este: Av. 6 de Diciembre - Av. 12 de Octubre - Av. Gran Colombia. (Secretaría de Movilidad, 2014)

congestión en zonas altamente transitadas; ya que obligan al usuario a abandonar el uso de medios de transporte particulares o el paso por aquel sector, debido al precio que les supone hacerlo. Lamentablemente en nuestro país los peajes no se han manejado bajo este concepto, y ha sido necesario utilizar medios de cobro electrónico para agilitar el tránsito, como el **Telepeaje**, o en otros casos, la construcción de carreteras con el propósito de desviar parte de los vehículos que circulan en esa zona. Sin embargo, antes de proponer un desfogue de tráfico por rutas cercanas o un mejoramiento de estructura, sería conveniente realizar un estudio para medir el desempeño y los puntos de falla del sistema de peaje.

Mediante el desarrollo de esta tesis, se propone analizar el estado y comportamiento del tráfico vehicular en el **peaje del Túnel Oswaldo Guayasamín**, mediante un estudio matemático que permita decidir a futuro qué solución sería la más óptima. Esto se conseguirá con la aplicación de la **Teoría de Colas**.

Toda empresa que preste un servicio, debe implementar puestos de pago donde el usuario cancele por el bien que ha recibido. Si la demanda es amplia, se formarán colas en las que el cliente espera para ser atendido. Cuando existe aglomeración de clientes, el sistema puede verse afectado y trabajar con baja eficiencia. Este caso se presenta con frecuencia en sistemas donde la infraestructura no abastece a la capacidad que debería trabajar. Por otro lado, también existe el peligro de que, si se invierte excesivamente en construir nuevas estaciones de servicio para agilitar el flujo de clientes, puede darse una infraestructura subutilizada con empleados sin oficio. La **Teoría de Colas** es una técnica que analiza, mediante un estudio matemático, el comportamiento de las líneas de espera dentro de un sistema de colas, y busca balancear el costo del servicio con

el tiempo de espera, proponiendo un sistema óptimo que concluye si compensa o no realizar una inversión para modificar la capacidad del sistema.

Esta teoría propone un modelo matemático que represente el proceso empírico del entorno. Las variables que actúan en el sistema, pueden abstraerse como un proceso aleatorio que se distribuye de manera probabilística. Se puede plantear un modelo que se ajuste mejor al comportamiento observado en campo. Como se trata de aplicar esta teoría a vehículos que participan en un sistema de cobro de peaje, es indispensable asignar la **distribución de probabilidad** que mejor se adapte a su comportamiento aleatorio al momento de entrar y salir del sistema.

1.2 Justificación

El Túnel Oswaldo Guayasamín, ubicado entre los Km. 1 de la Vía Interoceánica en la zona occidental de la ciudad, representa una de las principales rutas que comunican Quito con el valle de Tumbaco. A pesar de existir vías por las que es posible viajar al Valle, esta es preferida por la mayoría de los usuarios, debido a que el acceso occidental del túnel se encuentra muy cercano al *hipercentro* de la ciudad. Debido al alto costo de la construcción del túnel y para dar un mantenimiento adecuado a la carretera, el Municipio de Quito, implementó un sistema de peaje en el Km. 3 entre el acceso oriental del túnel y el intercambiador que conecta con la Avenida Simón Bolívar. En horas pico se tiene un flujo elevado de automóviles y, las colas que se generan, pueden llegar a ser muy largas y entorpecer el tránsito en este sector.

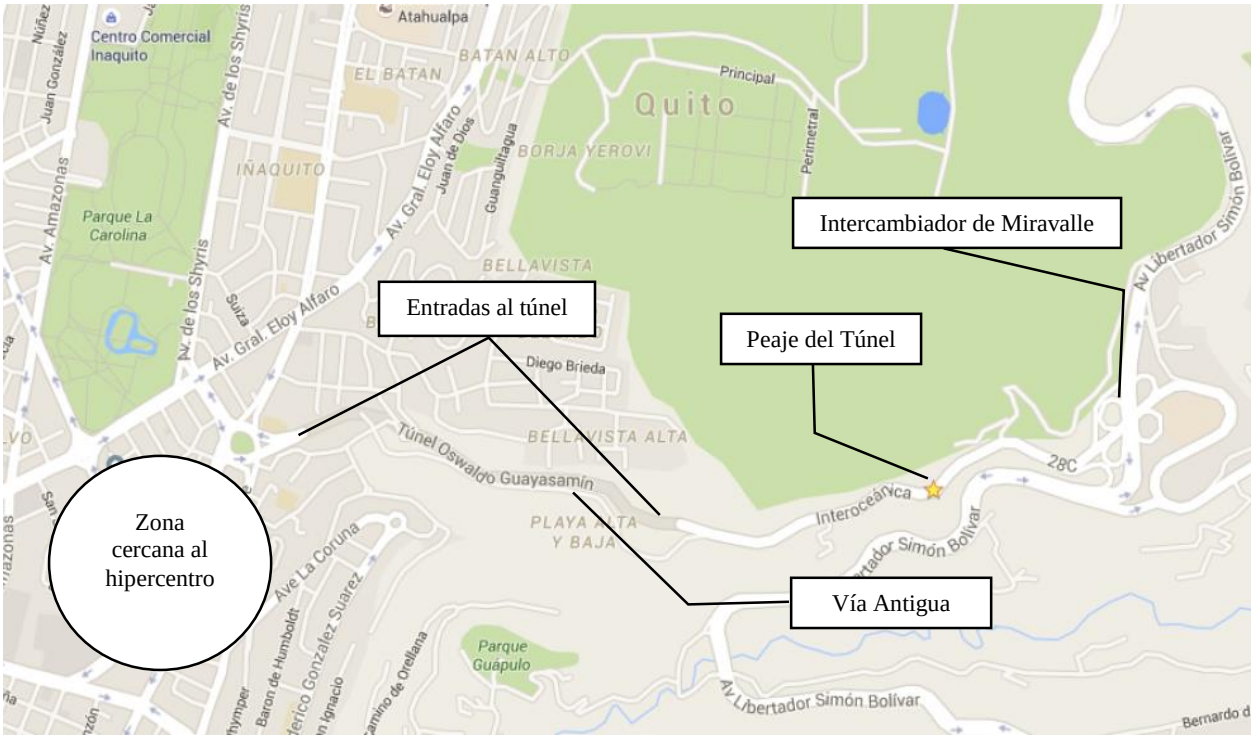


Figura 1: Hitos importantes de la zona tráfico del peaje.
Fuente: Elaboración propia basado en Google Maps.

Con la Teoría de Colas se puede realizar un modelo que generalice el comportamiento de las colas en el peaje. Esta teoría provee información valiosísima para analizar el estado del sistema y formular distintos escenarios en función de los parámetros obtenidos, que permitan tener una visión global de las condiciones en las que se encuentra el peaje.

1.3 Objetivos

1.3.1 General

Aplicar la Teoría de Colas, para la medición de parámetros, en el Peaje del Túnel Guayasamín.

1.3.2 Específicos

- Recopilar los datos suficientes en campo para elaborar el análisis de la teoría.
- Identificar la situación actual del sistema de peaje, en función de los parámetros obtenidos mediante la aplicación de la Teoría de Colas.
- Analizar el impacto vial de la situación actual en el tráfico de la salida de la ciudad de Quito, considerando el Contraflujo en los distintos horarios.

CAPÍTULO 2: EL PEAJE

2.1 Proyectos sociales e inversión pública

2.1.1 Proyectos Sociales

Un proyecto para que sea beneficioso debe tener una propuesta bien definida de inversión. Hay que realizar un estudio de las necesidades del mercado y de las posibilidades de los inversionistas, para buscar un objetivo concreto y realizarlo en plazos determinados. Estos proyectos deben ser previamente analizados, para plantear un modelo que permita evaluar su rentabilidad. La **Evaluación Financiera** consiste en determinar la rentabilidad de un proyecto mediante la elaboración de un modelo, cuyo fin es establecer los aspectos positivos o negativos de emprender en una determinada iniciativa, y conocer si el proyecto traerá pérdidas o ganancias durante la etapa de inversión y operación, y qué bienes futuros se podría conseguir.

Orozco (2013), clasifica a los proyectos en tres campos:

- **Según la categoría**: los proyectos pueden ser de producción de bienes y de prestación de servicios.
- **Según la actividad económica**: los proyectos se clasifican dependiendo del sector económico que atienden.
- **Según su carácter y entidad que los promueve:** se clasifican en proyectos de inversión privados -con ánimo de lucro- y proyectos de carácter social. Los proyectos privados se implementan cuando existe una demanda real en el mercado, y le otorgan a la entidad que

los promueve, una rentabilidad que satisface sus expectativas mínimas de rendimiento. Los **proyectos sociales** o de inversión pública tienen como finalidad mejorar el bienestar de la comunidad a través de la prestación de servicios o del suministro de un bien.

Como se puede observar no siempre los proyectos son impulsados por el sector privado, que busca una rentabilidad financiera o monetaria, ¿qué pasa si es el sector público el que desea invertir? En ese caso se está hablando de proyectos de beneficio económico, más no financiero, donde la rentabilidad es principalmente social. Estos proyectos son desarrollados bajo esquemas políticos-sociales que promueven el bienestar de la colectividad.

Los objetivos de los proyectos nacen de las necesidades del inversionista y de los beneficiarios. En la inversión pública el principal es buscar el bien común. Los proyectos sociales -como la construcción de una carretera- suelen ser proyectos que suponen un alto costo, de los cuáles, debido a que es un servicio del estado, no se obtiene una ganancia importante. Sin embargo, el beneficio futuro es social, y allí es donde radica la rentabilidad de la inversión. Es por ello necesario, realizar una evaluación distinta en el sector público, ya no se habla de una **evaluación financiera** sino más bien de una **evaluación económica**, que tiene un enfoque macroeconómico.

Los proyectos de inversión pública tienen carácter social, pero su categoría y actividad económica, varía dependiendo de las necesidades y del sector que se desea ayudar. El gobierno no puede centrarse en beneficiar únicamente a un estrato de la sociedad, sino más bien, buscar el crecimiento de toda la comunidad.

2.1.2 Inversión Pública

En el sector privado se ofrecen **bienes excluibles**, que son aquellos que privan de su beneficio a quienes no paguen por él, mientras que en el sector público se dan los **bienes no excluibles**, ya que en estos no se puede reservar el bien únicamente a quienes hayan pagado, porque no se obtendría un desarrollo social integral. Es por ello importante, que el gobierno fomente el crecimiento social y económico del país, procurando construir infraestructuras económicas donde se brinde **servicios públicos** (energía eléctrica, agua potable, etc.), se realice **obras públicas** (construcción de carreteras, puentes y canales) y se desarrolle el sector de transporte (transporte público y aeropuertos).

"A más largo plazo, las cuantiosas inversiones en los diferentes modos de traslado suponen cambios estructurales, pues la actuación en transporte acarrea alteraciones muy profundas y duraderas en la economía" (Ramos, 2011, pág. 25). Los proyectos de transporte suponen un desarrollo importante para el país. La productividad nacional aumenta y este se vuelve más competitivo, mejorando la calidad de vida de la población sustancialmente. Sin embargo, debido al incremento del parque automotor, las carreteras empiezan a ser cada vez más transitadas. El uso constante de las vías produce que estas se deterioren, y su mantenimiento se vuelve indispensable. Los usuarios merecen un servicio que satisfaga sus necesidades, que provea comodidad en el tránsito y seguridad ante los accidentes. Estos costos de mantenimiento y operación son financiados, generalmente, mediante el cobro de una tarifa establecida por el derecho de uso de la vía, en puntos de control conocidos como **peajes**.

Sin embargo, en muchos casos, si bien se podría proponer un peaje como método para recaudar fondos, no le será posible al estado costear óptimamente estos proyectos, ya que, cabría la

posibilidad de que no se consiguiese la tarifa necesaria para que el proyecto sea rentable financieramente, si es que los usuarios no estarían dispuestos a pagar tal cantidad. Por ello, el gobierno opta por asociarse con el sector privado, generando acuerdos en el que ambas partes obtengan un beneficio a través de la mutua cooperación, y la empresa subsidiada pueda alcanzar las ganancias que espera. De esta manera la tarifa se reduce y la empresa encargada, mantiene y amplía la vía según las necesidades de la sociedad y las exigencias del gobierno central. Obteniéndose así: avance económico, estabilidad política y bienestar social en el país.

2.2 Historia sobre los Peajes

2.2.1 Introducción

En el crecimiento económico y comercial de las civilizaciones, ha jugado un papel fundamental el desarrollo de los sistemas viales que comuniquen a las ciudades más importantes. Así, como el avance tecnológico en la construcción de carreteras tienen su base en las necesidades de la época, la recaudación monetaria para su financiación exigía cobrar por el derecho de libre tránsito, mediante un método que también ha evolucionado a lo largo de los años: el peaje.

El concepto que actualmente se maneja como peaje ha variado en la historia. Hoy en día, se lo relaciona a un monto que es necesario cancelar por la utilización de la infraestructura por la que se transita. En la antigüedad sucedía algo similar, los derechos por el uso de la vía se impusieron como rentas que debían pagar determinadas personas e instituciones según las características de tránsito, y que más tarde, daría pie a lo que se conoció como **portazgos.**

2.2.2 Edad Antigua

En los últimos años de Roma, previo a su caída, el imperio había alcanzado un dominio que se extendía por casi todo Europa, Asia e incluso África. La construcción de caminos era una necesidad inaplazable para conectar sus territorios y reforzar sus fronteras. Su objetivo principal era agilitar el movimiento de infantería. La legislación romana estableció que los ciudadanos tenían derecho a utilizar los caminos, pero no podían apropiarse de ellos. De esta época se conocen importantes vías como la Apia.

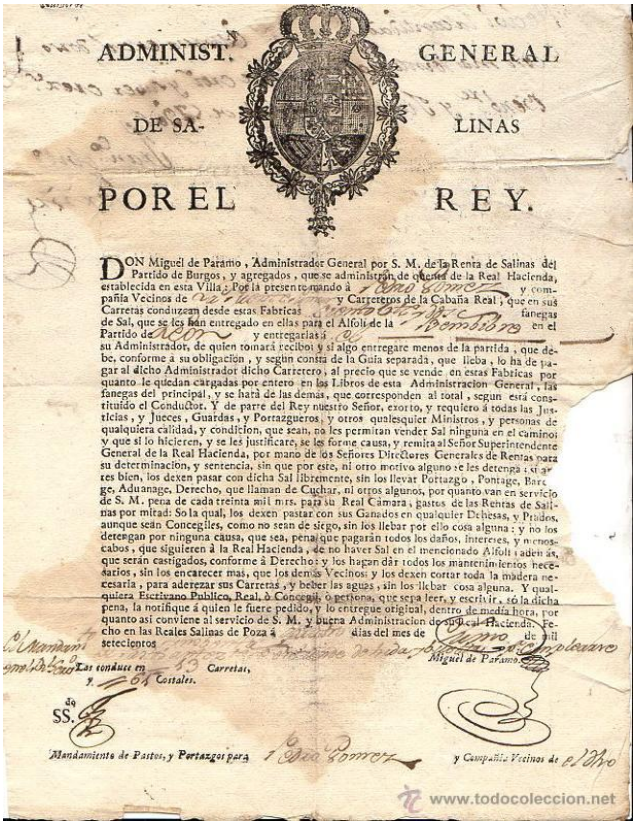
Los proyectos fueron construidos a expensas del fondo público, pero cuando estos empezaron a escasear, fue necesario recurrir al apoyo privado para financiar el mantenimiento y construcción de las vías que se extendían cada vez más por Roma. De esta manera los ciudadanos debían pagar para transitar por las vías, el costo variaba según el número de personas, animales o cargas que llevaban.

2.2.3 Edad Media

Durante el feudalismo los peajes se multiplicaron ampliamente, cada vez fueron más las regiones cuyo feudo o rey, daba la concesión del cobro a particulares a cambio de que éstos garantizasen la conservación de los caminos, y se preocuparan de la seguridad para evitar robos y asaltos.

En España, el rey Alfonso X de Castilla, asignó un impuesto, que recibiría el nombre de **portazgo**, por el derecho de uso de los caminos construidos por el estado, además por paso por los puentes y barcaje, y por el uso de canales y pasos fluviales en barca**.** En cambio, se denominó

peaje, al que se pagaba en los caminos construidos por particulares o corporaciones, cuyas licencias particulares eran otorgadas únicamente por el Monarca mediante concesión. El pago del portazgo equivalía a la octava parte del valor transportado por los mercaderes, y en contraprestación se les ofrecía protección en los caminos. Muchos fueron los caminos que cobraban renta, y caros los impuestos que exigía el rey, lo que terminó dificultando el comercio y la libre comunicación entre ciudades. Por esta razón las concesiones fueron desapareciendo paulatinamente, hasta que terminaron por extinguirse durante el mandato de Enrique IV. Por esta razón Alfonso X y de Sancho I de Navarra facilitaron la salida de peregrinos por el Camino de Santiago para aliviar el paso por peajes (García, 2000).


ADMINIST. GENERAL

DE SA- LINAS

POR EL REY.

DON Miguel de Paramo, Administrador General por S. M. de la Renta de Salinas del Partido de Burgos, y agregados, que se administran de quenta de la Real Hacienda, establecida en esta Villa: Por la presente mando á y compañia Vecinos de y Carreteros de la Cabaña Real, que en sus Carretas conduzcan desde estas Fabricas fanegas de Sal, que se les han entregado en ellas para el Alfolí de la en el Partido de y entregarlas á su Administrador, de quien tomará recibo; y si algo entregare menos de la partida, que debe, conforme á su obligacion, y segun consta de la Guia separada, que lleba, lo ha de pagar al dicho Administrador dicho Carretero, al precio que se vende en estas Fabricas por quanto le quedan cargadas por entero en los Libros de esta Administracion General, las fanegas del principal, y se hará de las demas, que corresponden al total, segun está constituido el Conductor. Y de parte del Rey nuestro Señor, exorto, y requiero á todas las Justicias, y Jueces, Guardas, y Portazgueros, y otros qualesquier Ministros, y personas de qualquiera calidad, y condicion, que sean, no les permitan vender Sal ninguna en el camino; y que si lo hicieren, y se les justificare, se les forme causa, y remita al Señor Superintendente General de la Real Hacienda, por mano de los Señores Directores Generales de Rentas para su determinacion, y sentencia, sin que por esto, ni otro motivo alguno se les detenga: si antes bien, los dexen pasar con dicha Sal libremente, sin los llevar Portazgo, Pontage, Barage, Aduanage, Derecho, que llaman de Cuchar, ni otros algunos, por quanto van en servicio de S. M. pena de cada treinta mil mrs. para su Real Cámara, gastos de las Rentas de Salinas por mitad: So la qual, los dexen pastar con sus Ganados en qualquier Dehesas, y Prados, aunque sean Concegiles, como no sean de siego, sin los llebar por ello cosa alguna: y no los detengan por ninguna causa, que sea, pena que pagarán todos los daños, Intereses, y menoscabos, que siguieren á la Real Hacienda, de no haver Sal en el mencionado Alfolí: adem as, que serán castigados, conforme á Derecho: y los hagan dár todos los mantenimientos necesarios, sin los encarecer mas, que los demas Vecinos: y los dexen cortar toda la madera necesaria, para aderezar sus Carretas, y beber las aguas, sin los llebar cosa alguna. Y qualquiera Escrivano Publico, Real, ó Concegil, ó persona, que sepa leer, y escrivir, só la dicha pena, la notifique á quien le fuere pedido, y lo entregue original, dentro de media hora, por quanto así conviene al servicio de S. M. y buena Administracion de su Real Hacienda. Fecho en las Reales Salinas de Poza á dias del mes de de mil setecientos

Miguel de Paramo.

Las conduce en Carretas, y Costales.

Mandamiento de Pastos, y Portazgos para y Compañia Vecinos de

www.todocoleccion.net

Figura 2: Documento que recoge el portazgo de Fanegas de Sal a León del año 1790.
Fuente: Dominio web de Zoconet S.L., obtenido en todocoleccion.net.

2.2.4 Edad Moderna

En América, durante el siglo XVII, después de la época independentista, fue necesario proyectos viales que conectaran nuevos puntos de comercio. En Ecuador en 1830, se construyeron caminos de herradura; como uno entre Quito y Esmeraldas, donde estableció se cobre peaje: "por cada carga de ropa extranjera 4 reales; por cada carga de ropa del país 2 reales; por cada carga de víveres 1 real y ½ real por cada caballería" (Flores & Flores, 1993, pág. 12). Con lo recaudado se obtuvo un fondo especial para el mantenimiento del camino.

2.2.5 Edad Contemporánea

El concepto moderno de peaje vial surge en Estado Unidos en 1920, gracias a F. Knight y desarrollado a profundidad, en 1970, por expertos como W. Vrickey; cuando se analizó la posibilidad de aplicar **peajes urbanos** dentro de la ciudad. Este nuevo concepto ayudaría tanto a financiar la construcción y mantenimiento de carreteras, como a aligerar el tráfico en la urbe.

En Europa, en 1974, en Inglaterra, el *Greater London Council* realiza un estudio, denominado *Suplementary Licensing*, donde se estudia el posible establecimiento de un cordón vial, dentro del *Inner Ring Road*[2], "a cuya entrada se cobrarían 5 libras esterlinas, el triple para camiones, entre las 7h00 y las 19h00, y que estima los gastos de funcionamiento en un 15% de los ingresos, la reducción del tráfico entrante en un 45% y el incremento de la velocidad en un 40%"

[2] *The London Inner Ring Road* es una ruta periférica de 19 km formado por una serie de importantes carreteras que rodean el centro de Londres, que delimita y excluye la zona donde se concentra la mayor cantidad de tráfico de la ciudad.

(Poezueta Echavarri, 2008, pág. 9). Sin embargo, el proyecto se abandonó por su posible incidencia en la dinámica económica de la zona.

Las primeras iniciativas serias para implantar peajes urbanos nacerían en Asia, con el *Area Licensing Scheme* (Proyecto de Área Controlada) de Singapur, en 1975, y en 1983 con un sistema similar en Hong-Kong. Los peajes urbanos no volverán a Europa sino hasta la inauguración del denominado *"toll ring",* en Noruega, en 1986.

2.3 Descripción de los Peajes Viales

2.3.1 Definición

Un peaje podría definirse como el pago del derecho que exige su propietario para la libre circulación por una vía. Representa una tarifa establecida que se cobra al usuario en compensación del servicio que ha recibido, para conseguir los ingresos necesarios para financiar la construcción, operación y mantenimiento de la infraestructura de comunicación, y dejar una renta a quién lo posea para impulsar nuevos proyectos.

Este derecho de circulación se aplica tanto en un medio de transporte terrestre, como en uno marítimo. A cambio del pago que cancela el beneficiario, el dueño se compromete a mantener la ruta en condiciones de tránsito óptimas y sin restricciones. Dentro de la parte vial, como ya se habló anteriormente, el estado es el propietario del derecho del camino, sin embargo, este puede ser cedido a instituciones privadas por medio de concesiones.

Para el cobro del peaje se deben construir estaciones o puntos de control, para que el usuario pueda cancelar la tarifa. Estas estaciones deben poseer la infraestructura necesaria según el sistema utilizado.

2.3.2 Tipos de Peajes

Para la clasificación de los peajes, sería erróneo un planteamiento en función de su construcción, porque el modelo constructivo obedece a la tecnología del método de cobro. Mediante la recopilación de diversa literatura (Poezueta, 2008; Pesantes, 2014), se propone a continuación una división de los tipos de peajes, que depende del objetivo con que se planificó y de la manera de cobrar.

2.3.2.1 Según su Objetivo

- **Evitar el congestionamiento:** se busca la optimización en la circulación vehicular, financiar la generación de proyectos de transporte alternativo o público e inclusive mejorar el medio ambiente.
- **Generación de recursos para la construcción de carreteras:** busca la obtención de fondos necesarios durante su etapa de operación y mantenimiento, o para desarrollar la construcción de nuevas carreteras o completar una red vial.

2.3.2.2 Según su Cobro

- **Abierto:** se cobra mediante casetas distribuidas uniformemente en el ancho de la vía, ubicadas en puntos concretos a lo largo de la carretera.

- **Cerrado:** el pago se lo realiza una vez terminado el recorrido por la ruta y se cobra por la distancia recorrida.
- **Anual:** los usuarios pagan una vez al año una cantidad contabilizada por una pegatina pegada en el parabrisas, que además permite al conductor transitar libremente.
- **Sombra:** una empresa se encarga de la construcción y financiamiento, la Administración (gobierno central) es quién paga el peaje de la vía. Este sistema evita la morosidad, pero a largo plazo puede traer problemas económicos.

OBJETIVOS EXPLICITOS DE LOS PRINCIPALES PEAJES URBANOS

Anticongestión

Singapur (1975)	Reducir la congestión circulatoria.
Roma (1989)	Reducir el tráfico en el centro para evitar su deterioro.
Durham (2002)	Reducir el tráfico en la calle de la Catedral.
Londres(2003)	Reducir la congestión Mejorar el transporte público en autobús Mejorar la fiabilidad para los usuarios de automóviles Hacer más eficiente la distribución de mercancías y servicios
Estocolmo (2006)	Reducir la congestión. Mejorar la accesibilidad Mejorar el medio ambiente.

Generación de recursos para la construcción de carreteras

Bergen (1986)	Obtener fondos para completar la red de carreteras, por un periodo de 15 años.
Oslo (1990)	Financiar la construcción de 50 proyectos de infraestructura viaria (80% de los beneficios) y de transporte publico (20%), por un período de 16 años.
Trondheim (1991)	Financiar la construcción de un cinturón viario en torno al centro. Mejorar el viario interno para peatones y ciclistas. Dar prioridad al transporte público.

Figura 3.Objetivos explícitos de los principales peajes urbanos**.**
Fuente: La Experiencia Internacional en Peajes Urbanos, 2008.

2.4 Sistemas de Pago y Control

El sistema más común dentro del cobro de peajes es la utilización de casetas, en la cual el cliente cancela manualmente a un servidor que usualmente suele ser un trabajador o una máquina expendedora. Este sistema es uno de los más utilizados en nuestro país, pero su desventaja es el elevado tiempo de servicio que estos prestan, lo que produce que exista congestión en el punto de control cuando el tránsito en esa zona es alto.

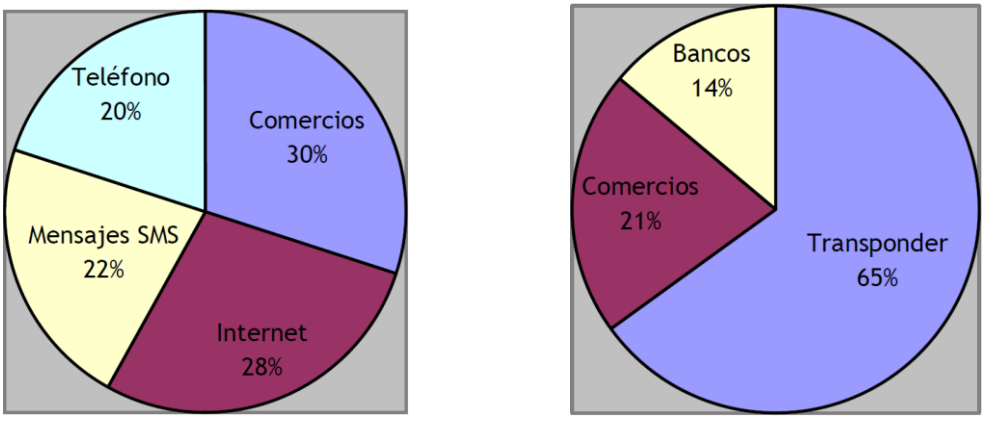
Debido al incremento de la demanda vial, los sistemas comunes de peajes ya no logran abarcar de manera funcional el cobro de tarifas, perjudicando lo primordial: brindar al usuario facilidad y rapidez en el pago. Lo que ha hecho necesario utilizar sistemas electrónicos que permitan automatizar el proceso.

Actualmente se analizan nuevas alternativas en el sistema de cobro de tarifas, no únicamente en el peaje de carreteras, sino también en el transporte público dentro de la ciudad, como en buses o en el transporte subterráneo. La medida tomada por algunas ciudades, como Roma, en el cobro de peajes en el metro, es el uso de tarjetas **prepago** de un monto determinado. Existe otro método, conocido como **tarjeras ilimitadas de uso**, que permite usar el sistema de transporte de manera ilimitada durante un tiempo fijo.

El uso de nuevas tecnologías agilita la circulación en la vía y optimiza la recaudación de fondos, beneficiando así tanto al conductor como a la administración. “La confianza que poseen los usuarios en el sistema es otro factor que incide en un mayor uso del prepago. Si el sistema no es confiable o si suele haber problemas con el equipamiento, difícilmente los usuarios,

principalmente los de bajos ingresos, invertirán en el prepago" (Pérez, 2002, pág. 21). Para lograr un intensivo uso de métodos alternativos de pago, es importante otorgar incentivos económicos a quienes utilizan un sustancial número de veces el peaje, para así conseguir que más usuarios opten por los sistemas electrónicos y se reduzca gradualmente las casetas comunes.

La tecnología utilizada en el cobro automático, depende del sistema por el que se quiera optar. Cuando la tarifa se aplica en el ingreso, es necesario el uso de dispositivos de pago automático como los *tag* o *transponder*[3]. Pero hay casos como en Londres, en que la tarifa se la realiza diariamente y no existen sistemas de pago a la entrada, donde el valor se cancela por teléfono, SMS, internet o tiendas autorizadas; siendo el uso de internet una de las preferidas por los usuarios, por su fácil accesibilidad, como se puede observar en la *Figura 4*. En Estocolmo, la aceptación de sistemas automáticos es alta y la mayoría de los pagos se realizan mediante la utilización de *transponder* (Poezueta Echavarri, 2008).



Londres 2005 Estocolmo 2006

Figura 4. Distribución de la forma de pago
Fuente: La Experiencia Internacional en Peajes Urbanos (2008).

[3] El *transponer* es un receptor y transmisor de radio, que se activa cuando recibe una señal específica, se presentan como s*mart cards* o como *Tag* de identificación por radiofrecuencia. Los *Tag*, como su traducción lo indica, son **etiquetas** o **pegatinas** equipadas de antenas para recibir las señales de radio.

2.4.1 Clasificación

Basándose en la clasificación que hace Pesantes (2014) en su tesis de posgrado, se muestra los distintos tipos de sistemas según la tecnología utilizada:

2.4.1.1 Sistema Manual:

El cobro se lo realiza manualmente por el operador o la máquina automática. El sistema está compuesto por una caseta que evita el paso si el usuario no realiza el pago, que se lo puede hacer mediante las siguientes formas:

- Efectivo.
- Tarjeta de crédito.
- Tarjeta pre-pago: posee una cantidad de pases habilitados.
- Tarjeta de vecinos: el vecino compra una cantidad de viajes a una tarifa diferenciada y permite su libre circulación mientras posea saldo suficiente.
- Tarjeta de exento: permite el paso hasta su fecha de vencimiento.

2.4.1.2 Sistema Automático:

También conocido como *Tele Peaje* o *free flow.* Este sistema no requiere de la intervención del operador, ya que las estaciones están equipadas por lectores RFID[4] que se encargan de identificar el *tag* instalado en el vehículo. El lector identifica al *tag* o *transponder* y envía la

[4] RFID (de sus siglas en inglés **R**adio-**F**requency **I**dentification, **identificación por frecuencias de radio**), es un sistema que identifica objetos, mediante la emisión y recepción de ondas de radio.

información al sistema electrónico para que se descuente de forma automática la tarifa. Las formas de pago en este sistema pueden realizarse mediante:

- Tag pre-pago: para una cantidad de viajes fija.
- Tag cuenta corriente: almacena la cantidad de viajes realizados que luego se facturarán.

2.4.1.3 Sistema Mixto:

Este tipo de sistema es utilizado cuando las condiciones del tráfico y la necesidad del usuario son variables, ya sea por su regularidad en el uso o su adaptación para el pago del peaje. Puede existir estaciones donde el operador realice los cobros manualmente, y estaciones que cuentan de la tecnología suficiente para la identificación automática de los *Tag*.

CAPÍTULO 3: EL PEAJE DEL TÚNEL OSWALDO GUAYASAMÍN

3.1 Antecedentes

En 1996 el Ministerio de Obras Públicas (MOP) firmó un convenio con el Municipio de del Distrito Metropolitano de Quito (MDMQ), en el cual le cedía los Accesos Norte, Sur y Oriental (Quito-Tumbaco), para la ejecución de obras de ampliación, mantenimiento y cobro de peaje. Sin embargo, en el 2001, el MOP y el MDMQ, resuelven devolver al Ministerio la administración de los Accesos Norte y Sur, quedando únicamente el acceso Oriental a cargo del Municipio.

En febrero de 1998, en el Km. 1 de la Vía Interoceánica, cerca del Antiguo Partidero a Tumbaco, se produjo un deslizamiento que dañó la mesa de la calzada y los taludes superior e inferior, por lo que fue necesario efectuar obras de reconstrucción y reconformación. Los taludes erosionaron debido al colapso de la cuneta de coronación, que no fue capaz de soportar el caudal excesivo proveniente del colector del Batán y del escurrimiento de aguas de viviendas del sector alto de Bellavista. En el mes de junio de 1999, se observaron fisuras en la calzada antigua y el desprendimiento de bloques de material pétreo del talud inferior, forzando a suspender el tránsito sobre este tramo de la vía.

En el 2002, el MDMQ contrató los estudios para el diseño de la solución definitiva, adjudicando a la firma **José Cartellone Construcciones Civiles**, que resolvió construir dos túneles: uno norte para la circulación de vehículos provenientes del Valle, y otro sur para los que

circulan en el otro sentido. Pero por falta de recursos económicos, únicamente se construyó el túnel sur, ya que el costo referencial de cada túnel superaba los 30 millones de dólares (EPMOOP, 2016)

3.1.1 Rutas alternas a la Avenida Interoceánica

La Vía Interoceánica es la ruta principal para los usuarios que desean trasladarse al valle de Tumbaco. Los usuarios muestran especial interés por esta vía, porque conecta directamente a un sector céntrico de la ciudad. En función de la información del flujo vehicular que se recogen en las estaciones de peaje, actualmente circulan en promedio 39,300.00 vehículos diarios por la Vía Interoceánica, siendo esta una carretera altamente circulada y con nivel de servicio superior a las otras opciones que el usuario podría tomar hacia el mismo destino. Las rutas alternas, para quienes deseen llegar a Cumbayá sin pagar peaje, son las siguientes:

- **Opción Granados:** inicia en la Avenida De Los Granados y recorre la Nueva Vía Oriental (tramo norte) hasta el intercambiador que cruza con la Interoceánica. Los usuarios pueden tomar esta opción tanto para entrar como para salir de Quito.
- **Opción Guápulo:** si se desea viajar en sentido Quito-Valle, el recorrido inicia en el sector de la Vicentina, desciende hacia el barrio de Guápulo, y viaja por la Vía De Los Conquistadores hasta el puente del Río Machágara y entra directamente a Cumbayá. Si se viaja en el sentido Valle-Quito, se debe tomar, desde el intercambiador en la Vía Interoceánica, la Avenida Simón Bolívar hasta conectar con la Vía De Los Conquistadores, y subir por el barrio de Guápulo hasta llegar al sector de la Vicentina.

