



Pontificia Universidad
Católica del Ecuador | Sede
Ambato

CENTRO DE POSGRADOS

Tema:

**MÉTODO SINGAPUR COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE
MATEMÁTICA EN EL ÁREA DE BÁSICA ELEMENTAL**

**Proyecto de investigación previo a la obtención del título de Magíster en
Innovación en Educación**

Línea de investigación:

EDUCACIÓN, COMUNICACIÓN, CULTURAS, SOCIEDAD Y VALORES

Autor:

José Guillermo Urbina Ulloa

Directora:

Mg. Teresa Milena Freire Aillón

Ambato – Ecuador

Julio 2024

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD

Yo: **JOSÉ GUILLERMO URBINA ULLOA**, con cédula de ciudadanía **1804475026**, autor del trabajo de graduación intitulado: "MÉTODO SINGAPUR COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA EN EL ÁREA DE BÁSICA ELEMENTAL", previa a la obtención del título profesional de **MAGÍSTER EN INNOVACIÓN EN EDUCACIÓN**, en el centro **POSGRADOS**.

1. Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tiene la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, de conformidad con el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de graduación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.
2. Autorizo a la Pontificia Universidad Católica del Ecuador a difundir a través del sitio web de la Biblioteca de la PUCE Ambato, el referido trabajo de graduación, respetando las políticas de propiedad intelectual de la Universidad.

Ambato, julio 2024



José Guillermo Urbina Ulloa
CC. 1804475026

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
SEDE AMBATO
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO

Tema:

MÉTODO SINGAPUR COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA EN EL ÁREA DE BÁSICA ELEMENTAL

Línea de investigación:

EDUCACIÓN, COMUNICACIÓN, CULTURAS, SOCIEDAD Y VALORES

Autor:


José Guillermo Urbina Ulloa

f. 

Teresa Milena Freire Aillón, Ing. Mg.

CC. 0501710677

CALIFICADOR

f. 

Enma Carmen Leiva Sánchez, Lic. Mg.

CALIFICADOR

f. 

Pablo Ernesto Montalvo Jaramillo, Ing. Mg.

CALIFICADOR

f. 

Teresa Milena Freire Aillón, Ing. Mg.

DIRECTORA CENTRO DE POSGRADOS

Diego Gonzalo Coca Chanalata, Dr.

SECRETARIO GENERAL PUCESA

f. 

f. 


 Pontificia Universidad Católica del Ecuador
 SECRETARÍA GENERAL
 PROCURADURÍA

Ambato – Ecuador

Julio 2024

DEDICATORIA

El logro de este trabajo lo dedico a mis padres que supieron indicarme el camino. A mi esposa, en cuyo apoyo incondicional encontré la fuerza para ir en pos de esta meta. Y a mis pequeños hijos, que constituyen el motor que me impulsa en la vida.

Sin ninguno de ellos este objetivo no hubiera sido posible.

AGRADECIMIENTO

Mi gratitud sincera a cada una de las personas que, de alguna forma y en cierta medida, aportaron a la consecución de este logro académico. A mi familia por su generosidad en tiempo, comprensión; por ser mi soporte. A mis profesores, por las enseñanzas cognitivas y sobre todo por sus consejos de vida.

Un especial agradecimiento a mi tutora; por su esmerada guía en la ejecución de esta investigación, pero más aún, por su enorme don de gente y calidad humana, que me proveyeron la confianza y apertura necesarias para avanzar.

Siempre los tendré presentes.

RESUMEN

Uno de los retos con que se encuentran los docentes en el aula es trabajar con estrategias idóneas para el aprendizaje de matemáticas. En gran medida, las dificultades se deben a la práctica tradicionalista discordante con los rasgos de los estudiantes y con las exigencias de la sociedad actual, con la consecuente apatía, los problemas de aprendizaje que desembocan en estudiantes con escaso dominio de habilidades aplicables a la resolución de situaciones reales en la vida.

El objetivo de esta investigación es aplicar el Método Singapur como estrategia que facilite el aprendizaje de matemáticas en los estudiantes de cuarto año de Educación Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas en el Año Lectivo 2023-2024. El trabajo tiene un enfoque cuantitativo y en el aspecto práctico se aplica la investigación-acción que da paso a la planificación-acción-observación-reflexión; el alcance es descriptivo y explicativo y el método aplicado es el hipotético-deductivo.

Los resultados obtenidos demuestran que el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto del Método Singapur, es efectivo en el desarrollo de habilidades para la solución de problemas matemáticos; los tres paralelos intervenidos van del nivel Inicio, establecido en la prueba diagnóstica al nivel Avance, de acuerdo a los datos de la prueba final. Dentro de la estrategia Singapur, se destaca el dinamismo de la clase, la manipulación de material concreto y el contexto, tanto el referente a lo cotidiano de los estudiantes y el contexto curricular de las matemáticas, como los factores más destacables en la didáctica aplicada.

Palabras claves: método singapur, enfoque cpa, estrategia didáctica, aprendizaje matemático.

ABSTRACT

One of the challenges that teachers encounter in the classroom is working with suitable strategies for learning Mathematics. To a large extent, the difficulties are due to the traditionalist practice that is discordant with the traits of the students and the demands of today's society, the consequent apathy and learning problems that lead to students with little mastery of skills applicable to the resolution of problems in real life situations.

The objective of this research is to apply the Singapore Method as a strategy that facilitates the learning of Mathematics in fourth-year students of Elementary Basic Education of the Atenas Educational Unit in the 2023-2024 School Year. The work has a quantitative approach and in the practical aspect, action research is applied, which gives way to planning-action-observation-reflection. The scope is descriptive and explanatory, and the method applied is hypothetical-deductive.

The results obtained demonstrate that the Concrete-Pictorial-Abstract approach of the Singapore Method is effective in developing skills for solving mathematical problems. The three parallels intervened go from the Start level, established in the diagnostic test, to the Advance level, according to the data from the final test. Within the Singapore strategy, the dynamism of the class, the manipulation of concrete material and the context stand out, both referring to the daily life of the students and the curricular context of Mathematics, as well as the most notable factors in applied didactics.

Keywords: *singapore method, cpa approach, teaching strategy. mathematical learning.*

ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD	ii
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
RESUMEN	vi
ABSTRACT	vii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I ESTADO DEL ARTE Y LA PRÁCTICA	10
1.1. En qué consiste el método Singapur.....	12
1.2. El aprendizaje de matemáticas	17
1.3. La didáctica en el aprendizaje de matemáticas	25
CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO	37
2.1. Caracterización de la institución	37
2.2. Metodología de investigación	38
2.3. Metodología de desarrollo	47
CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	62
3.1. Aplicación de la propuesta con el método Singapur.....	62
3.2. Aplicación del post test (evaluación final).....	69
CONCLUSIONES.....	76
RECOMENDACIONES	78
BIBLIOGRAFÍA	79
ANEXOS	85

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Marco del Currículo del Método Singapur.....	12
Gráfico 2. Los objetos matemáticos del Método Singapur	14
Gráfico 3. Desarrollo del pensamiento matemático en el aula.	23
Gráfico 4. Orden jerárquico del proceso educativo en relación a la planificación didáctica	27
Gráfico 5. Proceso concreto-pictórico-abstracto.....	32
Gráfico 6. Pasos para resolver problemas matemáticos	33
Gráfico 7. Modelo parte-todo: a) suma. b) multiplicación	34
Gráfico 8. Modelo de comparación para hallar la diferencia.....	34
Gráfico 9. Modelo antes-después por incremento.....	35
Gráfico 10. Estructura del modelo pedagógico de la U. E. Atenas	37
Gráfico 11. Material concreto (rejillas y fichas).....	49
Gráfico 12. Representación de cantidades en bloques base 10	52
Gráfico 13. Transición base 10 a números conectados	53
Gráfico 14. Graficación del problema por parte de los niños.....	54
Gráfico 15. Transición a modelo partes-todo.....	56
Gráfico 16. Estrategia de resolución del problema con el modelo de barras.....	57
Gráfico 17. Modelo de barras alternativo antes-después	58
Gráfico 18. Representación gráfica para crear un problema	60

ÍNDICE DE REGISTRO FOTOGRÁFICO

Registro fotográfico 1. Fase de preparación del aprendizaje Modelo Singapur ...	62
Registro fotográfico 2. Uso de material concreto Base 10.....	63
Registro fotográfico 3. Fase de participación del Método Singapur	64
Registro fotográfico 4. Diapositiva con el problema para resolver.....	65
Registro fotográfico 5. Hoja de trabajo del proceso de modelado realizado por los estudiantes	65
Registro fotográfico 6. Fase de dominio del Método Singapur	66

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Matriz bibliográfica de estudios utilizados en la investigación	10
Cuadro 2. Elementos que conforman los componentes del Método Singapur	13
Cuadro 3. Análisis comparativo entre fases y procesos del aprendizaje en el Método Singapur	15
Cuadro 4. Proceso de resolución de problemas matemáticos en el aula según Schoenfeld.	21
Cuadro 5. Semejanzas y diferencias currículo de Matemáticas de Primaria de Ecuador y Singapur.....	29
Cuadro 6. Resultados de la encuesta proceso pedagógico aplicado en aula	44
Cuadro 7. Primera Clase Fase Concreta.....	49
Cuadro 8. Segunda Clase Fase Concreta.....	50
Cuadro 9. Tercera Clase Fase Concreta.....	51
Cuadro 10. Primera Clase Fase Pictórica	52
Cuadro 11. Segunda Clase Fase Pictórica.....	54
Cuadro 12. Tercera Clase Fase Pictórica.....	55
Cuadro 13. Primera Clase Fase Abstracta	56
Cuadro 14. Segunda Clase Fase Abstracta	58
Cuadro 15. Tercera Clase Fase Abstracta	59

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Población del Cuarto Año de Educación Básica Nivel Elemental de la Unidad Educativa “Atenas”, Ambato, 2023-2024	41
Tabla 2. Validación de instrumentos por expertos.....	45
Tabla 3. Resultados de evaluación diagnóstica por destrezas.....	46
Tabla 4. Resultados de la observación a docentes en el aula.....	67
Tabla 5. Resultados de la observación a estudiantes en el aula.....	68
Tabla 6. Resultados de evaluación final de destrezas	69
Tabla 7. Comparativo por subdestrezas de resolución de problemas, pretest-postest.....	70

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son decisivas en el desarrollo técnico, científico y económico de un país de ahí que instituciones y gobiernos a nivel mundial están empeñadas en solventar el aprendizaje de habilidades matemáticas desde tempranas edades; tomando como premisa que todos los niños tengan a su alcance una educación de alta calidad que propicie el conocimiento matemático más allá de la memorización de conceptos, sino que promueva el pensamiento lógico, la comprensión y aplicación práctica en lo cotidiano y lo profesional.

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), con la idea de que la enseñanza de las matemáticas es crucial en el nuevo panorama mundial que plantea desafíos como el cambio climático, el uso sostenible de recursos, la inteligencia artificial, y la mejora en la calidad de vida proclamó en 2019 al 14 de marzo como el día internacional de las matemáticas en referencia al número pi (3,14). Para esta fecha en el 2022 lanzó su caja de herramientas “Matemáticas para la acción: apoyo a la toma de decisiones basada en la ciencia”, que consiste en una investigación sobre la forma en que las matemáticas abren vías de respuesta y que avanzan sobre once Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda Mundial 2030.

Para saber si las mejoras en las políticas educativas y sus enfoques pedagógicos están dando los resultados perseguidos, organismos a nivel mundial realizan evaluaciones periódicas a estudiantes de todos los continentes. Aunque los instrumentos evaluativos ofrecen una idea general del estado en que se encuentran los estudiantes, es pertinente considerar que no miden lo mismo y que lo hacen en etapas distintas de niveles educativos.

En el Informe del Programa para la Evaluación Integral de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) que evalúa lo que conoce un estudiante de quince años, es decir, al final de la escolarización obligatoria, en su reporte de 2018 en la prueba de matemáticas ubica a China y Singapur en los primeros lugares; de los países europeos Estonia y Dinamarca son los mejor ubicados; de América el mejor

puntuado es Canadá, mientras Estados Unidos queda por debajo de la media al igual que los países latinoamericanos que participaron en esta evaluación, siendo el mejor ubicado Uruguay, seguido por Chile y México; mientras República Dominicana ocupa el último lugar. (Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos, 2019).

Por otro lado, el Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) prueba que evalúa el conocimiento de matemáticas y ciencias en estudiantes de cuarto y octavo grado por lo que ofrece resultados acerca de las habilidades matemáticas que los niños han desarrollado en el nivel escolar, en su informe de 2019 indica que entre los países participantes el 86% llegaron al nivel mínimo de competencias cuya mayoría corresponde a países de ingresos altos mientras el porcentaje disminuye en países con ingresos bajos. Sin embargo, el caso de Chile tiene mención aparte, ha mostrado un crecimiento sostenido en el porcentaje de estudiantes que logran el mínimo de dominio desde el 41% en el 2003 al 70% en el 2019, “Si el país fuera capaz de mantener la misma tasa de crecimiento, estaría en vías de alcanzar el objetivo del ODS 4 para el año 2030” (UNESCO, 2020).

En cuanto al estado de la educación en Latinoamérica, el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), en su último informe de logros de aprendizaje y factores asociados del Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE) 2019 publicado por la UNESCO (2021), en el que participaron 160 mil niños de 16 países de tercero y sexto de primaria indica que el 40% no logra ni el nivel mínimo de las competencias básicas tanto en lectura como en matemáticas; es así que el estudio afirma “Más aún, en la mayor parte de los países de la región no se evidenciaron mejoras significativas en los logros de aprendizajes de sus estudiantes de primaria entre 2013 y 2019, y algunos países tuvieron retrocesos.”, tomando en consideración que son datos prepandemia.

Siguiendo el mismo Informe ERCE (2019), los resultados para Ecuador no son favorables pues el 43% de los estudiantes de tercer año dominan apenas las habilidades mínimas, el 26% se encuentran en el Nivel II, en Nivel III están el 22,7% y un reducido 8,3% alcanza el Nivel 4; lo que lo deja en desventaja ante Perú y

Cuba cuyo porcentaje en el nivel I es 19 y 25% respectivamente. Sin embargo, el reporte hace notar que, en la comparativa interna de cada país, son justo los países con mayor nivel de logro los que muestran mayor disparidad entre sus propias regiones.

El Ministerio de Educación de Ecuador (MEC), en la introducción del currículo de Educación Básica y de Bachillerato General Unificado para el Área de Matemáticas enuncia:

Un currículo sólido, bien fundamentado, técnico, coherente y ajustado a las necesidades de aprendizaje de la sociedad de referencia, junto con recursos que aseguren las condiciones mínimas necesarias para el mantenimiento de la continuidad y la coherencia en la concreción de las intenciones educativas garantizan procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad (MEC p. 4)

Sin embargo, lo que se ha avanzado a nivel nacional en el aprendizaje de matemáticas está lejos de los enunciados, porque la educación en general se ha visto diezmada a consecuencia de la pandemia de COVID-19 y la difícil economía del país. Al respecto, UNICEF en un comunicado de prensa de enero de 2021 da cuenta de que el cierre de instalaciones educativas ha afectado alrededor de cuatro millones y medio de estudiantes; el mismo comunicado indica que pre-pandemia, 7 de cada 10 niños de séptimo grado de Básica se ubican en el nivel insatisfactorio o en el elemental en matemáticas y que, en una encuesta realizada en conjunto con el MEC, 6 de cada 10 estudiantes consideran que han aprendido menos.

En Ecuador, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL 2023) en el año lectivo 21-22 aplicó la prueba "Ser Estudiante" en todos los niveles de educación en las cuatro áreas de estudio principales. Los resultados en matemáticas demuestran que en comparación con el año lectivo 20-21 en todos los subniveles de Educación General Básica y en Bachillerato el promedio es inferior; en el subnivel Elemental la diferencia es de 24 puntos (de 700 a 676) por lo que no se logra el mínimo de competencia.

En la Unidad Educativa Atenas, a priori, es evidente la disminución en el dominio de competencias básicas sobre todo comparado con el desempeño anterior a la pandemia por Covid-19. Los estudiantes se muestran apáticos ante los ejercicios propuestos por sus docentes, quienes tampoco abordan con entusiasmo estas clases. Mercedes Mateo (2022) en la página web del Banco Interamericano de Desarrollo (BID), habla de “reinventar el aula” como un factor para mejorar la educación en pro de acortar las desigualdades de la región, insiste que en el Siglo XXI es inaceptable que los estudiantes no sean capaces de manejar conceptos matemáticos básicos; esta investigación considera que los docentes aún aplican métodos y estrategias mecánicas y los estudiantes se ven forzados a memorizar conceptos, fórmulas y métodos que resultan incomprensibles e incluso inconexos.

De esta manera, los docentes tienden a simplificar las matemáticas hasta habilidades rudimentarias con lo que se persiguen respuestas exactas y rápidas pero que no potencian el pensamiento crítico, y tampoco la participación activa de los niños.

Frente a esta situación como punto de partida, la presente investigación se plantea responder como interrogante primordial ¿Cómo mejorar el aprendizaje de matemáticas en los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas de la ciudad de Ambato? Por medio del desarrollo de la investigación propuesta se pretende demostrar la hipótesis que afirma que: la aplicación del método Singapur como estrategia, mejora el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.

Para la ejecución de la investigación, el objetivo general planteado es: aplicar el método Singapur como estrategia para el aprendizaje de matemáticas con los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas, que se desarrolla a través de los siguientes objetivos específicos:

- Fundamentar teóricamente la aplicación del método Singapur en el aprendizaje de matemáticas.
- Diagnosticar el nivel de aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.
- Establecer el método Singapur como estrategia de enseñanza de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.
- Evaluar la influencia del método Singapur como estrategia de enseñanza en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.

En cuanto a la metodología con que se desarrolla esta investigación se establecen dos aspectos; en el primero, que tiene que ver con los procesos investigativos del objeto de estudio, con enfoque cuantitativo porque se establecen resultados porcentuales a partir de los datos recolectados sobre el método Singapur dirigido a los docentes mediante la aplicación de una encuesta y a los niños por medio de prueba de diagnóstico y de evaluación final. Al utilizar esta metodología se propende a disminuir juicios subjetivos, porque: “La búsqueda cuantitativa ocurre en la “realidad externa” al individuo”, que es “independiente de las creencias que tengamos sobre ella” (Hernández et. al. (2014), p.6).

Desde el alcance, describe la problemática de las dificultades del aprendizaje de matemáticas por parte de los niños de cuarto año y explica las posibles causas originadas en los enfoques pedagógicos, en los métodos, estrategias y didácticas puestas en práctica por los docentes.

En cuanto al método, se elige el hipotético deductivo que aplica bien a este tipo de trabajo en el que se complementan la reflexión razonada con la observación de una situación real que sirve al propósito de comprobar o no la hipótesis a través de la experiencia. Esta investigación sigue la lógica hipotético-deductiva, porque: identifica el problema, propone una hipótesis que lo soluciona, deduce las

consecuencias observables de esta hipótesis, pone a prueba las consecuencias, confirma la hipótesis si la consecuencia es verdadera, caso contrario la rebate.

Desde el método hipotético deductivo esta investigación cumple con el propósito de entender los fenómenos e interpretar las causas que lo producen, pero y sobre todo que es lo que finalmente pretende este trabajo, aportar una solución que mejore el aprendizaje de matemáticas desde edades tempranas. Sánchez (2019) lo resume de la siguiente manera:

En suma, en el modelo hipotético-deductivo se parte de premisas generales para llegar a una conclusión particular, que sería la hipótesis a falsar para contrastar su veracidad, en caso de que lo fuera no solo permitiría el incremento de la teoría de la que partió (generando así un avance cíclico en el conocimiento), sino también el planteamiento de soluciones a problemas tanto de corte teórico o práctico (llamado también pragmático, aplicativo o tecnológico). (p. 108)

En lo que se respecta al desarrollo de la puesta en práctica en campo, que es el segundo aspecto en cuestión, este trabajo se orienta por la investigación-acción que, de acuerdo a su creador Kurt Lewin, (1946) se define como un proceso circular de exploración, actuación y evaluación de los resultados. La investigación-acción implica asumir la enseñanza como un proceso constante de investigación, el docente va más allá de entrar al aula e impartir un conocimiento; convierte su actividad en una práctica auto reflexiva que propende la inclusión de mejoras progresivas y sistemáticas para optimizar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Por consiguiente, la finalidad de la investigación-acción se aplica perfectamente al propósito de esta investigación; Elliot (2010) sostiene que “la investigación-acción interpreta "lo que ocurre" desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema” (p.5), es decir, involucra a los sujetos inmersos que en este caso son profesores y estudiantes, quienes se benefician mutuamente en el proceso al que se incorpora análisis crítico para alcanzar una última instancia cíclica de planificación-acción-observación-reflexión en búsqueda del cambio educativo que en la práctica abona a la teoría, desarrolla destrezas y resuelve problemas.