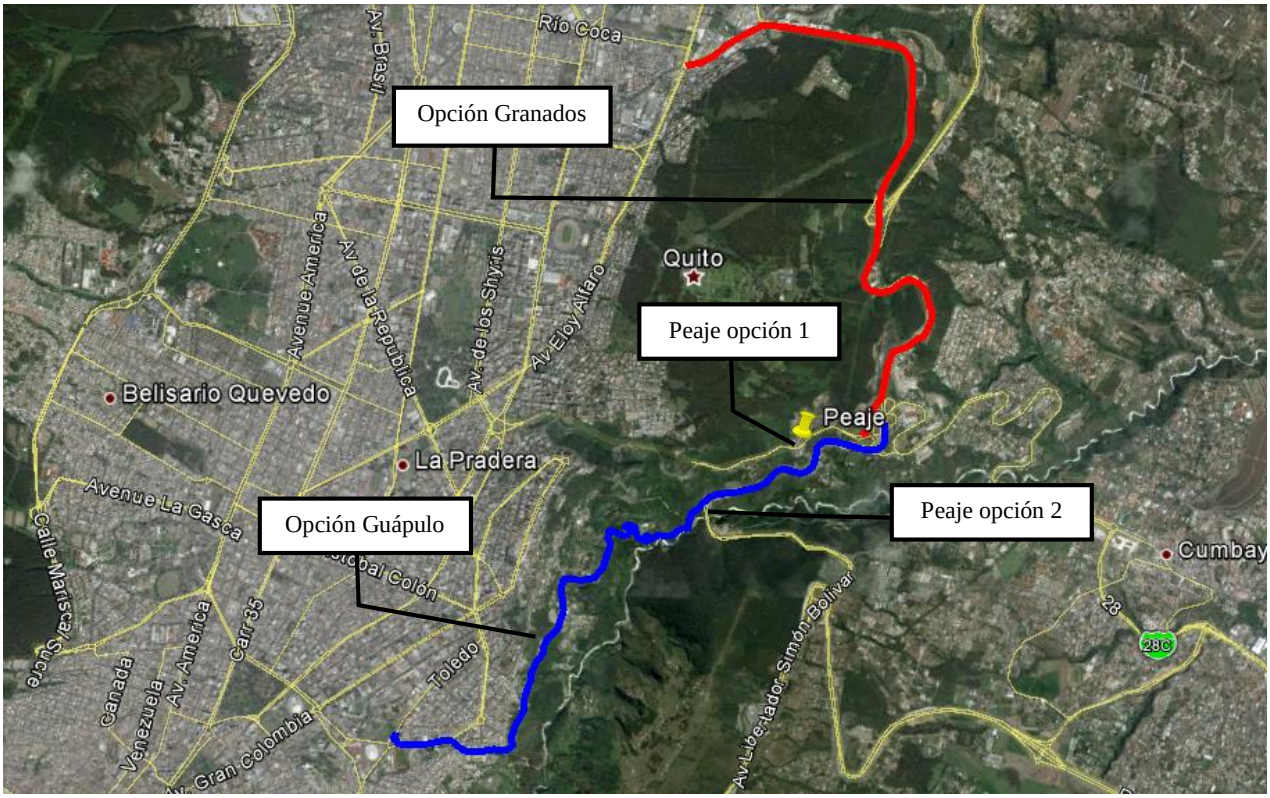


Figura 5: Rutas alternas para evitar el peaje.
Fuente: Elaboración propia a través de Google Earth.

3.2 Túnel Oswaldo Guayasamín

3.2.1 Aspectos técnicos

El municipio resolvió construir únicamente el túnel sur, conocido como Túnel Oswaldo Guayasamín, de 1300 metros de longitud, ubicado en el Km. 1 de la Vía Interoceánica, que posee un ancho de 11.00 metros que alberga dos carriles de 3.50 metros cada uno, aceras de 1 metro de ancho a cada lado y espaldones de seguridad interno y externo de un ancho total de 1.50 y 0.50 metros, respectivamente. La altura, medida desde el centro, es de 6.70 metros. El túnel fue

diseñado con una velocidad de 80 kilómetros por hora y con una pendiente máxima de 5%, calculado con un tráfico aproximado de 20,000 vehículos por día (actualmente transitan 40,000 aproximadamente).

3.2.2 Sistema funcional

En un inicio, en los estudios, mediante un análisis de origen/destino basado en encuestas y conteos vehiculares en las rutas alternas antes mencionadas, se concluyó que la mejor alternativa para el túnel sería que este funcionase unidireccionalmente todo el tiempo (Empresa Metropolitana de Obras Públicas, 2005). Esta alternativa se mostró más beneficiosa porque se registraron proporciones equilibradas de volúmenes de tráfico para ambos sentidos, hacia Quito y Tumbaco, con un 57% y 43%, respectivamente (Empresa Metropolitana de Obras Públicas, 2005). Sin embargo, cuando la circulación empezó a desarrollarse, el flujo se estabilizó y, los volúmenes reales de tráfico en las horas pico empezaron a crecer, y no se pudo dar abasto a la demanda vehicular.

Actualmente, el túnel tiene sentido de circulación variable, en función de la demanda horaria del flujo, regido bajo los siguientes esquemas:

- **Circulación restringida**: funcionamiento unidireccional de los dos carriles en sentido Valle-Quito de 7h00 a 9h30, y Quito-Valle de 16h00 a 20h00. Los viernes en la tarde se adelanta a las 15h00 y finaliza normalmente, el resto del día trabaja según lo previsto normalmente.

- **Circulación ordinaria:** funcionamiento bidireccional con un carril de circulación en cada sentido, en los periodos fuera de las horas pico señaladas.

Sin embargo, si se prevé congestión en la ciudad, los horarios de restricción pueden variar y, para proveer un correcto ejercicio de la medida unidireccional, conocida como **contraflujo**, es necesario proporcionar señalizaciones con letreros de mensajes variables en las cercanías del túnel, que recuerden el sentido de circulación cuando se realice la transición, y mantener a la ciudadanía informada mediante los medios de comunicación. Si esto no se realiza a tiempo, las consecuencias en el tráfico de la ciudad son significativas, ya que, como se explicó, esta ruta supone la principal vía para los viajes de Quito a Tumbaco, o viceversa.

3.3 Peaje del túnel

3.3.1 Introducción

El Municipio del Distrito Metropolitano de Quito, para poder recaudar un capital capaz de atender las necesidades de los usuarios, se vio en la necesidad de implantar un sistema de cobro de peaje, mediante el cual la ciudadanía contribuya al mejoramiento y mantenimiento actual y futuro de la carretera, además de la recuperación de las inversiones realizadas para su construcción. La tarifa varía según el tipo de vehículo. La establecida para livianos es de 40 centavos.

Se instalaron seis casetas en la Vía Interoceánica, entre la salida del túnel y el intercambiador de Miravalle. De las cuales cuatro son de cobro manual (dos por cada sentido) y una de cobro electrónico por sentido.



Figura 6: Estructura del peaje en sentido Quito Valle.
Fuente: Elaboración propia.

3.3.2 Justificación de la ubicación de las estaciones

Para decidir la ubicación de las estaciones de peaje, en el Informe Técnico de la Empresa Pública Metropolitana de Movilidad y Obras Públicas (EPMOOP) -antiguamente conocida como Empresa Metropolitana de Obras Públicas (EMOP-Q)- se analizaron distintas alternativas de localización. De hecho, el informe aconsejaba instalar dos puntos de pago: una en la Av. Interoceánica, pasando el intercambiador de Miravalle, y otra compuesta por dos estaciones, en el acceso sur de la Av. De Los Conquistadores. Además, debido al alto porcentaje de viajes que se realizaban saliendo de Quito, se preveía que los usuarios regresarían a la ciudad al finalizar la

jornada, y era necesario cobrar únicamente en el sentido Quito-Valle, para evitar duplicar el personal y entorpecer el tráfico. También se pensó en ubicar el peaje en el acceso occidental del túnel, en la Plaza Argentina, opción que estaba de acuerdo a los diseños iniciales, pero fue desechada por su cercanía con la Avenida Seis de Diciembre y peligro de generar colas que congestionarían el tráfico en la ciudad.

Llama la atención que se aconseje descartar la alternativa de ubicar las estaciones en el acceso oriental del túnel, como actualmente sucede, debido a que existen gradientes pronunciadas, taludes inestables y peligro de escasa de recaudación porque lo usuarios podrían haber optado tomar la Av. Simón Bolívar para evitar el peaje. A pesar de que estos factores siguen afectando, en cierto modo, al sistema en la actualidad, no son muy influyentes, dado que el beneficio de tiempo que el usuario emplea en viajar entre los dos destinos es mucho menor que el resto de alternativas.

3.3.3 Determinación del pliego tarifario

El análisis para establecer la tarifa del peaje, tienen como base la ubicación de las casetas, ya que, a partir de estas se estudia el volumen y la composición del tráfico vehicular (EMOP, 2005). Puesto que la única fuente de ingreso, para solventar los gastos realizados durante la construcción y vida útil del proyecto, es el peaje, otro factor que determina el pliego tarifario es el financiero, que se fundamenta en lo siguiente:

- Inversiones realizadas durante la construcción de las estaciones y obras complementarias en la Av. Simón Bolívar.

- Gastos por operación y mantenimiento
- Ingresos
- Rentabilidad del proyecto

Los conteos volumétricos realizados para el estudio de tráfico, fueron realizados colocando las estaciones de observación en los siguientes hitos importantes de los posibles usuarios del peaje entre el 7 y 13 de noviembre del 2004: Miravalle, El Nacional, El Arenal, Los Conquistadores y Puembo. Obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 1. Volumen de tráfico de las estaciones del TPDA del 2004.

Estaciones	*Livianos*	*Buses*	*Camiones 2 Ejes*	*Camiones 3 Ejes*	*Camiones 4 o más Ejes*	*Total*
Miravalle	26,728	1,742	756	92	2	29,320
El Nacional	25,549	2,360	1,143	68	11	29,131
El Arenal	11,151	1,529	1,411	70	1	14,162
Puembo	4,913	12	63	2		4,990
Conquistadores	11,439	30	153	4		11,626

Fuente: Empresa Metropolitana de Obras Públicas, (2005), *Informe Ténico No. UCPC-002*

Los valores se proyectaron para los próximos 20 años, con una tasa anual del 3% para las estaciones de Miravalle y Los Conquistadores, por ser las de mayor influencia en el tráfico dirigido al peaje. El estudio determinó que para el 2024 se experimentaría un flujo acumulado de 1,100,234 vehículos y que le permitiría recaudar 163,850,156.12 dólares, con una tasa tarifaria de 40 centavos. Lo que le permitiría recuperar las inversiones realizadas durante la construcción de las estaciones, las obras complementarias en la Av. Simón Bolívar y los gastos por operación y mantenimiento estimados en 63,115,791.44 dólares acumulados hasta el 2024.

Según encuestas realizadas, un 94% de los usuarios estaban dispuestos a pagar una tarifa de 0.70 USD/pasada si el ahorro de viaje sería de 15 minutos entre los dos destinos. Además, como se ha observado, se estimó que, para mantener un apropiado nivel de servicio, la tarifa debería ser de 0.40 USD/pasada. En una modelación de la rentabilidad del proyecto, con un flujo de 20 años hasta el 2024, con una tasa de descuento de 13.75%, se obtuvo un TIR adecuado que refuerza que el precio de la tarifa sea de 40 centavos para vehículos livianos, 50 para buses y camiones de 2 ejes, 1 dólar para camiones de 3 ejes y 1.50 dólares para camiones de más de 4 ejes. Siendo esta una tasa justa en el que el usuario comparte el beneficio que recibe del ahorro en costos de operación y tiempo de viaje

3.3.4 Cobro electrónico de Telepeaje

La tecnología utilizada para este sistema electrónico fue desarrollada y comercializada por la empresa Roteninig S.A. y se trata un sistema RFID que consta de un dispositivo de Telepeaje conocido como TAG, que son mecanismos de radiotransmisión similares a pegatinas que se colocan en el parabrisas, equipados de antenas que se comunican con los radares de las estaciones.

Una vez que la señal es captada por la terminal, se registra la hora de paso y se descuenta el cargo del peaje.

El diseño de las estaciones de peaje se basa en las suposiciones de que el sistema funcionará de manera óptima si un 75% de los vehículos que utilizan el peaje pagan electrónicamente. Debido a este supuesto, es necesario promover el uso del producto mediante facilidades y beneficios para que éste sea más atractivo y muchos clientes opten por esta alternativa. Bajo este esquema, el municipio ha asumido el valor del TAG que se lo entrega sin costo. El usuario únicamente tiene que pagar un valor inicial de 30 dólares que equivaldría a 75 pasadas, que puede ser adquirido y recargado en distintos puntos de venta autorizados, además de tener la posibilidad de pagarlas mediante débito bancario o tarjeta de crédito.

3.4 Análisis de la situación actual en el peaje

Debido al rápido crecimiento del parque automotor, actualmente el peaje del túnel Oswaldo Guayasamín, experimenta un flujo vehicular bastante alto. Como se ha mencionado anteriormente, el túnel fue diseñado para abastecer un tráfico de 20,000 vehículos al día aproximadamente, y ha llegado a sobre poblarse de manera que ahora ronda entre los 40,000. Esto muestra un claro desborde de los límites de capacidad del sistema que, en las horas pico, sufre un congestionamiento fuerte. Son muchas las variables que afectan al sistema, sin embargo, se comparará unas pocas que permitan observar el cambio del comportamiento entre el esperado y el que sucede hoy en día.

Los datos que se presentarán durante el desarrollo de este análisis están en función de la información facilitada por la Gerencia de Terminales y Estacionamientos (Parreño, 2016), y procesadas posteriormente a conveniencia. La información recibida corresponde a los datos del tráfico vehicular horario del mes de enero de 2016 y el flujo vehicular diario de marzo por casetas según el tipo y sentido de circulación y la forma de pago de los usuarios. Para una mejor compresión de los datos que serán expuestos, se presenta un extracto de la tabla resumida del flujo vehicular diario de marzo de 2016, la completa se encuentra en el **Anexo 1** al igual que la tabla del tráfico horario de enero:

Tabla 2. Tabla resumida del flujo vehicular diario del mes de marzo de 2016.

Carril	Fecha	Flujo vehicular	Sentido	Circulación	Cobro
11	1-mar.	1026.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	2-mar.	1146.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	3-mar.	1118.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	4-mar.	1586.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	7-mar.	1122.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	8-mar.	1175.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	9-mar.	1070.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	10-mar.	1000.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	11-mar.	1532.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	12-mar.	42.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	14-mar.	1066.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	15-mar.	1108.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	16-mar.	1198.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	17-mar.	1234.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	18-mar.	1369.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	19-mar.	115.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	21-mar.	1085.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	22-mar.	1122.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	23-mar.	1154.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	24-mar.	1104.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual

Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

3.4.1 Opciones de pago

Para un desempeño operacional óptimo en la zona del peaje, en los diseños se realizó una asignación de tráfico de manera que se espere que el 75% de los usuarios utilicen el sistema de Telepeaje para cancelar la tarifa, y otro 25% lo hagan de forma manual. Para ello se implementaron 2 carriles de aproximación y 1 de salida en el sentido Tumbaco-Quito, y 2 carriles tanto de aproximación como de salida para la circulación de Quito a Tumbaco.

Sin embargo, ahora que ha pasado 10 años desde su construcción, se tiene un total de 54% de usuarios de pago manual y 46% de pago electrónico. De manera que, si en un inicio se esperaba que las colas sean de aproximadamente 300 metros, ahora el sistema colapsa y las líneas de espera llegan hasta el intercambiador de la Av. Simón Bolívar o hasta el túnel. La *Figura 7* muestra la poca diferencia que existe entre usuarios Telepeaje y los que no lo usan.

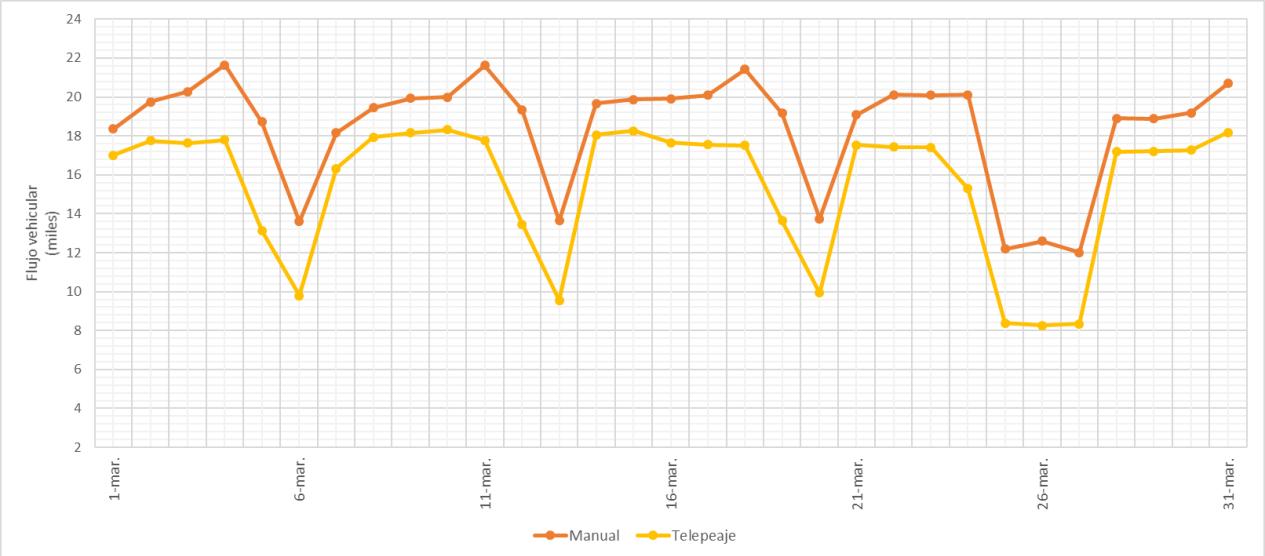


Figura 7: Flujo vehicular por tipo de pago en la actualidad.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016)

Como se observa en la *Figura 8*, es mayor el flujo de vehículos diario en el sentido Quito-Valle, de lo que se puede concluir que, los habitantes de Cumbayá y Tumbaco, son los más atraídos por la alternativa del pago electrónico, por ser ellos quienes utilizan más esta vía, e incluso se observa que los valores casi duplican a los del sentido contrario. Se puede decir que la mitad del flujo total que baja a Tumbaco son usuarios que regresan a sus casas luego de la jornada laboral. Para equilibrar la distribución de tráfico en las alternativas de pago, sería importante que usuarios irregulares del peaje opten un el Telepeaje.

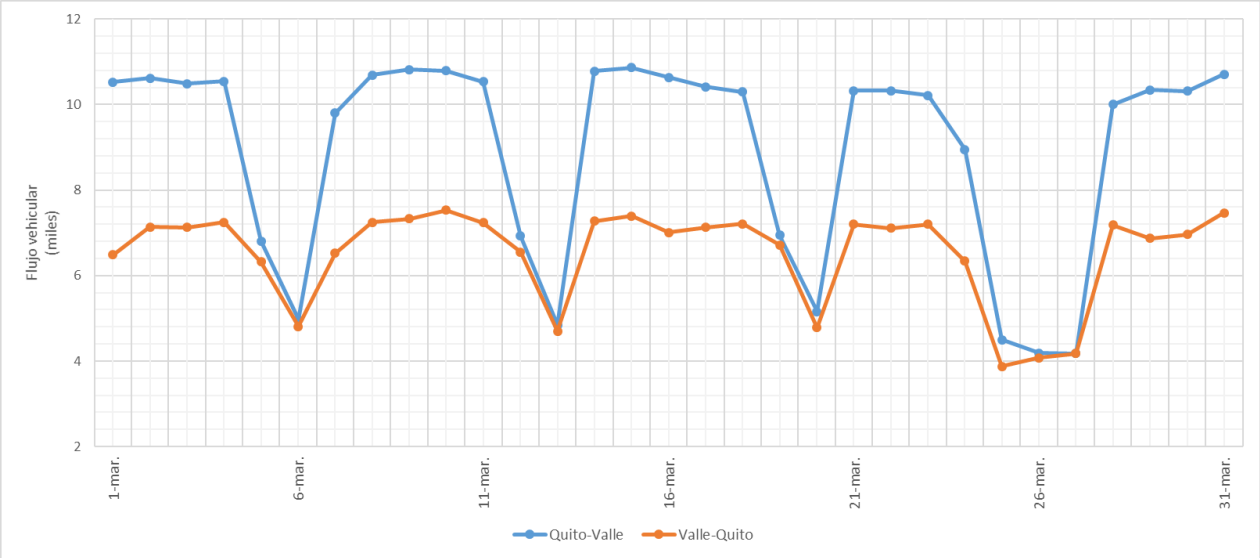


Figura 8: Flujo vehicular actual por sentido de los usuarios de Telepeaje
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

Durante la toma de datos en campo, para el desarrollo del análisis del peaje mediante el uso de la Teoría de Colas que se propone en este documento, se pudo observar que, salvo en el periodo de contraflujo en el sentido Valle-Quito, en las estaciones de Telepeaje no se generan colas. Lo que resulta obvio ya que se trata de un sistema de flujo libre cuya única causal de

generación de colas sería el congestionamiento existente en la ciudad cerca del acceso occidental del túnel. Por lo que, promocionar el uso del pago electrónico no complicaría el tráfico, sino más bien, aliviaría el exceso vehicular en las estaciones de cobro manual, y generaría espacio en los carriles de aproximación y salida.

3.4.2 Circulación vehicular

Como ya se ha visto, el funcionamiento inicial del túnel suponía un tránsito bidireccional permanente. Pasado los años, el municipio tuvo que imponer una circulación restringida para cada sentido en distintos horarios, lo que supone que el túnel y su respectiva vía, sólo se podría circular hacia Quito en las mañanas (7h00 a 9h30) y hacia el Valle en las tardes (16h00 a 20h00). Esta medida no ha logrado eliminar la congestión. Existe un flujo vehicular grande durante el contraflujo, lo que provoca que este comportamiento se mantenga en ese sentido durante un periodo corto (dos horas aproximadamente) una vez retirada la restricción.

Según fuentes locales (Parreño, 2016), las colas pueden alcanzar, en el periodo de la mañana de mayor tráfico, una longitud cercana a los 500 metros a pesar de existir contraflujo en el sentido Quito-Valle, para facilitar el flujo en el sentido contrario. De hecho, el problema de la congestión del Valle hacia Quito, no radica en el déficit de infraestructura, sino en el tráfico que se genera en la Plaza Argentina que evita que los vehículos circulen de manera normal. Inclusive, las colas no inician en el peaje, sino que atraviesan las estaciones y llegan muchas veces al túnel o a la ciudad.

3.4.3 Comportamiento del flujo vehicular

La siguiente información representa el flujo vehicular del mes de mayo del 2016. Los datos son muy actuales y representa de manera fidedigna el comportamiento del tráfico en el peaje en este año.

3.4.3.1 Flujo vehicular por sentidos

Al comparar el flujo vehicular por sentido, se puede observar una clara supremacía de los vehículos que bajan al Valle en comparación a los que suben a Quito. Este claro dominio no solo se presenta en los usuarios de Telepeaje, que representaría en gran parte a los habitantes del Valle, sino también en los clientes de pago manual, y con mayor razón, en la acumulada.

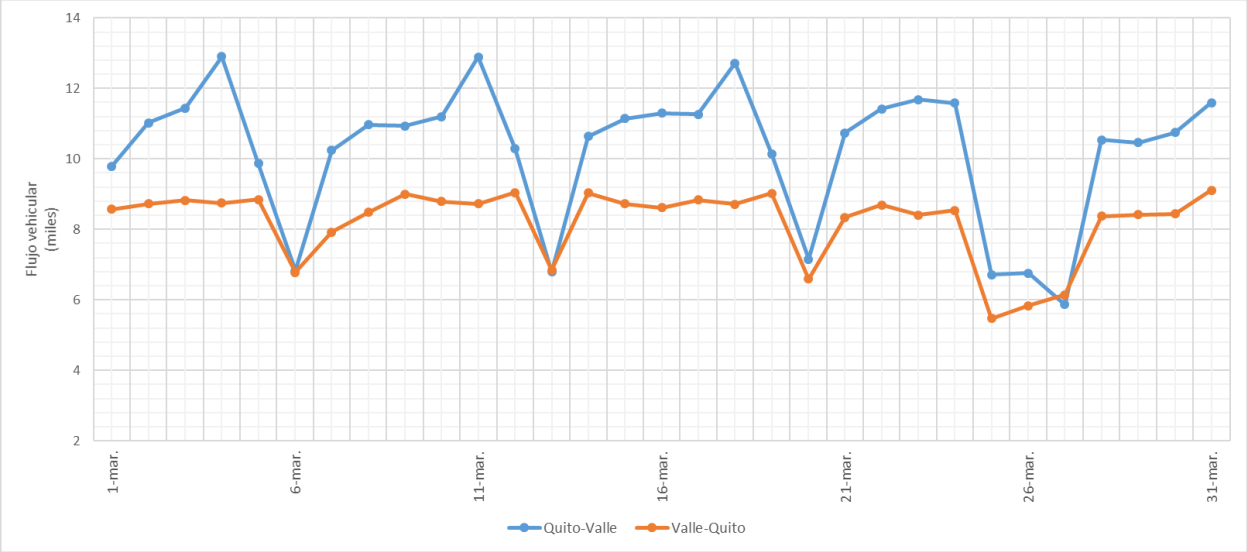


Figura 9: Flujo vehicular por sentido de usuario de pago manual.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

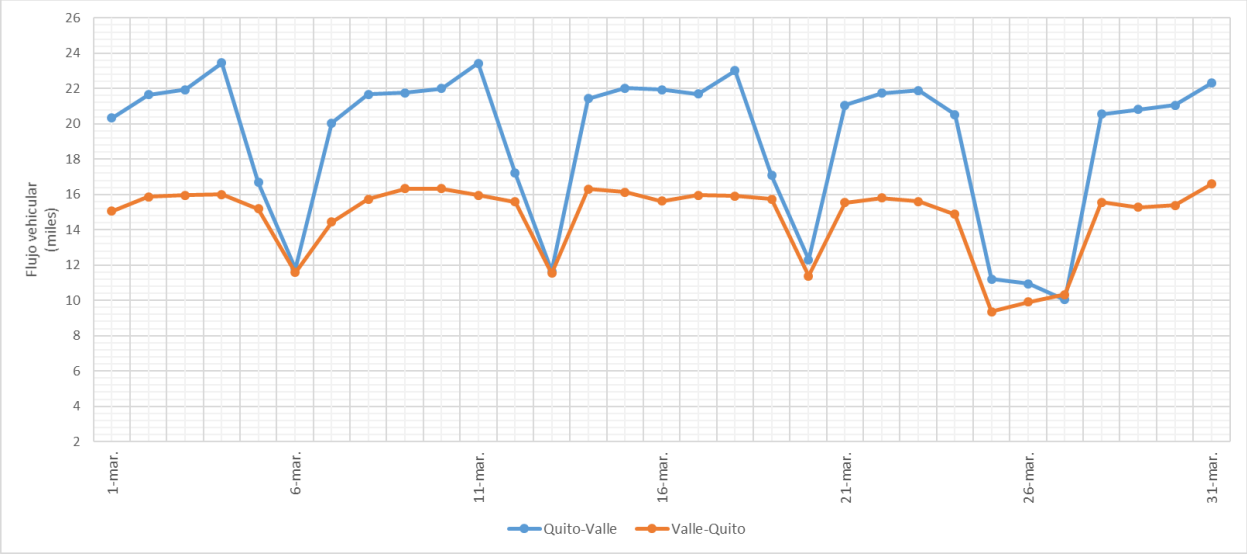


Figura 10: Flujo vehicular de todos los usuarios por sentido.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

La conclusión que se puede sacar al cotejar los datos, es que las colas más relevantes, por su importancia estadística en el tráfico vehicular, se darían en este sentido y, por lo tanto, para un estudio matemático de la situación que experimenta el peaje, la toma de datos se los realizaría bajo este esquema. Además, el tráfico que se genera en el acceso occidental del túnel influye en el tráfico de los vehículos que viajan a Quito y, por ende, altera el comportamiento de las colas que en horas pico no tienen su inicio en el peaje.

3.4.3.2 Flujo vehicular diario

Al comparar los flujos vehiculares del mes de enero y el mes de marzo del 2016, se puede observar que el comportamiento es muy similar, salvo en los primeros días de enero cuando existe menos tráfico por ser vacaciones escolares y días de menor actividad laboral. El flujo vehicular total del mes de enero es de 977,688 vehículos y de 1,051,966 en marzo. La diferencia de 74,278 vehículos se debe al escaso tráfico en los primeros días del año. Por lo que se puede decir que los

comportamientos en los dos meses son similares y, por lo tanto, realizar un análisis en función de los datos de enero no sería erróneo. Además, sólo se tiene información sobre el flujo vehicular horario de enero, por lo que es necesario estudiarlo en este mes. Los picos bajos de las gráficas representan los domingos que son días sin mucha circulación de vehículos.

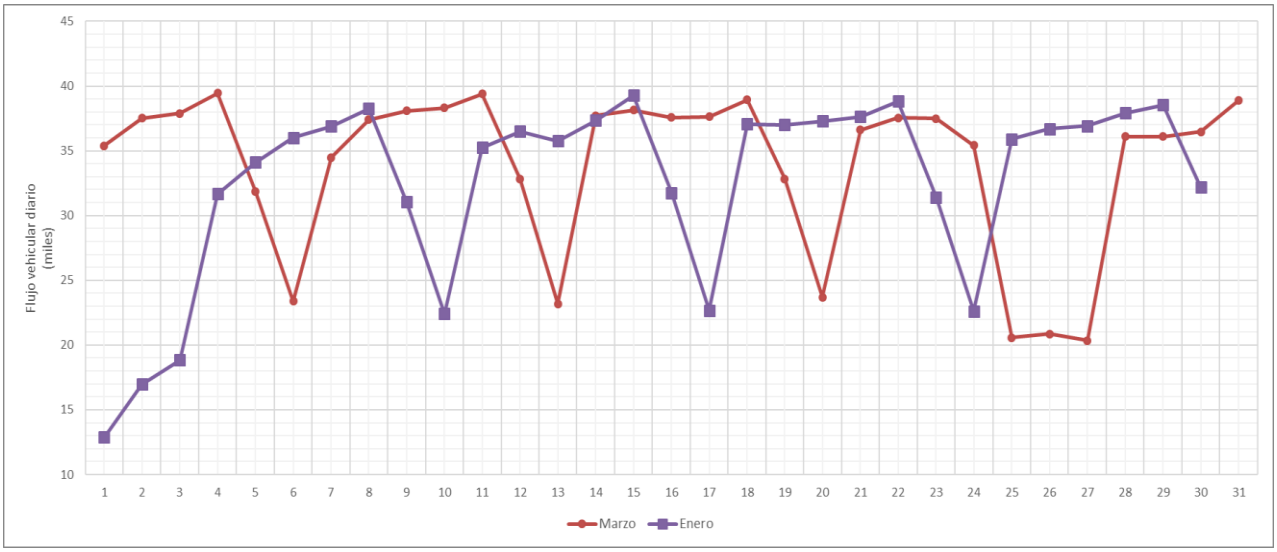


Figura 11: Flujo vehicular diario comparativo de los meses de enero y marzo.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016)..

En base a datos recopilados en enero de 2016, se puede observar que los días de mayor tráfico son los viernes. De hecho, el día de máximo flujo vehicular es el viernes 15 de enero de 2016. Sería correcto definir los viernes como el día de mayor incidencia estadística de la semana, por ser el que mayor flujo vehicular tiene y, como consecuencia, el que genera mayor congestión y colas más largas en el peaje.

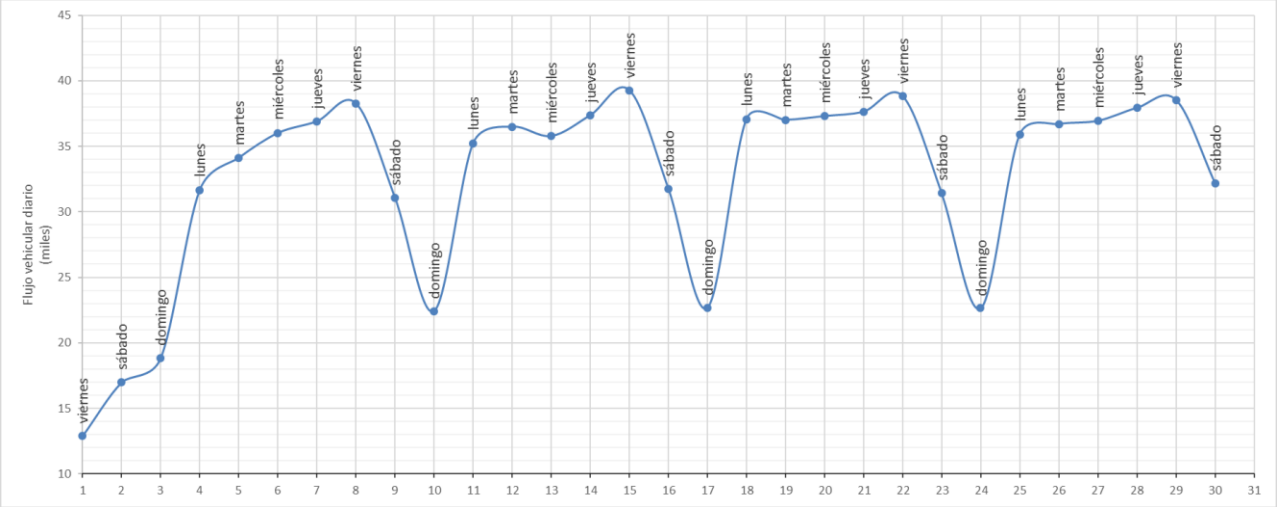


Figura 12: Flujo vehicular diario del mes de enero de 2016.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

3.4.3.3 Flujo vehicular horario

De este apartado se espera encontrar cuál es la hora del día de mayor flujo vehicular, para ello se analizará el comportamiento de los vehículos durante el día. Se recuerda que el funcionamiento del peaje depende del túnel. La circulación restringida en los dos periodos son sin duda factores que determinan el desarrollo horario del tránsito en este sector y sus alrededores.

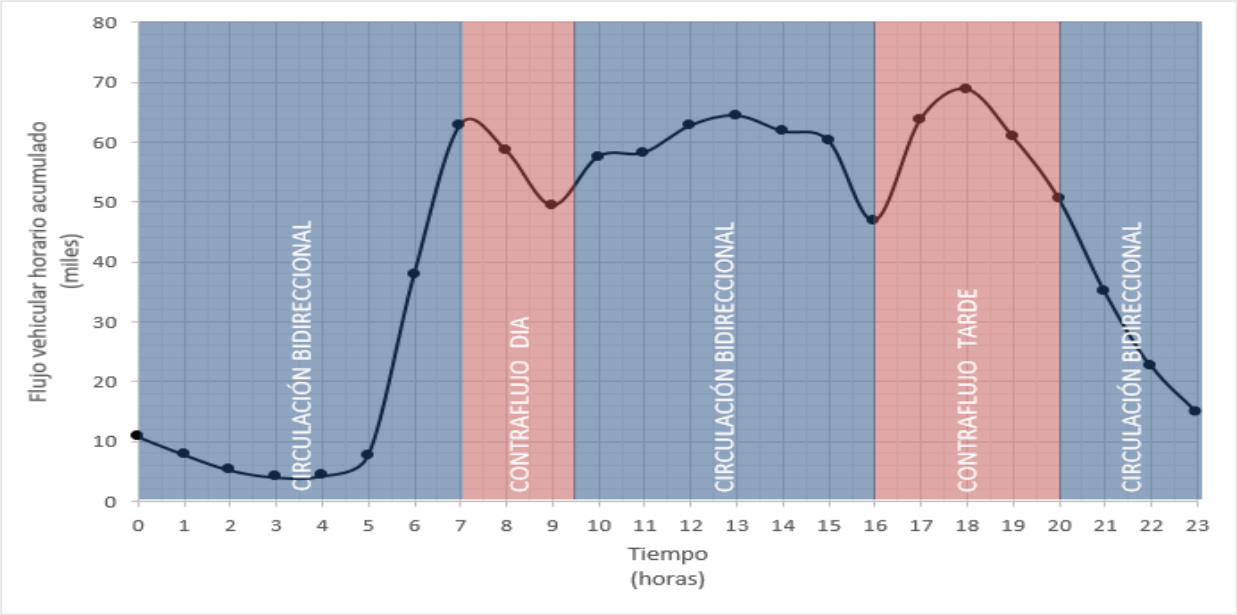


Figura 13: Flujo vehicular horario acumulado del mes de enero.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016)..