El proceso que establece esta metodología de investigación tiene cuatro fases que cumplen con la necesidad investigativa de la etapa de campo de este trabajo:

- **Diagnóstico:** determinar la situación inicial de los estudiantes en cuanto a sus dominios de matemáticas en base a una evaluación diagnóstica.
- **Desarrollo del plan de acción:** recolección de información teórica, talleres de información y toma de decisiones, diseño de planificación de aula.
- **Acción:** aplicación del plan de acción, observación de efectos en los participantes.
- **Evaluación:** valorar el plan de acción y los efectos.

Con la aplicación de la investigación-acción, este trabajo intenta ir más allá de poner a prueba la hipótesis planteada y establecer las respectivas conclusiones; acorde a lo que manifiesta su teoría, se busca la transformación tanto del investigador como de los escenarios sobre los que interviene.

Sin duda, el ejercicio docente debe ser entendido en su real dimensión porque implica el presente y futuro de niños, adolescentes y jóvenes que a través de la educación desarrollan destrezas y competencias que les permite integrarse a la sociedad para crecer en ella y proponer soluciones para el bien propio y el bien común. Esta reflexión conduce a considerar el por qué esta investigación está plenamente justificada.

ciertamente, un aspecto que exige ser expuesto y reconocido es el hecho de que las matemáticas son un factor central en el desarrollo de la civilización actual como una poderosa herramienta para entender la realidad del entorno, a través del desarrollo de modelos confiables dentro del mundo físico, así como en el espacio mental. las matemáticas constituyen el basamento y apoyo para otras ciencias en el amplio espectro del conocimiento humano; sin el conocimiento matemático el adelanto tecnológico alcanzado en esta época sería imposible, quedar fuera de su conocimiento limita el desarrollo de las personas a espacios profesionales menos cotizados.

Sin embargo, la importancia de las matemáticas en la cultura del país es demasiado postergada; las políticas públicas de promoción de la ciencia son muy débiles o ineficaces, lo que promueve la idea de que para el común de las personas es imposible la aproximación efectiva o que solamente las matemáticas son útiles a los científicos. Parte de esta realidad es el ineficaz tratamiento de esta materia en el sistema de educación en el que no solamente una inadecuada estrategia pedagógica es el problema; de ahí que, buscar nuevos paradigmas educativos y didácticas que motiven a los estudiantes y los vincule con ella ya es una contribución significativa de este trabajo investigativo.

De lo anterior, se evidencia que aportar con el fundamento teórico del método Singapur provee los elementos epistemológicos para que los docentes opten por una práctica pedagógica en la que el estudiante sea el centro del aprendizaje, donde ellos descubran los conceptos matemáticos mediante la manipulación y exploración de material concreto y a través de la experiencia entiendan las relaciones y los procedimientos lógicos que entrañan. En este proceso práctico la abstracción es consecuencia natural y no conceptos ininteligibles para los niños; el razonamiento se fortalece, el pensamiento divergente aflora y el conocimiento se vuelve útil, aplicable a la vida.

Además del aspecto teórico, este trabajo propone en la práctica el desarrollo de un modelo didáctico para aplicar el método Singapur en el aula; con esos documentos los docentes tienen una guía sugerente para replicar en el aula esta metodología en beneficio de su propio crecimiento profesional y de una mejor vivencia de aprendizaje para sus estudiantes.

Finalmente, desde el plano personal, es una aspiración divulgar las bondades de las matemáticas, que la mayor cantidad de personas accedan al poder de su conocimiento, que puedan ver su presencia más allá de un texto, unas cuentas financieras. Pitágoras (Siglo V a. C.) sostiene que en el mundo todo está regido por formas y números; si se habla del hombre de Vitrubio de da Vinci, se está hablando de la belleza a través de la proporción estética que agrada, igual al referirse a la

secuencia Fibonacci que demuestra que la singularidad y belleza de la naturaleza es cosa de números.

En efecto, cambiar la manera de trato de las matemáticas en el sistema educativo ecuatoriano puede cambiar la actitud hacia ellas. Mejorar el proceso de aprendizaje de las habilidades matemáticas desde niños; hacerlo más amigable es llegar a una experiencia matemática en libertad, alejada de lo obligatorio que pesa y que, a la larga, detiene intelectualmente a las personas y al país.

CAPÍTULO I ESTADO DEL ARTE Y LA PRÁCTICA

El autor de este trabajo asume como premisa que, para aproximarse a un tema de conocimiento, se precisa la exploración inicial de los estudios que sobre él se han realizado; por ello se revisa varios documentos que forman parte del amplio estado del arte concerniente al aprendizaje de matemática y al Método Singapur, tales como investigaciones de fin de carrera, tesis de posgrado y artículos especializados dentro de los últimos cinco años de publicación tanto en el contexto internacional como nacional.

Para organizar la información recopilada se establecen tres ejes que representan las categorías teóricas que sirven de guía a este trabajo, lo que se visualiza en la siguiente tabla.

Cuadro 1. Matriz bibliográfica de estudios utilizados en la investigación

Categoría	Publicación	Autor, año, lugar	Tipo de documento	Tema
El Método Singapur	“Método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de Matemáticas”	Tapia Reyes, Ruth Alesshandra Murillo Antón, Jaimin. 2020 Perú	Artículo científico	Desarrollo del pensamiento de los estudiantes basado en el enfoque Concreto, Pictórico, Abstracto (CPA)
	“Método Singapur para la enseñanza de Matemáticas”	Ministerio de Educación de Colombia y Alianza Educativa Colegios Pioneros. s. f. Colombia	Cartilla	Descripción de los componentes del marco de matemáticas del currículo de Singapur
Propuesta metodológica del Método Singapur	“El Método Singapur como propuesta metodológica en la transición de primaria a ESO”	Gil Sáez, Blanca. 2022 España	Tesis de posgrado	Enfoque teórico-práctico propone diseño de actividades didácticas para transición de Primaria a ESO.
	“Aplicación del Método Singapur para facilitar la resolución de problemas en primaria”	de la Torre Pardo, Leyre. 2020 España	Tesis de posgrado	Compara la congruencia del currículo del País Vasco con el Método Singapur y elabora una propuesta metodológica propia

	“Aplicación del Método Singapur en el aprendizaje de matemáticas del tercer grado de primaria, I E N°2033 Comas, 2021”	Donayre Trillo, Sandra E. 2021 Perú	Tesis de posgrado	La aplicación del Método Singapur para la mejora del contenido matemático, y los contextos de estudio en 3er. año.
	“Método Singapur como estrategia enseñanza-aprendizaje de tablas de multiplicar en niños de edad escolar”	Sanaguano Recalce, Rosana del Pilar. 2022 Ecuador	Tesis de posgrado	La aplicación del Método Singapur como mejora en el aprendizaje de las tablas de multiplicar en niños de 7mo. año.
Valoración del Método Singapur	“Avances en la producción científica del Método Singapur para el aprendizaje matemático en los países miembros de la alianza del Pacífico 2015-2019”	Huayapa Berrocal, Ana Gabriela. 2019	Tesis de pregrado	Análisis de los instrumentos de la evaluación, los aprendizajes matemáticos y los resultados obtenidos de la evaluación del método Singapur en el aprendizaje de Matemáticas en primaria.
	“Estado del arte sobre los resultados de la implementación del Método Singapur en el área de Matemática en educación primaria en Perú y Colombia 2015-2020”	Aparicio Bautista, Anthony Iván. 2021 Perú	Tesis de pregrado	Análisis de fuentes para conocer los resultados de la implementación de métodos, estrategias y recursos didácticos del Método Singapur en Colombia y Perú hasta el 2019

Fuente: elaboración propia

Es decir, que, a través de las fuentes documentales, primero se entiende la estructura y conceptos del Método Singapur para luego ir al conocimiento pedagógico, a la didáctica y estrategias para el aprendizaje de las matemáticas en el aula con el enfoque de este método; y finalmente llegar al análisis de la efectividad del mismo en la mejora del aprendizaje de las competencias para esta área dentro de la educación primaria. Todo esto a partir de las experiencias de otros trabajos investigativos, del camino recorrido en países cercanos que aplican este

método en sus sistemas educativos y de la propia puesta en práctica de este proceso metodológico en el aula.

Además, se toma como apoyo adicional la revisión bibliográfica de estudiosos sobre el aprendizaje como Bruner, Polya, Schoenfeld, Skinner; otros trabajos sobre el Método Singapur como el de Zapatera, el de Alba y García; con lo que se complementa conceptos y teorías pertinentes a esta investigación.

1.1. En qué consiste el método Singapur

Se puede considerar que es el resultado de un compendio de propuestas metodológicas que tienen como centro focal la resolución de problemas. Se conoce así al método aplicado en Singapur, del que toma su nombre, país en el cual la educación matemática, desde 1970, tiene como objetivo en su currículo enfocarse en resolver problemas según afirma Gil (2022), de esta forma el proceso se sustenta en el desarrollo de habilidades más que en el de contenidos, entonces el aprendizaje es más lento, pero mucho más profundo y de mayor significado para los estudiantes; en consecuencia, se aprende mejor lo que se aprende.

Componentes del método Singapur

Singapur, a través de su Ministerio de Educación plantea cinco componentes o principios que, a partir de 1990, guían la enseñanza-aprendizaje de Matemáticas en todos los niveles educativos de ese país. En la siguiente figura se observa su estructura.

Gráfico 1. Marco del Currículo del Método Singapur



Fuente: Educrea (2023)

Es evidente que el centro del programa es la solución de problemas, alrededor del cual los componentes claramente no tienen una posición lineal, sino interconectada. Siguiendo esta misma cartilla, se elabora un cuadro que resume lo que incluye cada componente del currículo y que permite visualizar la estructura e interrelación que exige el proceso en las actividades áulicas.