En la *Figura 13* se muestra el flujo vehicular horario acumulado de todos los días del mes. Lo que se busca con esta gráfica es demostrar que el flujo acumulado es similar al promedio, por lo que se puede decir que el comportamiento vehicular diario, que se detalla en la *Figura 15*, no cambia a lo largo del mes. Lo que no sucede al graficar los flujos máximos horarios que no representan la conducta usual de la realidad.

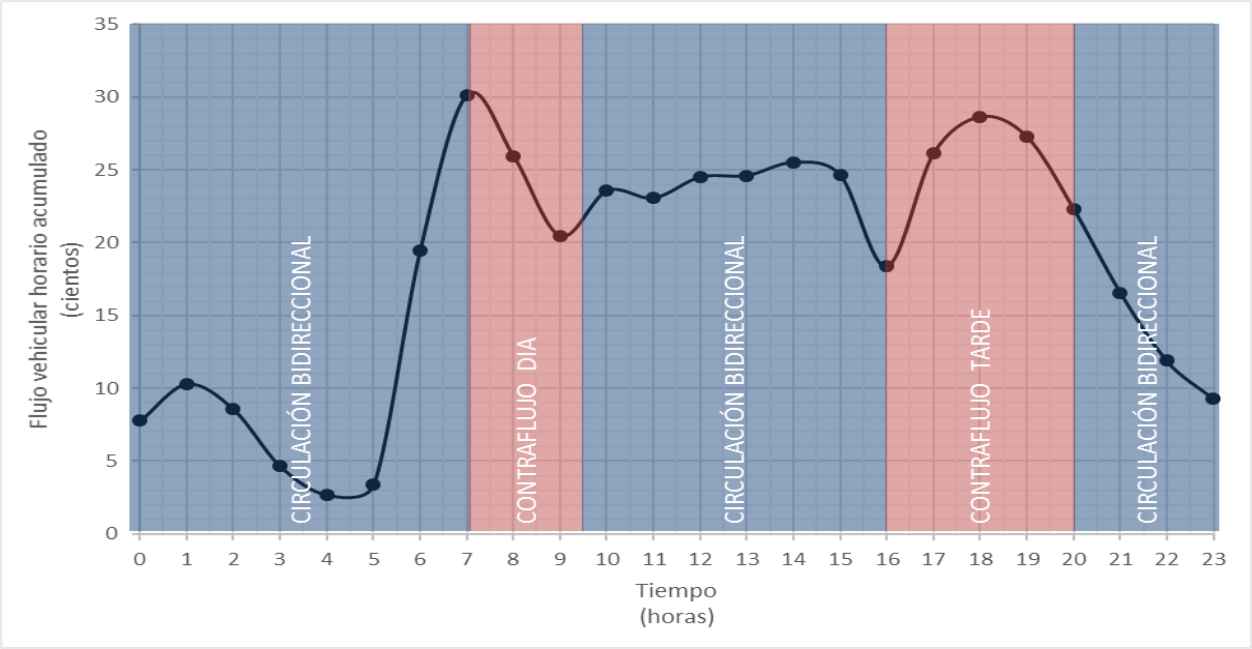


Figura 14: Máximos flujos vehiculares del mes de enero.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016)..

En la *Figura 15:* Flujo vehicular horario promedio del mes de enero.*Figura 15* de los flujos promedios, se ha incorporado los límites horarios cuando el tipo de circulación cambia. Allí se demuestra que los periodos de contraflujo son los de mayor congestionamiento. En la *Figura 16* se puede observar el tráfico horario de 7h00 a 20h00 que representa el periodo donde existe circulación vehicular relevante.

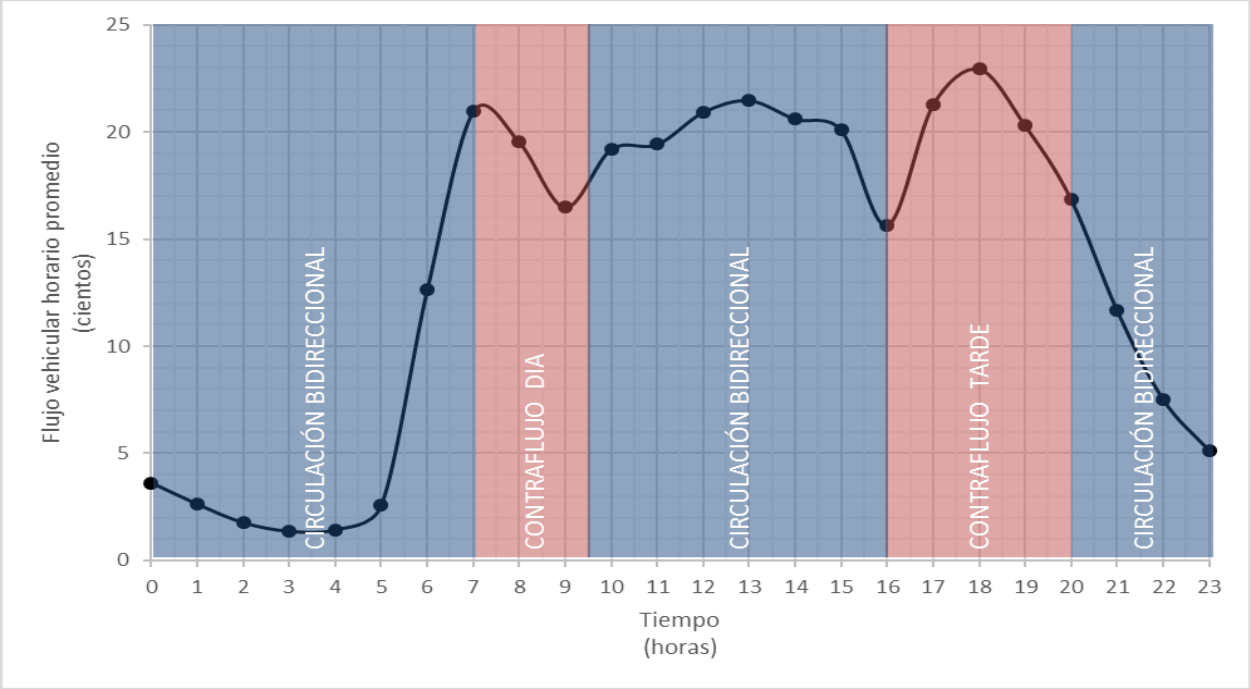


Figura 15: Flujo vehicular horario promedio del mes de enero.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

Los periodos de mayor congestión se dan en los horarios de 7h00 a 8h00 en el contraflujo de la mañana, de 14h00 a 15h00 en el ciclo de circulación bidireccional de mayor congestión y, de 17h00 a 19h00 en el contraflujo de la tarde. Por ello, sería aconsejable captar la evidencia para generar los datos estadísticos en cualquiera de estos periodos.

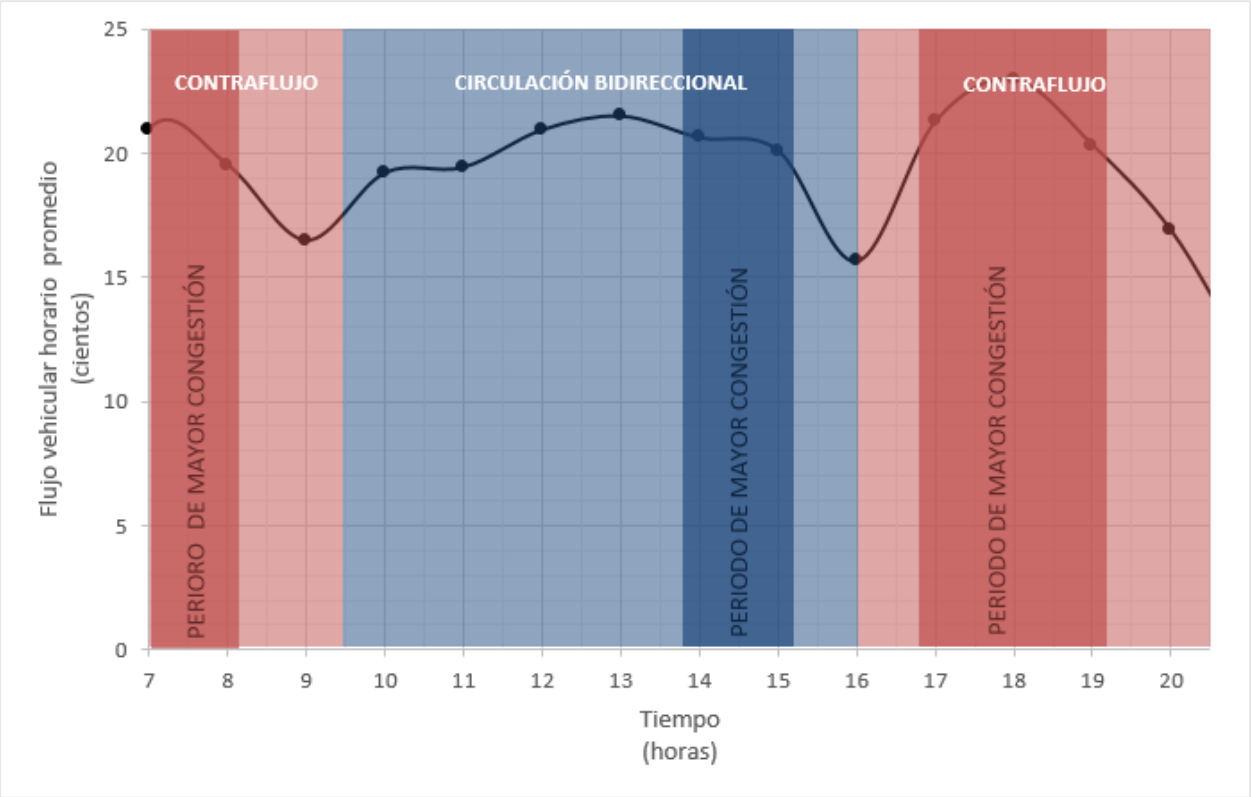


Figura 16: Flujo vehicular horario promedio de 7h00 a 20h00.
Fuente: Gerencia de Terminales y Estacionamientos, (2016).

3.4.4 Conclusión

Para representar de mejor manera el comportamiento real del peaje del túnel Oswaldo Guayasamín, es aconsejable tomar los datos los días viernes en los periodos de mayor congestionamiento. Debido a que resulta necesario estudiar el sistema bajo los dos esquemas de circulación, se concluye que los periodos necesarios para este fin serían de 14h00 a 15h00 para circulación bidireccional y de 17h00 a 19h00 para contraflujo. El contraflujo de la mañana se desprecia por ir en el sentido Valle-Quito, ya que las colas que se generan están afectadas por el tráfico en el acceso occidental del túnel. Además, se desprecian los carriles de Telepeaje porque, como se verá en el siguiente capítulo, las estaciones que no generan colas no deben ser tomadas en cuenta para un estudio de líneas de espera**.**

CAPÍTULO 4: TEORÍA DE COLAS

4.1 Introducción

Las colas o también conocidas como líneas de espera, son un fenómeno muy común en la vida cotidiana. Toda empresa que venda un producto o preste un servicio, debe implementar un puesto de pago donde el usuario cancele por el bien que ha recibido. Sin embargo, si la demanda es muy amplia, se forman colas en las que el cliente tiene que esperar para ser atendido. Esto se puede observar en las largas filas que se generan para pagar por un producto en una tienda, al hacer un depósito en el banco o -como es el caso que se estudia- en vehículos que desean cancelar la tarifa en un peaje. También son posibles otras situaciones en las que las colas son conformadas por objetos; como en el ensamblaje de autos, en el embotellamiento de agua, en la reparación de maquinaria, etc.

El propósito de la **teoría de colas** es optimizar un sistema para que el servicio sea más eficaz y eficiente. Es verdad que a menor cantidad de servidores menor inversión se realiza, ya que son menos trabajadores y equipamiento, pero en la práctica esto provoca que el cliente se moleste por el alto tiempo que debe esperar en la cola, lo que puede suponer una pérdida de usuarios o la inutilización de infraestructura (estaciones de servicio vacías con empleados sin oficio), que traerán pérdidas tanto a largo como a corto plazo. Aquí radica la importancia de la teoría de colas, que busca un balance adecuado entre el tiempo de espera y el costo del servicio.

4.1.1 Definición

La **Teoría de Colas** es una técnica de la investigación operativa que modela, mediante un estudio matemático, un sistema de colas que permita predecir su actuación y determinar sus propiedades, con el fin de ayudar a los administradores en la toma de decisiones. Una **cola** es una línea de espera y la teoría de colas es una colección de modelos matemáticos que describen sistemas de colas particulares (Houda Mehri, 2011).

El fundamento matemático de esta teoría está basado en las **cadenas Markov**, que son **procesos estocásticos**[5] que **"**tienen la propiedad particular de que las probabilidades que describen la forma en que el proceso evolucionará en el futuro dependen solo del estado actual en que se encuentra el proceso y, por lo tanto, son independientes de los eventos que ocurrieron en el pasado" (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 675). Por lo que se concluye que en la teoría de colas los parámetros se obtienen mediante funciones probabilísticas definidas por variables aleatorias **discretas** que se comportan según la distribución de un proceso estocástico. Como la llegada de los clientes son acontecimientos aleatorios, la teoría de colas modela distintos escenarios, que mejor representen la conducta de los usuarios y servidores. Cada modelo utiliza fórmulas propias de las que se obtienen los parámetros a estudiar.

La razón de utilizar estos modelos matemáticos es buscar el entendimiento de un proceso particular. Estos deben poseer un enfoque estadístico y operativo. Estadístico, porque se realizan pruebas de hipótesis y se estima características mediante el análisis de los datos obtenidos en campo. Operativo se refiere al diseño, pruebas y control del problema en la vida real.

[4] Los procesos estocásticos son procesos que evolucionan en el tiempo de una manera probabilística, y cuyo comportamiento no es **determinista**, por lo que los eventos pueden ser **predecibles** o **aleatorios**.

4.1.2 Objetivos de la Teoría de Colas

Según lo descrito anteriormente, en función del beneficio que se podría obtener de la aplicación de esta teoría, podría definirse como objetivos los siguientes:

- Identificar el costo y capacidad del sistema óptimo, para que exista un equilibro entre ambos.
- Analizar el impacto financiero de las posibles alternativas en la modificación del sistema.
- Establecer un balance entre el costo por modificación del sistema y la calidad del servicio.

Como se puede observar, dentro de los objetivos de la teoría de colas, no existe ninguno que la trate como un análisis de prefactibilidad para modelar un proyecto futuro. Esto es porque no es usual utilizar este método matemático para sistemas inexistentes. Su fundamento probabilístico se basa en la evidencia, por lo que intentar imponernos unos parámetros sobre cómo se comportaría el cliente es muy difícil y riesgoso.

4.2 Estructura de los modelos de colas

4.2.1 Descripción de un sistema de colas

Como se muestra en la Figura 17 el comportamiento del sistema esta descrito de la siguiente manera: los **clientes** que llegan generan una **fuente de entrada** para el **sistema de colas**, una vez dentro, estos forman parte de la **cola** y esperan hasta ser atendidos según la regla que se maneje,

conocida como **disciplina de cola**; los **servidores** seguirán un **mecanismo de servicio** para que finalmente el cliente abandone el sistema una vez servido.

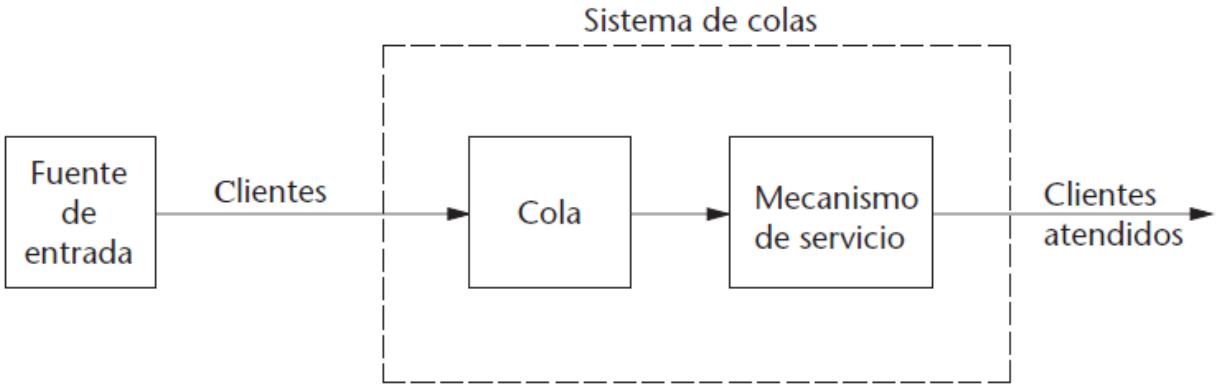


Figura 17: Proceso básico de colas
Fuente: (Hillier & Lieberman, 2010).

4.2.2 Fuente de entrada

La fuente de entrada representa a la población potencial, es decir, al total de los posibles clientes que alimentarían el sistema; a los usuarios que llegan se los conoce como **población de entrada** o **capacidad del sistema.** La fuente de entrada puede ser **limitada** o **ilimitada**, o por decirlo de otra manera, que su tamaño es **finito** o **infinito**. Por facilidad de cálculos generalmente se supone que la población es ilimitada, aun cuando no lo sea, siempre y cuando tenga un tamaño bastante grande. Una población limitada requiere de un análisis más complejo, ya que los clientes en la cola limitan el número de posibles llegadas. Es necesario considerarla como finita, si la tasa de llegada sí se ve afectada significativamente por los usuarios existentes: una cola copada evita que otros usen el servicio.

En circunstancias normales las llegadas de los clientes siguen un patrón específico que es necesario definir. El caso más usual es suponer un **proceso de Poisson**, en el cuál los **sucesos** se generan de manera aleatoria y se comportan con una **distribución de Poisson**. Por esta razón se puede suponer que la distribución de probabilidad del **tiempo entre llegadas** es **exponencial**.

Los procesos de Poisson son procesos estocásticos de tiempo continuo cuyas variables están distribuidas por **eventos** que suceden a lo largo del tiempo. La **distribución exponencial**, en cambio, está determinada por sucesos en un intervalo de tiempo. La distribución de Poisson se construye por la posibilidad de que se repita un evento, mientras exponencial por la probabilidad de que un evento se repita en un intervalo de tiempo.

Sin embargo, estas distribuciones a pesar de ser las más comunes no siempre son aplicables. Se puede precisar otro tipo de comportamiento que se regirá por otra distribución. Por ejemplo, cuando existe clientes "impacientes" que desisten de la cola.

4.2.3 Cola

Una cola se la puede caracterizar por el número máximo de clientes que puede aceptar. Estas pueden ser **finitas** o **infinitas**. Es aconsejable suponer a las colas de gran tamaño como infinitas para no complicar el análisis. Cuando su límite es bajo y se lo alcanza con frecuencia se las debe considerar como finitas.

Una cola no tiene que ser necesariamente una línea física de espera que se genera frente a la estación de servicio. Los usuarios también podrían estar dispersos en un área esperando ser

atendidos. Lo indispensable es que se siga una disciplina en común y que los clientes abandonen el sistema una vez atendidos.

4.2.4 Disciplina de cola

La manera en cómo los clientes se ordenan para recibir el servicio se lo conoce como **disciplina de cola.** Usualmente se sigue una conducta en la que el primero en llegar es el primero en ser atendido (llamada FIFO por sus siglas en inglés). Sin embargo, se puede admitir colas con disciplina LIFO (atender al último en llegar) o en la que se sirva primero a clientes con **prioridades** o con menos productos.

4.2.5 Mecanismo de servicio

Un mecanismo de servicio consiste en la manera en cómo se distribuyen las estaciones. Estás pueden ser de varios canales de servicio o **servidores**, y con una o varias **etapas** o puntos de atención. El modelo más elemental es suponer un único servidor de una sola etapa de servicio. Cuando se requiere más de un servidor por etapa, se habla de canales de servicio en paralelo, los cuales dependen ser: **mono-canal** (una cola que alimenta a varios servidores) o **multi-canal** (varios canales con colas independientes). Los sistemas con **canales de servicio en serie** son utilizados cuando no se puede prestar todo el servicio en una sola estación y el cliente debe recibirlo secuencialmente. Existe también la posibilidad que el sistema se retroalimente al posesionarse un cliente en colas anteriores.

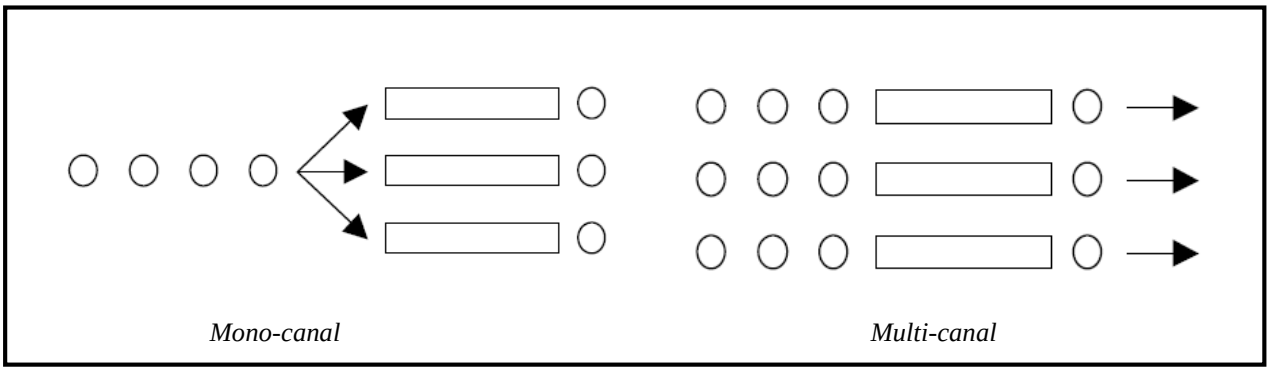


Figura 18: Canales de servicio
Fuente: (García Sabater, 2010)**.**

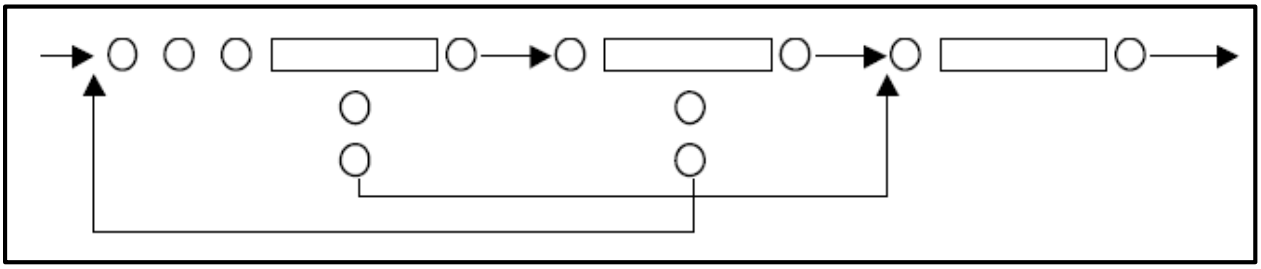


Figura 19: Mecanismo de servicio Sistema Multi-etapa con retroalimentación
Fuente: (García Sabater, 2010)**.**

Un servidor no tiene que ser un solo sujeto; el servicio puede ser otorgado por un grupo de trabajadores o maquinaría especializada, por ejemplo, un centro de servicio de comida rápida.

El **tiempo de servicio** es el tiempo que se demora un cliente en ser atendido. Considerando que el proceso concluye cuando éste salga del sistema, en un sistema multi-etapa, el servicio terminará cuando el usuario haya pasado todas las estaciones.

Los servidores pueden tener un tiempo de servicio variable, por lo que es preciso que se especifique el tipo de distribución de probabilidad de los tiempos para cada canal. Por lo general, se considera que todos los servidores se comportan con una misma distribución para no complicar el sistema. Lo más usual entre los sistemas simples es que la distribución -al igual que en la fuente de entrada- sea exponencial, aunque haya casos en los que se deba usar otras distribuciones

significativas, como la distribución **determinista** (tiempos de servicio constantes) y la distribución **Erlang** (gamma).

4.3 Condición Estable

En las situaciones iniciales del funcionamiento de un sistema de colas, el comportamiento de los clientes no es estable, sus decisiones están afectadas por el estado inicial y el tiempo transcurrido. A esta condición se la conoce como **transitoria**, en la que el comportamiento del sistema varía con el tiempo. Pero a medida que se desarrolla el proceso, éste se vuelve independiente del estado inicial y del tiempo transcurrido, llegando a una **condición estable o estado estacionario** (*steady state* en inglés) en la que sus variables (tiempo entre llegadas y tiempo de servicio) no varían con el tiempo**.** Es ahora cuando se supone que el sistema debe operar como en las cadenas de Markov: independiente de los sucesos del pasado. En la teoría de colas se suele realizar el análisis en condiciones estables, porque en un estado transitorio el estudio se vuelve más difícil.

4.4 Notación y terminología básica

4.4.1 Notación básica

La notación que se utilizará en este documento, para describir las colas y sus características, es la de **Kendall** y se compone de la siguiente manera:

distribución de llegadas/ distribución de tiempos de servicios/ número de canales/

capacidad del sistema/ disciplina de cola

La **Tabla 3** explica los distintos símbolos utilizados y sus características en la notación:

Tabla 3: Simbología de la notación.

Característica	*Símbolo*	*Explicación de la distribución*
Distribución de tiempos de llegada y *Distribución de tiempos de servicio*	M	Exponencial (markoviana), determinado por un proceso de Poisson y una distribución exponencial.
	Ek	Erlang, es una variación de la función gamma utilizada para describir el tiempo de espera hasta el suceso número k. El servidor debe realizar k servicios, y no solo uno.
	G	General, sigue una función de probabilidad general, o sea, no una distribución específica, solo es necesario estimar la media y la variancia.
	D	Determinista, utilizada cuando se sigue un proceso rutinario, por lo que la tasa de variación es igual a una constante fija.
Número de servidores	1, 2…, ∞	La forma general de representarla como un número discreto es con la letra s.
Disciplina de cola	FIFO	Primero en llegar primero en ser servido.
	LIFO	Último en llegar primero en ser servido.
	PR	Clientes con prioridad.

Fuente: Elaboración Propia

Si la capacidad es infinita (∞) y la disciplina de cola es FIFO no es necesario incorporarlos como parte de la notación del sistema de colas. Por ejemplo:

$$M/M/1/\infty/FIFO \rightarrow M/M/1$$

4.4.2 Terminología

De ahora en adelante se utilizará la siguiente terminología según Hillier & Lieberman:

Estado del sistema = número de clientes en el sistema.

Longitud de la cola = número de clientes en la cola

= estado del sistema menos número de clientes atendiéndose.

$N(t)$ = número de clientes en el sistema en el tiempo t ($t \geq 0$).

$P_n(t)$ = probabilidad de que existan exactamente *n* clientes en el sistema en un tiempo t.

s = número de servidores (canales de servicio en paralelo) por estación.

λ_n = tasa media de llegadas (número esperado de llegadas por unidad de tiempo) cuando hay *n* clientes en el sistema.

μ_n = tasa media de servicio en el sistema (número esperado de clientes atendidos por unidad de tiempo) cuando hay *n* clientes en el sistema.

λ = tasa de llegadas **constante** para toda *n.*

μ = tasa de servicio **constante** por un servidor ocupado para toda $n \geq 1$. Si los *s* servidores están ocupados, $\mu_n = s\mu$ cuando $n \geq s$.

$1/\lambda$ = tiempo esperado entre llegadas

$1/\mu$ = tiempo esperado de servicio

ρ = $\lambda/(s\mu)$, es el **factor de utilización** o **congestión**[6]. Es el porcentaje de la capacidad de servicio ($s\mu$) que utilizan en promedio los clientes que llegan (λ).

También es necesario definir la notación cuando el sistema se encuentra en **condición estable**, estado en el que generalmente se estudia:

P_n = probabilidad de que haya *n* clientes en el sistema

L = número de clientes en el sistema

$= \sum_{n=0}^{\infty} nP_n$

L_q = longitud de cola (sin clientes en servicio)

$= \sum_{n=0}^{\infty} nP_n$

[6] El sistema se considera congestionado cuando $\rho \geq 1$. El sistema tiende a crecer a lo largo del tiempo, ya que el número de llegadas por cliente en un periodo de tiempo t es mayor que el total de clientes atendidos en todos los servidores durante ese mismo periodo.

W = tiempo de espera en el sistema

W_q = tiempo de espera en la cola (sin tiempo de servicio)

4.4.3 Relaciones entre L, W, L_q y W_q

En un proceso de colas estable, cuando λ_n es constante para toda n a esta constante se la expresa como λ. Mientras que, a la tasa media de servicio se la denota como μ, si esta es constante para toda $n \geq 1$. Según los estudios de John Little (1961) se demuestra que, en un sistema en estado estacionario,

$$L = \lambda W \qquad y \qquad L_q = \lambda W_q .$$

Si las λ_n no son iguales, se puede reemplazar λ por $\bar{\lambda}$ (tasa promedio entre llegadas a largo plazo) en las relaciones anteriores. Además, si se considera que el tiempo medio de servicio es una constante $1/\mu$, se concluye que

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} .$$

Estas relaciones facilitan el cálculo de parámetros, ya que una vez hallado uno de ellos (L, L_q, W, W_q), se podría definir analíticamente el resto.

4.5 Importancia de las distribuciones Poisson y Exponencial

Como ya se ha visto anteriormente, las propiedades fundamentales para el cálculo de los parámetros de un sistema según la teoría de colas, son la **tasa de llegadas** y la **tasa de servicio**. Por lo que es necesario repartir la probabilidad de sus tiempos esperados suponiendo el tipo de distribución que más se apegue al escenario en consideración. La distribución exponencial es una de las más utilizadas porque no complica el estudio; utiliza formulaciones matemáticas sencillas, manejables y lo suficientemente realistas con las que se obtienen resultados razonables.

La distribución exponencial es una distribución de probabilidad continua (variaciones pequeñas en los valores de la función) con un parámetro *α*, determinada por variables aleatorias, cuya **función de densidad**[7] es:

$$f_T(t) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Donde α es el parámetro de la función y *T* una variable aleatoria que representa a los **eventos** que suceden a lo largo de un tiempo *t.* Su **función de distribución**[8] acumulada para toda t≥0 es:

$$\mathrm{P}(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\alpha t}, & T \geq \mathrm{t} \\ e^{-\alpha t}, & \mathrm{T} > \mathrm{t} \end{cases}$$

[7] Una **función de densidad** es una función que describe el comportamiento probabilístico de una variable aleatoria.

[8] La **función de distribución acumulada** expresa la probabilidad acumulada de la función de densidad, de una distribución específica, hasta un valor definido. Escrita como $F(x) = P(X \leq x)$, la función asocia a las variables aleatorias (*x*) con la probabilidad acumulada hasta el valor (*X*).

El valor esperado es E (T) = $\frac{1}{\alpha}$ y la varianza de *T* está determinada por var(*T*) = $\frac{1}{\alpha^2}$.

La **varianza** es una medida de cuán dispersos están los datos de la media. El **valor esperado** representa el valor medio probable o esperado dentro un conjunto de sucesos aleatorios. Dentro de una función de densidad continua la **esperanza** es igual al área bajo la curva (integral) de **todos** los valores (variables aleatorias).

4.5.1 Propiedades de la distribución exponencial

Para poder utilizar una distribución como exponencial, es necesario que ésta tenga las siguientes propiedades:

Propiedad 1: $f_T(t)$ es una función definitivamente **decreciente** y siempre **positiva.**

La probabilidad de una función de densidad es el área bajo la curva. Como consecuencia de esta propiedad, es que el área (probabilidad) de los instantes Δt irán disminuyendo según transcurra el tiempo. Por lo que la función de *T* (tiempo entre llegadas o tiempo de servicio) tenderá a tomar un valor pequeño, cercano a cero; ya que la altura de la curva se irá reduciendo, como se puede observar en la figura.

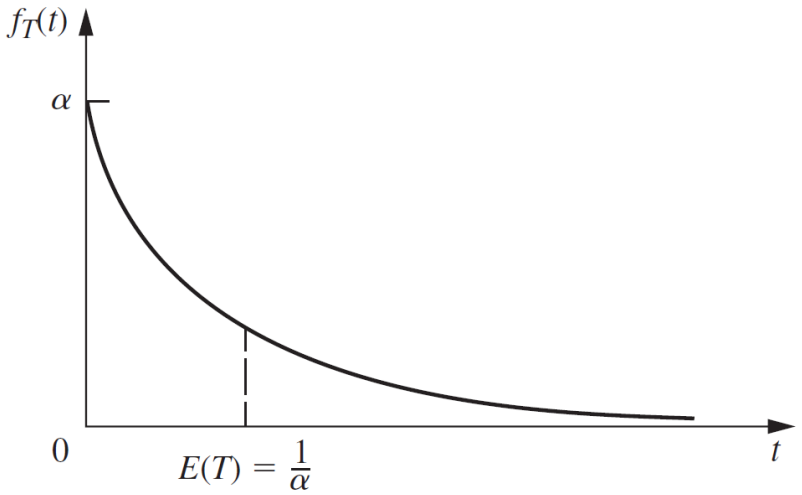


Figura 20: Función de densidad de probabilidad de la distribución exponencial.
Fuente: (Hillier & Lieberman, 2010)**.**

Esta distribución exponencial se ajusta muy bien en modelos en el que los tiempos en que suceden los eventos se comportan de manera aleatoria. Por ejemplo, si *T* representa la tasa de variación de servicio en un sistema congestionado, se podría observar cómo, a medida que la cola crece, el tiempo que tardan los servidores en despachar a los clientes se va haciendo cada vez menor, debido a la prisa que tiene por atender a la mayor cantidad de clientes en menos tiempo. Mientras que, si hay una cola más holgada, los servidores se relajan y los tiempos de servicio van aumentando. Otro caso en el que sería posible emplearla, es cuando las tareas del servidor dependen del tipo de cliente que atiende, en el que los tiempos varían aleatoriamente.

No sería aplicable, por otro lado, si el servicio que se demanda es en parte idéntico para todos los clientes, porque los tiempos reales de atención tienden a ser muy cercanos al tiempo esperado de servicio. Debido a que el servicio lo realizan distintas personas, podría darse pequeñas desviaciones de la media, pero que no son muy representativas. “Un tiempo de servicio tan

pequeño que quede muy por debajo de la media es en realidad imposible, puesto que se necesita cierta cantidad mínima de tiempo para realizar las operaciones de servicio que se requieren, aunque el servidor trabaje a la mayor velocidad" (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 717).

Esta propiedad supone que, en los tiempos entre llegadas, los sucesos se presentan de manera aleatoria, descartando las situaciones en las que los clientes desisten de hacer cola si ven que otro usuario entra antes. Por eso es usual que se suponga que en la mayoría de los sistemas el tiempo entre llegadas siga una distribución de Poisson.

Propiedad 2: Olvido de su historia.

Se dice que la distribución exponencial tiene "*falta de memoria"* porque olvida la historia de los procesos sucedidos anteriormente. Esto significa que la distribución de probabilidad del tiempo entre sucesos (tiempo entre llegadas y tiempo de servicio) va a ser siempre igual, sin importar el tiempo que haya pasado (Δt). Así, los sucesos que forman esta distribución, son totalmente independientes unos de otros. Este fenómeno se lo puede explicar de la siguiente forma:

$$P\{T > t + \Delta t | T > \Delta t\} = \frac{P\{T > \Delta t, T > t + \Delta t\}}{P\{T > \Delta t\}} = \frac{P\{T > t + \Delta t\}}{P\{T > \Delta t\}}$$

$$= \frac{e^{-\alpha(t+\Delta t)}}{e^{-\alpha \Delta t}} = e^{-\alpha \Delta t} = P\{T > t\}$$

$$\therefore \quad P\{T > t + \Delta t | T > \Delta t\} = P\{T > t\}$$

Propiedad 3: La distribución del mínimo de las variables aleatorias exponenciales independientes es exponencial.

La propiedad 3 dice que el tiempo entre la ocurrencia de los distintos sucesos del sistema de colas, tiene una distribución exponencial con parámetro α definido por la siguiente ecuación:

$$\propto = \sum_{i=1}^{n} \propto_i$$

Esta ecuación se la explica de la siguiente manera:

Sea *U* una variable aleatoria definida por el mínimo valor que toman las variables aleatorias exponenciales ($T_1, T_2, \ldots, T_n$). Por lo tanto,

$$U = mín\,\{T_1, T_2, .., T_n\}.$$

O sea, que T_i representa los sucesos que generan la distribución. Para cualquier tiempo $t \geq 0$, se aplica lo siguiente:

$$P\{U > t\} = P\{T_1 > t, T_1, T_2 > t, T_1, .., T_n > t\}$$

$$= P\{T_1 > t\}P\{T_2 > t\} \ldots P\{T_n > t\}$$

$$= e^{-\alpha_1 t} e^{-\alpha_2 t} \ldots e^{-\alpha_n t}$$

$$= \exp\left(\sum_{i=1}^{n} \propto_i t\right)$$

Por lo que *U* tiene una distribución exponencial con parámetro $\propto = \sum_{i=1}^{n} \propto_i$.

Esta propiedad tiene una particular relevancia en los **tiempos entre llegadas**, porque en un modelo de colas existen clientes de **distintos tipos** con sus propias distribuciones exponenciales de **parámetro *α* (*i=1, 2, …, n)***. Y, basándose en la propiedad 2, se concluye que los diferentes

tiempos entre llegadas de los distintos tipos de clientes tendrán una misma distribución. Por lo que se podría "hacer caso omiso de la distribución entre los clientes y seguir teniendo tiempos entre llegadas exponenciales en el modelo de colas" (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 718).

En los tiempos de servicio las implicaciones son aún más importantes en los sistemas que tienen más de un servidor. Por ejemplo, si se considera un modelo en el tiempo de servicio de todos los servidores tiene la misma distribución exponencial, con parámetro μ. El tiempo de servicio del servidor *i* (i = 1, 2, . . ., n) también tendrá una distribución exponencial con parámetro $\alpha i = \mu$. El tiempo hasta la siguiente terminación de servicio para cualquier servidor, tiene una distribución exponencial con parámetro $\alpha = n\mu$. Siendo *n* el número de servidores que prestan servicio. En este momento, todos los servidores actúan como uno solo, en el que los tiempos de servicio tienen una distribución exponencial con parámetro $n\mu$.

Propiedad 4: Relación con la distribución de Poisson.

Como se ha observado, los tiempos que tardan en ocurrir un evento tras otro, de manera aleatoria, poseen una distribución exponencial con parámetro α. Ahora, si se desea distribuir la probabilidad del número de **eventos** sucedidos en un periodo dado, la distribución se relaciona con la exponencial en estos casos es la de **Poisson**. En efecto, sea *X(t)* el número de ocurrencias en el tiempo ($t \geq 0$), siendo 0 el instante del inicio del primer suceso. Entonces,

$P\{X(t) = n\} = \frac{(\alpha t)^n e^{-\alpha t}}{n!}$, para $n = 0, 1, 2, \ldots$; y,

$P\{X(t) = 0\} = e^{-\alpha t}$, para $n = 0$.

Nótese que *X(t)* posee ahora, por la fórmula por la que está definida, una distribución de Poisson de parámetro αt. Siendo *n* el número de ocurrencias del evento, y αt el parámetro que representa el número esperado *(tasa media)* de ocurrencias consecutivas de los eventos en un periodo dado. Por lo tanto, se dice que el conteo sigue un **proceso de Poisson** con parámetro α (tasa media).

Si se aplica esta propiedad a la distribución de terminación de servicio, y se define a *X(t)* como el número de servicios otorgados por **un servidor**; $\alpha = \mu$ (μ es el parámetro de la distribución exponencial). Si se trata de un sistema de **múltiples servidores**, $\alpha = n\mu$.

Es útil también para definir el comportamiento de las llegadas cuando sus tiempos se distribuyen exponencialmente con un parámetro λ. En este caso *X(t)* es el número de llegadas en un tiempo *t*, donde $\alpha = \lambda$ es la tasa media de llegadas. Entonces se concluye, que las llegadas ocurren según un **proceso de entradas de Poisson** con parámetro λ.

$$P_n = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda}}{n!}$$

Propiedad 5: Todos los eventos tienen la misma probabilidad de suceder, sin importar cuándo ocurrió el evento anterior.

Si los tiempos de llegada son aleatorios, el proceso de llegada es Poisson, y se dice que cada periodo de longitud fija tiene la misma oportunidad de tener una llegada, sin importar el pasado. De aquí que se pueda concluir que, para todos los valores positivos de t,

$P\{T \leq t + \Delta t | T > t\} \approx \alpha \Delta t,$ para un Δt pequeño.

Lo cual se explica ya que, según se observó en la propiedad 2, la probabilidad de ocurrencia de un evento en un periodo fijo Δt, es constante. Ahora, la propiedad 5 agrega que, cuando el valor de Δt es pequeño, la probabilidad constante aproxima a $\alpha\Delta t$; o, lo que es lo mismo decir, que los valores de Δt son proporciones entre sí, por un factor α. Si existiese diferencia entre las probabilidades de ocurrencia de los eventos, ésta sería despreciable cuando Δt es pequeño.

"Como en los modelos de colas T se pueden representar ya sea tiempos entre llegadas o tiempos de servicio, esta propiedad proporciona una aproximación conveniente de la probabilidad de que ocurra el evento de interés en el siguiente intervalo pequeño (Δt). También se puede hacer un análisis exacto basado en esta aproximación, tomando los limites apropiados cuando $\Delta t \rightarrow 0$" (Hillier & Lieberman, 2010, pág. 720).

Propiedad 6: No afecta agregar o desagregar.

Esta propiedad se aplica directamente a la distribución exponencial debido a la propiedad 4, pero es en especial importante para verificar que el proceso de entrada sea Poisson.

Si se trata procesos de Poisson independientes, **no afecta agregar**. Para comprobarlo, considere combinar distintos tipos de clientes con peculiares procesos de llegadas de Poisson con parámetros λ_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) en una entrada global. El proceso de entrada de *agregado*, sin importar qué tipo de clientes llegan, también tiene que ser Poisson, con una tasa de llegada λ (parámetro α).

Se habla de un proceso *desagregado* de entrada cuando, en el conjunto de los distintos tipos de clientes con sus propios procesos de Poisson, existen unos que podrían desistir. En particular,

si se está en un proceso de Poisson, **no afecta desagregar**. Esta propiedad dice que el proceso de entrada desagregado también tiene que ser Poisson con parámetro λ_i. Por lo que se supone que cada cliente que llega, tiene una probabilidad p_i de ser de cualquier tipo i, con

$$\lambda_i = p_i\lambda \qquad \text{y} \qquad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

De tal manera que existen dos tipos de clientes: los que desisten (que abandonan sin entrar a la cola) con una probabilidad de entrar (1 - p) y los ingresan al sistema que tienen una probabilidad p.

La propiedad dice que cada tipo de cliente llega con su respectivo proceso de Poisson, con parámetros λp y λ (1 - p).

4.6 Proceso de nacimiento y muerte

Todo sistema de colas evoluciona de manera continua a lo largo del tiempo, se comporta distinto según la cantidad de clientes en el sistema, y está definido por el patrón de llegadas de clientes que desean un servicio, y el de los que salen del sistema una vez atendidos. Una cola, regida por un proceso de Poisson tanto en la llegada como en el servicio, con parámetros λ y μ respectivamente y, cuyo estado actual y futuro no dependa del pasado, puede ser modelizado como una **cadena de Markov continua**, donde en cada intervalo infinitesimal de tiempo t_i puede ocurrir un **nacimiento** (llegada) o una **muerte** (salida).

Una cadena de Markov, es un proceso estocástico, "que es la abstracción matemática de un proceso empírico, cuyo desarrollo está gobernado por alguna ley de probabilidad" (García Sabater, 2010, pág. 16) y que, al estar formado por una familia de variables aleatorias, los nacimientos y muertes tienen el mimo carácter, y sus tasas medias de ocurrencia dependen del estado actual del sistema.

El estado del sistema *N(t)* en el tiempo *t* ($t \geq 0$), es el número de clientes que hay en el sistema en ese instante *t* y, en conclusión, el **proceso de nacimiento y muerte** describe en términos probabilísticos cómo cambia *N(t)* al aumentar *t*. En efecto, si λ_n y μ_n representan, la tasa media de llegadas y servicios respectivamente, se podrían realizar las siguientes suposiciones para este proceso:

- **Supuesto 1:** Dado *N(t) = n*, el patrón de nacimientos (llegadas) posee una distribución de probabilidad exponencial con parámetro λ_n (n = 0, 1. 2, …).
- **Supuesto 2:** Dado *N(t) = n*, el patrón de muertes (terminación de servicios) tiene una distribución de probabilidad exponencial con parámetro μ_n (n = 1, 2, …).
- **Supuesto 3:** Las variables aleatorias de las distribuciones de los tiempos entre nacimientos y muertes (patrón de llegadas y salidas) son independientes entre sí.

La siguiente transición del estado del proceso es:

$n \to n + 1$ (un solo nacimiento) o $n \to n - 1$ (una sola muerte),

dependiendo de cuál de las dos variables sea la más pequeña.

Usualmente, los valores de λ_n se mantendrán constantes para toda *n*, y las μ_n también serán las mismas para todos los valores de *n* excepto para aquellas *n* pequeñas o iguales a cero, cuando el servidor se encuentre desocupado.

Sin embargo, estas λ_n y μ_n podrían variar considerablemente con *n* para algunos sistemas de colas. Por ejemplo, λ_n podría ser diferente en distintos valores de *n*, si hay mayor probabilidad que los clientes potenciales rechazan la entrada al sistema si la cola aumenta (valores de *n* crecientes). En cambio, los valores de μ_n se diferenciarían con los de la *n*, si los clientes renuncian de seguir esperando en la cola (desisten del servicio), y la abandonan, a medida que esta aumenta.

4.6.1 Análisis del proceso de nacimiento y muerte

Como ya se ha explicado, el proceso de nacimiento y muerte es un tipo especial de **cadena de Markov de tiempo continuo**, que facilita mucho el análisis, en comparación a otros modelos. Solo en el caso de tener un sistema en condición transitoria el estudio se complicaría, pero este no es el caso. Por otro lado, resulta más directo, derivar la distribución una vez que el sistema haya alcanzado la condición estable. Como se muestra en la figura de a continuación, la transición en un cambio de estado, posee su propia tasa media de llegadas y servicio, y solo es posible que suceda de la siguiente forma:

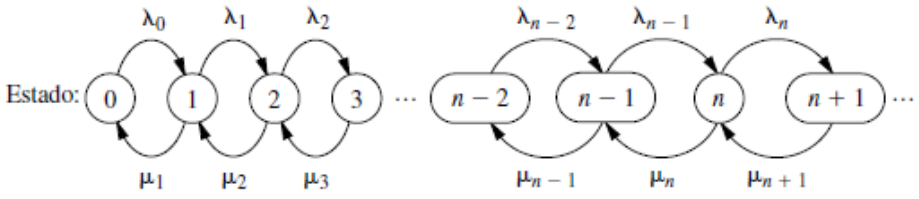


Figura 21: Diagrama de tasa del proceso de nacimiento y muerte
Fuente: (Hillier & Lieberman, 2010).

Suponiendo que, el conteo del número de veces que el sistema entra y sale de este estado, se inicia en $t = 0$; $E_n(t)$ es el número de veces que el proceso entra al estado *n* hasta el tiempo *t*, y que $L_n(t)$ es el número de veces que el proceso sale al estado *n* hasta el tiempo *t.* Como se trata de un proceso continuo, los dos eventos deben alternarse, por lo que $E_n(t)$ y $L_n(t)$ serán iguales o diferirán en sólo 1; o sea que,

$$|E_n(t) - L_n(t)| \leq 1.$$

Al dividir ambos entre t y después encontrar el límite de $t \to \infty$ se obtiene

$\left|\frac{E_n(t)}{t} - \frac{L_n(t)}{t}\right| \leq \frac{1}{t}$ (tasa real; número de eventos por unidad de tiempo),

$\lim_{t\to\infty} \left|\frac{E_n(t)}{t} - \frac{L_n(t)}{t}\right| = 0$ (tasa media; número esperado de eventos por unidad de tiempo),

entonces,

$\lim_{t\to\infty} \left|\frac{E_n(t)}{t}\right|$ = tasa media a la que el proceso entra al estado *n.*

$\lim_{t\to\infty} \left|\frac{L_n(t)}{t}\right|$ = tasa media a la que el proceso entra al estado *n.*

Por lo que se puede concluir el siguiente principio:

Principio de tasa de entrada = tasa de salida

Este principio se aplica en la **ecuación de balance** del estado *n,* que se puede resolver después de construir un sistema de ecuaciones de balance de todos los estados en términos de las probabilidades de P_n *desconocidas,* para que así la suma del total de las probabilidades sea 1. Resultando en lo siguiente:

Tabla 4. Ecuaciones de balance del proceso de nacimiento y muerte

Estado	Tasa de entrada = Tasa de salida
0	$\mu_1 P_1 = \lambda_0 P_0$
1	$\lambda_0 P_0 + \mu_2 P_2 = (\lambda_1 + \mu_1) P_1$
2	$\lambda_1 P_1 + \mu_3 P_3 = (\lambda_2 + \mu_2) P_2$
n - 1	$\lambda_{n-2} P_{n-2} + \mu_n P_n = (\lambda_{n-1} + \mu_{n-1}) P_{n-1}$
n	$\lambda_{n-1} P_{n-1} + \mu_{n+1} P_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n) P_n$

Fuente: Elaboración propia. Basado en (Hillier & Lieberman, 2010)

Despejando P_n en función de P_0 del estado *n* - 1, aplicando este método, se obtiene el resultado generalizado para *n* clientes*:*

$$C_n = \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\cdots\lambda_0}{\mu_n\mu_{n-1}\cdots\mu_1}, \qquad \text{para } n = 1, 2, \ldots,$$

después definiendo que $C_n = 1$ para toda *n = 0,* las probabilidades en el estado estable resultan:

$$P_n = C_n P_0,$$

y como

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1,$$

lo que implica que

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} C_n\right) P_0 = 1,$$

por lo tanto,

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{\infty} C_n\right)^{-1}.$$

Al tratarse de un proceso de Poisson de nacimiento y muerte, una vez calculado P_n, se puede encontrar *L, L_q, W, W_q*. Definiéndolas de la siguiente manera:

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n$$

$$L_q = \sum_{n=0}^{\infty} (n - s)P_n$$

$$W = \frac{L}{\bar{\lambda}}$$

$$W_q = \frac{L}{\bar{\lambda}}$$

Como λ_n es la tasa media de llegadas cuando el sistema se encuentra en el estado *n,* y P_n es la proporción de tiempo que el sistema está en este estado, entonces:

$$\bar{\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n P_n$$

4.7 Modelos de colas basados en el proceso nacimiento y muerte

4.7.1 Introducción

En los últimos apartados, se ha dado mayor importancia a demostrar las propiedades de los procesos de Poisson de nacimiento y muerte, como fundamento para la distribución de los patrones de llegada y servicio, en un sistema de colas donde los usuarios **arriban de manera de aleatoria** y los tiempos entre eventos tienen una distribución exponencial; debido a que esta distribución de probabilidad tiene características convenientes que mejor se ajustan a la aplicación de esta teoría en peajes. Y por ello, serán desarrollados con mayor detalle en este capítulo.

Generalmente, es conveniente suponer que las llegadas sucedan al azar y que, como consecuencia, los tiempos entre cada una sean exponenciales. Sin embargo, esta distribución no sería posible cuando las llegadas están programadas o reguladas. Es más, cuando los requerimientos de servicio deben fijar con un tiempo determinado o cuando de los clientes tienen necesidades similares, las distribuciones de tiempos de servicio **reales** se comportan de una manera muy distinta a la exponencial. En estos casos se deberá disponer de otros modelos que utilicen otras distribuciones de probabilidad.

Como ya se ha explicado en la **Tabla 3**, las distribuciones no exponenciales más significativas son la de **Erlang**, que es utilizada para describir el tiempo de espera hasta un suceso establecido en la que el servidor debe realizar varios tipos de servicios; y la **Determinista**, utilizada cuando se sigue un proceso rutinario, en la que la tasa de variación es igual a una constante fija. Estas distribuciones pueden ser aplicadas en modelos, que tanto sus llegadas o servicios, no se conduzcan por un proceso de Poisson, y cuyas variables no son aleatorias, sino más bien, ya

establecidas. El análisis matemático estos modelos de colas (M/D/s, M/Ek/s, G/M/s, D/G/s, etc.) es muy complicado, y está más allá del nivel de esta investigación, por lo que no se resumirá su contenido en este documento.

Además, como se demostrará más adelante, el modelo *M/M/s* optado para este estudio es *poissoniano*, porque los tiempos entre llegadas no son constantes sino circunstanciales, y los empleados no prestan un servicio de tiempo constante ni multifuncional. Éste tendrá entradas de Poisson y tiempos de servicio exponencial, lo que proporcionará gran facilidad para modelarlo, ya que se puede asignar cualquier valor positivo (mayor que cero) a cada una de las tasas medias (λ_i y μ_i) del proceso de nacimiento y muerte.

4.7.2 Modelo *M/M/s*

El modelo *M/M/s* es un caso especial del proceso nacimiento y muerte, donde la tasa de media de llegada (λ) y la tasa media de servicio (μ) son constantes e independientes del sistema. Se supone que las llegadas siguen un proceso de Poisson y que los tiempos de servicio son distribuidos exponencialmente.

Lo particular de este tipo de proceso de nacimiento y muerte, es que la tasa media de llegadas y la tasa media de servicio son constantes, y no variable según el estado del sistema, como se estudió antes. Si el sistema tiene un solo servidor ($s = 1$), los parámetros λ_n y μ_n son igual a λ y μ, respectivamente, para toda n. Mientras que, si se tiene varios servidores ($s > 1$), λ_n es igual y constante, pero μ_n, dependerá del estado en el que se encuentre, debido a μ_n representa la tasa media de los servicios prestados de todo el sistema (todos los servidores incluidos) cuando existen

n clientes en él y, μ la tasa media de servicio por servidor ocupado; por lo tanto, cuando se tienen múltiples estaciones de servicio,

$\mu_n = n\mu$ cuando $n < s$,

$\mu_n = s\mu$ cuando $n \geq s$.

Cuando un $s\mu$ es mayor que λ, lo que es lo mismo decir que el factor de congestión será menor que uno,

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} < 1$$

se dice que el sistema podrá alcanzar su estado estable, y por consecuencia, se pueden aplicar las expresiones cortas de P_n, L, Lq, etc., como ya se demostró en secciones anteriores.

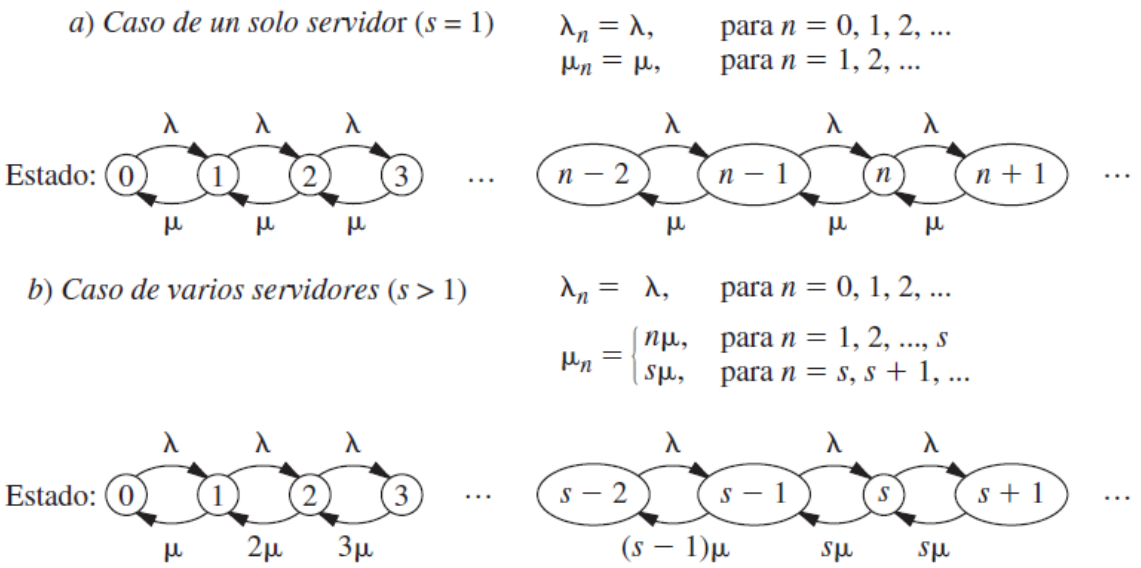


Figura 22: Diagrama de tasa del proceso de nacimiento y muerte
Fuente: (Hillier & Lieberman, 2010).

4.7.2.1 Resultados en el caso de un servidor (M/M/1)

Para *s = 1*, los factores C_n del proceso de nacimiento muerte se reduce a

$$C_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = \rho^n, \qquad \text{para } n > 0$$

Por lo tanto,

$$P_n = \rho^n P_0, \quad \text{para } n > 0,$$

donde

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n\right)^{-1} = 1 - \rho$$

Por lo que,

$$P_n = (1-\rho)\rho^n, \qquad \text{para } n > 0.$$

En consecuencia,

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n(1-\rho)\,\rho^n = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}.$$

Entonces,

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)\,P_n = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}.$$

Si es que la tasa de llegadas es mayor que la de servicio ($\lambda \geq \mu$), el sistema no tendrá abasto para tantos clientes, porque la cola empezará a crecer significativamente. Las ecuaciones expuestas

anteriormente no podrían aplicarse porque la sumatoria para obtener P_0 tendería al infinito. Inclusive, cuando $\lambda = \mu$, la cola tendería crecer, aunque con lentitud, pero el sistema no conseguirá relajarse. En estos casos se habla de sistemas congestionados difíciles de analizar, que nunca llegarán a su condición estable y que no serán cómodos para el cliente.

Si se supone que $\lambda < \mu$, se puede obtener una distribución exponencial con parámetro μ del tiempo de espera del sistema (*W)* de una llegada aleatoria cuando la disciplina de cola es primero en entrar, primero en salir. Por lo tanto, el cliente al entrar se encontrará con *n* clientes, y tendrá que esperar los tiempos de servicio exponenciales de los que esperan y el suyo, por lo que se habla de una distribución de *Erlang* (conjunto de *K* distribuciones), por lo que su resolución es muy compleja, así que siendo T_i las variables aleatorias de la distribución, y S_{n+1} el tiempo condicional que es igual a

$$S_{n+1} = T_1 + T_2 + \cdots T_{n+1}$$

de manera que,

$$P\{W > t\} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n P\{S_{n+1} > t\},$$

y después de un desarrollo algebraico considerable, se reduce a

$$P\{W > t\} = e^{-\mu(1-\rho)t}, \qquad \text{para } t \geq 0.$$

Se puede concluir de esta manera que *W* tiene una distribución exponencial con parámetro $\mu(1-\rho)$ y, por lo tanto,

$$w = E(W) = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda}.$$

Si se considera que el tiempo de espera en la cola (sin tiempo de servicio) W_q, cuando no existen clientes, es

$$P\{W_q = 0\} = P_0 = 1 - \rho.$$

De esto se podría demostrar que, cuando hay $n > 0$ clientes en la cola, estos deberán esperar n tiempos de servicio exponenciales hasta su turno, de forma que

$$P\{W_q > t\} = \rho e^{-\mu(1-\rho)t}, \quad \text{para } t \geq 0,$$

de lo que se obtiene que, al aplicar una de las dos fórmulas de $L_q = \lambda W_q \ \ o \ \ W_q = W - 1/\mu$,

$$w_q = E(W_q) = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}.$$

4.7.3 Resultados del caso de varios servidores *M/M/s* (*s* > 1)

Cuando los servidores so más de uno el factor de C_n cambia, y por lo tanto el resto de parámetros también se afectan. Entonces, los factores se convierten en

$$C_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!}, & para\ n = 1, 2, \dots, s \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!} = \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\, s^{n-s}}, & para\ n = s, s+1, \dots \end{cases}$$

Entonces, siendo $\lambda < s\mu$ (sin congestión),

$$P_0 = 1/\left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{s!}\frac{1}{1-\lambda/(s\mu)}\right]$$

para $n = 0$ $n! = 1$, por lo que

$$P_n = \begin{cases} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} P_0, & si\ 0 \le n \le s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s!\, s^{n-s}} P_0, & si\ n \ge s \end{cases}$$

de lo que se puede obtener que

$$L_q = P_0 \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!\,(1-\rho)^2};$$

$$w_q = \frac{L_q}{\lambda};$$

$$w = w_q + \frac{1}{\mu};$$

$$L = \lambda\left(w_q + \frac{1}{\mu}\right) = L_q + \frac{\lambda}{\mu}.$$

Hillier & Lieberman proponen una gráfica, que se muestra a continuación, de cómo *L* cambia con ρ para diferentes *s*. Al aplicarlo se obtiene que

$$P\{W > t\} = e^{-\mu t}\left[\frac{1 + P_0(\lambda/\mu)}{s!\,(1-\rho)}\left(\frac{1 - e^{-\mu t(s-1-\frac{\lambda}{\mu})}}{s-1-\lambda/\mu}\right)\right]$$

y

$$P\{W_q > t\} = \left(1 - P\{W_q = 0\}\right)e^{-s\mu(1-\rho)t},$$

donde

$$P\{W_q > t\} = \sum_{n=0}^{s-1} P_n.$$

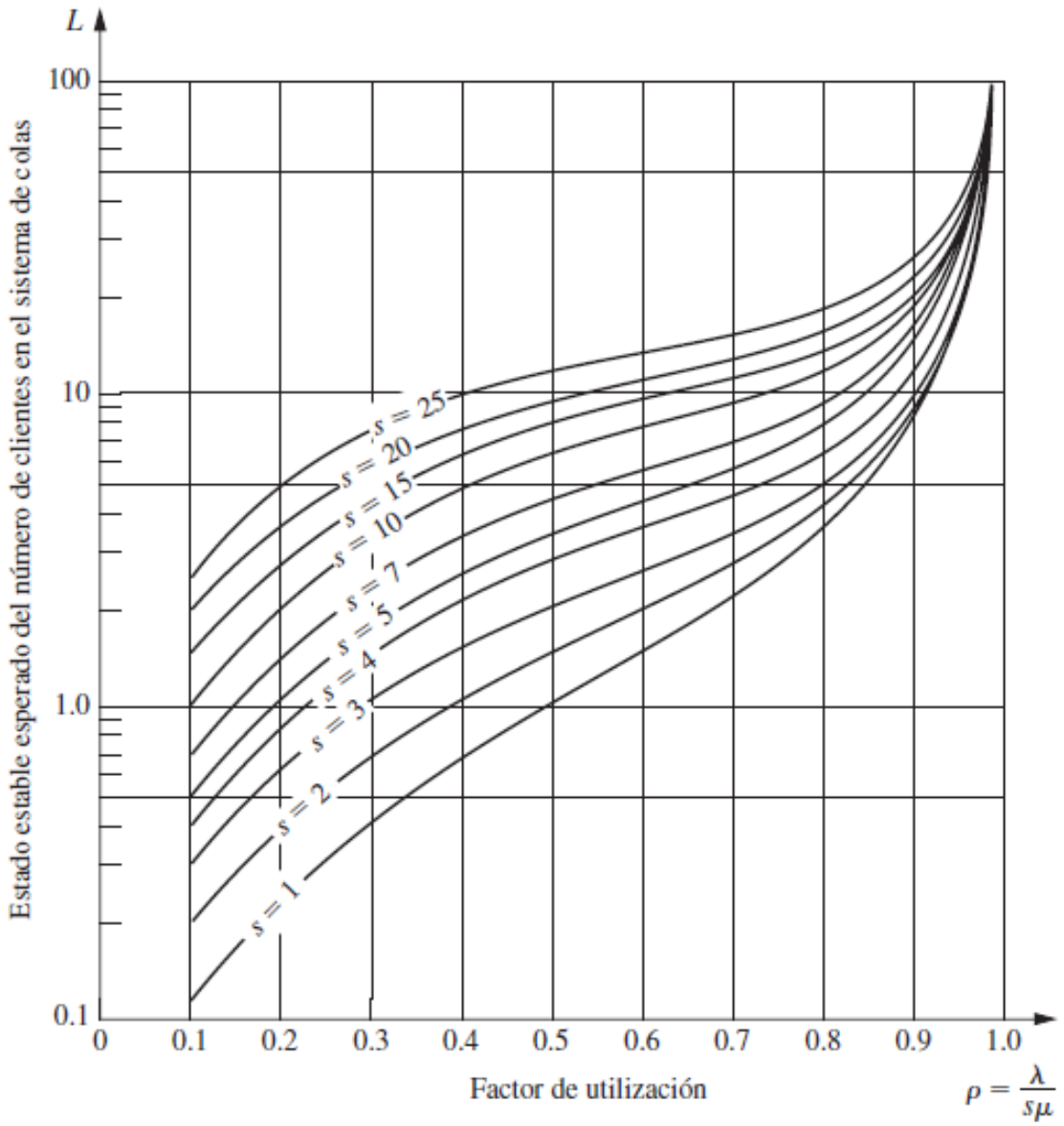


Figura 23: Valores L del modelo M/M/s.
Fuente: (Hillier & Lieberman, 2010).

4.8 Aplicación de la teoría de colas

Recordando lo expuesto al inicio del capítulo, uno de los objetivos principales de la teoría de colas, es buscar un balance óptimo entre el tiempo de espera y el costo de inversión. El inversionista debe conocer los factores que afectan o benefician el comportamiento del sistema, por ello, al momento de tomar decisiones, hay que basarse en las necesidades y posibilidades que se dispone. A partir de la información obtenida de la aplicación de esta teoría, se podría plantear soluciones, como un cambio en el diseño del sistema. Lo más usual es incluir alguna de las siguientes consideraciones:

- Número de servidores.
- Eficiencia de los servidores.
- Número de estaciones de servicio.
- Espacio proporcionado para la espera de los clientes.
- Prioridades para ciertos clientes.

Para conseguir el balance deseado, se requiere establecer criterios sobre cuánto se está dispuesto a pagar en función de una espera aceptable que no perjudique el sistema, evaluando los costos frente a las consecuencias de tener un comportamiento ineficiente. Mediante un proceso iterativo de **prueba y error** al modelar el sistema bajo los criterios deseados, se puede encontrar el diseño acorde a las necesidades del inversionista.

Mediante esta teoría se podría también realizar un estudio del comportamiento y situación que experimenta el sistema. Con un correcto planteamiento, inclusive, es posible encontrar la capacidad máxima con la que se puede abastecer a los clientes de un servicio sin espera.

4.8.1 ¿Cuántos servidores deben proporcionarse?

El objetivo de definir las siguientes funciones es minimizar el costo total de la inversión, expresada como

$$\text{Minimizar } E(\text{CT}) = E(\text{CS}) + E(\text{CS}),$$

para ello se establece que:

E(CT) = costo total esperado por unidad de tiempo,

E(CS) = costo de servicio esperado por unidad de tiempo,

E(CW) = costo de espera por unidad de tiempo,

s = número de servidores.

Como el costo de los servidores es el mismo,

$$E(\text{CS}) = C_s s,$$

donde C_s es el máximo costo de un servidor por unidad de tiempo. El tamaño de la línea de espera total del sistema es $L = \lambda W$, por lo tanto,

$$E(\text{CW}) = C_w L,$$

en consecuencia,

$$\text{Minimizar } E(\text{CT}) = C_s s + C_w L.$$

Al modelar el sistema, se puede observar cómo, al aumentar el número de servidores, la longitud de cola aumenta, en un inicio rápidamente y después más lento. En la *Figura 24* se muestra un gráfico general de las curvas de $E(\text{CT})$, $E(\text{CW})$ y $E(\text{CS})$ en función del número de servidores.

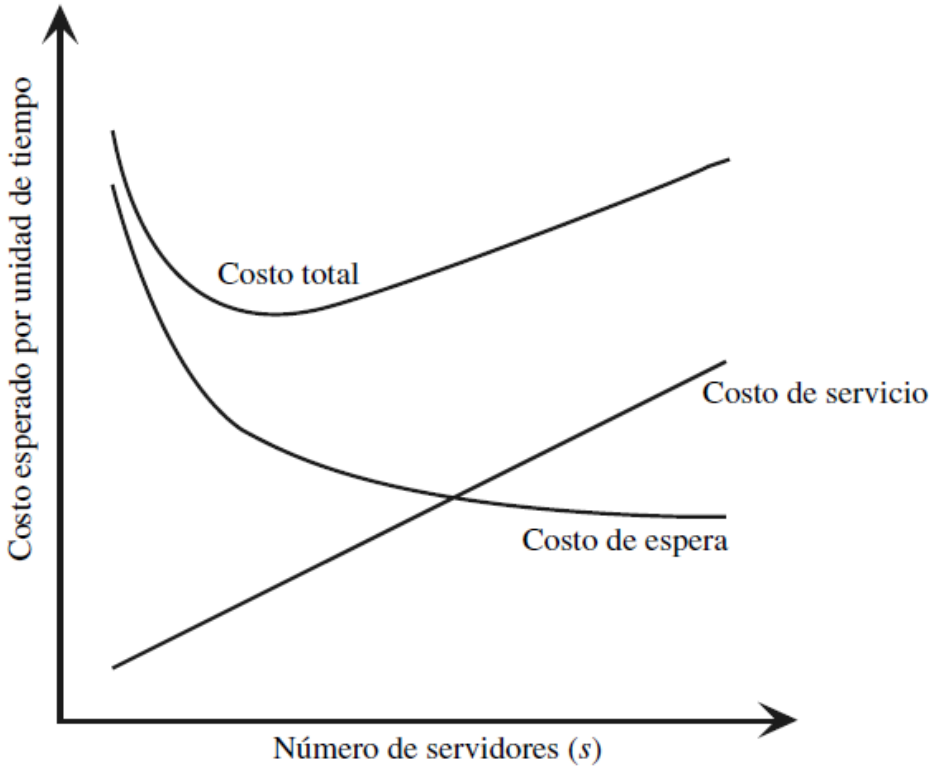


Figura 24: Formas de las curvas de costo esperado según el número de servidores.
Fuente: (Hillier & Lieberman, 2010)

CAPÍTULO 5: APLICACIÓN DEL MÉTODO

5.1 Recopilación de evidencia

5.1.1 Elección de la muestra representativa

En las conclusiones del Capítulo III, se determinó que el periodo más representativo para la toma de datos, sería en el escenario cuando que exista la mayor congestión vehicular en la semana. Esta fue fijada los días viernes en los horarios de dos a tres de la tarde y de cinco a siete de la noche, medidos únicamente en un flujo de circulación en sentido Quito-Valle, para evitar errores de cálculo que compliquen el método, ya que, si se adhiere las variables que supone el tráfico que se genera en la Plaza Argentina, el comportamiento de las colas se vería perjudicado, y los resultados obtenidos no serían confiables.

La Teoría de Colas es un estudio de la conducta de los clientes en un sistema de arribos y salidas, que supone que necesariamente las estaciones generarán líneas de espera en algún momento en uno de sus puntos de servicio. Además, la recopilación de información en carriles que no formen colas es irrelevante, porque la base de esta teoría son la distribución de los servicios y llegadas y, si el flujo por las estaciones es libre, no se generan distribuciones de servicio y los tiempos de las llegadas no interesan. En efecto, si bien los clientes de condiciones especiales que utilizan las estaciones de circulación libre como las de cobro electrónico, reducen la posible población del sistema de colas, deben ser despreciados en el modelo. En este caso se trata de los usuarios de Telepeaje.



Figura 25: Conducta congestionada del sistema en sentido Quito-Valle con circulación bidireccional.
Fuente: Google Maps Street View.

En la *Figura 7* del Capítulo III se puede observar que la conducta del flujo vehicular de los usuarios de pago manual y electrónico es muy similar, por lo que se puede concluir que el comportamiento horario no cambia, y que se puede mantener las consideraciones al momento del muestreo.