Cuadro 2. Elementos que conforman los componentes del Método Singapur

Conceptos	Habilidades	Procesos	Metacognición	Actitudes
- Numéricos	-Cálculo numérico	- Razonar	- Descubrir cómo aprendo.	- Creer que las Matemáticas son útiles.
- Geométricos	-Manipulación algebraica	-Comunicar y hacer conexiones.	- Discutir varias soluciones.	-Capacidad de disfrute de las Matemáticas.
- Estadísticos	-Visualización espacial.	-Aplicar conexiones	- Pensar en voz alta.	- Valorar la belleza e importancia de las Matemáticas.
- Probabilísticos	-Análisis de datos.	- Modelar	-Reflexionar continuamente.	-Perseverar sobre la resolución de problemas.
- Analíticos	- Medición.	- Habilidades de pensamiento		
	-Uso de herramientas matemáticas	- Habilidades heurísticas		

Fuente: elaboración propia a partir de Educrea

Luego del análisis de los componentes del Método Singapur expuestos a detalle, se entiende que constituyen una estrategia que desarrolla conceptos, habilidades, procesos, metacognición y actitudes cuyo objetivo es potenciar el pensamiento matemático en los estudiantes; este proceso implica el aprender a pensar, adquirir habilidades metacognitivas además de las cognitivas que configuran un individuo crítico, más autónomo. Se entiende por lo tanto que el estudiante es ente activo de su aprendizaje, pero que para lograrlo el docente no solo debe conocer el proceso didáctico, sino que, además primero él, dominar las habilidades y competencias matemáticas involucradas.

Modelo del proceso en el aula

En la página oficial del Ministerio de Educación de Singapur el currículo de Matemáticas de primero a sexto de primaria considera que éstas estudian

operaciones, propiedades, relaciones, algoritmos y aplicaciones numéricas y espaciales en niveles básicos, y de temas y conceptos abstractos en niveles mayores; asegura que las abstracciones son las que hacen de las Matemáticas una herramienta poderosa para resolver problemas. Por consiguiente, las Matemáticas proporcionan en sí mismas un lenguaje para representar y comunicar las ideas y resultados de la disciplina]. (Ministerio de Educación de Singapur, 2021). De estas consideraciones se establecen cuatro temas para la práctica áulica:

Gráfico 2. Los objetos matemáticos del Método Singapur



Fuente: Ministerio de Educación de Singapur (2023)

En esta figura se indican los cuatro grandes grupos temáticos: propiedades y relaciones; que implica que, a través de la comprensión de ellas, el conocimiento matemático es más profundo y posibilita su aplicación en la modelación y resolución de problemas en la vida práctica. En operaciones se incluye operaciones aritméticas, transformaciones geométricas, manipulaciones algebraicas entre otros temas; mientras que en algoritmos se tratan sumas, multiplicaciones de dos números, hallar los factores y los múltiplos; en el currículo oficial se acentúa que la comprensión de estos dos aspectos y su proceso, da paso a la solución matemática de problemas.

En lo que corresponde a representación y comunicación, se refiere a la comunicación indispensable para dar a conocer conceptos matemáticos en el

contexto matemático y a todo el público. Los temas previstos son símbolos, gráficos, cuadros, tablas, figuras geométricas relacionados a conceptos, operaciones y propiedades.

Finalmente, en aplicaciones y abstracciones se destaca que la abstracción es fundamental en el pensamiento matemático porque es el medio que visibiliza estructuras y conexiones ya sean operaciones, representaciones, relaciones, conceptos; es decir, posibilita las aplicaciones desde lo más simple hasta modelos avanzados, así como el estudio de los fenómenos que operan en la realidad cotidiana.

Las fases del aprendizaje

Las áreas de enseñanza del *Singapore Teaching Practice* (STP) plantean tres fases en la planificación de una clase: preparación, compromiso y dominio. Por su parte, Tapia y Murillo (2020) hablan de un esquema de procesos en el aula que también son tres: comprensión, consolidación y transferencia. Para una mejor comprensión se exponen sus características en la siguiente tabla.

Cuadro 3. Análisis comparativo entre fases y procesos del aprendizaje en el Método Singapur

Currículo STP		Tapia y Murillo	
Fase	Descripción	Descripción	Proceso
1. Preparación	Toma en cuenta: el entorno, el perfil del estudiante, conocimientos previos, y contextos de interés del educando	Aproximación inicial: - inicio - abstracción -esquemmatización	1. Comprensión
2. Participación	Involucramiento del estudiante con lo nuevo a aprender. Considera el ritmo de aprendizaje y transiciones.	Los estudiantes deben asociar hechos y destrezas con los conceptos mediante actividades lúdicas.	2. Consolidación
3. Dominio	Los estudiantes amplían el aprendizaje. Los docentes resumen y conectan los aspectos claves con la nueva lección, en tres momentos:	Uso de conceptos aplicados a nuevas situaciones heurísticas de habilidades. Se transfiere el conocimiento a la solución de	3. Transferencia

	- práctica motivada. - revisión reflexiva. - aprendizaje extendido.	problemas reales o no.	
--	---	------------------------	--

Fuente: elaboración propia con base en los autores.

En la tabla se observa que ambos documentos indican tres procesos que corresponde a los momentos de inicio, desarrollo y cierre del proceso en el aula. En el primer proceso, ambos hacen la aproximación al nuevo conocimiento, pero en el documento oficial del currículo ministerial se explica lo que el docente debe tomar en cuenta en esta fase.

En el segundo momento, quien participa es el estudiante, las actividades son motivadoras, lúdicas, relacionando habilidades con hechos; sin embargo, en el currículo de Singapur, se recomienda respetar el ritmo de aprendizaje de los estudiantes.

El momento final también es similar en ambos documentos; corresponde al cierre, en el que se espera que los estudiantes logren el dominio de habilidades y lo utilicen en nuevas situaciones; Tapia y Murillo hacen hincapié en las habilidades heurísticas que fomentan la discusión de varias rutas o formas de solucionar un mismo problema.

De lo expuesto, se deduce que en ambos documentos se hace referencia al mismo proceso de aprendizaje, no obstante, en el documento del MOE Singapur (2021), las explicaciones y consideraciones ofrecen mejor información sobre las actividades y recomendaciones adecuadas para lograr la efectividad de las decisiones tomadas en pro de conseguir el aprendizaje óptimo de las habilidades y competencias matemáticas.

Perspectiva general

Para poder desarrollar las habilidades matemáticas, es necesario potenciar cada uno de los componentes del Método Singapur, con interés especial en el logro de la resolución de problemas a través del manejo preciso de conceptos y del

razonamiento pertinente; sin que esto signifique que la memoria o los procedimientos automatizados se dejen de lado, pues también son importantes. Es decir, que en el aula el aprendizaje matemático no va sobre contenidos y definiciones que el estudiante solo repite como la letra de una canción y procesos repetidos sin entenderlos; el trabajo consiste en fomentar y desarrollar la comprensión relacional que integra todos los conocimientos y habilidades anteriores con los siguientes, entendiendo las relaciones que hay entre ellos y descubriendo el por qué y el cómo de aprovechamiento en nuevas situaciones a resolver.

1.2. El aprendizaje de matemáticas

El conocimiento de las matemáticas siempre ha sido preponderante en el campo de las ciencias en general y un punto focal dentro del todo educativo; de ahí que quienes se desenvuelven con mayor facilidad en ese campo son considerados más inteligentes que los demás debido a lo complicado que resulta a los profesores enseñar y a los estudiantes aprender lo relacionado con esta asignatura en el camino de la escolaridad.

En este apartado se procura responder ¿qué es aprender Matemáticas?, ¿cómo aprenden Matemáticas los niños de primaria?, ¿qué tareas resultan adecuadas para lograr que los pequeños las aprendan?, interrogantes que pueden parecer obvias, pero dilucidar sus respuestas es necesario al efecto de mejorar el aprendizaje matemático en los niños objeto de esta investigación.

No hay un acuerdo entre los autores sobre lo que es aprender matemáticas y tampoco sobre la manera cómo se produce el aprendizaje, no obstante, existen dos vertientes mayoritariamente aceptadas, la conductual y la conceptual.

Enfoque conductual

Cercano a una visión más tradicional de la Educación Matemática, el aprendizaje conductual es un enfoque que se basa en los principios del “condicionamiento

operante”; se centra en el aprendizaje de habilidades matemáticas a través de la repetición, el refuerzo y la práctica sistemática. Establece objetivos claros y medibles, su interés está en el desarrollo de habilidades de cálculo que se secuencian para presentar los conceptos matemáticos de manera gradual que va de lo más básico a niveles más complejos.

Al respecto Thompson (1992) citada por Vilanova et. al. (s.f.), sostiene que es una concepción de Matemáticas orientada al aspecto operacional: procedimientos algebraicos, operaciones aritméticas, teoremas geométricos, exactitud de resultados, procesos precisos. Esto es, desde el enfoque conductual el aprendizaje matemático equivale al dominio de procedimientos, el uso de símbolos, la identificación de conceptos; pero la comprensión de significados pasa a segundo plano.

Por su parte, las tendencias conductuales como el asociacionismo, consideran que cuando un niño aprende cambia de conducta; es decir, aprender es cambiar de conducta; entonces, un niño aprende la multiplicación cuando logra hacer con acierto aquellas tareas que se relacionan con ese concepto. Para este cambio de conducta es importante fortalecer la asociación estímulo-respuesta; donde el estímulo es la tarea dada: resolver la multiplicación y la respuesta es aplicar el algoritmo respectivo, en este momento se aplica el conocimiento operante en el que el refuerzo positivo recompensa las respuestas correctas o comportamientos adecuados de los estudiantes.

De acuerdo a B. F. Skinner, quien formuló el condicionamiento operante como teoría del aprendizaje, el refuerzo es el proceso que fortalece las respuestas para que ocurran con mayor frecuencia; mientras que el reforzador positivo es el estímulo que sucede luego de la respuesta y la fortalece o la refuerza. Estos pueden ser elogios, premios tangibles como insignias u otros incentivos que motivan a los niños a seguir esforzándose en la mejora de sus habilidades matemáticas. (Agudelo y Guerrero, 1973)

Enfoque conceptual

Este enfoque es cercano a las tendencias cognitivas y estructuralistas del aprendizaje. En contraste con el conductual, enuncia que aprender matemáticas consiste en alterar las estructuras mentales e insiste en el aprendizaje de conceptos y principios matemáticos subyacentes, por sobre la memorización de procedimientos y reglas; busca promover el entendimiento significativo, la conexión de ideas y la aplicación de los conceptos en diferentes situaciones.

En el aprendizaje conceptual se promueve la construcción del conocimiento por parte del estudiante como agente activo; para ello lo expone a un nuevo entorno que el estudiante relaciona con sus experiencias y estructuras previas y a través de ellas procura interpretar los nuevos problemas a los que se enfrenta para llegar a la solución. Este proceso es lo que Piaget denomina asimilación.