La recopilación de datos se la realizó únicamente en los carriles de pago manual en el sentido Quito-Valle, y se basó en las siguientes consideraciones:

- **Circulación bidireccional:** en las dos estaciones disponibles de cobro manual el día 15 de abril de 2016 de 14h00 a 14h15.
- **Contraflujo:** en las cuatro estaciones de cobro manual el día viernes 08 de abril de 2016 de 17h15 a 17h45.

5.1.1.1 Teorema del límite central

"Un **estadístico** es cualquier cantidad cuyo valor puede ser calculado a partir de datos muestrales" (Devore, 2008, pág. 204). Cómo no se sabe con certeza el valor que el estadístico podría tener antes de su medición, se lo define como una variable aleatoria. La distribución de probabilidad un estadístico, depende también de la manera en que fue medido, no obstante, se dice que las variables aleatorias forman una **muestra aleatoria** si son independientes y tienen la misma distribución de probabilidad.

Las propiedades de la distribución de la media de la muestra permiten obtener conclusiones sobre la media de la población total. Existen métodos basados en la **distribución normal** de variables discretas aleatorias. Si estas están normalmente distribuidas, también lo estará la media muestral para cualquier tamaño *n* de la muestra. A mayor valor de *n*, mejor será la aproximación, ya que para muestras más grandes el comportamiento de la distribución será más "acampanada", es decir, "más normal". El Teorema del Límite Central dice que, si *n* es suficientemente grande, la media muestral tiene aproximadamente una distribución normal. Lo que supone mayor facilidad de estandarizarla y analizarla como una distribución normal y obtener respuestas correctas.

Para aplicar el teorema del límite central se supone que *n* es lo suficientemente grande, para generar una distribución normal de la muestra que represente la distribución de la población, si

$$n > 30.$$

A partir de este valor la distribución de la muestra representativa se aproxima mucho a la real. En otras palabras, una muestra a partir de este tamaño representa a la población total.

Fundamentados en el Teorema de Límite Central, se consideró un tamaño de **muestra mínima de 30 vehículos por carril**, por lo que la muestra total procesada fue de 120 vehículos.

5.1.2 Método de toma de datos en campo

Para recolectar la información de manera fácil y fiable, se precisó el uso de recursos multimedia. Se captó el comportamiento de los vehículos mediante cámaras de video localizadas en puntos en los que se tenía una visibilidad completa del conjunto.

Durante la reproducción del video se puede apreciar los tiempos en que los vehículos llegan y salen del sistema y el momento cuándo reciben el servicio. Además, se puede contar los vehículos que hay en el sistema antes y después de los eventos, lo que facilita tener un esquema la situación del peaje a lo largo del tiempo. No fue preciso una grabación muy larga para conseguir los datos necesarios, una muestra aproximada de 100 vehículos se puede conseguir con sólo diez minutos de filmación en un flujo congestionado.

5.1.3 Tabulación de la información

Para tabulación de la información, se consideró que los carriles sean numerados de izquierda a derecha desde la primera caseta disponible para el sentido y la circulación en análisis, es decir, en Contraflujo o bidireccional en el sentido Quito-Valle. Los carriles de Telepeaje no se consideran dentro de la numeración.

Los tiempos son presentados en minutos y segundos, expresados bajo un formato de tipo reloj (minutos: segundos) y corresponden al tiempo transcurrido desde el instante que se inició la

grabación. Como fue preciso utilizar más de una cámara para captar todo el sistema, se las sincronizaron de manera teórica. La formulación para conseguir estos resultados se puede observar en el archivo de Excel que se encuentra en el CD anexado. La **Tabla 5** representa los datos que se generaron a partir de la evidencia multimedia.

Tabla 5. Información extraída de la evidencia multimedia.

Descripción			Tiempo que vehículo entra en el sistema (min)	Tamaño de cola al entrar (n de clientes) (min)	Tiempo que cliente recibe servicio (min)	Tiempo sale del sistema (min)	Tamaño de cola al salir (n de clientes) (min)	Tiempo en la cola (min)	Tiempo de servicio (min)	Tiempo en el sistema (min)	Tiempo entre llegadas por vehículo $1/\lambda$ (min)	Tiempo de servicio por vehículo $1/\mu$ (min)
1	*Carril 1 Contraflujo*	Sportage blanco	01:08	0	01:08	01:15	1	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
2		Carro rojo	01:12	1	01:18	01:25	2	00:06	00:07	00:13	0.0667	0.1167
3		Sportage rojo	01:20	3	01:28	01:33	3	00:08	00:05	00:13	0.1333	0.0833
4		Camioneta gris	01:25	3	01:36	01:42	2	00:11	00:06	00:17	0.0833	0.1000
5		Vitara rojo	01:28	3	01:45	01:52	1	00:17	00:07	00:24	0.0500	0.1167
6		Taxi	01:39	3	01:54	01:58	1	00:15	00:04	00:19	0.1833	0.0667
7		Carro gris	01:52	2	01:59	02:05	0	00:07	00:06	00:13	0.2167	0.1000
8		Sportage negro	03:26	1	03:36	03:41	1	00:10	00:05	00:15	0.0000	0.0833
9		Carro verde	03:29	3	03:43	03:49	1	00:14	00:06	00:20	0.0500	0.1000
10		Aveo blanco	03:50	1	03:54	03:58	0	00:04	00:04	00:08	0.3500	0.0667
11		Aveo rojo	09:34	1	09:42	09:48	3	00:08	00:06	00:14	0.0000	0.1000
12		Taxi	09:45	1	09:51	09:57	5	00:06	00:06	00:12	0.1833	0.1000
13		Carro negro	09:47	4	09:59	10:06	5	00:12	00:07	00:19	0.0333	0.1167
14		Sportage gris	09:49	3	10:10	10:25	3	00:21	00:15	00:36	0.0333	0.2500
15		Aveo blanco	09:57	5	10:28	10:37	2	00:31	00:09	00:40	0.1333	0.1500
16		4 Runner	10:03	5	10:40	10:45	2	00:37	00:05	00:42	0.1000	0.0833
17		Taxi	10:47	1	10:56	11:00	1	00:09	00:04	00:13	0.7333	0.0667
18		Aveo gris	10:54	1	11:07	11:18	0	00:13	00:11	00:24	0.1167	0.1833
19		Camioneta negra	11:26	0	11:26	11:29	2	00:00	00:03	00:03	0.0000	0.0500
20		Carro blanco	11:27	1	11:37	11:42	2	00:10	00:05	00:15	0.0167	0.0833
21		Toyota blanco	11:37	1	11:45	11:49	1	00:08	00:04	00:12	0.1667	0.0667
22		Carro negro	11:41	2	11:52	12:00	1	00:11	00:08	00:19	0.0667	0.1333
23		Grand Blazer	11:58	1	12:04	12:12	0	00:06	00:08	00:14	0.2833	0.1333
24		Camioneta	13:43	0	13:43	13:49	4	00:00	00:06	00:06	0.0000	0.1000
25		Taxi	13:44	1	13:51	14:00	4	00:07	00:09	00:16	0.0167	0.1500
26		Vitara negro	13:46	2	14:06	14:13	5	00:20	00:07	00:27	0.0333	0.1167
27		Toyota gris	13:50	1	14:19	14:25	5	00:29	00:06	00:35	0.0667	0.1000
28		Avaeo negro	13:54	3	14:29	14:32	4	00:35	00:03	00:38	0.0667	0.0500
29		Corsa vino	14:01	3	14:36	14:41	3	00:35	00:05	00:40	0.1167	0.0833
30		Logan negro	14:13	3	14:44	14:51	3	00:31	00:07	00:38	0.2000	0.1167
31		Clio gris	14:15	4	14:55	15:01	3	00:40	00:06	00:46	0.0333	0.1000
32		Camioneta blanca	14:18	5	15:02	15:08	2	00:44	00:06	00:50	0.0500	0.1000
33		Renault negro	14:51	3	15:13	15:31	1	00:22	00:18	00:40	0.5500	0.3000
34		Camioneta fósil	15:01	2	15:34	15:44	0	00:33	00:10	00:43	0.1667	0.1667
1	*Carril 2 Contraflujo*	Santafe blanco	00:00	0	00:00	00:05	1	00:00	00:05	00:05	0.0000	0.0833
2		Vitara rojo	00:03	1	00:09	00:16	1	00:06	00:07	00:13	0.0500	0.1167
3		Camioneta gris	00:26	0	00:26	00:39	0	00:00	00:13	00:13	0.0000	0.2167
4		Camioneta oscura	00:55	0	00:55	01:10	1	00:00	00:15	00:15	0.0000	0.2500
5		Carro vino	01:08	1	01:13	01:19	1	00:05	00:06	00:11	0.2167	0.1000
6		Vitara vino	01:17	1	01:22	01:31	1	00:05	00:09	00:14	0.1500	0.1500
7		Buseta	01:28	1	01:35	01:42	1	00:07	00:07	00:14	0.1833	0.1167
8		Taxi	01:36	1	01:45	01:49	0	00:09	00:04	00:13	0.1333	0.0667
9		Camioneta blanca	02:20	0	02:20	02:25	0	00:00	00:05	00:05	0.0000	0.0833
10		Aveo blanco	02:41	0	02:41	02:48	0	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
11		Carro rojo	02:55	0	02:55	03:02	0	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
12		Carro blanco	03:40	0	03:40	03:47	1	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
13		Camioneta blanca	03:45	1	03:53	04:00	0	00:08	00:07	00:15	0.0833	0.1167

14		Renault vino	10:53	0	10:53	10:59	1	00:00	00:06	00:06	0.0000	0.1000
15		Taxi	10:55	1	11:00	11:05	0	00:05	00:05	00:10	0.0333	0.0833
16		Taxi	14:24	0	14:24	14:37	2	00:00	00:13	00:13	0.0000	0.2167
17		Camioneta	14:29	1	14:40	14:45	1	00:11	00:05	00:16	0.0833	0.0833
18		Carro blanco	14:32	2	14:48	14:59	2	00:16	00:11	00:27	0.0500	0.1833
19		Buseta	14:51	1	15:03	15:07	2	00:12	00:04	00:16	0.3167	0.0667
20		Sportage gris	14:54	2	15:15	15:25	1	00:21	00:10	00:31	0.0500	0.1667
21		Vitara blanco	15:06	2	15:30	15:37	1	00:24	00:07	00:31	0.2000	0.1167
22		Carro azul	15:33	1	15:43	15:48	1	00:10	00:05	00:15	0.4500	0.0833
23		Carro blanco	15:46	1	15:51	15:55	0	00:05	00:04	00:09	0.2167	0.0667
24		Sportage blanco	16:53	0	16:53	16:59	0	00:00	00:06	00:06	0.0000	0.1000
25		Carro gris	17:18	0	17:18	17:22	0	00:00	00:04	00:04	0.0000	0.0667
26		Camioneta gris	18:18	0	18:18	18:23	0	00:00	00:05	00:05	0.0000	0.0833
27		Carro blanco	18:39	0	18:39	18:45	0	00:00	00:06	00:06	0.0000	0.1000
28		Carro gris	18:53	0	18:53	18:59	0	00:00	00:06	00:06	0.0000	0.1000
29		Sportage gris	19:03	0	19:03	19:10	0	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
30		Carro blanco	19:46	0	19:46	19:50	0	00:00	00:04	00:04	0.0000	0.0667
1		Taxi	12:42	0	12:42	12:49	1	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
2		Corsa rojo	12:48	1	12:53	12:58	3	00:05	00:05	00:10	0.1000	0.0833
3		Logan azul	12:51	1	13:06	13:12	3	00:15	00:06	00:21	0.0500	0.1000
4		Carro grande	12:53	2	13:16	13:31	4	00:23	00:15	00:38	0.0333	0.2500
5		Taxi	12:58	3	13:34	13:39	3	00:36	00:05	00:41	0.0833	0.0833
6		Carro negro	13:13	2	13:42	13:47	3	00:29	00:05	00:34	0.2500	0.0833
7		Taxi	13:23	3	13:51	13:57	3	00:28	00:06	00:34	0.1667	0.1000
8		Taxi	13:44	2	14:02	14:06	4	00:18	00:04	00:22	0.3500	0.0667
9		Vitara gris	13:54	2	14:13	14:20	6	00:19	00:07	00:26	0.1667	0.1167
10		Toyota negro	14:00	2	14:24	14:27	5	00:24	00:03	00:27	0.1000	0.0500
11		Taxi	14:02	3	14:32	14:39	7	00:30	00:07	00:37	0.0333	0.1167
12		Vitara negro	14:06	4	14:43	14:48	7	00:37	00:05	00:42	0.0667	0.0833
13		4 Runner	14:10	4	14:52	15:03	8	00:42	00:11	00:53	0.0667	0.1833
14		Aveo blanco	14:17	5	15:07	15:44	7	00:50	00:37	01:27	0.1167	0.6167
15		Optra negro	14:30	4	15:49	15:55	6	01:19	00:06	01:25	0.2167	0.1000
16		Aveo blanco	14:34	5	15:58	16:02	6	01:24	00:04	01:28	0.0667	0.0667
17		Toyota blanco	14:38	6	16:04	16:08	5	01:26	00:04	01:30	0.0667	0.0667
18		Camioneta gris	14:45	6	16:11	16:18	5	01:26	00:07	01:33	0.1167	0.1167
19		Vitara blanco	15:00	6	16:22	16:31	4	01:22	00:09	01:31	0.2500	0.1500
20		Ford rojo	15:02	7	16:34	16:51	7	01:32	00:17	01:49	0.0333	0.2833
21		Carro rojo	15:58	5	16:56	17:01	8	00:58	00:05	01:03	0.9333	0.0833
22		Carro negro	16:13	4	17:06	17:10	8	00:53	00:04	00:57	0.2500	0.0667
23		Corsa blanco	16:38	3	17:14	17:19	8	00:36	00:05	00:41	0.4167	0.0833
24		Vitara caqui	16:46	4	17:22	17:25	7	00:36	00:03	00:39	0.1333	0.0500
25		Camioneta gris	16:48	5	17:29	17:34	6	00:41	00:05	00:46	0.0333	0.0833
26		Toyota rojo	16:50	6	17:37	17:42	5	00:47	00:05	00:52	0.0333	0.0833
27		Toyota negro	16:55	6	17:47	17:52	4	00:52	00:05	00:57	0.0833	0.0833
28		Carro gris	16:59	7	17:56	18:00	3	00:57	00:04	01:01	0.0667	0.0667
29		Buseta negra	17:04	7	18:03	18:07	2	00:59	00:04	01:03	0.0833	0.0667
30		Chevrolet blanco	17:10	8	18:11	18:16	1	01:01	00:05	01:06	0.1000	0.0833
1		Vitara gris	02:08	0	02:08	02:15	1	00:00	00:07	00:07	0.0000	0.1167
2		Hyundai gris	02:13	1	02:23	02:34	7	00:10	00:11	00:21	0.0833	0.1833
3		Ford blanco	02:20	1	02:40	02:54	8	00:20	00:14	00:34	0.1167	0.2333
4		Aveo blanco	02:21	2	02:58	03:02	8	00:37	00:04	00:41	0.0167	0.0667
5		Ford blanco	02:22	3	03:07	03:11	8	00:45	00:04	00:49	0.0167	0.0667
6		Vitara blanco	02:23	4	03:16	03:21	7	00:53	00:05	00:58	0.0167	0.0833
7		Camioneta negra	02:25	4	03:24	03:28	6	00:59	00:04	01:03	0.0333	0.0667
8		Carro verde	02:27	5	03:34	03:38	5	01:07	00:04	01:11	0.0333	0.0667
9		Kia blanco	02:41	5	03:41	03:46	4	01:00	00:05	01:05	0.2333	0.0833
10		Mitsubishi rojo	02:43	6	03:49	03:52	4	01:06	00:03	01:09	0.0333	0.0500
11		Explorer azul	02:58	7	03:55	04:01	4	00:57	00:06	01:03	0.2500	0.1000
12		Vitara azul	03:04	7	04:05	04:10	4	01:01	00:05	01:06	0.1000	0.0833
13		Taxi	03:46	3	04:15	04:20	5	00:29	00:05	00:34	0.7000	0.0833
14		Vitara blanco	03:58	2	04:23	04:29	4	00:25	00:06	00:31	0.2000	0.1000
15		Taxi	04:03	3	04:31	04:35	3	00:28	00:04	00:32	0.0833	0.0667
16		Camioneta gris	04:15	3	04:40	04:44	2	00:25	00:04	00:29	0.2000	0.0667
17		Carro negro	04:19	3	04:48	04:52	2	00:29	00:04	00:33	0.0667	0.0667
18		Taxi	04:46	1	04:55	05:00	1	00:09	00:05	00:14	0.4500	0.0833
19		Camioneta blanca	05:16	0	05:16	05:22	2	00:00	00:06	00:06	0.5000	0.1000
20		Carro negro	05:18	0	05:27	05:32	3	00:09	00:05	00:14	0.0333	0.0833
21		Truper gris	05:25	1	05:37	05:43	2	00:12	00:06	00:18	0.1167	0.1000
22		Optra blanco	05:29	1	05:47	05:56	1	00:18	00:09	00:27	0.0667	0.1500
23		Carro blanco	06:06	0	06:06	06:10	1	00:00	00:04	00:04	0.6167	0.0667
24		Aveo blanco	06:11	0	06:13	06:18	1	00:02	00:05	00:07	0.0833	0.0833
25		Camioneta negra	06:19	0	06:23	06:27	3	00:04	00:04	00:08	0.1333	0.0667
26		Camioneta blanca	06:23	1	06:30	06:34	2	00:07	00:04	00:11	0.0667	0.0667
27		Vitara gris	06:25	1	06:39	06:43	1	00:14	00:04	00:18	0.0333	0.0667

Carril 3 Contraflujo

Carril 4 Contraflujo

28		Furgoneta blanca	07:00	0	07:00	07:10	3	00:00	00:10	00:10	0.5833	0.1667
29		Camioneta negra	07:03	0	07:13	07:18	2	00:10	00:05	00:15	0.0500	0.0833
30		Carro rojo	07:05	1	07:20	07:26	1	00:15	00:06	00:21	0.0333	0.1000
1	*Carril 1 Bidireccional*	Carro gris	00:23	5	01:02	01:08	4	00:39	00:06	00:45	0.0000	0.1000
2		Taxi	00:33	5	01:11	01:15	5	00:38	00:04	00:42	0.1667	0.0667
3		Carro gris	00:47	4	01:19	01:23	4	00:32	00:04	00:36	0.2333	0.0667
4		Sportage gris	00:54	4	01:27	01:32	4	00:33	00:05	00:38	0.1167	0.0833
5		Vitara gris	01:07	4	01:35	01:39	3	00:28	00:04	00:32	0.2167	0.0667
6		Buseta blanca	01:13	3	01:41	02:02	5	00:28	00:21	00:49	0.1000	0.3500
7		Vitara rojo	01:18	4	02:06	02:10	4	00:48	00:04	00:52	0.0833	0.0667
8		Troper blanco	01:36	3	02:15	02:21	5	00:39	00:06	00:45	0.3000	0.1000
9		Camioneta blanca	01:47	3	02:24	02:28	4	00:37	00:04	00:41	0.1833	0.0667
10		Corsa negro	01:54	4	02:33	02:39	5	00:39	00:06	00:45	0.1167	0.1000
11		Toyota vino	03:23	4	04:02	04:08	6	00:39	00:06	00:45	0.0000	0.1000
12		Sportage gris	03:26	5	04:11	04:16	5	00:45	00:05	00:50	0.0500	0.0833
13		Gol blanco	03:32	5	04:23	04:33	7	00:51	00:10	01:01	0.1000	0.1667
14		Carro gris	03:37	6	04:38	04:43	13	01:01	00:05	01:06	0.0833	0.0833
15		Taxi	07:01	10	08:37	08:40	7	01:36	00:03	01:39	0.0000	0.0500
16		Renault negro	07:03	11	08:43	08:48	6	01:40	00:05	01:45	0.0333	0.0833
17		Taxi	07:12	11	08:51	08:54	7	01:39	00:03	01:42	0.1500	0.0500
18		Carro blanco	07:14	11	08:57	09:01	6	01:43	00:04	01:47	0.0333	0.0667
19		Camioneta negro	07:30	11	09:03	09:07	6	01:33	00:04	01:37	0.2667	0.0667
20		Spark azul	07:41	12	09:11	09:17	5	01:30	00:06	01:36	0.1833	0.1000
21		Spark rojo	07:52	11	09:19	09:24	4	01:27	00:05	01:32	0.1833	0.0833
22		Sportage gris	08:07	11	09:26	09:31	3	01:19	00:05	01:24	0.2500	0.0833
23		Camioneta negra	08:48	6	09:34	09:40	4	00:46	00:06	00:52	0.6833	0.1000
24		Sportage gris	08:51	7	09:43	09:48	3	00:52	00:05	00:57	0.0500	0.0833
25		Vitara blanco	09:04	5	09:51	09:55	2	00:47	00:04	00:51	0.2167	0.0667
26		Carro rojo	09:32	3	10:36	10:41	7	01:04	00:05	01:09	0.4667	0.0833
27		Vitara vino	09:34	4	10:45	10:55	7	01:11	00:10	01:21	0.0333	0.1667
28		Toyota gris	10:17	2	10:57	11:05	6	00:40	00:08	00:48	0.7167	0.1333
29		Sportage gris	10:21	3	11:06	11:11	6	00:45	00:05	00:50	0.0667	0.0833
30		Renault azul	10:26	4	11:13	11:20	6	00:47	00:07	00:54	0.0833	0.1167
1	*Carril 2 Bidireccional*	Camioneta gris	01:49	2	02:35	02:41	7	00:46	00:06	00:52	0.0000	0.1000
2		Carro rojo	01:59	3	02:45	02:55	6	00:46	00:10	00:56	0.1667	0.1667
3		Carro blanco	02:04	4	03:01	03:05	6	00:57	00:04	01:01	0.0833	0.0667
4		Vitara gris	02:09	5	03:08	03:12	7	00:59	00:04	01:03	0.0833	0.0667
5		Kia Celeste	02:15	6	03:15	03:19	7	01:00	00:04	01:04	0.1000	0.0667
6		Renault oscuro	02:21	6	03:23	03:27	7	01:02	00:04	01:06	0.1000	0.0667
7		Land cusier gris	07:00	10	08:36	08:54	9	01:36	00:18	01:54	0.0000	0.3000
8		Carro gris	07:08	9	08:59	09:03	8	01:51	00:04	01:55	0.1333	0.0667
9		Sentra gris	07:20	9	09:06	09:11	8	01:46	00:05	01:51	0.2000	0.0833
10		Taxi	07:25	10	09:14	09:17	9	01:49	00:03	01:52	0.0833	0.0500
11		Camioneta blanca	07:47	8	09:22	10:27	9	01:35	01:05	02:40	0.3667	1.0833
12		Carro rojo	07:59	8	09:31	09:35	9	01:32	00:04	01:36	0.2000	0.0667
13		Kia blanco	08:18	7	09:39	09:43	9	01:21	00:04	01:25	0.0000	0.0667
14		Tuxon negro	08:28	7	09:47	09:50	8	01:19	00:03	01:22	0.1667	0.0500
15		Toyota blanco	08:33	8	09:54	10:08	9	01:21	00:14	01:35	0.0833	0.2333
16		Sportage blanco	08:42	8	10:12	10:24	9	01:30	00:12	01:42	0.1500	0.2000
17		Carro rojo	09:07	7	10:29	10:38	8	01:22	00:09	01:31	0.4167	0.1500
18		Aveo blanco	09:11	8	10:40	10:47	8	01:29	00:07	01:36	0.0667	0.1167
19		Vitara blanco	09:12	9	10:50	10:54	7	01:38	00:04	01:42	0.0167	0.0667
20		Sporte azul	09:24	8	10:59	11:03	7	01:35	00:04	01:39	0.2000	0.0667
21		Carro oscuro	09:30	9	11:06	11:08	6	01:36	00:02	01:38	0.1000	0.0333
22		Kia celeste	09:42	8	11:13	11:18	6	01:31	00:05	01:36	0.2000	0.0833
23		Tuxon blanco	09:51	8	11:25	11:31	5	01:34	00:06	01:40	0.1500	0.1000
24		Camioneta blanca	10:55	6	11:51	12:06	5	00:56	00:15	01:11	0.0000	0.2500
25		Aveo rojo	11:01	7	12:11	12:15	5	01:10	00:04	01:14	0.1000	0.0667
26		Toyota rojo	11:20	5	12:19	12:22	5	00:59	00:03	01:02	0.3167	0.0500
27		Taxi	11:22	6	12:26	12:29	5	01:04	00:03	01:07	0.0333	0.0500
28		Spark blanco	11:48	5	12:32	12:39	4	00:44	00:07	00:51	0.4333	0.1167
29		Camioneta roja	12:06	5	12:41	12:44	4	00:35	00:03	00:38	0.3000	0.0500
30		Camioneta blanca	12:21	4	12:49	12:54	4	00:28	00:05	00:33	0.2500	0.0833

Fuente: Elaboración propia

5.2 Comportamiento de variables del sistema

Las variables que se consideran en este sistema, son las llegadas y salidas de los vehículos en el peaje. Los sucesos en un peaje ocurren al azar. No se podría pedir a los vehículos que ingresan al sistema que programen sus llegadas para que estas ocurran de una manera fija, tampoco se puede esperar que, al momento de pagar, el tiempo que tarda en ser servido sea invariable porque, si bien el empleado podría entregarlo en un tiempo casi constante, el cliente no tendría por qué hacerlo igual. En definitivita, todas las variables del sistema son aleatorias. Además, también queda claro que el servicio que se presta es únicamente uno: cobrar el paso por el peaje a cada vehículo uno por uno en cada estación.

5.2.1 Distribución probabilística de λ y μ

La distribución que considera que los eventos ocurren de manera aleatoria es la de Poisson, que sus tiempos se destruyen igual es la exponencial. Como ya se ha visto, las otras distribuciones consideran otro tipo de variables fijas o prestablecidas (General o Determinista), o que el servidor cumple con más funciones de servicio en las que concurren más de una distribución (Erlang). De manera que se puede decir que las λ y μ, en este sistema, se distribuyen de manera **exponencial**, atribuyéndoles una conducta de tipo Markoviana (modelos *M/M/s)*.

5.3 Desarrollo del modelo propuesto

De esta manera se podría admitir, que el sistema en consideración, se comporta como un modelo *Markoviano* tanto en sus distribuciones de llegadas como de servicio. Se supone que la fuente de entrada del sistema son los pobladores de Quito y el Valle, por lo que se debe definirla como infinita. La conducta de los vehículos claramente es FIFO (primero en entrar, primero en salir), los usuarios con Telepeaje, no se los considera como clientes con preferencia, sino más bien, no son tomados en cuenta como posible población. A pesar de que puede haber vehículos que, cansados de esperar, decidan cambiarse a un carril más rápido, no es viable asumirlos como clientes que desisten del sistema, una vez dentro nadie puede salir. El fenómeno de cambio de carril, no afecta en el análisis de este tipo de modelos, ya que son irrelevantes y se los excluye del estudio.

Todos los vehículos que se encuentran esperando para pagar en el peaje, son considerados como usuarios que participan de una única cola. No es posible por ahora apreciar claramente si el sistema trabaja como un modelo en el que todos los clientes son atendidos por un único servidor o varios a la vez. A primera vista, se diría que por uno sólo, porque cada caseta tiene su propio carril donde se genera la cola, y cada estación representaría un sistema aislado. Sin embargo, es necesario analizar el sistema en las dos condiciones, y comparar cuál de ellas es la que más se asemeja a la realidad.

Como se trata de un peaje en el que los carriles cambian el sentido de circulación en periodos establecidos durante el día, se debe analizar el peaje bajo dos esquemas: en Contraflujo y en circulación bidireccional.

Por ello, se propone dos posibles modelos basados en procesos de Poisson de nacimiento y muerte, estudiados bajo dos condiciones de tráfico según el tipo de circulación: un modelo *M/M/1* de múltiples servidores individuales y, otro *M/M/s (s* = 4 en Contraflujo y *s* = 2 en bidireccional*)* en el que varias estaciones atienden a una sola cola.

5.3.1 Herramienta informática

Para poder desarrollar de manera eficaz la Teoría de Colas, se ha empleado para este estudio la herramienta informática *Queueing ToolPak (QTP)*, que es un *add-in* para Microsoft Excel de uso libre, compuesto por una librería con un conjunto de funciones que facilita el análisis de líneas de espera, basadas en las fórmulas matemáticas descritas en capítulos anteriores. Estas funciones permiten el cálculo de distintos parámetros en una hoja electrónica, evitando invertir tiempo innecesario al interpretar las fórmulas teóricas en Excel con relaciones de celdas. Además, evita que se produzcan fallas de cálculo por digitación.

La versión actual trabaja solo con modelos M/M/s, M/M/s/k y cantidades generales del sistema G/G/s.

5.3.2 Modelación del sistema representativo

El objetivo es determinar cuál de los modelos *M/M/1 o M/M/s* se comporta de manera similar a lo observado en campo. Para cumplir con este propósito, se propone un análisis por estación, en el que las tasas de llegadas y de servicio, fueron medidos carril por carril en los distintos horarios especificados anteriormente.

Como se observa en la **Tabla 5**, se almacenaron el tiempo entre llegadas y servicios, $1/\lambda$ y $1/\mu$, respectivamente. Pero, las fórmulas de esta teoría están basados en el flujo de clientes por unidad de tiempo λ y μ, por lo que se obtuvo las tasas medias $\bar{\lambda}$ *y* $\bar{\mu}$, del promedio de la inversa de $1/\lambda$ y $1/\mu$.

De esta manera, se modelaron los distintos carriles, primero, como un sistema mono-canal en el que cada servidor tiene su propia cola y cuyas fórmulas están basadas en una conducta *M/M/1* con su propia tasa media de arribos y tiempos de servicio. Para formular el sistema como *M/M/s*, es decir, como un sistema de varias estaciones alimentados por una sola cola, se evaluó los tiempos promedio de llegada y servicio de los vehículos que participan en los carriles en el sentido de circulación Quito-Valle. De modo que se consideró dos modelos multicanales: un *M/M/2* para bidireccional y otro *M/M/4* para el Contraflujo.

Los parámetros de longitud de cola y tiempo de espera obtenidos de estos modelos, se compararán con los de campo, y según cuál se adapte mejor al comportamiento promedio de los clientes, se escogerá como modelo representativo.

5.3.2.1 Modelos M/M/1

Carriles de circulación bidireccional

Carril 1

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**6.6914**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**10.286**	clientes / min
s	Número de servidores	**1**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**65%**	
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**35%**	
Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**1.2111**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**1.8617**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.1810**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.2782**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**65%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	3.5333	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	1.0506	min

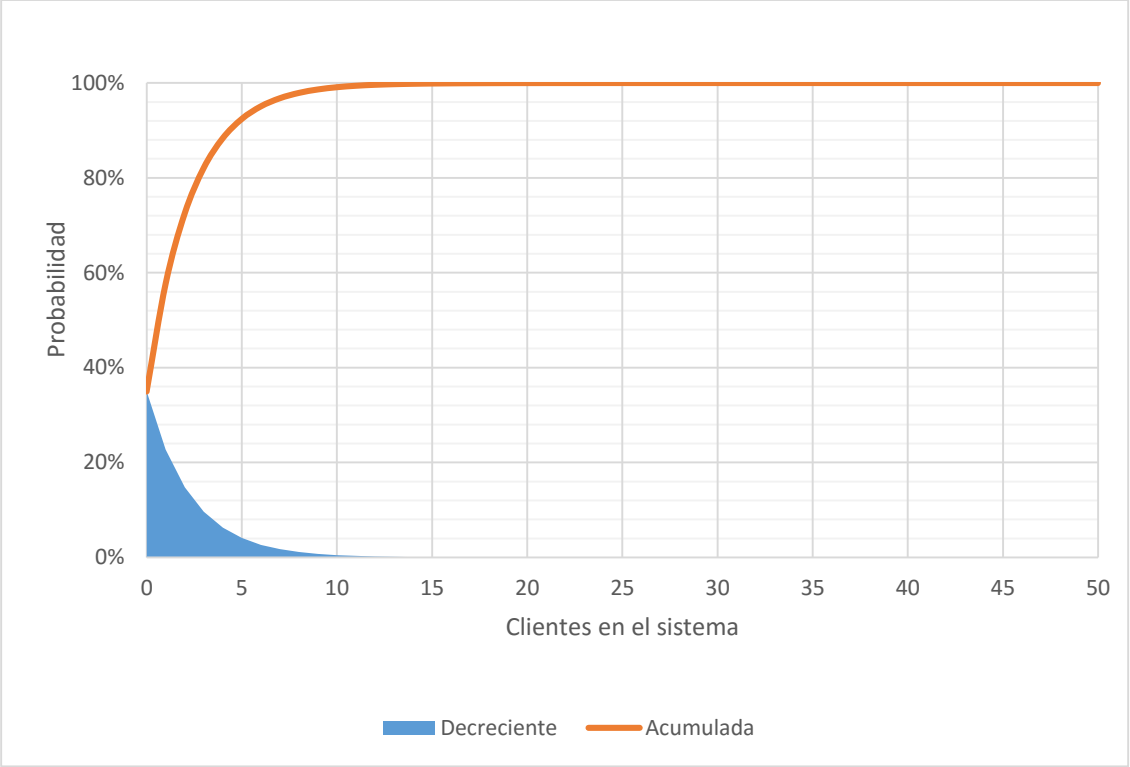


Figura 26: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 1 bidireccional
Fuente: Elaboración propia.

Carril 2

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**6.6667**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**7.4689**	clientes / min
s	Número de servidores	**1**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**89%**	
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**11%**	
Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**7.4178**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**8.3103**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**1.1127**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**1.2466**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**89%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	6.8333	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	1.3956	min

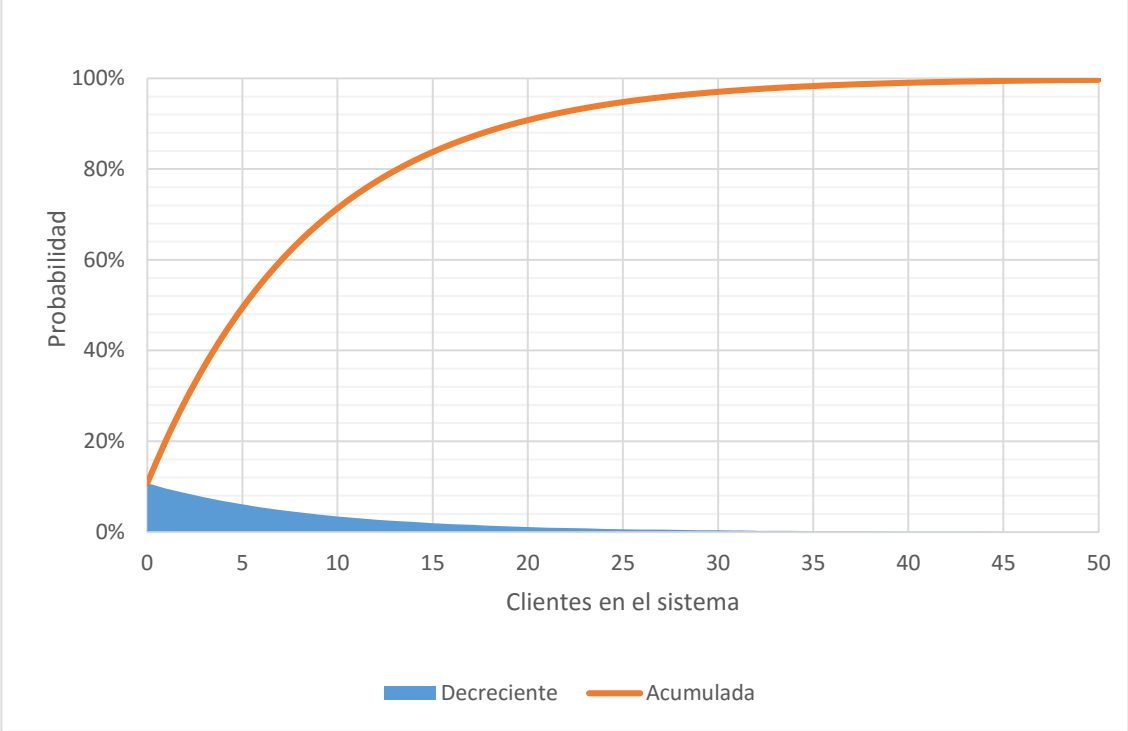


Figura 27: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 2 bidireccional
Fuente: Elaboración propia.