Si con las estructuras previas no es factible interpretar las nuevas, el estudiante obligatoriamente busca otras en las que calcen las nuevas ideas. Se produce la acomodación que describe Piaget; y al proceso sucesivo de asimilación-acomodación lo determina como equilibración. Por su parte, para los estructuralistas, el estudiante aprende cuando integra los nuevos conceptos a la estructura mental previa, momento en el que se crea una estructura nueva con las propiedades de esos nuevos conceptos.

Así mismo, este aprendizaje guarda relación con la teoría del aprendizaje por descubrimiento, de Jerome Bruner, que sostiene que el estudiante debe estar inmerso en circunstancias de aprendizaje de característica problemática, en medio de la que aprenda descubriendo; lo que: "... implica dar al aprendiz las oportunidades para involucrarse de manera activa y construir su propio aprendizaje a través de la acción directa" (Bruner 2012, p. 37).

En resumen, las visiones educativas de las Matemáticas se corresponden con el enfoque que sobre ellas se tenga; si saber matemáticas es igual a tener habilidad en conceptos básicos y algoritmos, desemboca en una educación que maneja

símbolos y procesos, pero con escasa comprensión de conceptos y relaciones entre ellos. Si, por el contrario, saber Matemáticas tiene una visión con énfasis en la relación de conceptos entre el conocimiento informal y situaciones matemáticas no estandarizadas, conduce a la aplicación heurística de estos en un hacer no mecánico que exige la generación de modelos, esquemas y soluciones que ponen en práctica los recursos cognitivos involucrados.

En criterio propio, se considera que ambas visiones son necesarias, cada una por sí sola pierde efectividad, es decir, de poco sirve el dominio de procesos si solo se usan para resolver problemas tipo; así como tampoco es efectivo entender un concepto matemático en su esencia, pero no saber cómo desarrollarlo en un algoritmo. Por tal razón, el desafío para el docente consiste en generar estrategias y didácticas para un aprendizaje complementario entre lo procedimental y lo conceptual.

Las matemáticas en el aula

El interés de este apartado no consiste en describir o estudiar propiamente la didáctica de Matemáticas, aspecto que se aborda más adelante, sino que trata de plasmar una visión amplia de la dialéctica que se da en el aula entre el estudiante (aprendizaje), el docente (enseñanza), el currículo y el enfoque pedagógico que rige esta dinámica.

Cabe reflexionar que, en el aprendizaje, el sentido que los alumnos logran en el proceso es importante en la construcción de los conceptos matemáticos. El matemático alemán Werner Romberg explica esta idea de desarrollar Matemáticas con una analogía en la que afirma que la música tiene ramas o géneros, (pop, rock, jazz, etc.), teorías descriptivas, sistema de notación, elementos de composición; una persona puede aprender a tocar varios instrumentos, no obstante, eso no equivale a hacer música. Lo mismo en Matemáticas, el niño aprende conceptos, realiza operaciones aritméticas, grafica figuras geométricas, calcula dimensiones; pero no equivale a desarrollar Matemáticas porque hacerlo incluye abstraer,

razonar, inventar procesos, resolver problemas, es decir, encontrar el sentido de las ideas matemáticas. (Santos, 1995)

Se desprende del ejemplo que lo que se busca en la clase es fomentar el razonamiento abstracto, para ello es indispensable elegir con esmero las estrategias, los procesos, los recursos que apoyen el aprendizaje del estudiante. Para distintos autores y corrientes, la estrategia que ofrece mejores alternativas es la resolución de problemas. En la Tabla 4 se resume la perspectiva sobre el proceso de resolución de problemas en el aula, que propone Schoenfeld, como resultado de sus estudios y observaciones en estudiantes realizados en la segunda mitad del Siglo XX.

Cuadro 4. Proceso de resolución de problemas matemáticos en el aula según Schoenfeld.

PREGUNTAS INICIALES	DISEÑO DE ACTIVIDADES PARA	ESTRATEGIAS DE MONITOREO	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DIMENSIONES A LOGRAR	PRINCIPIOS EPISTEMOLÓGICOS
<p>¿Qué se pide en el problema?</p> <p>¿Qué se tiene en el problema?</p> <p>¿Dónde se quiere llegar?</p>	<p>Identificar el uso de estrategias.</p> <p>Discutir la estrategia en detalle y de manera descriptiva</p> <p>Dar a los estudiantes suficiente material sobre el que trabajar.</p>	<p>Preguntas que evalúan las decisiones tomadas en el proceso</p>	<p>Dividir la clase en grupos pequeños de discusión de problemas matemáticos.</p> <p>Resolver problemas nuevos como demostración de toma de decisiones.</p> <p>Moderar la discusión de los problemas.</p> <p>Dar direcciones de valor para la discusión.</p>	<p>Dominio de conocimiento. (definiciones, hechos, procedimientos).</p> <p>Estrategias cognoscitivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - descomponer el problema en casos simples. - establecer metas relacionadas. - invertir el problema. - hacer diagramas. <p>Estrategias metacognitivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - revisar la estrategia usada. - cambiar de enfoque. - evaluar el proceso siempre. <p>Sistema de creencias:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ideas del estudiante acerca de las Matemáticas. - formas de resolver problemas. 	<p>Encontrar la solución de un problema no es el final, sino el inicio para otras soluciones, extensiones y generalizaciones del problema.</p> <p>Aprender Matemáticas es un proceso activo que requiere discutir las conjeturas y pruebas.</p>

Fuente: Elaboración propia a partir de Santos (1992)

Schoenfeld (1985), idea la clase de Matemáticas como un espacio interactivo en el que el problema matemático es el punto de partida, le otorga una categoría especial sobre el que se realizan preguntas, se discuten estrategias; pero además de promover el descubrimiento de un algoritmo, los estudiantes internalizan principios matemáticos mientras desarrollan dimensiones cognitivas, metacognitivas que hacen de la Matemática una disciplina con sentido en la práctica diaria.

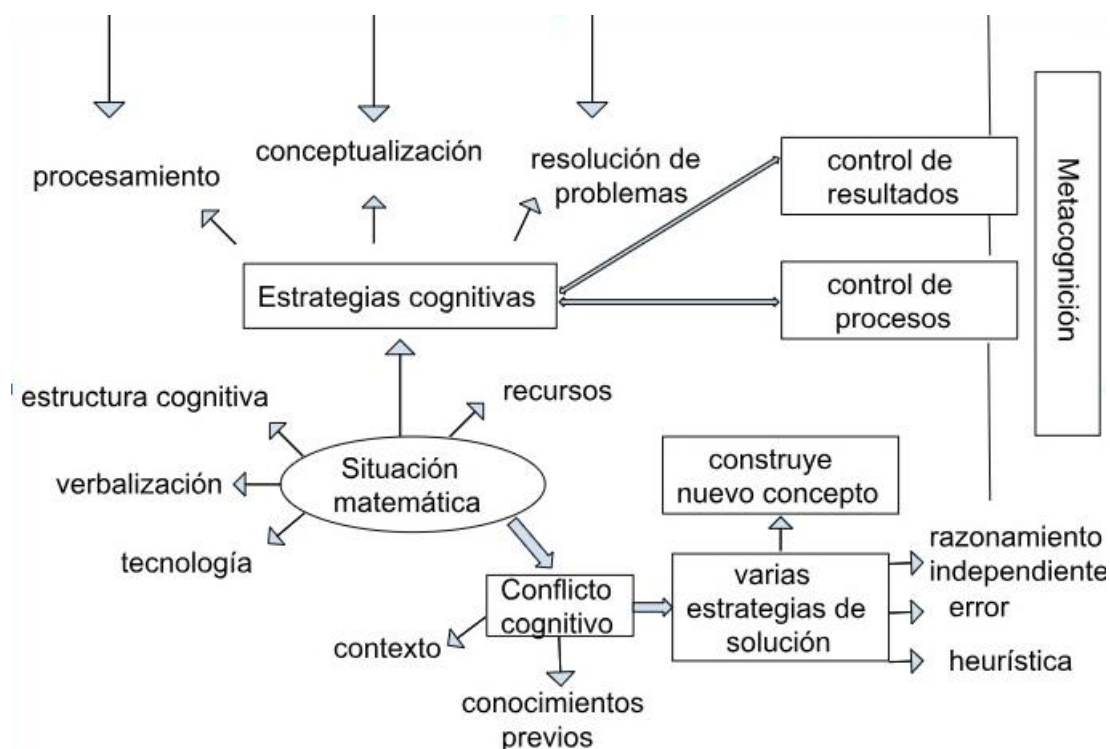
Esta concepción, que ubica la resolución de problemas como el centro del quehacer matemático, aunque tiene larga data, es en el momento presente cuando toma fuerza preponderante porque los líderes de Estados, organismos mundiales educativos, sociales, económicos entienden la necesidad de que las competencias de esta disciplina no solo conciernen a los expertos y científicos, sino que deben ser habilidades de dominio general porque promueven el pensamiento analítico, el razonamiento lógico, agilizan los procesos mentales, facilitan el aprendizaje de otras disciplinas que redundan en individuos mejor informados y capaces de entender la tecnología y tomar las decisiones lo más apropiadas posible para su vida, la sociedad y el entorno.

Con base en lo anterior, se entiende que conceptos y significado de las Matemáticas y procesos y algoritmos caminan por líneas paralelas, se alcanzan a ver entre sí, pero es necesario crear puentes entre ellos para complementarlos y obtener el pensamiento abstracto propio de la naturaleza matemática y propósito *sine qua non* de la didáctica matemática.

Desde el punto de vista de este trabajo, para fomentar la construcción de esos puentes hacia el pensamiento matemático, los elementos teóricos y prácticos deben tratarse como situaciones en desarrollo en el que el objetivo ulterior no sea el resultado porque se excluye las etapas de construcción conceptual. De ahí que se asume la idea de un aprendizaje que va de lo complejo a lo simple; partir de la complejidad de situaciones distintas propicia ensayar varias alternativas de solución para el conflicto cognitivo al que se enfrenta el estudiante que en el desarrollo construye el nuevo concepto y crea significados.

El siguiente esquema presenta la idea pedagógica descrita.

Gráfico 3. Desarrollo del pensamiento matemático en el aula.



Fuente: elaboración propia partir de autores estudiados

El gráfico indica que todo el proceso se inicia desde la situación matemática compleja. De ella se identifican la estructura cognitiva subyacente, las dimensiones abstractas implícitas, el conflicto cognitivo sobre el que se piensan o se diseñan varias estrategias. El error no se considera un fracaso, sino que sirve para generar otras heurísticas de solución; en el proceso se contempla destrezas que integran otras áreas del conocimiento como la tecnología que puede intervenir en la visualización y en la interacción educativa con estudiantes y profesores de otros lugares. Asimismo, la capacidad de verbalizar la situación de estudio como las estrategias elegidas para resolver los problemas son tan importantes como el uso de algoritmos, que están en revisión permanente.