Carriles de circulación en Contraflujo

Carril 1

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**1.36464**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.69159**	clientes / min
s	Número de servidores	**1**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**16%**	
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**84%**	
Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**0.0292**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**0.1862**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.0214**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.1365**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**16%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	0.8065	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	0.2441	min

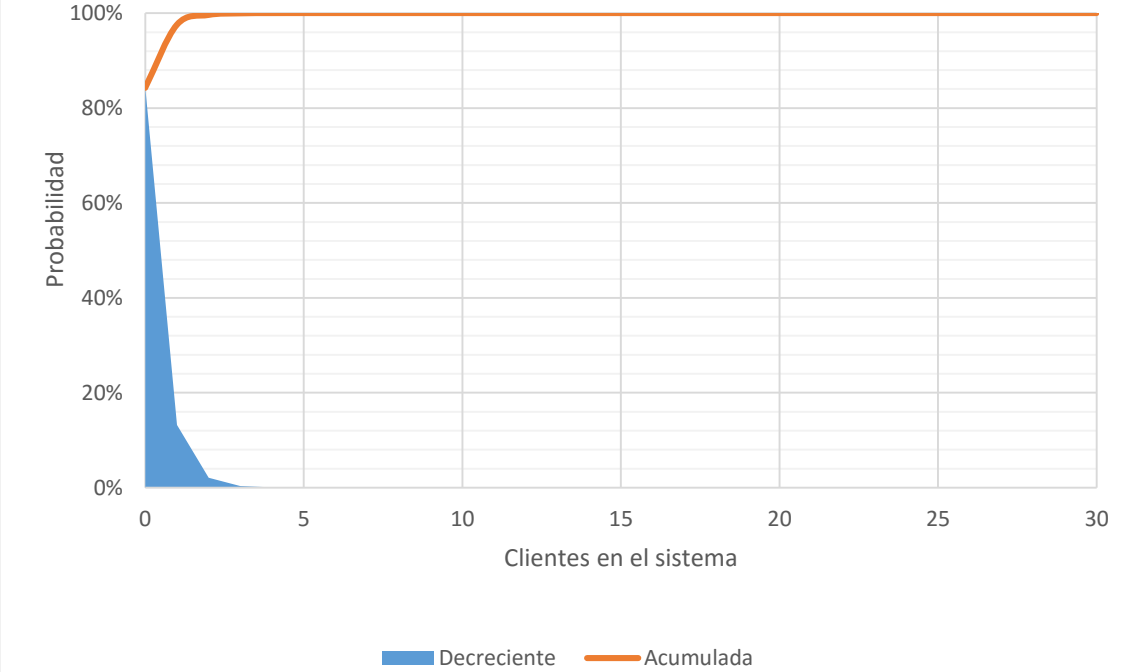


Figura 28: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 1 en Contraflujo
Fuente: Elaboración propia

Carril 2

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**1.5177**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.6957**	clientes / min
s	Número de servidores	**1**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**17%**	
$P(0)$	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**83%**	
Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**0.0369**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**0.2114**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.0243**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.1393**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**17%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	0.5667	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	0.1950	min

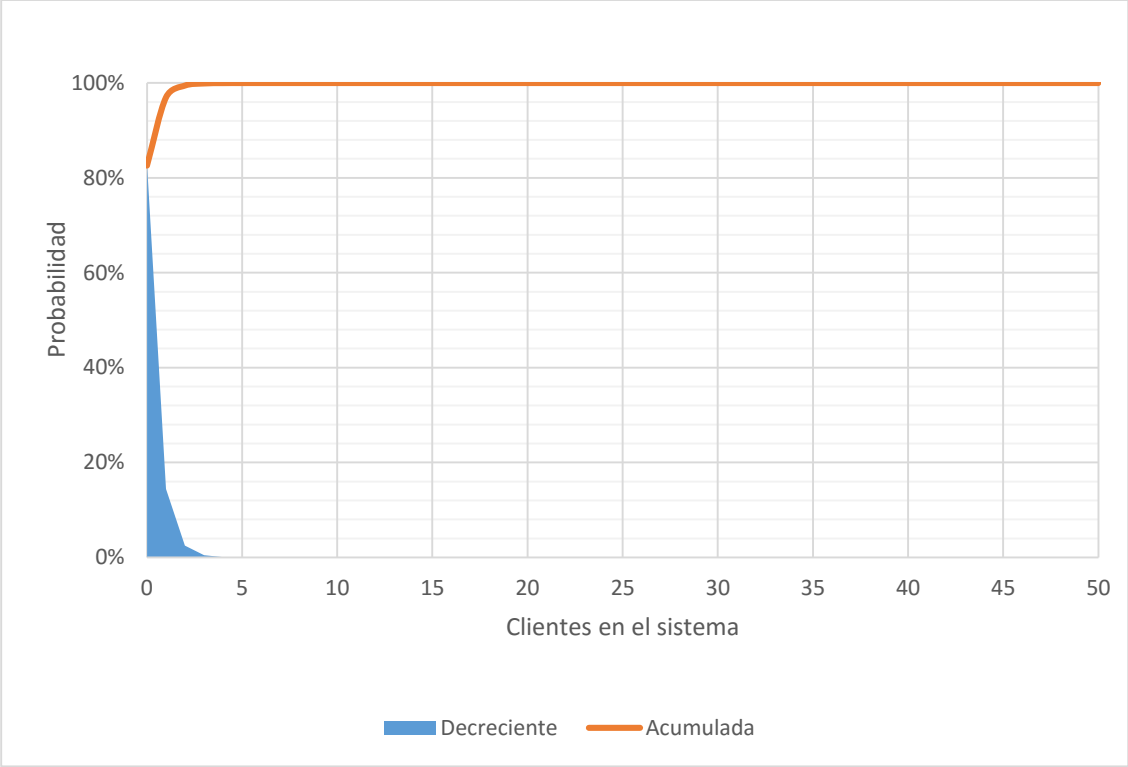


Figura 29: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 2 en Contraflujo
Fuente: Elaboración propia.

Carril 3

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**6.7164**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.3721**	clientes / min
s	Número de servidores	**1**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**80%**	
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**20%**	
Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**3.2544**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**4.0566**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.4845**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.6040**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**80%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	4.1000	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	0.8778	min

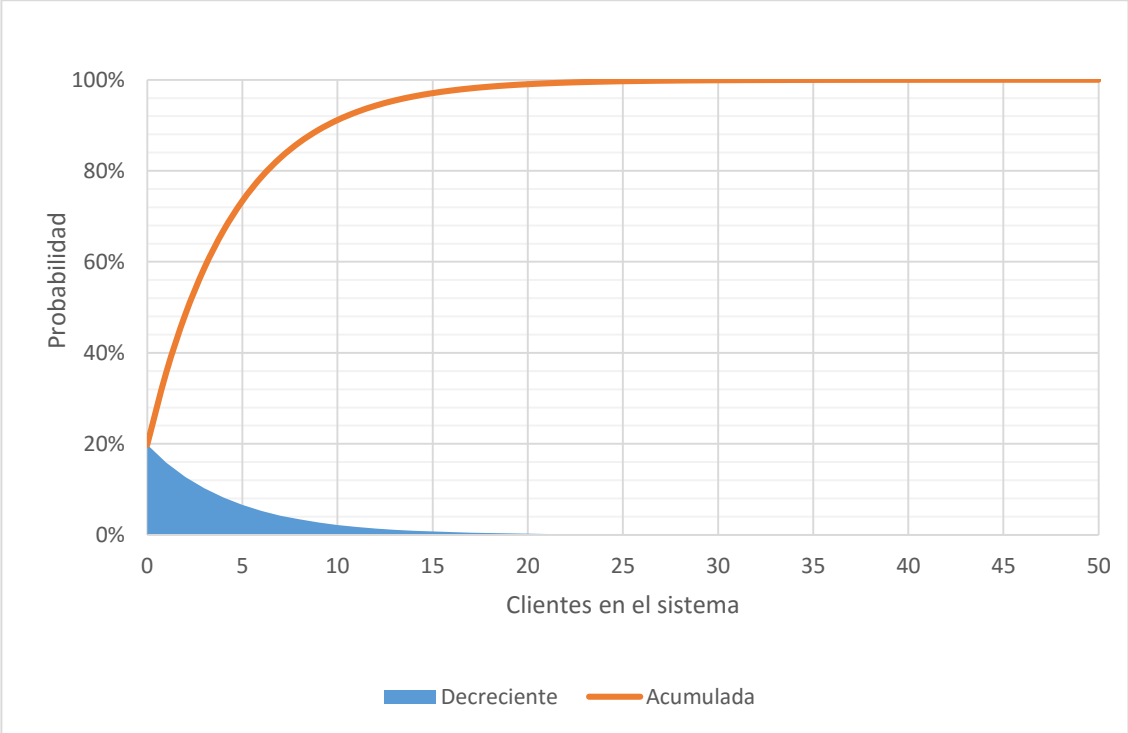


Figura 30: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 3 en Contraflujo
Fuente: Elaboración propia.

Carril 4

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**6.0606**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**10.714**	clientes / min
s	Número de servidores	**1**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**57%**
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**43%**

Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**0.7367**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**1.3023**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.1216**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.2149**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**57%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	2.1667	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	0.5217	min

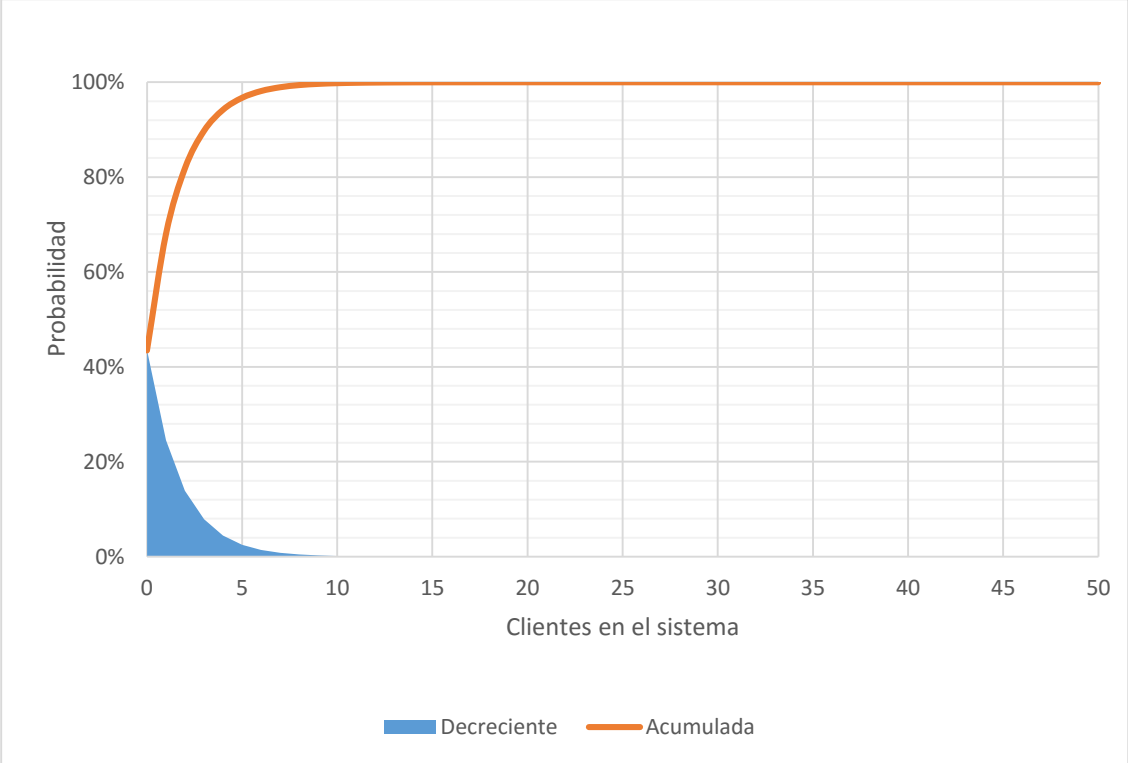


Figura 31: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/1* del carril 2 en Contraflujo
Fuente: Elaboración propia.

5.3.3 Modelos *M/M/s*

Carriles de circulación bidireccional

Carriles del 1 al 2

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**6.679**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.6538**	clientes / min
s	Número de servidores	**2**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**39%**	
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**44%**	
Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**0.1350**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**0.9068**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.0202**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.1358**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**21%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	5.1833	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	1.2231	min

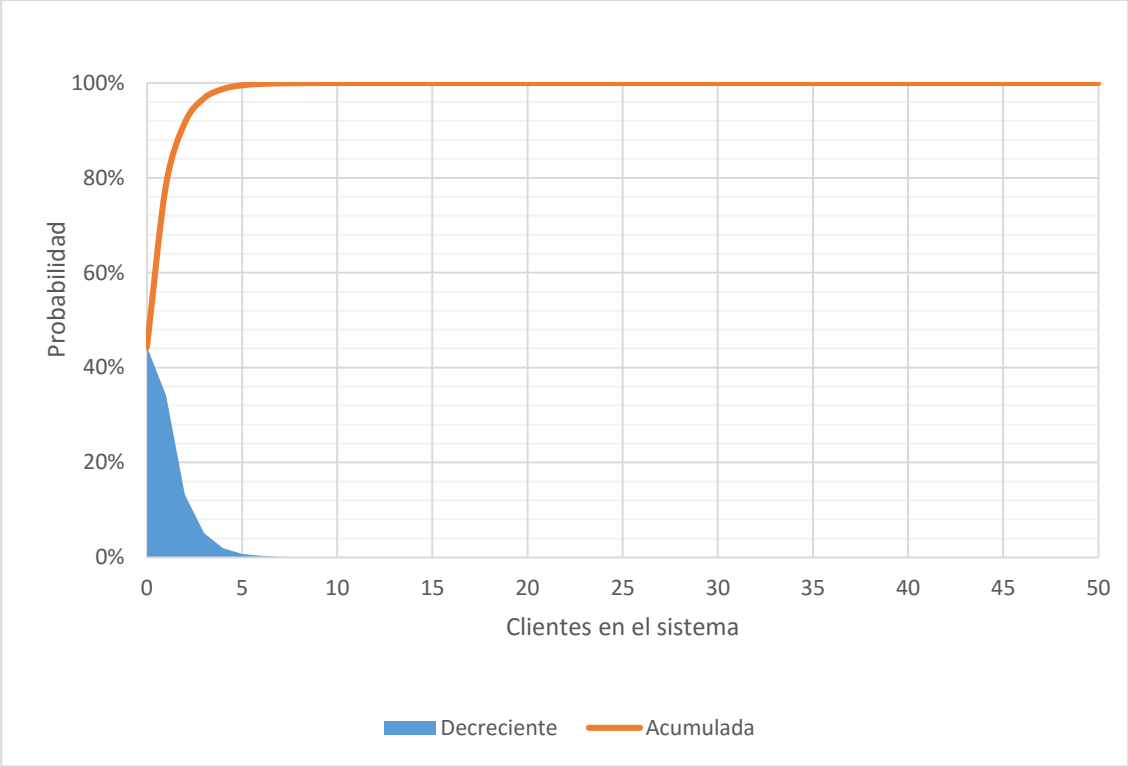


Figura 32: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/s* en carriles bidireccionales
Fuente: Elaboración propia.

Carriles de circulación en Contraflujo

Carriles del 1 al 4

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
l	Tasa de llegadas (clientes/tiempo)	**2.3314**	clientes / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**9.0299**	clientes / min
s	Número de servidores	**4**	

Medidores básicos teóricos

ρ	Factor de congestión	**6%**
$P(0)$	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**77%**

Lq	Número de clientes en cola (longitud de cola)	**0.0000**	vehículos
L	Número de clientes en el sistema	**0.2582**	vehículos
Wq	Tiempo de espera en la cola	**0.0000**	min
W	Tiempo de espera en el sistema	**0.1107**	min
	Probabilidad de que el cliente espere	**0%**	

Medidores básicos en campo

L	Número de clientes en el sistema	1.9407	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	0.4620	min

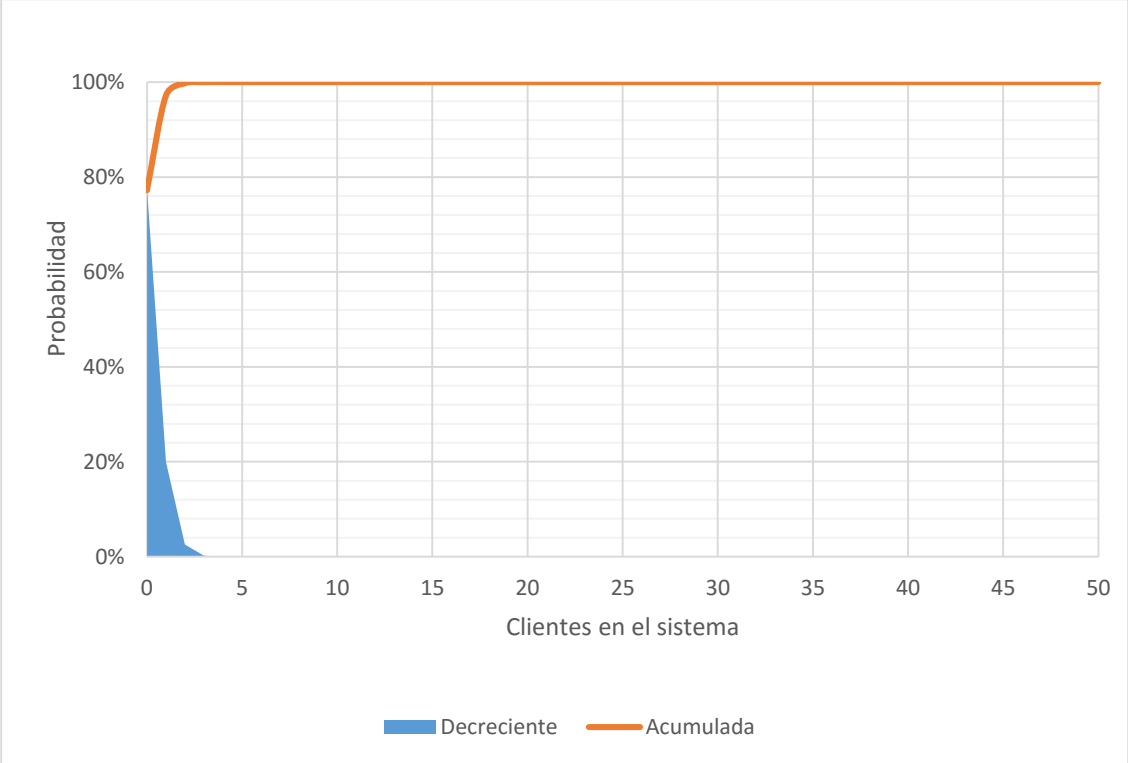


Figura 33: Función de densidad y de probabilidad acumulada del modelo *M/M/s* en carriles de Contraflujo
Fuente: Elaboración propia.

En la **Tabla 6** se puede observar, mediante un cuadro comparativo, de manera resumida el comportamiento teórico y real de los modelos *M/M/1* y *M/M/s* de los distintos carriles del peaje Guayasamín.

Tabla 6. Comparación entre medidores básicos teóricos y en campo.

		M/M/1			
		L (clientes)		W (min)	
	CARRIL	Teórico	Campo	Teórico	Campo
Bidireccional	Carril 1	1.862	3.533	0.278	1.051
	Carril 2	8.310	6.833	1.247	1.396
Contraflujo	Carril 1	0.186	0.857	0.136	0.239
	Carril 2	0.211	0.567	0.139	0.195
	Carril 3	4.057	4.100	0.604	0.878
	Carril 4	1.302	2.167	0.215	0.522

		M/M/s			
		L (clientes)		W (min)	
	CARRIL	Teórico	Campo	Teórico	Campo
Bidireccional	Carril 1-2	0.9068	5.1833	6.6667	0.0000
Contraflujo	Carril 1-4	0.2582	1.9407	0.1107	0.4620056

Fuente: Elaboración propia.

5.3.4 Conclusiones

Como se puede observar en los cálculos presentados, el tipo de modelo que mejor se ajusta a lo observado en campo, son los *M/M/1*. Los modelos *M/M/s* son modelos que, en general, debido su gran número de servidores, consiguen atender a un número mayor de clientes en una unidad de tiempo, a pesar de tener tasas de servicio iguales. En este caso las tasas de servicio promedio se comportan bastantemente parecido en los modelos: de 7 a 10 clientes por minuto. Pero, en este caso las tasas de llegadas de los distintos carriles eran muy diferentes e irregulares entre sí, debido a que no se comportaban de igual manera, el flujo vehicular no era no se distribuía equitativamente, de hecho, en campo se observó que en contraflujo los clientes preferían tomar los carriles derechos para el uso del peaje. Debido a esta condición de tráfico, las probabilidades de que el peaje esté vacío son muy altas, por existir períodos de flujo escaso. Por esta razón se consiguen valores de L_q casi nulos, siendo resultados nada característicos del sistema real, donde el valor promedio del número de clientes en el sistema es mayor. De igual manera sucede con los tiempos de espera.

Distinto es el caso de los modelos *M/M/1*, que presentan un comportamiento más homogéneo. Que en el **Carril 1** de circulación bidireccional, se presente una conducta un poco desviada de la realidad, no perjudica a la hipótesis de que el sistema se opera como una serie de modelos mono-canal de estaciones en paralelo. Esto es debido al cambio de intensidad del flujo vehicular en este carril cuando se tomaron los datos. En la **Tabla 5** se observa cómo a partir del minuto 7:52 el tiempo entre llegadas va aumentando progresivamente y, además, existe un tiempo de servicio muy prolongado de 21 segundos. Todo esto afecta a los datos probabilísticos que obtienen sus resultados de las tasas medias de llegadas y servicios.

Como los trabajadores que prestan el servicio en cada estación no son fijos, sino que rotan durante el día y la semana, se supone que la tasa de servicio promedio de cada carril no es representativa. Para uniformizar el comportamiento de estos, se calcula el tiempo la tasa media de servicio, μ, de todos los datos medidos. Además, como la información de los tiempos de llegadas se recogió en un periodo muy corto, no se las puede tomar como el λ real de ese horario, por ello, la tasa de llegadas promedio se obtendrá del flujo vehicular horario en el peaje.

Se concluye, por lo tanto, que el sistema del peaje se comporta como un modelo *M/M/1* en cada una de sus estaciones con distribuciones vehiculares distintas entre sí, con una tasa de servicio promedio estática y una tasa de llegadas variables a lo largo del día.

La tasa de servicio constante para toda *n* es de 8.90 vehículos por minuto. La distribución horaria de la tasa de llegadas se calculó a partir del tráfico horario en el peaje del mes de enero de 2016. Con los datos del flujo vehicular diario por carril del mes de marzo del mismo año, se estimó los porcentajes para encontrar la tasa horaria promedio de llegadas de los vehículos que circulan en sentido Quito-Valle de pago manual, a lo largo del día.

Tabla 7. Distribución porcentual del tráfico en distintas condiciones.

	Porcentajes	
Sentido	Quito-Valle	Valle-Quito
	57%	43%
Cobro	Manual	Telepeaje
	54%	46%
Circulación	Bidireccional	Contraflujo
	85%	15%

Fuente: Elaboración propia.

Ya se ha concluido que cada carril del peaje se comporta como un modelo *M/M/1* con sus propias tasas de llegadas. Ahora, en campo se distinguió que cada una de ellas posee una distribución de tráfico propias, no por todas las casetas circulan la misma cantidad de clientes. Por ello, se obtuvo los porcentajes de distribución de tráfico de las estaciones a partir de la tasa de llegadas medidas en sitio.

Tabla 8. Distribución de tráfico estimado por carril.

Circulación	Carril	Horario	Clientes/min	%
Bidireccional	1	14:00	6.6914	50%
	2	14:00	6.6667	50%
Contraflujo	1	17:00	1.3646	9%
	2	17:00	1.5177	10%
	3	17:00	6.7164	43%
	4	17:00	6.0606	39%

Fuente: Elaboración propia.

Fundamentándose en estos porcentajes, se supone que el tráfico horario estimado de los vehículos que circulan de Quito hacia Tumbaco, cuyo pago se realizará manualmente.

Tabla 9. Tráfico horario estimado de viajes en sentido Quito-Valle de pago manual.

	Hora	Tráfico promedio	Proporción sentido	Proporción Cobro	Distribución tráfico (%)				Distribución tráfico (vehículos)			
					Carril				Carril			
					1	2	3	4	1	2	3	4
Bidireccional	0	362.40	0.57	0.54	0.50	0.50			55.87	55.66		
	1	262.47	0.57	0.54	0.50	0.50			40.46	40.31		
	2	175.80	0.57	0.54	0.50	0.50			27.10	27.00		
	3	135.97	0.57	0.54	0.50	0.50			20.96	20.88		
	4	143.30	0.57	0.54	0.50	0.50			22.09	22.01		
	5	256.20	0.57	0.54	0.50	0.50			39.49	39.35		
	6	1263.43	0.20	0.54	0.50	0.50			194.77	194.04		
	10	1919.93	0.40	0.54	0.50	0.50			209.26	208.48		
	11	1942.30	0.57	0.54	0.50	0.50			211.69	210.91		
	12	2092.50	0.70	0.54	0.50	0.50			399.11	397.63		
	13	2147.77	0.70	0.54	0.50	0.50			409.65	408.14		
	14	2061.13	0.80	0.54	0.50	0.50			393.13	391.67		
	15	2009.13	0.80	0.54	0.50	0.50			437.95	436.33		
Contraflujo	16	1564.17	1.00	0.54	0.09	0.10	0.43	0.39	74.14	82.46	364.92	329.29
	17	2127.50	1.00	0.54	0.15	0.20	0.33	0.32	173.59	231.45	381.89	370.32
	18	2295.07	1.00	0.54	0.20	0.25	0.28	0.27	249.68	312.10	349.55	337.07
	19	2030.87	1.00	0.54	0.20	0.25	0.28	0.27	220.94	276.17	309.31	298.26
Bidireccional	20	1686.77	0.80	0.54	0.50	0.50			367.68	366.32		
	21	1167.47	0.80	0.54	0.50	0.50			254.49	253.54		
	22	752.20	0.57	0.54	0.50	0.50			115.96	115.53		
	23	512.48	0.57	0.54	0.50	0.50			79.00	78.71		

Fuente: Elaboración propia.

Los carriles son numerados como ya se indicó anteriormente de izquierda a derecha. En circulación bidireccional los carriles 1 y 2 corresponden a las dos estaciones provistas para ese sentido, mientras que en Contraflujo estos carriles son los dos primeros de los cuatro que se podrían tomar.

Nótese que a las seis de la mañana el porcentaje de vehículos que se presume que viajan hacia Tumbaco es del 20%, como el Contraflujo en el otro sentido recién ha finalizado, se espera

que el flujo vehicular hacia Quito mantenga el mismo comportamiento durante esa hora. Al contrario, mientras más cerca se esté de la hora de almuerzo o del término de la jornada laboral, se supone que la tendencia sea viajar más hacia el Valle, y que el proceder del tráfico sea parecido al Contraflujo de la tarde, una vez que este haya finalizado.

5.4 Análisis del comportamiento actual del sistema

En este apartado se propone un análisis de la situación actual del peaje del Túnel Oswaldo Guayasamín mediante el estudio de los parámetros que se han obtenido al aplicar la Teoría de Colas en este sistema. Con esta tesis se espera conseguir una aproximación al comportamiento del peaje ante flujo vehicular que posee, y determinar la posible estructura óptima del sistema ante las variables que determinan su conducta.

5.4.1 Conducta esperada del sistema

Para generalizar el comportamiento del sistema, se utilizarán los parámetros que se obtengan con la tasa de llegada de mayor incidencia en el peaje, esto es las tasas de llegadas por carril en circulación bidireccional (a las dos de la tarde) y en Contraflujo (a las seis de la tarde). Las tasas expuestas corresponden a una distribución de tráfico equitativa en cada carril, para suponer un comportamiento uniforme del sistema.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Bidireccional

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
λ	Tasa de llegadas	**6.815**	vehículos / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.958**	vehículos / min
	Distribución tráfico	**50%**	

Contraflujo

Parámetros a ingresar

	Unidad de tiempo	**min**	
λ	Tasa de llegadas	**5.202**	vehículos / min
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.958**	vehículos / min
	Distribución tráfico	**25%**	

Con estos parámetros, se halló la distribución de probabilidades según el número de clientes y el tiempo de espera en el sistema.

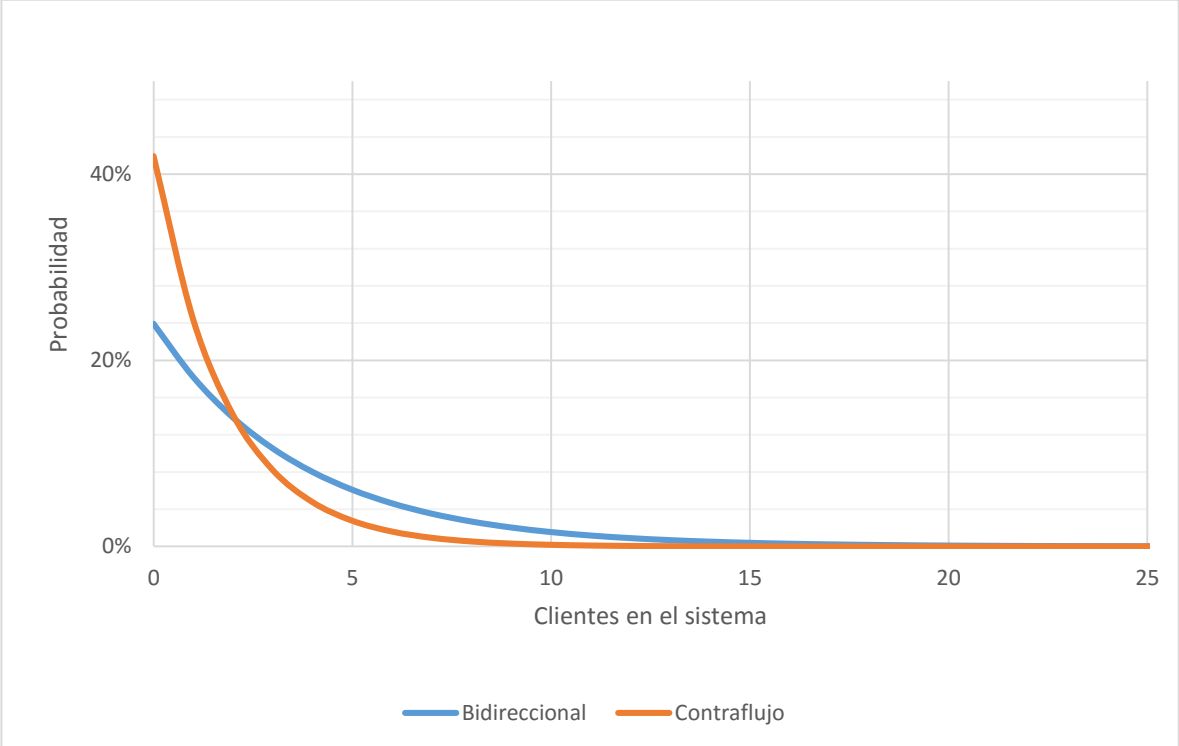


Figura 34: Distribución de probabilidades del número de clientes en el sistema.
Fuente: Elaboración propia.

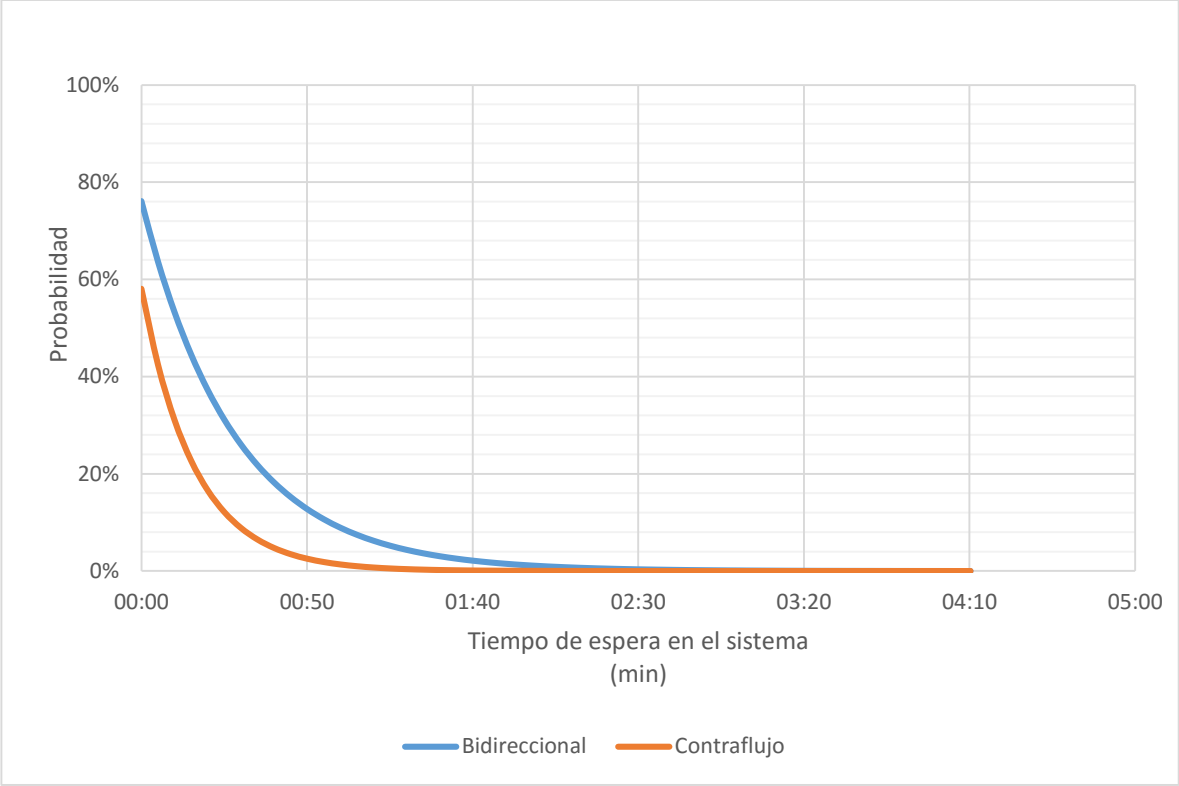


Figura 35: Distribución de probabilidades de los tiempos de espera en el sistema.
Fuente: Elaboración propia.

Las tendencias de las curvas de probabilidades muestran que el número de clientes más probable que exista, es decir el de mayor probabilidad, es cero. El peor escenario sería el menos probable, que en el caso de la circulación bidireccional es de 15 vehículos y en Contraflujo de aproximadamente 10 vehículos. En los tiempos de espera, lo menos probable es esperar más de 2:25 y 1:20 minutos, en bidireccional y Contraflujo, respectivamente. Si se multiplica el tiempo de espera en el sistema por la tasa de servicio, se puede calcular, dependiendo del flujo, el número de vehículos que se deberá esperar hasta ser atendido, o sea, de 22 y 12 en cada caso.

Para deducir el número de clientes y los tiempos de espera en una probabilidad media, habría que proceder del mismo modo en base a la mitad de la mayor probabilidad: para hallar el número de clientes en el sistema en un escenario usual, habría que analizar con el 11% de probabilidad.

De esta manera se podría estimar el siguiente comportamiento al llegar al peaje, en cualquiera de los carriles, bajo estos escenarios:

- **Mejor escenario:** No existen vehículos y no se debe esperar para ser atendido.
- **Escenario usual:** Existen de 3 vehículos en el sistema si circulo en horario bidireccional y de 1 a 2 en Contraflujo.
- **Peor escenario:** Existen de 15 a 22 vehículos en bidireccional y de 10 a 12 vehículos en Contraflujo.

Un parámetro importante para tomar en cuenta es el valor del número esperado de clientes en el sistema *L*, que se obtiene como la suma de las proporciones que representa que existan *i* clientes en el sistema,

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n,$$

lo que quiere decir que *L* es el número generalizado de clientes que podría haber en el sistema. En este caso se obtuvo que *L* es igual a 3.18 y 1.38 usuarios por carril, en flujo bidireccional y Contraflujo respectivamente.

5.4.2 Comportamiento horario del sistema

Para poder evaluar el progreso horario del peaje, se ha estimado el número de clientes en el sistema *L* y el tiempo de espera *W* ante las distintas tasas de llegadas de cada carril a lo largo del día, en base al tráfico horario de la **Tabla 9**. La tasa de servicio se mantiene fija.

Tabla 10. Comportamiento horario por carril del sistema.

	Hora	λ (clientes/min)				μ (clientes/min)	L (vehículos)				W (min)			
		Carril					Carril				Carril			
		1	2	3	4		1	2	3	4	1	2	3	4
Bidireccional	0	0.93	0.93			8.96	0.12	0.12			00:07	00:07		
	1	0.67	0.67			8.96	0.08	0.08			00:07	00:07		
	2	0.45	0.45			8.96	0.05	0.05			00:07	00:07		
	3	0.35	0.35			8.96	0.04	0.04			00:07	00:07		
	4	0.37	0.37			8.96	0.04	0.04			00:07	00:07		
	5	0.66	0.66			8.96	0.08	0.08			00:07	00:07		
	6	1.15	1.14			8.96	0.15	0.15			00:08	00:08		
	10	3.49	3.47			8.96	0.64	0.63			00:11	00:11		
	11	5.03	5.01			8.96	1.28	1.27			00:15	00:15		
	12	6.65	6.63			8.96	2.88	2.84			00:26	00:26		
	13	6.83	6.80			8.96	3.20	3.15			00:28	00:28		
	14	7.49	7.46			8.96	5.09	4.98			00:41	00:40		
	15	7.30	7.27			8.96	4.40	4.31			00:36	00:36		
Contraflujo	16	1.24	1.37	6.08	5.49	8.96	0.16	0.18	2.11	1.58	00:08	00:08	00:21	00:17
	17	2.89	3.86	6.36	6.17	8.96	0.48	0.76	2.45	2.22	00:10	00:12	00:23	00:22
	18	4.16	5.20	5.83	5.62	8.96	0.87	1.38	1.86	1.68	00:13	00:16	00:19	00:18
	19	3.68	4.60	5.16	4.97	8.96	0.70	1.06	1.36	1.25	00:11	00:14	00:16	00:15
Bidireccional	20	6.13	6.11			8.96	2.17	2.14			00:21	00:21		
	21	4.24	4.23			8.96	0.90	0.89			00:13	00:13		
	22	1.93	1.93			8.96	0.28	0.27			00:09	00:09		
	23	1.32	1.31			8.96	0.17	0.17			00:08	00:08		

Fuente: Elaboración propia.

En la **Tabla 9** se puede apreciar que la distribución del flujo vehicular no es uniforme en todas las horas. Del mismo modo la repartición de tráfico por carril se estimó en base a los datos observados en campo. De modo que el comportamiento de *L* y *W* a lo largo del día es un acercamiento a cómo se supone que debería actuar el peaje. **No se trata de representar la realidad sino de realizar una aproximación para poder analizarla.**

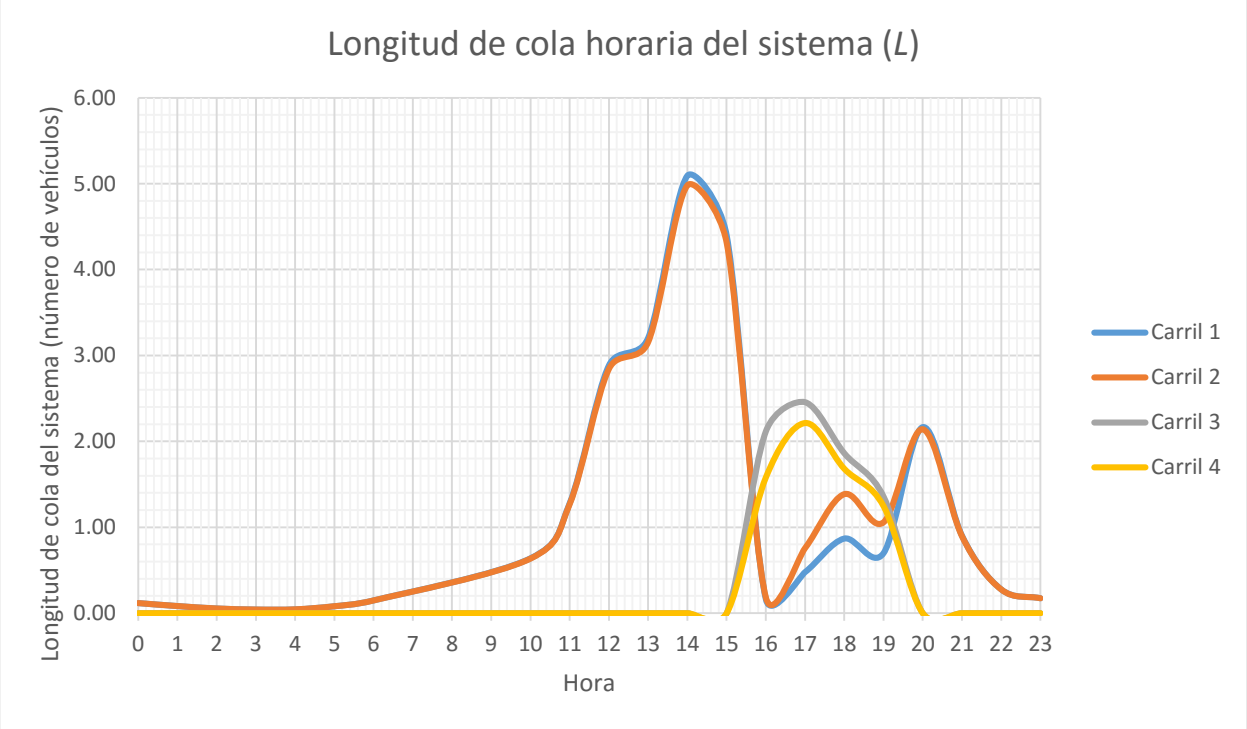


Figura 36: Distribución horaria del número de clientes en el sistema a lo largo del día.
Fuente: Elaboración propia.

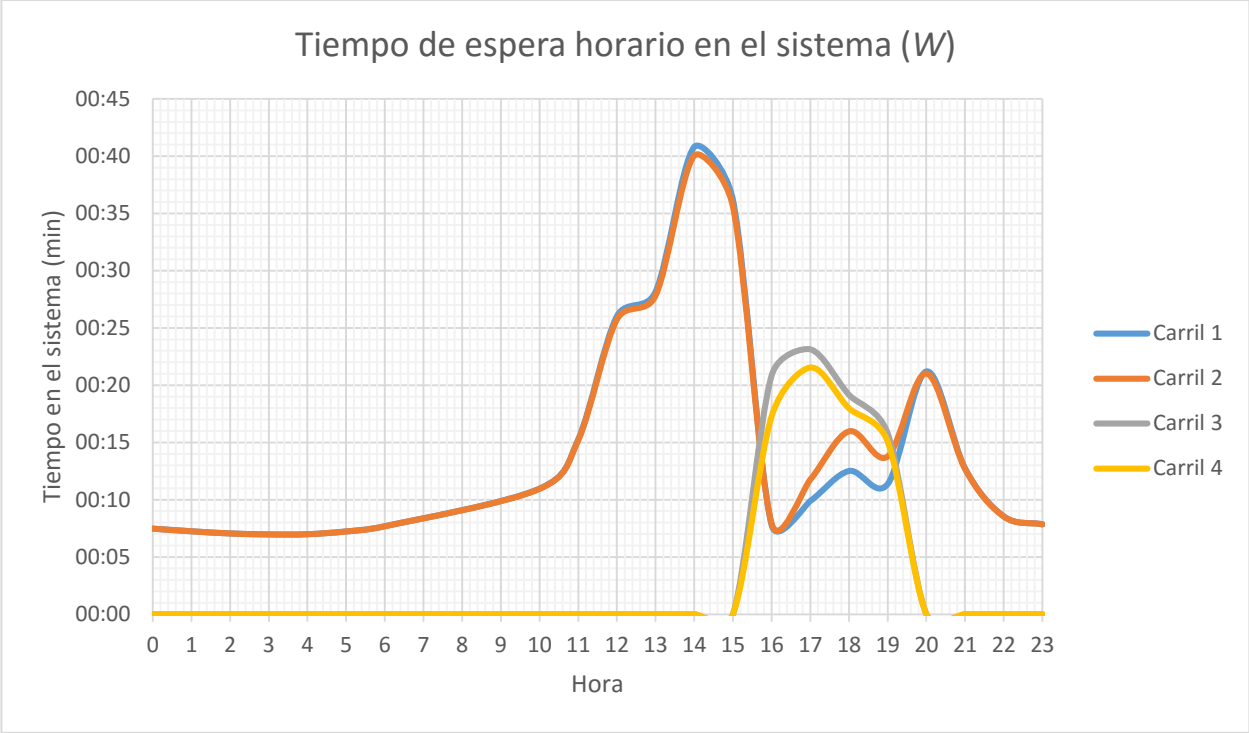


Figura 37: Distribución horaria del número de clientes en el sistema a lo largo del día.
Fuente: Elaboración propia.

Se recuerda que los carriles están nombrados de izquierda a derecha en sentido Quito-Tumbaco y que en Contraflujo los carriles 3 y 4 representan al 1 y 2 del bidireccional.

Al momento de juzgar los datos, es importante tomar en cuenta que *L* y *W*, no son los valores más probables, sino los valores esperados o generalizados de todas las posibilidades. De manera que, al tener valores altos de *L* o *W*, hay menor probabilidad de que el carril esté vacío, y es cada vez más probable que el número de clientes sea alto.

De este análisis se puede concluir que existe mayor congestión en el peaje a las dos de la tarde, y que inclusive, las mayores colas y tiempos de espera se presentan en horas de circulación bidireccional y no de Contraflujo, gracias a que hay más estaciones de servicio que agilitan las colas de cada carril, a pesar de tener un mayor flujo vehicular.

5.4.3 Capacidad máxima del peaje

Se ha definido como capacidad máxima del sistema a la tasa de llegadas que podría soportar el peaje antes de que el número de vehículos que esperan sobrepase la entrada oriental del túnel. Se ha considerado a este punto como límite, por ser el lugar donde se empezaría a generar congestión no únicamente en el sistema, sino también en la ciudad. Este escenario debe evitarse, y la probabilidad de que esto suceda debe ser muy pequeña.

Para calcular el número de vehículos máximo, a través de la herramienta informática de Google Earth, se midió la longitud del tramo de la Interoceánica que hay entre el peaje y el túnel. De lo que se obtuvo una extensión total de 777 metros. Se considerado un vehículo tipo de 5 metros de largo entre cajuela y cajuela, de lo que se obtuvo que 155 unidades caben aproximadamente en este trecho.

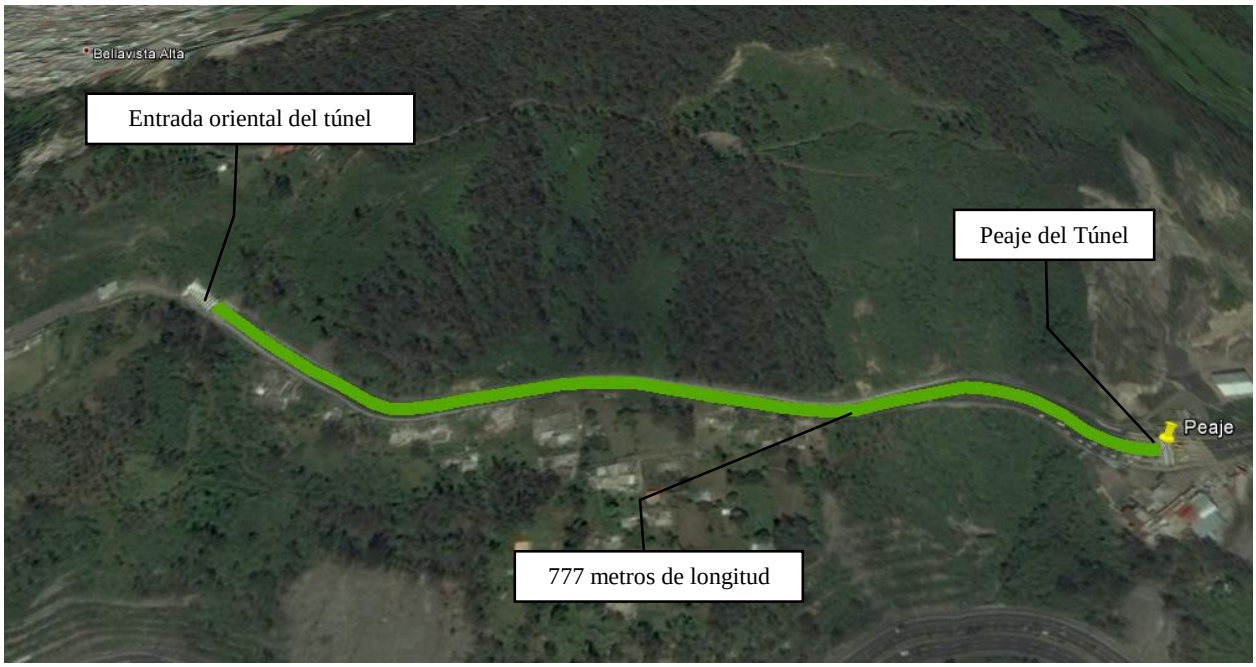


Figura 38: Vista panorámica del tramo entre el peaje y el túnel en Google Earth.
Fuente: Elaboración propia con el uso de Google Earth.

5.4.3.1 Caso 1: tasa máxima de servicio al 90 percentil

Una situación perjudicial sería si la probabilidad de que exista un mayor número de vehículos del permitido sea del 10 por ciento, que representaría el resto de la sumatoria de todas las probabilidades faltantes hasta el 90%. Y que, por lo tanto, sería la más probable que suceda. Para ello se despejó λ de la fórmula de P_n (probabilidad de tener *n* clientes en el sistema), para conseguir la tasa de llegadas. Por lo que, suponiendo k como el máximo número de vehículos, y utilizando

$$P_n = \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}}\rho^n, \qquad para\ n = 0, 1, 2, \dots, K.$$

se obtuvo mediante tanteo el valor máximo de λ hasta conseguir una probabilidad del 10% de que existan más de 155 vehículos.

5.4.3.2 Caso 2: tasa de servicio máxima cuando L es igual a número máximo de vehículos

Para este caso se supone que la longitud de cola esperada (L) es igual al número máximo de vehículos que puede soportar el sistema. Para conseguir este patrón se utilizó la fórmula de L del modelo *M/M/1*, que al despejar λ, se tiene que

$$\lambda = \frac{L\mu}{1+L}.$$

5.4.3.3 Resultados

A partir de estas fórmulas, se pudo obtener los siguientes resultados en cada uno de los casos:

	Parámetros a ingresar		
	Unidad de tiempo	**min**	
μ	Tasa de servicio (clientes/tiempo)	**8.958**	vehículos / min
	Longitud máx. de cola	**777**	metros
	Tamaño vehículo promedio	**5**	metros
k	Número máx. de vehículos	**155**	vehículos
	Medidores de capacidad		
	Caso 1: Tasa de servicio al 90 percentil		
	Percentil de aceptación	**10%**	
λ	Tasa máx. de llegadas	**9.072**	vehículos / min
L	Número de clientes en el sistema	**147.00**	vehículos
W	Tiempo de espera en el sistema	**18.00**	min
	Longitud de cola	**735.00**	metros
	Caso 2: Tasa de servicio con *L = máx. vehículos*		
L	Número de clientes en el sistema	**155**	vehículos
λ	Tasa máx. de llegadas	**8.901**	vehículos / min
W	Tiempo de espera en el sistema	**17.41**	min
	Probabilidad		
P(0)	Probabilidad de que el sistema esté vacío	**1%**	
P(n>k)	Probabilidad de existir más de k clientes	**0.24%**	

De este desarrollo se puede concluir que la tasa máxima de llegadas es de 9.072 vehículos por minuto al 10% de probabilidad de ocurrencia, por ser el más posible de los escenarios. Mientras el número de vehículos se acerque más a 155 las probabilidades serán mayores y, por lo que se considera que será más probable que exista un alto número de clientes (valores mayores a 150) con esta tasa de llegadas y es muy improbable que las colas sean menores de 100 vehículos.

Como se trata de un modelo con capacidad de cola restringida, la tasa de llegadas puede ser mayor que la de servicio sin entrar en condición transitoria.

5.4.4 Año límite de abastecimiento del peaje

En el Diagnóstico de la Movilidad en el Distrito Metropolitano de Quito (Secretaría de Movilidad, 2014), se proyecta que el parque automotor para el 2020 y 2025, crezca en un 30% y 80%, en cada caso. Para el 2021 ya se espera un crecimiento del 40%.

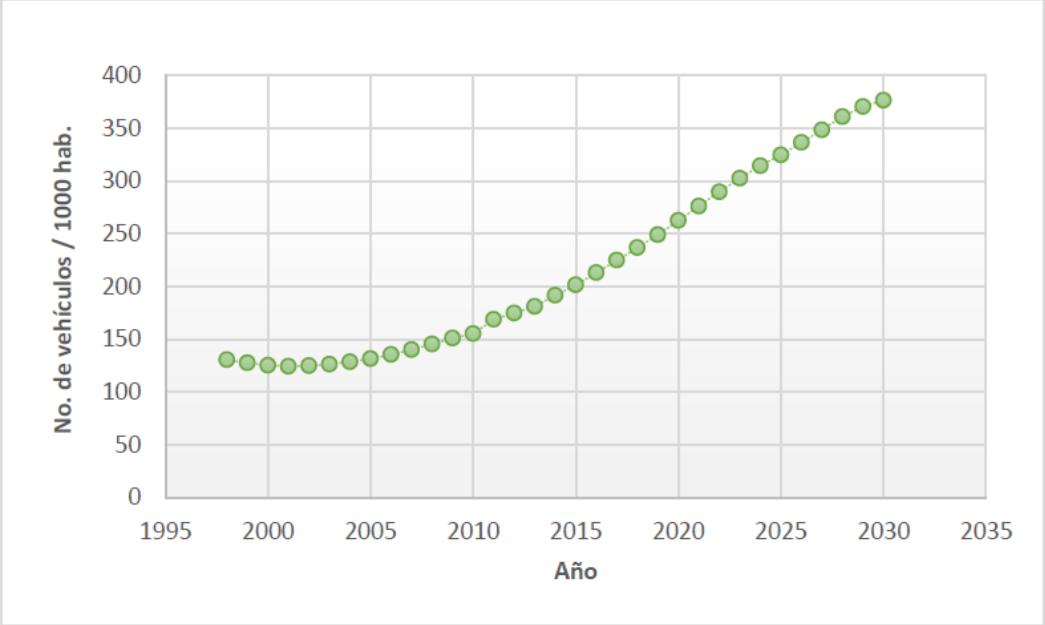


Figura 39: Evolución y proyección del parque automotor en el DMQ.
Fuente: (Secretaría de Movilidad, 2014)**.**

Al modelar el sistema con el tráfico que existiría en el 2020, el flujo vehicular en las horas pico de circulación bidireccional y Contraflujo, aumentará en un factor de 1.3 del actual, de manera que se tiene el siguiente comportamiento:

Tabla 11. Comportamiento del sistema para el 2020.

Bidireccional																								
s	Distribución tráfico (%)								L (vehículos)								W (min)							
	Carril								Carril								Carril							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.00								*"ρ>1"*								*"ρ>1"*							
2	0.50	0.50							89.52	89.52							10.10	10.10						
3	0.30	0.35	0.35						1.46	2.25	2.25						0.27	0.36	0.36					
4	0.20	0.25	0.28	0.27					0.65	0.98	1.24	1.15					0.18	0.22	0.25	0.24				
5	0.10	0.15	0.20	0.30	0.25				0.25	0.42	0.65	1.46	0.98				0.14	0.16	0.18	0.27	0.22			
6	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.25			0.11	0.25	0.42	0.65	0.98	0.98			0.12	0.14	0.16	0.18	0.22	0.22		
7	0.05	0.05	0.10	0.15	0.15	0.25	0.25		0.11	0.11	0.25	0.42	0.42	0.98	0.98		0.12	0.12	0.14	0.16	0.16	0.22	0.22	
8	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.20	0.20	0.11	0.11	0.11	0.25	0.42	0.65	0.65	0.65	0.12	0.12	0.12	0.14	0.16	0.18	0.18	0.18
Contraflujo																								
s	Distribución tráfico (%)								L (vehículos)								W (min)							
	Carril								Carril								Carril							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.00								*"ρ>1"*								*"ρ>1"*							
2	0.50	0.50							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*						
3	0.30	0.35	0.35						9.62	*"ρ>1"*	*"ρ>1"*						1.19	*"ρ>1"*	*"ρ>1"*					
4	0.20	0.25	0.28	0.27					1.52	3.08	5.47	4.41					0.28	0.46	0.72	0.60				
5	0.10	0.15	0.25	0.25	0.25				0.43	0.83	3.08	3.08	3.08				0.16	0.20	0.46	0.46	0.46			
6	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.25			0.18	0.43	0.83	1.52	3.08	3.08			0.13	0.16	0.20	0.28	0.46	0.46		
7	0.05	0.05	0.10	0.15	0.15	0.25	0.25		0.18	0.18	0.43	0.83	0.83	3.08	3.08		0.13	0.13	0.16	0.20	0.20	0.46	0.46	
8	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.20	0.20	0.18	0.18	0.18	0.43	0.83	1.52	1.52	1.52	0.13	0.13	0.13	0.16	0.20	0.28	0.28	0.28

Fuente: Elaboración propia.

Como se observa, el sistema sigue manteniendo su condición estable, tanto en circulación bidireccional con dos estaciones, como en Contraflujo con cuatro casetas. Sin embargo, en el 2021, cuando el parque automotor ha aumentado un 40%, se observa que, en circulación bidireccional, el sistema no puede soportar la tasa de llegadas con el nivel de servicio que se presta actualmente. A pesar de que durante el Contraflujo sí se tiene un buen comportamiento, el sistema ya no es factible, porque éste funciona usualmente con dos carriles.

Por ello, se puede estimar como año límite aproximado del sistema actual el 2020, cuando ya existiría un sistema que tiende a entrar en condición transitoria y, por ende, con colas que pueden crecer desproporcionadamente.

Tabla 12. Comportamiento del sistema para el 2021.

Bidireccional																								
s	Distribución tráfico (%)								L (vehículos)								W (min)							
	Carril								Carril								Carril							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.00								*"ρ>1"*								*"ρ>1"*							
2	0.50	0.50							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*						
3	0.30	0.35	0.35						1.77	2.93	2.93						0.31	0.44	0.44					
4	0.20	0.25	0.28	0.27					0.74	1.14	1.48	1.35					0.19	0.24	0.28	0.26				
5	0.10	0.15	0.20	0.30	0.25				0.27	0.47	0.74	1.77	1.14				0.14	0.16	0.19	0.31	0.24			
6	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.25			0.12	0.27	0.47	0.74	1.14	1.14			0.12	0.14	0.16	0.19	0.24	0.24		
7	0.05	0.05	0.10	0.15	0.15	0.25	0.25		0.12	0.12	0.27	0.47	0.47	1.14	1.14		0.12	0.12	0.14	0.16	0.16	0.24	0.24	
8	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.20	0.20	0.12	0.12	0.12	0.27	0.47	0.74	0.74	0.74	0.12	0.12	0.12	0.14	0.16	0.19	0.19	0.19
Contraflujo																								
s	Distribución tráfico (%)								L (vehículos)								W (min)							
	Carril								Carril								Carril							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.00								*"ρ>1"*								*"ρ>1"*							
2	0.50	0.50							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*						
3	0.30	0.35	0.35						39.79	*"ρ>1"*	*"ρ>1"*						4.55	*"ρ>1"*	*"ρ>1"*					
4	0.20	0.25	0.28	0.27					1.86	4.34	10.17	7.19					0.32	0.60	1.25	0.91				
5	0.10	0.15	0.25	0.25	0.25				0.48	0.95	4.34	4.34	4.34				0.17	0.22	0.60	0.60	0.60			
6	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.25			0.19	0.48	0.95	1.86	4.34	4.34			0.13	0.17	0.22	0.32	0.60	0.60		
7	0.05	0.05	0.10	0.15	0.15	0.25	0.25		0.19	0.19	0.48	0.95	0.95	4.34	4.34		0.13	0.13	0.17	0.22	0.22	0.60	0.60	
8	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.20	0.20	0.19	0.19	0.19	0.48	0.95	1.86	1.86	1.86	0.13	0.13	0.13	0.17	0.22	0.32	0.32	0.32

Fuente: Elaboración propia.

5.5 Sistema óptimo

El objetivo principal de la Teoría de Colas es encontrar el balance entre costos de inversión y tiempo de espera. Se propone desarrollar, a través de esta teoría, un modelo óptimo que dependa de las tasas de llegada y servicio actuales, pero que olvida su composición anterior. En otras palabras, no se plantea una ampliación del sistema, sino que se planea encontrar la infraestructura que debería tener el peaje, para operar en las mejores condiciones.

Para conseguir el balance deseado, se evalúan los costos de inversión frente a las consecuencias de tener un comportamiento ineficiente. Se espera encontrar el número de estaciones necesario para tener una espera aceptable que no perjudique al sistema.

5.5.1 Costos que intervienen en el peaje

5.5.1.1 Costo de servicio

En el Capítulo III, al hablar sobre cómo se determinó el pliego tarifario, se expuso que según el Informe Ténico No. UCPC-002 de la EMOP-Q, se estableció como costo de inversión, a un horizonte de 20 años, el valor de 63,115,791.44 de dólares. En este precio ya se incluye los costos de construcción, operación, mantenimiento, sueldo de trabajadores y seguros. Utilizaremos la propuesta de Pesantes (2014) en su tesis de posgrado para estimar el costo por estación de cobro automático, considerado en 619,088.18 dólares.

Se ha supuesto que el costo por caseta manual se obtiene de dividir la diferencia de la inversión total y el costo de las dos estaciones de Telepeaje, para el número de casetas manuales (cuatro) que hay actualmente en el sistema. Se debe encontrar el costo por minuto de este valor.

5.5.1.2 Costo de espera

El costo de espera fue estimado como el valor de pérdida por vehículo que no pague el servicio, es decir, 40 centavos por cada uno. El costo de espera total por minuto será el tamaño de

cola que no pueda servir en ese periodo de tiempo. Si durante el lapso que un cliente espera en el sistema se puede generar λ usuarios detrás de él,

$$L = \lambda W,$$

se dice que el número de clientes en el sistema (*L)*, representa el tamaño de la espera, por ser el número de vehículos que se tiene que esperar hasta ser servido.

Por ello, el costo por unidad de tiempo es igual a la suma de *L* en cada carril, multiplicado por el costo de servicio por vehículo:

$$E(\mathrm{CW}) = \sum L\ C_w.$$

5.5.2 Modelación de escenarios

Se ha modelado los escenarios en base al comportamiento generalizado del tráfico en el sistema, mostrado en la **Tabla 9**. Esto es, con las tasas de llegadas por minuto al sistema repartidas por carril, del periodo de mayor flujo vehicular, cuando hay circulación bidireccional y Contraflujo.

El modelo analiza el desarrollo de la conducta del sistema según aumenta el número de estaciones. Cada estación actúa como un modelo mono-canal (*M/M/1*) con su propio carril y tasa de arribos. Lo que se busca es encontrar el punto de balance entre el costo de servicio y el costo de espera.

En la **Tabla 13** y en la **Tabla 14**, se detalla el cálculo de los costos en Contraflujo y bidireccional según aumenta el número de casetas. En la *Figura 40* y en la *Figura 41* se ha

graficado las curvas de los costos de servicio y espera del sistema. Si el número de estaciones no abastase para servir a la tasa de llegadas impuesta, el sistema entra en condición transitoria y no es posible analizarlo por un modelo *M/M/1* común. Por ello, en esos casos, el programa no lanza valores de *L* y, el cálculo de los costos de espera, no es posible porque se disparan hacia el infinito. En las gráficas es necesario obviar los puntos de las casetas que tengan un sistema donde $\rho > 1$.

Una sola caseta no es suficiente para soportar el flujo de vehículos por minuto que se da en circulación bidireccional, solamente a partir de dos, el sistema es capaz de generar colas en condición estable. En Contraflujo, únicamente a partir de tres, se puede abastecer el tráfico de la hora pico. También se observa que el punto de equilibrio de los costos, en periodo bidireccional y de Contraflujo, es con 2 y 3 casetas, respectivamente.

Se puede constatar que, a medida que se construyen más casetas, el costo de servicio aumenta. Sin embargo, como se puede suministrar más vehículos, las colas son menores y la cantidad de vehículos *L* disminuye, por lo que el costo de espera también lo hace. Como ya se ha expuesto anteriormente, lo mejor no es tener un número exagerado de estaciones de servicio, porque el costo de inutilización traería pérdidas. Por ello, este equilibrio trae beneficios económicos al inversionista y de confort al cliente.

Tabla 13. Cálculo de costos en el periodo de circulación bidireccional según el número de estaciones en el sistema.

s	Distribución tráfico (%)								L (vehículos)								W (min)								L x Cw ($/carril/min)								∑ (LxCw) $/min servicio sistema	Cs ($/min)	Ct ($/min)
	Carril								Carril								Carril								Carril										
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8			
1	1.00								*"ρ>1"*								*"ρ>1"*								#####								#VALUE!	1.47	#VALUE!
2	0.50	0.50							3.20	3.15							0.47	0.46							1.28	1.26							2.54	2.94	5.49
3	0.30	0.35	0.35						0.84	1.14	1.14						0.21	0.24	0.24						0.34	0.46	0.46						1.25	4.41	5.66
4	0.20	0.25	0.28	0.27					0.44	0.61	0.74	0.70					0.16	0.18	0.19	0.19					0.17	0.25	0.3	0.28					1.00	5.89	6.88
5	0.10	0.15	0.20	0.30	0.25				0.18	0.30	0.44	0.84	0.61				0.13	0.14	0.16	0.21	0.18				0.07	0.12	0.17	0.34	0.25				0.95	7.36	8.30
6	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.25			0.08	0.18	0.30	0.44	0.61	0.61			0.12	0.13	0.14	0.16	0.18	0.18			0.03	0.07	0.12	0.17	0.25	0.25			0.89	8.83	9.72
7	0.05	0.05	0.10	0.15	0.15	0.25	0.25		0.08	0.08	0.18	0.30	0.30	0.61	0.61		0.12	0.12	0.13	0.14	0.14	0.18	0.18		0.03	0.03	0.07	0.12	0.12	0.25	0.2		0.87	10.30	11.17
8	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.20	0.20	0.08	0.08	0.08	0.18	0.30	0.44	0.44	0.44	0.12	0.12	0.12	0.13	0.14	0.16	0.16	0.16	0.03	0.03	0.03	0.07	0.12	0.17	0.2	0.17	0.81	11.77	12.59

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 14. Cálculo de costos en el periodo de Contraflujo según el número de estaciones en el sistema.

s	Distribución tráfico (%)								L (vehículos)								W (min)								L x Cw ($/carril/min)								∑ (LxCw) $/min servicio sistema	Cs ($/min)	Ct ($/min)
	Carril								Carril								Carril								Carril										
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8			
1	1.00								*"ρ>1"*								*"ρ>1"*								#####								#VALUE!	1.47	#VALUE!
2	0.50	0.50							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*							*"ρ>1"*	*"ρ>1"*							#####	####							#VALUE!	2.94	#VALUE!
3	0.30	0.35	0.35						2.30	4.34	4.34						0.37	0.60	0.60						0.92	1.74	1.74						4.40	4.41	8.81
4	0.20	0.25	0.28	0.27					0.87	1.38	1.86	1.68					0.21	0.27	0.32	0.30					0.35	0.55	0.74	0.67					2.32	5.89	8.20
5	0.10	0.15	0.20	0.30	0.25				0.30	0.53	0.87	2.30	1.38				0.15	0.17	0.21	0.37	0.27				0.12	0.21	0.35	0.92	0.55				2.15	7.36	9.51
6	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.25			0.13	0.30	0.53	0.87	1.38	1.38			0.13	0.15	0.17	0.21	0.27	0.27			0.05	0.12	0.21	0.35	0.55	0.55			1.84	8.83	10.67
7	0.05	0.05	0.10	0.15	0.15	0.25	0.25		0.13	0.13	0.30	0.53	0.53	1.38	1.38		0.13	0.13	0.15	0.17	0.17	0.27	0.27		0.05	0.05	0.12	0.21	0.21	0.55	0.6		1.76	10.30	12.06
8	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.20	0.20	0.13	0.13	0.13	0.30	0.53	0.87	0.87	0.87	0.13	0.13	0.13	0.15	0.17	0.21	0.21	0.21	0.05	0.05	0.05	0.12	0.21	0.35	0.3	0.35	1.53	11.77	13.31

Fuente: Elaboración propia.

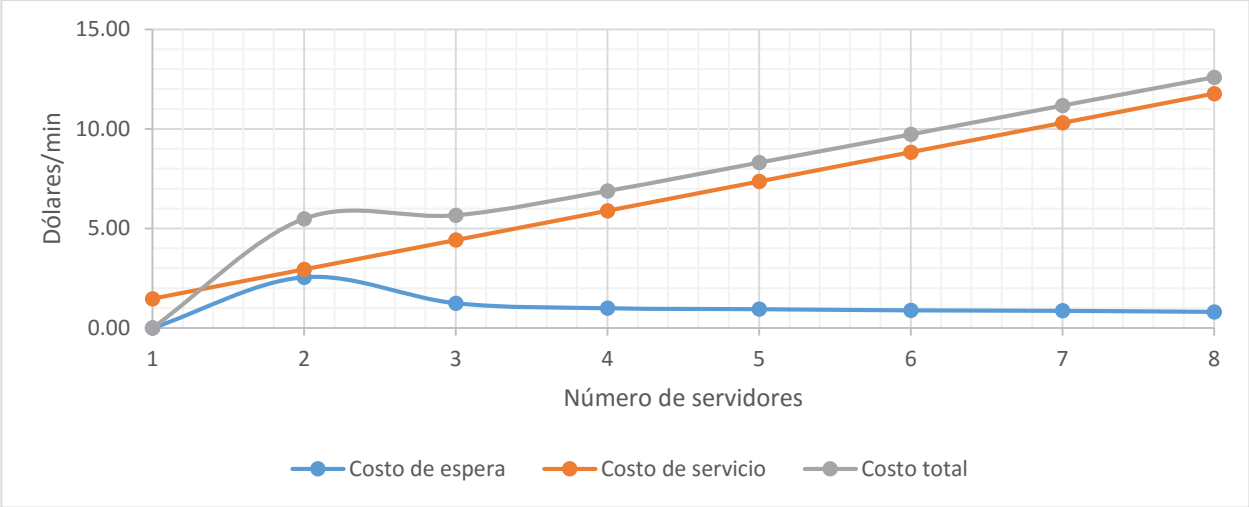


Figura 40: Curvas de costos de servicio y esperan durante la circulación bidireccional.
Fuente: Elaboración propia.