Como ya se ha mencionado, bajo esta perspectiva, el docente debe contar con el dominio de las destrezas matemáticas pertinentes y del manejo de los procesos incluidos.

Factores complementarios

Existen otros aspectos o factores relevantes para trabajar Matemáticas en el aula en pos del aprendizaje efectivo y significativo de los niños; los objetivos deben ser concretos de tal manera que elimine la dispersión de temas que produce el tratamiento superficial y la consecuente escasa comprensión de estos. También es importante hacer conexiones explícitas a nivel cognitivo con resultados de lecciones anteriores, esto elimina la atomización de conceptos aislados que restan la significancia matemática y facilitan la mecanización de procesos; por el contrario, integrar el conocimiento anterior con el nuevo genera un compendio a nivel mental que posibilita establecer relaciones como un proceso, dentro del conocimiento matemático.

Además, es necesario evidenciar de manera explícita cuál es el razonamiento matemático incluido, esto afirma la abstracción de características y propiedades conceptuales y procedimentales. Luego que los estudiantes exploran la situación de conflicto cognitivo, hallan los conceptos involucrados y proponen un procedimiento, es tarea del profesor dar el cierre mostrando la estructura intelectual que ha sido usada en la resolución del problema; pero esto solo después que los estudiantes de manera natural logran la abstracción y generalización matemáticas.

Cabe precisar que la idea de complejidad, como generador de razonamiento y abstracción en el proceso matemático, no es equivalente a volver difícil la Matemática; se busca eliminar los ejercicios típicos y problemas de estructura sencilla que van a la obtención del resultado pero que no estimulan el pensamiento matemático.

Que los estudiantes encuentren soluciones y respuestas, que da satisfacción y alegría, es imprescindible en el afán de acercarlos al dominio matemático pero eso no significa simplismo; de ahí que lo que se plantea exige una visión diferente sobre la Educación Matemática, un currículo diferente y un profesor distinto que piensen la clase de matemáticas como una especie de microcosmo en el que el niño se enfrente no a ejercicios repetitivos que lo aburren, sino a situaciones reales de las

que construya procesos que solucionan aspectos aparentemente alejados, pero que implican el dominio de habilidades matemáticas.

1.3. La didáctica en el aprendizaje de matemáticas

La didáctica general

El aula de clases es el escenario donde la enseñanza es llevada a la práctica, es el espacio en que se desarrolla la actuación de profesores y estudiantes y se aplican todas las estrategias que facilitan el aprendizaje. Cuando se conjugan los involucrados, la información, las actividades, dentro de un sentido pedagógico, se verifica el acto didáctico en sí; esta idea de la enseñanza como escenario dentro del que la didáctica es el acto, Bain (2006) la resume cuando dice: “A menudo, la mejor enseñanza es tanto una creación intelectual como un arte escénico” (p. 195). Ahora bien, la interacción entre las estrategias, la mediación y el contexto, así como la permanente revisión de métodos, técnicas, recursos implicados en las etapas de planificación, de desarrollo y de evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje, es lo que se denomina didáctica.

La didáctica nace ligada a la idea de educación para todos. Una misión que, históricamente, asumen las sociedades modernas, como parte del proceso de inclusión en un espacio político común y en un mercado unificado (Feldman, 2010, p. 13).

Desde la publicación de la Didáctica Magna de Comenio en el Siglo XVII, la concepción sobre la didáctica general ha sufrido cambios que responden, entre otros, a nuevos enfoques teóricos sobre el aprendizaje que se desarrollan desde la Psicología, a la presencia de las tecnologías de información y comunicación en la sociedad, a la evolución del pensamiento, a los avances en torno a la investigación en el campo educativo.

En todo caso, actualmente hay un cierto consenso en considerar la Didáctica general como una disciplina científico-pedagógica que estudia las metas y los

procesos de enseñanza-aprendizaje, particularmente en lo que se refiere al diseño y desarrollo curricular y a la práctica educativa. (Montanero, 2019, p. 7)

En la actualidad, la tendencia de la didáctica ubica en el centro de sus planteamientos el aprendizaje de los estudiantes como gestores activos del proceso formativo.

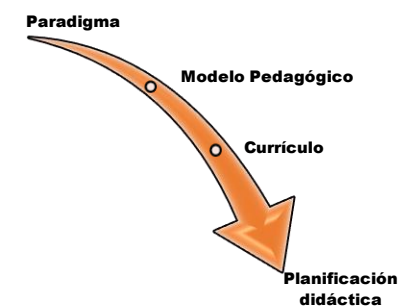
También entra en juego la edad del estudiante como una de las variables a tener en cuenta en esta planificación, pues es necesario conocer los procesos madurativos de orden cognitivo en relación con la edad de los estudiantes; para focalizar los procesos y aprovechar las estrategias aplicadas en la práctica áulica. No obstante, se debe recordar que, aunque los estudiantes sean de la misma edad, no todos aprenden de la misma manera ni al mismo ritmo, o que unos están más motivados a aprender mientras otros son más desinteresados, es decir, que incluso dentro de una misma variable hay estimaciones más precisas que revisar.

La planeación didáctica. El acto didáctico, como todo en el proceso educativo, requiere ser planificado; Aburto (2021) lo considera un instrumento académico y administrativo que sirve al maestro para plasmar los propósitos educativos que se propone compartir con los estudiantes de un ciclo académico determinado. La planeación didáctica pone en práctica los objetivos, las estrategias, instrumentos, recursos, contenidos, cuya meta es lograr habilidades y competencias previstas en el currículo respectivo; en el desarrollo de la planeación didáctica son piezas clave los estudiantes y los docentes de cuya interacción depende el éxito de lo puesto en el papel.

Las variadas exigencias educativas hacen primordial la planeación didáctica. Para Rojas (2019), ésta debe estar en concordancia con un modelo pedagógico y un paradigma educativo, con lo que concuerda esta investigación. Por ejemplo, si el modelo que determina la acción pedagógica es de tipo constructivista o es proyectivo, la didáctica planificada no puede centrarse en los contenidos programáticos o incluir solamente clases magistrales que obedecen al paradigma tradicionalista, en el que el estudiante es pasivo, incluso físicamente. Por tanto, la

preparación del docente, en cuanto a conocer el origen y coherencia de la planificación didáctica son imprescindibles.

Gráfico 4. Orden jerárquico del proceso educativo en relación a la planificación didáctica



Fuente: elaboración propia

De esta manera, el trabajo de los profesores tiene una línea teórica de orientación y los métodos y estrategias didácticas son más coherentes; no obstante que aterrizada la planeación didáctica en el aula se excluyan ciertas estrategias o actividades provenientes de otros modelos pedagógicos, pero que sirven al objetivo de la clase.

Cabe notar que generalizar un método didáctico resulta complicado porque debería ser efectivo a cualquier grupo objetivo a pesar de las variables endógenas y exógenas que están presentes en el entorno educativo, las que provienen de todos los factores asociados: la relación interpersonal profesor-estudiantes, las relaciones intra grupo de estudiantes, características psicológicas y culturales, las tecnologías de informática y comunicación, lineamientos y políticas institucionales, etc. De ahí que la planeación didáctica debe ser flexible a estos factores, aunque no improvisada. Cuando se observa que una estrategia didáctica da buenos resultados, es lógico que se adapte a otros grupos en contextos diferentes.

En consideración de las cuestiones pedagógicas que influyen en la planeación, se puede afirmar que la didáctica como disciplina se crea y se recrea constantemente, no es una teoría inacabada; en este escenario, la investigación sobre la didáctica debe convertirse en quehacer intrínseco a la labor docente, en su paradigma. El

profesor investigador cuestiona la eficacia de los procesos asumidos y conocedor de que ninguna metodología de enseñanza es garantía indiscutible de un aprendizaje efectivo, busca siempre conocer y explorar nuevas estrategias y metodologías desde el conocimiento empírico de su práctica profesional. En otras palabras, queda explicado así:

Las teorizaciones deben resignificarse con un conocimiento profundo de los procesos institucionales y áulicos, deben adecuarse a las particulares condiciones de existencia de docentes y estudiantes, deben tamizarse con los saberes prácticos de quienes, en definitiva, las van a trasladar críticamente a la práctica. (Picco, 2020, p. 105)

La cita remarca la estrecha conexión entre teoría y práctica educativa, es decir, no es suficiente entender las teorías desde lo abstracto sino también lograr aplicarlas en contextos reales, en los escenarios concretos de las instituciones e individuos involucrados en el quehacer educativo, en este caso, desde la experiencia práctica de las docentes y en relación a las particularidades de cada grupo de estudio.

La didáctica de las matemáticas

Como se ha analizado, la didáctica general posibilita entender los componentes pedagógicos esenciales el momento de planificar la enseñanza-aprendizaje; por su parte la didáctica especial aborda estrategias, métodos, modelos específicos de un área de conocimiento determinado; de ahí que pueda existir en la práctica, una didáctica para cada campo de las ciencias. La didáctica de las Matemáticas se propone mejorar el aprendizaje de esta asignatura mediante el análisis de las cuestiones inherentes a la puesta en práctica de los componentes del currículo y la búsqueda de respuestas innovadoras frente a las exigencias de la sociedad actual.

Cabe destacar que la didáctica matemática se propone actuar sobre los procesos pedagógicos con lo que, por una parte, pretende alcanzar el desarrollo de habilidades y competencias de los estudiantes y por otra, viabilizar y optimizar el trabajo de los profesores. Surge aquí la necesidad de abordar el asunto del

currículo al ser la directriz de las políticas educativas que determinan al fin, la didáctica disciplinar y las estrategias a utilizar; que por pertenecer a un currículo se ven condicionadas por los contextos social, cultural e histórico en el que el currículo se gesta.

En función del tema de esta investigación, se considera adecuado establecer semejanzas y diferencias entre los currículos del Área de Matemáticas del Ministerio de Educación de Ecuador y su similar de Singapur con el objetivo de entender las posibilidades que cada uno permite y potencializa en la didáctica de Matemáticas. Se presenta en seguida un cuadro para facilitar la observación de las dos propuestas curriculares.

Cuadro 5. Semejanzas y diferencias currículo de Matemáticas de Primaria de Ecuador y Singapur

Aspectos organizativos	Currículo de Matemáticas MEC	Currículo de Matemáticas MOE
Contribución	Brinda herramientas para interpretar y conceptualizar información de modo gráfico o textual. Entendimiento y valoración de nuestro país, en su diversidad y multietnicidad, a través de los medios de comunicación e internet. Fortalece la capacidad de razonamiento, abstracción, análisis, discrepancia, decisión sistematización y resolución problemas. Desarrollo del pensamiento lógico y crítico en la interpretación y resolución de problemas de la vida diaria.	Desarrollo y comprensión de muchas disciplinas. Da sentido a la información que nos rodea. Decisiones informadas sobre las finanzas personales. Desarrollo de habilidades del razonamiento lógico y la solución de problemas que se requieren en muchas disciplinas.
Enfoque epistemológico	Perspectiva pragmático-constructivista. Aprendizaje significativo.	Constructivo-cognitivo-simbólico. Aprendizaje activo.
Enfoque pedagógico	El estudiante protagoniza el proceso educativo y los matemáticos. 6 procesos basados en el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000): resolución de problemas, representación, comunicación, justificación, conexión, institucionalización.	Comprensión relacional sobre la comprensión instrumental. Resolución de problemas Prácticas Pedagógicas (PP) en 4 procesos: cultura positiva del aula preparación de la lección, promulgación de la lección, evaluación y retroalimentación.
Objetivos	Objetivos generales del Área. Objetivos integradores de cada subnivel del nivel Educación General Básica.	Son 3 objetivos generales para todo el currículo de Matemáticas de la Primaria.
Contenidos	Tres bloques curriculares: álgebra y funciones; geometría y medida; estadística	Organizados en tres: números y álgebra (tiene una subrama

	<p>y probabilidades.</p> <p>Expresados en destrezas con criterios de desempeño.</p> <p>Tienen carácter progresivo para cada año de escolaridad aumentando su profundidad.</p> <p>Hay contenidos básicos imprescindibles y básicos deseables.</p>	<p>específica denominada dinero); medidas y geometría; estadísticas.</p> <p>En los contenidos están inmersos: desarrollo de procesos, metacognición y actitudes.</p> <p>Se tratan en espiral: se vuelve a ellos en momentos diferentes, pero de forma más compleja y abstracta cada vez.</p>
Evaluación	<p>Formativa: con criterios e indicadores de evaluación establecidos y secuenciados por subnivel y en relación a los objetivos generales del Área.</p>	<p>Formativa: dirigida a comprensión de conceptos, capacidad de razonar, comunicar, hacer conexiones significativas.</p> <p>Representar, formular, resolver problemas matemáticos y dar soluciones a partir de las matemáticas a problemas no rutinarios.</p>
Orientaciones metodológicas	<p>Sugeridas para cada criterio de evaluación, con indicadores que evalúan el logro respectivo.</p> <p>Incluyen ejemplos de tareas para realizar.</p>	<p>Saber el porqué, no solo el qué y el cómo”.</p> <p>El desarrollo de habilidades metacognitivas debe estar inmerso en el proceso.</p> <p>Secuencia de aprendizaje concreto-pictórico-abstracto.</p>

Fuente: elaboración propia a partir de los currículos analizados del MEC (2019) y del MOE (2023)

El análisis de los dos currículos en la Tabla 5, evidencia la relación que tienen con el aspecto cultural; mientras en Ecuador se considera la contribución de las Matemáticas para comprender y valorar su diversidad étnica y cultural, en Singapur se destaca el aporte a la toma de decisiones sobre las finanzas de cada persona; aspecto que tiene un apartado propio en los contenidos, en el que se desarrollan habilidades relacionadas al uso del dinero. Este trabajo considera importante desarrollarlo en el currículo nacional con la idea de formar una cultura financiera tan útil en la vida de toda persona.

En ambos currículos se ubica al estudiante como artífice de su aprendizaje y la resolución de problemas como eje; sin embargo, el enfoque pedagógico de Singapur es más concreto y considera el aspecto anímico en el aula, factor importante para el aprendizaje y la predisposición favorable del estudiante hacia las

Matemáticas (MOE, 2021). Asimismo, los dos currículos propenden al desarrollo del pensamiento lógico como una habilidad aplicable a la vida.

Aunque el MEC califica al currículo como flexible, en la práctica no lo es porque preestablece objetivos que conforman una matriz, destrezas que tienen indicadores y criterios de evaluación dados, que el docente debe cumplir en su microplanificación. De suyo, los indicadores guían la evaluación interna, dependen de los criterios de evaluación, describen los logros de aprendizaje de los estudiantes. (MEC, 2019)

Por su parte, el MOE prioriza la comprensión relacional “Saber el porqué, no solo el qué y el cómo”. que favorece las estrategias para resolver problemas, desarrolla el dominio de conceptos y las relaciones estructurales entre ellos (Zapatera, 2020); así como, la apreciación de la naturaleza de las matemáticas. La metodología para la comprensión de los conceptos abstractos debe partir de objetos, ejemplos y experiencias concretas con los que se relaciona a los niños; esto es lo que denominan enfoque concreto-pictórico-abstracto o CPA.

La didáctica de Matemáticas en el Método Singapur

Enfoque CPA

El proceso concreto-pictórico-abstracto (CPA) es una estrategia central en el Método Singapur. El psicólogo Jerome Bruner en la década de los setenta del Siglo XX plantea que los estudiantes presentan tres modos de representación del entorno en relación con su desarrollo cognitivo: el enactivo, la representación de situaciones sucede por medio de respuestas motrices oportunas; el icónico, los estudiantes no actúan sobre los objetos, sino que los representan con imágenes; y el simbólico, la representación de los objetos, ideas o situaciones es abstracta a través de símbolos arbitrarios (Zapatera, 2020). Los modos de representación son secuenciales, aunque pueden darse en simultáneo.

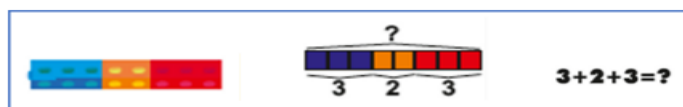
A partir de ellos el Método Singapur establece el proceso CPA.

Concreto. Los estudiantes manipulan objetos, experimentan con ellos, los tocan, para comprender los conceptos que se tratan. Por ejemplo, para el concepto de mayor se acumulan o agrupan objetos del entorno como bloquecitos, lápices de colores, semillas, entre otros; acción que también se asocia al concepto suma, es decir, que también apoya la relación conceptual que promulga el método.

Pictórico. En esta etapa los estudiantes representan los conceptos mediante dibujos, diagramas que los ayudan a conectar lo concreto con lo abstracto. Estas representaciones que al inicio son realistas, se puede decir, poco a poco se acercan a lo abstracto.

Abstracto. El proceso de comprensión está logrado; los estudiantes ya pueden trabajar con números y símbolos matemáticos. La transición a esta etapa ocurre cuando los estudiantes han desarrollado la consolidación de la comprensión significativa de los conceptos a través de las etapas anteriores.

Gráfico 5. Proceso concreto-pictórico-abstracto

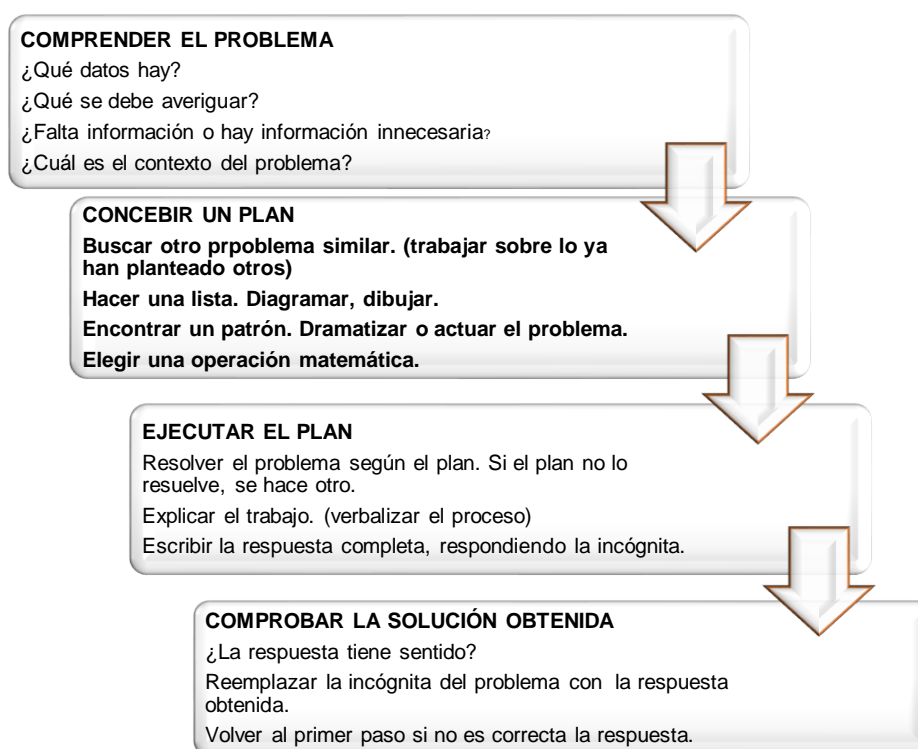


Fuente: Matemáticas Método Singapur®

La resolución de problemas

Otro de los procesos del Método Singapur se basa en las propuestas de George Pólya planteadas en su libro *How to Solve it* de 1945, cuyo propósito es ofrecer a estudiantes y docentes estrategias accesibles para motivar la resolución de problemas. Para hacerlo se necesita seguir pasos eficientes además de las habilidades heurísticas y de pensamiento. Estos son:

Gráfico 6. Pasos para resolver problemas matemáticos



Fuente: elaboración propia a partir de los autores investigados.