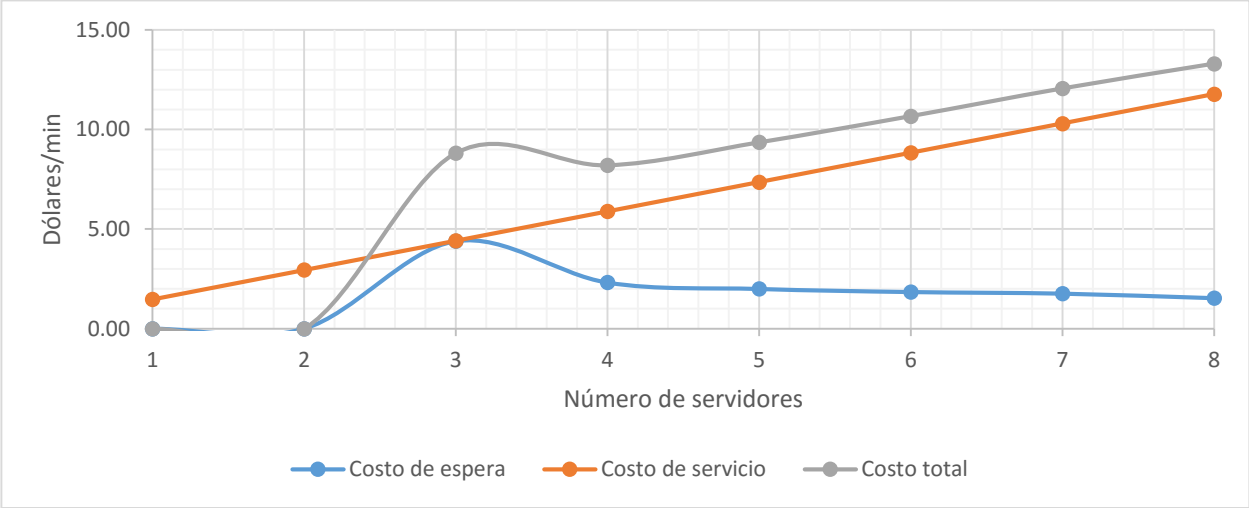


Figura 41: Curvas de costos de servicio y esperan durante el Contraflujo.
Fuente: Elaboración propia.

5.5.3 Sistema recomendado

Por lo tanto, como actualmente existen cuatro casetas de cobro manual y dos de cobro electrónico, para aprovechar los recursos que se tiene actualmente, la infraestructura de funcionamiento óptima del sistema de peaje sería el siguiente:

- **Durante el periodo de circulación bidireccional:** dos casetas de cobro manual con una estación de Telepeaje.
- **Durante el periodo de Contraflujo:** tres casetas de cobro manual y dos de Telepeaje en sentido Quito-Valle, y únicamente una caseta de pago manual en sentido Valle-Quito, para dar servicio a los pocos usuarios que desean viajar a Quito durante este periodo.

Si se comparan los tiempos de espera y el número de clientes esperado en el sistema de la hora pico del Contraflujo real y el de este modelo, éstos aproximadamente triplican al actual. A pesar de ello, son aceptables. De hecho, se asemejan al que se tiene con el flujo vehicular más alto de la circulación bidireccional, a las dos de la tarde.

Ciertamente, uno de los problemas que podría presentar este modelo, es que se genere tráfico en el túnel al momento de entrar a Quito. Se podría solucionar este inconveniente, si se direcciona bien el tránsito y se establece un límite de velocidad en el túnel mayor al de hoy en día, para que lo vehículos viajen con más rapidez. Sería conveniente también cobrar una tarifa mayor para este carril durante este periodo, para conseguir reducir la posible población y conseguir menos congestión. Sin embargo, para poder decidir si este modelo es viable, es necesario analizarlo a través de un sistema informático.

Se podría decir que el sistema actual esta balanceado, a pesar de tener una diferencia entre el costo de servicio y espera no muy pequeña, y además de restringir la circulación para los usuarios que desean viajar hacia Quito. También es viable un sistema de seis estaciones de cobro manual (tres durante la circulación bidireccional), pero el sistema estaría subutilizado y se desperdiciaría la infraestructura, ya que el cliente prácticamente no tendría que esperar. La posibilidad de encontrar cola es muy baja: del 38% aproximadamente.

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

Para presentar de manera ordenada las conclusiones del estudio realizado, se analiza el comportamiento actual del peaje en distintas condiciones.

6.1.1 El sistema en condiciones normales

Actualmente, el peaje sufre un tráfico elevado, en especial en las horas pico de dos y seis de la tarde. A pesar de ello, el sistema en sentido Quito-Valle, no se encuentra en condiciones deficientes de servicio. El número de clientes esperado (*L)* más grave se estima, cuando se circula bidireccionalmente, con un valor de apenas 3.18 vehículos. En el mejor de los escenarios, ni siquiera se tendría que esperar para ser atendido, y en el peor se prevé que exista una cola de 15 a 22 vehículos en el periodo bidireccional y de 10 a 12 en Contraflujo que, en el caso más desfavorable, se deberá esperar 2:25 minutos.

Se puede apreciar que el número clientes y el tiempo de espera, dependen directamente de la tasa de llegadas al sistema, pero no del flujo vehicular. La mayor tasa de arribos en Contraflujo se da a las 17h00, mientras que la hora pico es a las 18h00. Cuando no existe restricción vehicular, la hora pico sí tiene la mayor tasa de llegadas. También se puede decir que habrá colas más largas,

cuando los vehículos viajen hacia Tumbaco en circulación bidireccional, donde la cola máxima esperada será de aproximadamente 5 vehículos, y el tiempo de espera de 40 segundos.

6.1.2 El sistema en condiciones extremas

Se ha estimado que la tasa máxima de llegadas sea de 8.93 vehículos por minuto, con una probabilidad de ocurrencia casi de cero. Sin embargo, es posible que suceda. En ese caso la cola llegaría hasta la entrada oriental del túnel, lo que se entorpecería el tránsito no solo en el peaje, sino también en la ciudad y, por su cercanía con el *hipercentro*, es algo que debería evitarse.

Según la Secretaría de Movilidad (2014) en el 2020, el parque automotor crecería en un 30 por ciento del actual. Bajo estas circunstancias, en el peaje se tendría colas esperadas (L) de 90 vehículos y tiempos de espera (W) de 10 minutos, cuando se trabaja con dos estaciones manuales. Se ha fijado este año como límite para que el peaje funcione en estado estable, ya que para el 2021 el sistema ya no podrá trabajar con menos de 3 casetas de cobro manual sin que el sistema no se encuentre en condición transitoria.

6.1.3 El sistema en condiciones óptimas

La manera más eficaz de recaudar fondos para el manejo del peaje, es servir a la mayor cantidad de clientes en el menor tiempo posible. Actualmente el sistema tiene un buen nivel de servicio. Sin embargo, no se tiene un balance económico óptimo y, otro problema que presenta, es que para solventar el flujo vehicular en horas pico, debe restringir el tráfico en un periodo de cuatro horas en la tarde para quienes desean viajar hacia el Valle.

Se ha planteado un modelo en el que existe un balance entre el costo que representa proveer el servicio a los usuarios, y el costo de tener a los clientes esperando en la cola. El resultado es un sistema, en sentido Valle-Quito, que funciona con 2 casetas de cobro manual y 1 automática en circulación normal, y con 3 estaciones manuales y 2 electrónicas, en Contraflujo, junto con una estación manual que funcione en sentido contrario para servir a los pocos usuarios que transita en ese horario.

6.2 Recomendaciones

Para intentar ampliar el lapso límite para que el sistema colapse y conseguir actualmente colas más pequeñas, se recomienda disminuir el tiempo promedio de servicio. Si se alcanzase un tiempo de servicio cercano a un segundo menor del actual, es decir, de 6 segundos, se podría conseguir una tasa de servicio de 10 vehículos por minuto. Con lo que se conseguiría reducir el número de clientes esperado en el sistema y el tiempo de espera. Como se observa en la siguiente gráfica se el número aproximado de vehículos en el sistema, en el peor de los casos, bajo circulación bidireccional, se encuentra entre los 10 y 16 vehículos. Se podría conseguir disminuir alrededor de 3.18 a 2.14 en número de clientes esperado en el sistema (L).

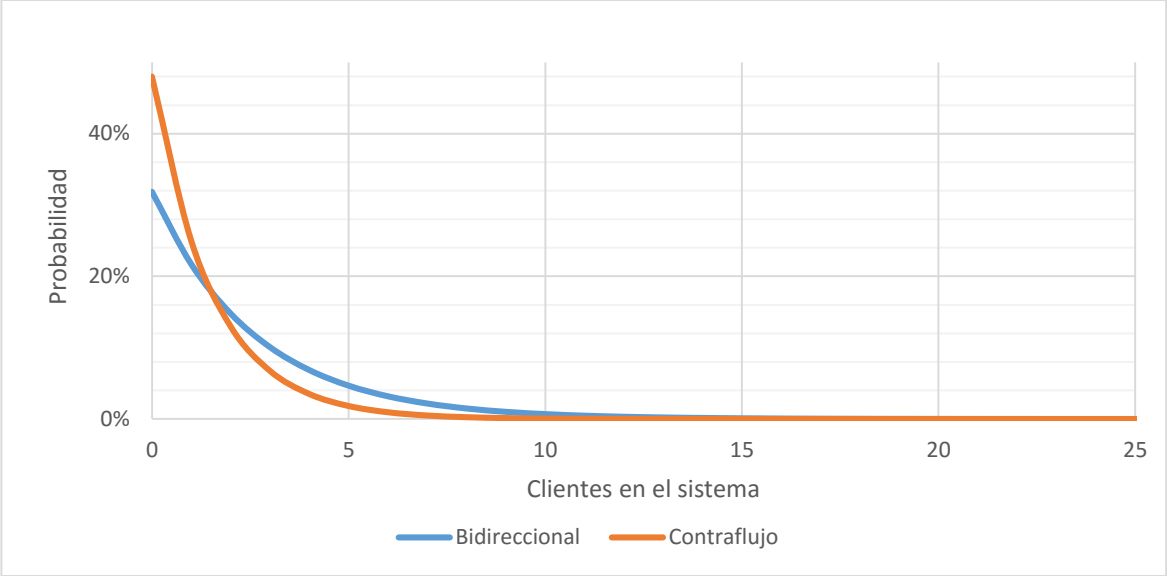


Figura 42: Curva de probabilidad de que exista *n* clientes en el sistema con una μ = 10 clientes/minuto.
Fuente: Elaboración propia.

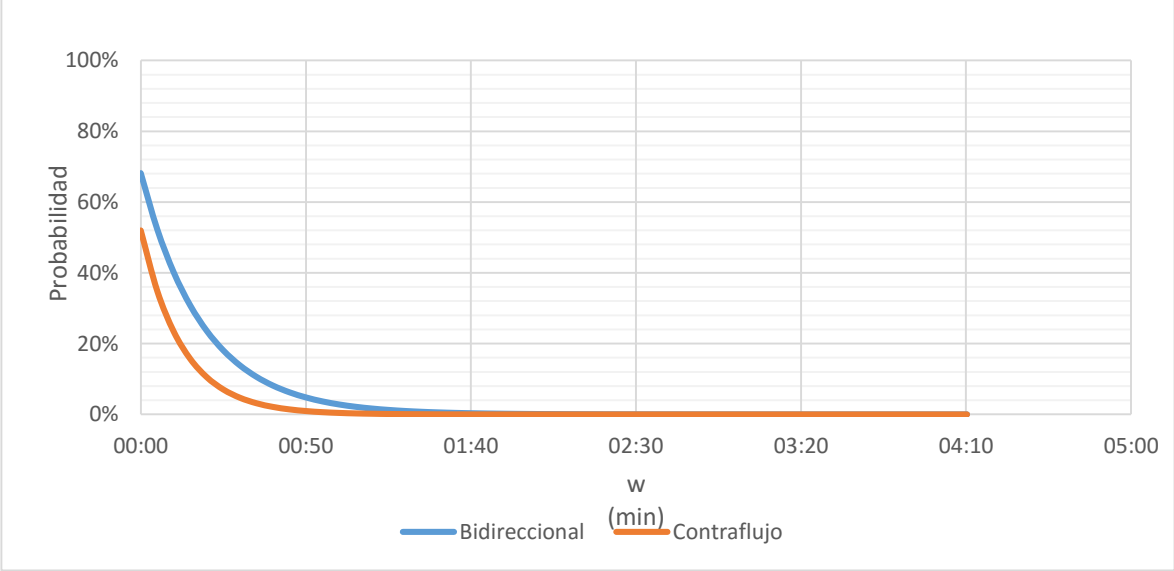


Figura 43: Curva de probabilidad de los tiempos de espera en el sistema con una μ = 10 clientes/minuto.
Fuente: Elaboración propia.

Para conseguir este propósito, se podría utilizar sistemas electrónicos con los que se consiga el proceso de cobro, sin que las condiciones de pago del cliente se vean afectadas. Es posible también motivar a los trabajadores a que sirvan más rápido cuando el sistema esté más congestionado.

Si no se opta por esta solución, se recomienda reducir la tasa de llegadas incentivando el uso de Telepeaje, en especial en clientes que viajan irregularmente al Valle. De esta manera la tasa de arribos de clientes de cobro manual será menor, y como consecuencia se tendrán colas más pequeñas. Además, hay que recordar que el peaje fue diseñado para soportar un flujo de clientes en el que se esperaba que un 75% sean usuarios de Telepeaje. Si se consigue este propósito, se obtendría una reducción importante de la congestión en el peaje.

CAPÍTULO 7: ANEXOS

Anexo 1: Flujo vehicular diario del mes de marzo de 2016

Carril	Fecha	Flujo vehicular	Sentido	Circulación	Cobro
11	1-mar.	1026.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	2-mar.	1146.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	3-mar.	1118.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	4-mar.	1586.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	7-mar.	1122.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	8-mar.	1175.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	9-mar.	1070.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	10-mar.	1000.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	11-mar.	1532.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	12-mar.	42.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	14-mar.	1066.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	15-mar.	1108.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	16-mar.	1198.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	17-mar.	1234.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	18-mar.	1369.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	19-mar.	115.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	21-mar.	1085.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	22-mar.	1122.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	23-mar.	1154.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	24-mar.	1104.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	28-mar.	1184.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	29-mar.	993.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	30-mar.	1046.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
11	31-mar.	1065.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
12	1-mar.	4056.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	2-mar.	4247.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	3-mar.	4280.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual

12	4-mar.	4203.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	5-mar.	5253.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	6-mar.	3945.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	7-mar.	3517.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	8-mar.	3830.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	9-mar.	4301.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	10-mar.	4259.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	11-mar.	4127.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	12-mar.	5113.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	13-mar.	4120.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	14-mar.	4209.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	15-mar.	4195.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	16-mar.	3969.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	17-mar.	4073.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	18-mar.	4151.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	19-mar.	5013.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	20-mar.	3982.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	21-mar.	3970.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	22-mar.	4081.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	23-mar.	4049.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	24-mar.	4181.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	25-mar.	3248.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	26-mar.	3481.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	27-mar.	3618.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	28-mar.	3904.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	29-mar.	3912.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	30-mar.	4024.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
12	31-mar.	4320.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
21	1-mar.	1.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	2-mar.	878.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	3-mar.	958.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	4-mar.	1142.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	7-mar.	955.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	8-mar.	887.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	9-mar.	932.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	10-mar.	818.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	11-mar.	1287.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	12-mar.	52.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	14-mar.	892.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	15-mar.	892.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual

21	16-mar.	1013.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	17-mar.	1015.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	18-mar.	1124.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	19-mar.	83.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	21-mar.	838.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	22-mar.	943.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	23-mar.	955.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	24-mar.	933.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	28-mar.	892.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	29-mar.	815.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	30-mar.	875.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
21	31-mar.	936.00	Quito-Valle	Contraflujo	Manual
22	1-mar.	3258.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	2-mar.	3172.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	3-mar.	3277.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	4-mar.	3264.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	5-mar.	3598.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	6-mar.	2831.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	7-mar.	3062.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	8-mar.	3283.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	9-mar.	3303.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	10-mar.	3183.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	11-mar.	3383.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	12-mar.	3931.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	13-mar.	2728.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	14-mar.	3304.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	15-mar.	3283.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	16-mar.	3109.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	17-mar.	3191.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	18-mar.	3253.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	19-mar.	4013.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	20-mar.	2612.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	21-mar.	3168.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	22-mar.	3390.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	23-mar.	3453.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	24-mar.	3140.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	25-mar.	2226.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	26-mar.	2350.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	27-mar.	2525.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	28-mar.	3132.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual

22	29-mar.	3185.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	30-mar.	3180.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
22	31-mar.	3494.00	Valle-Quito	Bidireccional	Manual
51	1-mar.	4129.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	2-mar.	4158.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	3-mar.	4061.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	4-mar.	4381.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	5-mar.	4332.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	6-mar.	3013.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	7-mar.	3906.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	8-mar.	4344.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	9-mar.	4211.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	10-mar.	4286.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	11-mar.	4420.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	12-mar.	4548.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	13-mar.	3008.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	14-mar.	3973.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	15-mar.	4181.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	16-mar.	4133.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	17-mar.	4091.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	18-mar.	4770.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	19-mar.	4331.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	20-mar.	3073.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	21-mar.	4138.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	22-mar.	4469.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	23-mar.	4732.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	24-mar.	4419.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	25-mar.	2828.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	26-mar.	3039.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	27-mar.	2603.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	28-mar.	4073.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	29-mar.	4123.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	30-mar.	4003.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
51	31-mar.	4377.00	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
52	1-mar.	592.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	2-mar.	670.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	3-mar.	646.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	4-mar.	669.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	7-mar.	675.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	8-mar.	667.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual

52	9-mar.	657.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	10-mar.	689.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	11-mar.	658.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	14-mar.	763.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	15-mar.	632.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	16-mar.	776.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	17-mar.	787.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	18-mar.	651.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	21-mar.	612.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	22-mar.	664.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	23-mar.	495.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	24-mar.	607.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	28-mar.	656.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	29-mar.	649.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	30-mar.	636.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
52	31-mar.	650.00	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
61	1-mar.	4636	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	2-mar.	4844	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	3-mar.	5307	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	4-mar.	5789	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	5-mar.	5537	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	6-mar.	3807	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	7-mar.	4256	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	8-mar.	4564	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	9-mar.	4720	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	10-mar.	5098	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	11-mar.	5653	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	12-mar.	5646	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	13-mar.	3785	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	14-mar.	4711	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	15-mar.	4966	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	16-mar.	4954	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	17-mar.	4925	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	18-mar.	5451	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	19-mar.	5614	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	20-mar.	4077	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	21-mar.	4671	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	22-mar.	4883	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	23-mar.	4841	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	24-mar.	5126	Quito-Valle	Bidireccional	Manual

61	25-mar.	3882	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	26-mar.	3716	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	27-mar.	3264	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	28-mar.	4395	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	29-mar.	4534	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	30-mar.	4824	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
61	31-mar.	5213	Quito-Valle	Bidireccional	Manual
62	1-mar.	666	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	2-mar.	641	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	3-mar.	619	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	4-mar.	615	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	7-mar.	667	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	8-mar.	701	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	9-mar.	734	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	10-mar.	655	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	11-mar.	556	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	14-mar.	761	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	15-mar.	614	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	16-mar.	766	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	17-mar.	779	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	18-mar.	656	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	21-mar.	594	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	22-mar.	561	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	23-mar.	406	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	24-mar.	605	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	28-mar.	676	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	29-mar.	666	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	30-mar.	594	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
62	31-mar.	649	Valle-Quito	Contraflujo	Manual
31	1-mar.	851	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	2-mar.	1,482	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	3-mar.	1,560	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	4-mar.	1,813	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	7-mar.	1,628	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	8-mar.	1,715	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	9-mar.	1,565	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	10-mar.	1,606	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	11-mar.	1,865	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	12-mar.	159	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	14-mar.	1,746	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje

31	15-mar.	1,786	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	16-mar.	1,708	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	17-mar.	1,744	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	18-mar.	1,975	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	19-mar.	101	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	21-mar.	1,544	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	22-mar.	1,573	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	23-mar.	1,559	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	24-mar.	1,449	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	28-mar.	1,792	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	29-mar.	1,518	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	30-mar.	1,574	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
31	31-mar.	1,765	Valle-Quito	Contraflujo	Telepeaje
41	1-mar.	8,266	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	2-mar.	8,297	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	3-mar.	8,208	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	4-mar.	8,288	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	5-mar.	6,806	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	6-mar.	4,976	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	7-mar.	7,511	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	8-mar.	8,223	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	9-mar.	8,409	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	10-mar.	8,441	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	11-mar.	8,186	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	12-mar.	6,923	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	13-mar.	4,848	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	14-mar.	8,292	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	15-mar.	8,490	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	16-mar.	8,294	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	17-mar.	8,109	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	18-mar.	8,002	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	19-mar.	6,940	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	20-mar.	5,161	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	21-mar.	7,932	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	22-mar.	8,041	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	23-mar.	7,990	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	24-mar.	7,101	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	25-mar.	4,502	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	26-mar.	4,189	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	27-mar.	4,176	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje

41	28-mar.	7,631	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	29-mar.	7,903	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	30-mar.	7,972	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
41	31-mar.	8,323	Quito-Valle	Bidireccional	Telepeaje
32	1-mar.	5,634	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	2-mar.	5,651	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	3-mar.	5,572	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	4-mar.	5,430	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	5-mar.	6,324	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	6-mar.	4,814	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	7-mar.	4,893	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	8-mar.	5,535	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	9-mar.	5,761	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	10-mar.	5,928	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	11-mar.	5,369	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	12-mar.	6,388	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	13-mar.	4,697	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	14-mar.	5,525	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	15-mar.	5,611	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	16-mar.	5,305	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	17-mar.	5,386	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	18-mar.	5,235	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	19-mar.	6,610	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	20-mar.	4,779	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	21-mar.	5,657	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	22-mar.	5,538	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	23-mar.	5,641	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	24-mar.	4,895	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	25-mar.	3,879	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	26-mar.	4,075	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	27-mar.	4,174	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	28-mar.	5,389	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	29-mar.	5,352	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	30-mar.	5,386	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
32	31-mar.	5,706	Valle-Quito	Bidireccional	Telepeaje
42	1-mar.	2,263	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	2-mar.	2,318	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	3-mar.	2,285	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	4-mar.	2,261	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	7-mar.	2,287	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje

42	8-mar.	2,472	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	9-mar.	2,414	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	10-mar.	2,348	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	11-mar.	2,351	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	14-mar.	2,487	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	15-mar.	2,379	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	16-mar.	2,344	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	17-mar.	2,309	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	18-mar.	2,293	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	21-mar.	2,390	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	22-mar.	2,287	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	23-mar.	2,223	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	24-mar.	1,853	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	28-mar.	2,372	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	29-mar.	2,437	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	30-mar.	2,346	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje
42	31-mar.	2,388	Quito-Valle	Contraflujo	Telepeaje

Fuente: (Empresa Metropolitana de Obras Públicas, 2005)

Anexo 2: Tráfico horario de enero de 2016

		Distribución horaria																								
	Fecha	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**Totales**	**Máx**
vi	2016/01/01	262.00	1030.00	856.00	466.00	270.00	258.00	233.00	231.00	229.00	263.00	379.00	559.00	756.00	809.00	699.00	684.00	719.00	820.00	853.00	753.00	597.00	507.00	431.00	223.00	**12,887.00**	1030.00
sá	2016/01/02	169.00	127.00	51.00	59.00	84.00	146.00	258.00	442.00	596.00	813.00	998.00	1167.00	1269.00	1193.00	1014.00	1134.00	1167.00	1133.00	1179.00	1038.00	956.00	829.00	646.00	512.00	**16,980.00**	1269.00
do	2016/01/03	393.00	280.00	186.00	158.00	97.00	141.00	232.00	432.00	501.00	735.00	976.00	975.00	1292.00	1580.00	1198.00	1420.00	1501.00	1513.00	1499.00	1264.00	989.00	711.00	478.00	282.00	**18,833.00**	1580.00
lu	2016/01/04	227.00	167.00	44.00	78.00	129.00	263.00	1316.00	2770.00	2120.00	1664.00	1812.00	1734.00	1901.00	2089.00	2046.00	2197.00	1282.00	2391.00	2654.00	2202.00	1518.00	1022.00	41.00	1.00	**31,668.00**	2770.00
ma	2016/01/05	2.00	1.00	2.00	1.00	61.00	220.00	1529.00	2439.00	2487.00	1852.00	2035.00	2024.00	2153.00	2242.00	2267.00	2341.00	1428.00	2052.00	2299.00	2726.00	1719.00	1075.00	724.00	431.00	**34,110.00**	2726.00
mi	2016/01/06	301.00	162.00	68.00	80.00	114.00	264.00	1624.00	2737.00	2301.00	1872.00	2086.00	2040.00	2188.00	2404.00	2277.00	2268.00	1650.00	2316.00	2437.00	2285.00	1910.00	1220.00	829.00	566.00	**35,999.00**	2737.00
ju	2016/01/07	354.00	224.00	68.00	61.00	120.00	258.00	1592.00	2739.00	2329.00	1973.00	2067.00	2104.00	2158.00	2288.00	2317.00	2320.00	1664.00	2431.00	2784.00	2293.00	1970.00	1290.00	937.00	554.00	**36,895.00**	2784.00
vi	2016/01/08	445.00	273.00	172.00	136.00	144.00	249.00	1609.00	2568.00	2504.00	2046.00	2206.00	2259.00	2353.00	2421.00	2447.00	1872.00	1591.00	2200.00	2568.00	2445.00	2232.00	1586.00	1090.00	841.00	**38,257.00**	2568.00
sá	2016/01/09	721.00	507.00	361.00	300.00	222.00	242.00	526.00	1114.00	1597.00	1746.00	1997.00	2211.00	2289.00	2217.00	1726.00	1667.00	1797.00	1897.00	1789.00	1723.00	1553.00	1239.00	947.00	676.00	**31,064.00**	2289.00
do	2016/01/10	678.00	568.00	364.00	272.00	196.00	173.00	236.00	454.00	633.00	926.00	1203.00	1427.00	1678.00	1849.00	1431.00	1449.00	1572.00	1643.00	1585.00	1432.00	1052.00	754.00	550.00	303.00	**22,428.00**	1849.00
lu	2016/01/11	218.00	108.00	64.00	66.00	115.00	298.00	1678.00	2610.00	2548.00	1957.00	2120.00	2018.00	2166.00	2400.00	2267.00	2426.00	1524.00	2546.00	2719.00	2591.00	1732.00	1021.00	41.00		**35,233.00**	2719.00
ma	2016/01/12	45.00	149.00	75.00	71.00	105.00	280.00	1516.00	2749.00	2497.00	1899.00	2199.00	2092.00	2157.00	2369.00	2305.00	2306.00	1718.00	2414.00	2729.00	2468.00	1929.00	1214.00	772.00	428.00	**36,486.00**	2749.00
mi	2016/01/13	252.00	149.00	50.00	47.00	128.00	294.00	1593.00	2660.00	2457.00	1277.00	2093.00	2126.00	2396.00	2217.00	2536.00	2331.00	1612.00	2050.00	2582.00	2495.00	1814.00	1317.00	792.00	500.00	**35,768.00**	2660.00
ju	2016/01/14	309.00	148.00	80.00	63.00	143.00	270.00	1662.00	2841.00	2466.00	1865.00	2261.00	2118.00	2225.00	2259.00	2437.00	2339.00	1747.00	2214.00	2746.00	2298.00	1920.00	1414.00	954.00	576.00	**37,355.00**	2841.00
vi	2016/01/15	357.00	239.00	169.00	141.00	152.00	277.00	1765.00	2885.00	2469.00	2001.00	2227.00	2301.00	2396.00	2371.00	2550.00	2018.00	1652.00	2537.00	2772.00	2264.00	2103.00	1658.00	1146.00	819.00	**39,269.00**	2885.00
sá	2016/01/16	769.00	562.00	434.00	257.00	183.00	244.00	605.00	1310.00	1710.00	1835.00	2051.00	2190.00	2340.00	2107.00	1848.00	1733.00	1786.00	1842.00	1920.00	1669.00	1578.00	1151.00	949.00	688.00	**31,761.00**	2340.00
do	2016/01/17	606.00	438.00	369.00	260.00	159.00	145.00	303.00	569.00	763.00	978.00	1292.00	1418.00	1734.00	1838.00	1383.00	1393.00	1530.00	1703.00	1611.00	1499.00	1153.00	749.00	506.00	279.00	**22,678.00**	1838.00
lu	2016/01/18	233.00	109.00	65.00	65.00	118.00	314.00	1805.00	3012.00	2593.00	1924.00	2131.00	2053.00	2225.00	2341.00	2468.00	2462.00	1526.00	2435.00	2729.00	2649.00	1713.00	1136.00	631.00	334.00	**37,071.00**	3012.00
ma	2016/01/19	221.00	82.00	27.00	76.00	125.00	290.00	1902.00	2965.00	2266.00	1844.00	2225.00	2182.00	2280.00	2367.00	2456.00	2361.00	1643.00	2534.00	2720.00	2460.00	1804.00	1125.00	633.00	412.00	**37,000.00**	2965.00
mi	2016/01/20	195.00	99.00	59.00	68.00	149.00	301.00	1800.00	2497.00	2456.00	1928.00	2210.00	2164.00	2349.00	2370.00	2382.00	2429.00	1572.00	2512.00	2829.00	2237.00	1959.00	1294.00	913.00	521.00	**37,293.00**	2829.00
ju	2016/01/21	277.00	124.00	64.00	70.00	146.00	328.00	1947.00	2907.00	2377.00	1942.00	2210.00	2088.00	2258.00	2390.00	2495.00	2452.00	1711.00	2611.00	2637.00	1981.00	2015.00	1279.00	814.00	507.00	**37,630.00**	2907.00
vi	2016/01/22	335.00	200.00	141.00	102.00	152.00	264.00	1877.00	2930.00	2407.00	1928.00	2227.00	2249.00	2450.00	2443.00	2195.00	2266.00	1642.00	2465.00	2529.00	2126.00	2233.00	1587.00	1191.00	875.00	**38,814.00**	2930.00
sá	2016/01/23	738.00	485.00	373.00	265.00	171.00	239.00	576.00	1456.00	1826.00	1919.00	2091.00	2140.00	2301.00	1993.00	1747.00	1745.00	1784.00	1735.00	1877.00	1700.00	1543.00	1234.00	890.00	593.00	**31,421.00**	2301.00
do	2016/01/24	591.00	461.00	360.00	234.00	135.00	121.00	263.00	602.00	763.00	1036.00	1336.00	1503.00	1691.00	1846.00	1432.00	1429.00	1539.00	1564.00	1560.00	1408.00	1115.00	821.00	502.00	316.00	**22,628.00**	1846.00
lu	2016/01/25	175.00	85.00	56.00	56.00	145.00	284.00	1657.00	2558.00	2568.00	1877.00	2174.00	2099.00	2226.00	2296.00	2385.00	2369.00	1532.00	2556.00	2738.00	2342.00	1659.00	1045.00	657.00	373.00	**35,912.00**	2738.00
ma	2016/01/26	207.00	93.00	58.00	44.00	110.00	292.00	1921.00	2868.00	2452.00	1520.00	2142.00	2108.00	2282.00	2308.00	2433.00	2383.00	1439.00	2452.00	2751.00	2439.00	1895.00	1289.00	776.00	424.00	**36,686.00**	2868.00
mi	2016/01/27	263.00	115.00	69.00	93.00	136.00	329.00	1870.00	2593.00	2133.00	1952.00	2163.00	2146.00	2303.00	2370.00	2279.00	2410.00	1578.00	2521.00	2863.00	2174.00	1982.00	1230.00	843.00	513.00	**36,928.00**	2863.00
ju	2016/01/28	318.00	153.00	83.00	73.00	165.00	340.00	1696.00	2775.00	2379.00	2004.00	2173.00	2171.00	2238.00	2460.00	2340.00	2327.00	1697.00	2533.00	2687.00	2270.00	2145.00	1425.00	893.00	573.00	**37,918.00**	2775.00
vi	2016/01/29	433.00	196.00	138.00	128.00	149.00	314.00	1767.00	2841.00	2322.00	1942.00	2355.00	2306.00	2404.00	2454.00	2532.00	1851.00	1485.00	2383.00	2494.00	2185.00	2206.00	1582.00	1133.00	926.00	**38,526.00**	2841.00
sá	2016/01/30	778.00	540.00	368.00	289.00	176.00	248.00	545.00	1337.00	1831.00	1946.00	2159.00	2297.00	2317.00	2142.00	1942.00	1892.00	1837.00	1822.00	1712.00	1510.00	1609.00	1220.00	857.00	816.00	**32,190.00**	2317.00
	Totales	**10872.00**	**7874.00**	**5274.00**	**4079.00**	**4299.00**	**7686.00**	**37903.00**	**62891.00**	**58580.00**	**49464.00**	**57598.00**	**58269.00**	**62775.00**	**64433.00**	**61834.00**	**60274.00**	**46925.00**	**63825.00**	**68852.00**	**60926.00**	**50603.00**	**35024.00**	**22566.00**	**14862.00**	**977688.00**	
	Promedio	362.40	262.47	175.80	135.97	143.30	256.20	1263.43	2096.37	1952.67	1648.80	1919.93	1942.30	2092.50	2147.77	2061.13	2009.13	1564.17	2127.50	2295.07	2030.87	1686.77	1167.47	752.20	512.48	**32589.60**	
	Máx	778.00	1030.00	856.00	466.00	270.00	340.00	1947.00	3012.00	2593.00	2046.00	2355.00	2306.00	2450.00	2460.00	2550.00	2462.00	1837.00	2611.00	2863.00	2726.00	2233.00	1658.00	1191.00	926.00		**3012.00**

Fuente: (Empresa Metropolitana de Obras Públicas, 2005)**.**

Máximo flujo vehicular horario del mes: 3,012.00
Máximo flujo vehicular diario del mes: 39,269.00
Flujo vehicular total del mes: 977,688.00

CAPÍTULO 8: REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

8.1 Libros

Devore, J. L. (2008). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias.* México D.F.: Cengage Learning.

García Sabater, J. P. (2010). *Teoría de Colas.* Valencia: Grupo ROGLE.

Hillier, F., & Lieberman, G. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones.* México: McGraw-Hill.

Ramos, M. I. (2011). *Transporte y desarrollo económico: un análisis para Bolivia, Colombia y Venezuela (1990 – 2005).* México: Universidad Complutense de Madrid.

Meza Orozco, J. d. (2013). *Evaluación financiera de proyectos (SIL) (3a. ed.).* Colombia: Ecoe Ediciones.

Pérez, G. (2002). *Sistemas de cobro electrónico de pasajes en el transporte público.* Santiago de Chile: Publicación de las Naciones Unidas.

8.2 Informes técnicos

Empresa Metropolitana de Obras Públicas. (2005). Vía Interoceánica: Quito-Cumbayá-Tumbaco-Pifo. *Informe Ténico No. UCPC-002*. Quito, Ecuador.

Secretaría de Movilidad. (2014). *Diagnóstico de la Movilidad en el Distrito Metropolitano de Quito para el Plan Metropolitano de Desarrollo (PMOT).* Quito: Municipio del Distrito Metropolitano de Quito.

8.3 Artículos de revista

Poezueta Echavarri, J. (2008). La Experiencia Internacional en Peajes Urbanos. *Ci[ur] 58. Cuadernos de investigación científica*, 116.

Houda Mehri, T. D. (2011). Study and Simulation of Queuing Theory in. *STUDIA INFORMATICA UNIVERSALIS*, 96-130.

8.4 Tesis

Pesántez Jiménez, J. F. (2014). *Propuesta para la implementación de estaciones de peaje en el proyecto Ruta Viva "vía de integración de los valles" y conexión al nuevo aeropuerto de Quito.* (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Ecuador. Quito, Ecuador.

Flores, D., & Flores, A. (1993). *El peaje y su aplicación. (Tesis de grado).* Pontificia Universidad Católica del Ecuador . Quito, Ecuador.

8.5 Documentos electrónicos

García, J. (2000). *Biblioteca de Gonzalo de Berceo.* Obtenido de Introducción al Camino de Santiago y a la sociedad Medieval: www.vallenajerilla.com/berceo/santiago/santiago_introduccion.htm

8.6 Entrevistas

Parreño, J. (10 de Abril de 2016). Peaje del Túnel Oswaldo Guayasamín. (S. Terán, Entrevistador)