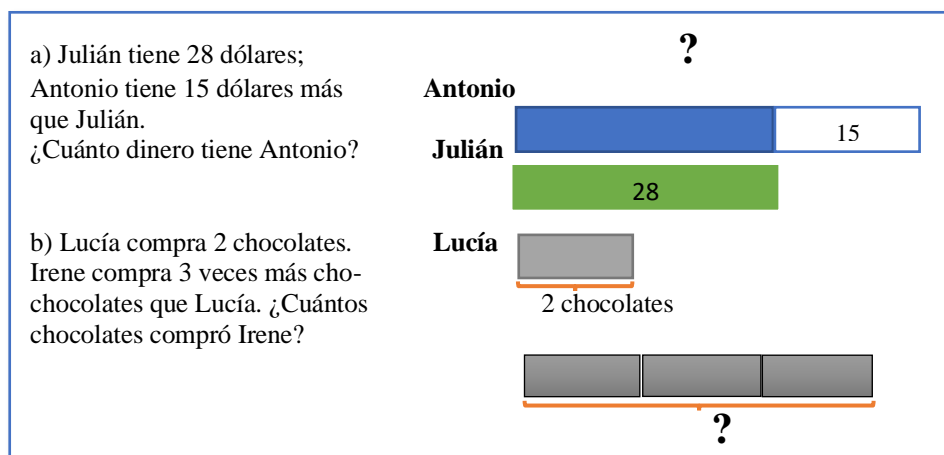
En el proceso el error es visto como parte del aprendizaje; el estudiante no es sancionado sino motivado a buscar otro plan; esta estrategia fomenta la habilidad para diseñar, para operar el pensamiento matemático basado en la lógica y es aplicable para resolver problemas desde el menor nivel de complejidad hasta los más complicados y en todos los niveles educativos. Además, extrapolado a la vida diaria es de mucha utilidad.

El modelo de barras

Ésta es una estrategia esencial usada en la fase pictórica para la solución de problemas, consiste en la representación de los datos presentados en el problema y de las relaciones entre ellos. De acuerdo a la página oficial del Método en España, tres son los modelos básicos usados en el Método Singapur: parte-todo, comparación, y antes-después.

Modelado parte-todo. El todo se divide en partes. Cuando en el problema se conocen las partes, el estudiante obtiene el todo sumando las partes; si se conoce el todo y solo una de las partes, se hace una resta. Si el todo se divide en partes iguales, se puede trabajar multiplicación y división.

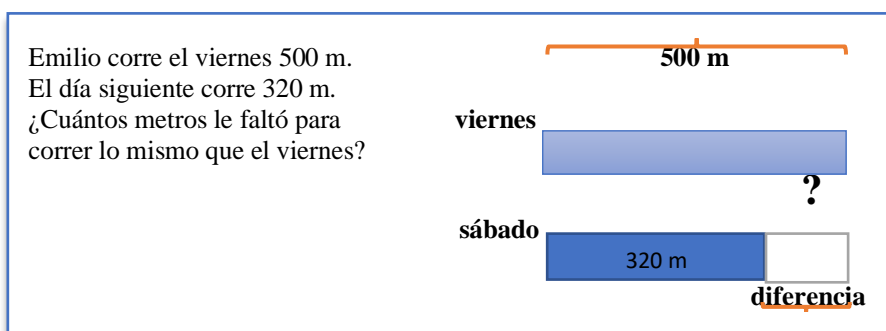
Gráfico 7. Modelo parte-todo: a) suma. b) multiplicación



Fuente: elaboración propia

Modelo de comparación. Se usa para comparar dos cantidades o más. Cuando en el problema se identifican dos cantidades A y B, se halla la diferencia o la ratio. Si lo que se da en el problema es la diferencia o la ratio, lo que se encuentra es A o B.

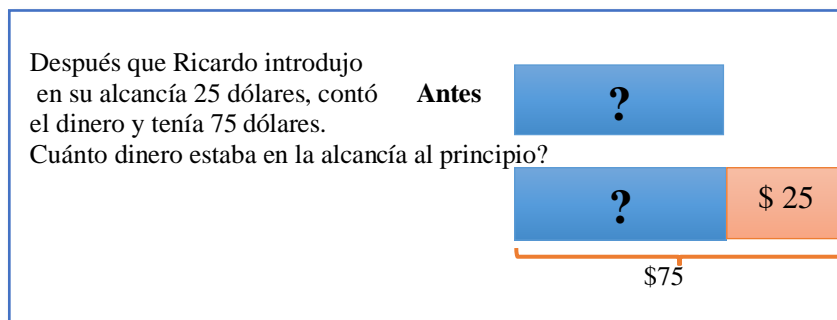
Gráfico 8. Modelo de comparación para hallar la diferencia



Fuente: elaboración propia

Modelo antes-después. Demuestra la relación que hay entre dos valores, el inicial y el nuevo, después de un aumento o disminución.

Gráfico 9. Modelo antes-después por incremento.



Fuente: elaboración propia

Es muy importante etiquetar cada barra con los valores que representan, así como es indispensable ubicar la interrogación en los valores que no se conocen para descubrir qué operación es la adecuada para resolver el problema. Las etiquetas ayudan también a controlar si ya se respondieron todas las interrogantes que solicita el problema.

Un aspecto igualmente importante es que las barras constituyen la unidad que generan la comparación con porciones y partes; así, cuando se habla del doble, el triple, o por el contrario de la mitad, la tercera parte, se está trabajando la noción de fracciones. De ahí que las barras deben guardar precisión con lo que representan, es decir, las barras deben mantener las proporciones entre ellas (Urbano et. al., 2016). Por ejemplo, la barra de mayor valor no puede ser más pequeña que la de menor valor o las partes del triple deben ser del mismo tamaño y no unas mayores o menores que otras.

En el interés de facilitar la comprensión de cada tipo de modelo se presentan ejemplos sencillos, sin embargo, el modelo de barras es aplicable a tipos más complejos de problemas en los que hay más de una interrogante y exige más de un proceso.

Por sí solos, el proceso de resolución de problemas, el enfoque CPA, las barras de modelado o cualquier estrategia elegida en el proceso enseñanza-aprendizaje, no constituyen garantía de que los estudiantes aprendan Matemáticas si no se dirigen por las Prácticas Pedagógicas (PP), los cuatro procesos “de enseñanza fundamentales que se encuentran en el corazón de una buena enseñanza” (MOE, p. 14-15): Cultura positiva del aula, Preparación de la lección, Publicación de la lección y Evaluación y retroalimentación.

La preparación y desempeño del docente es factor determinante para “establecer expectativas y rutinas” que viabilicen un clima de confianza conducente al empoderamiento de los estudiantes en el autoaprendizaje. El docente no sólo debe establecer los objetivos, recursos, contenidos de la clase, la secuencia del aprendizaje, sino que debe poner especial interés en las preguntas clave que motiven la buena predisposición a aprender por parte de los estudiantes.

Para el autor de este trabajo investigativo, el profesor debe ser hábil preguntando más allá de lo obvio, pero también debe lograr que los estudiantes realicen preguntas, es decir, convertir a la pregunta en un estrategia pedagógica que la usen profesores y estudiantes en cualquier momento del acto didáctico en la clase (Benoit, 2020).

Sobre todo, preguntar aporta al proceso enseñanza-aprendizaje la construcción de sentido que los estudiantes logren dar a los conceptos, los objetos matemáticos y a los algoritmos implícitos en la resolución del problema.

CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

2.1. Caracterización de la institución

La Unidad Educativa Atenas es una institución educativa privada, fundada en 1976; está ubicada en la ciudad de Ambato, capital de la Provincia de Tungurahua, en la zona central de la Región Sierra del Ecuador. Consta de los tres niveles educativos del currículo nacional: Educación Inicial, Educación General Básica y Bachillerato con una población estudiantil de alrededor de ochocientos estudiantes y una planta docente y administrativa superior a cien colaboradores.

Acorde a sus estándares de calidad, en el 2006 es la primera institución de la zona en lograr la Certificación Internacional de Calidad ISO 9001 y en el 2013 pasa a formar parte de manera oficial del Programa de Bachillerato Internacional, oferta que permite a los estudiantes obtener además del Bachillerato nacional, el Diploma BI. Tendiente a proveer a niños y adolescentes de las mejores oportunidades para su desarrollo integral, la U.E. Atenas trabaja con plataformas educativas de prestigio internacional y participa en programas de intercambio para la práctica del inglés como segunda lengua.

El modelo pedagógico institucional es socio-conceptual crítico-constructivista, mismo que se vincula a la filosofía, el ideario y las políticas y objetivos de calidad que persigue la Fundación Cultural y Educativa Ambato, a la que pertenece. La estructura de su modelo pedagógico se resume de la siguiente manera:

Gráfico 10. Estructura del modelo pedagógico de la U. E. Atenas



Fuente: Unidad Educativa Atenas (2023)

Si bien este es el modelo pedagógico establecido, en la página web se lee que la institución está abierta a tendencias pedagógicas que, conforme a su enfoque, posibiliten la formación holística de sus estudiantes, es decir, el desarrollo de habilidades de tipo bio-psico-social.

Además, complementan la calidad de la oferta educativa los laboratorios de TIC, de Física y Química, así como las modernas y amplias instalaciones que permiten a los niños y adolescentes relacionarse con un entorno natural con el que aprenden la valoración y respeto por la naturaleza.

2.2. Metodología de investigación

Paradigma

Decidir el tipo de paradigma que mejor se adapta al tema de estudio es uno de los momentos cruciales porque de él dependen las cuestiones ontológicas, epistemológicas y metodológicas que lleven a buen fin el proceso de investigación. Miranda y Ortiz (2020), consideran un paradigma, como la comprensión de fenómenos por medio del conjunto de creencias, valores y técnicas con las que se busca afrontar los problemas en el campo científico, social y educativo, así como encontrar las soluciones más idóneas.

En el caso puntual de esta investigación se asume el paradigma sociocrítico porque en ella se plantean dos aspectos: uno referente a los procesos investigativos del objeto de estudio y otro relativo al trabajo de campo en el aula, que guardan cada uno condiciones específicas, lo que concuerda con Walker (2022), quien sostiene que este paradigma implica situaciones ni solo interpretativas ni solo empíricas y que además de describirlas y comprenderlas, intenta transformarlas.

En cuanto a lo epistemológico el paradigma sociocrítico presenta la dialéctica teoría-práctica; desde la teoría se llega al conocimiento con el que se contrasta la información obtenida de la realidad y, desde la práctica, la relación acción-reflexión-acción, tendiente a provocar un cambio en función de la crítica

Desde lo ontológico, de acuerdo a Dávila (2022), el paradigma sociocrítico propende a la reconstrucción de la realidad mejorada en el proceso investigativo con la participación de los sujetos de estudio y el investigador, tal como en este trabajo se realiza.

Enfoque

Para este estudio se considera pertinente el desarrollo del enfoque mixto porque en la investigación se contempla un componente cuantitativo que provee información cerrada para medir hechos o aspectos concretos referentes a la hipótesis planteada acerca de la relación Método Singapur-aprendizaje de matemáticas, acorde con la metodología cuantitativa que es sistemática, ordenada, objetiva; y otro cualitativo, para obtener información a través de la observación e interpretación; este enfoque posibilita aplicar una alternativa viable sobre la didáctica matemática usada en clase con el propósito de mejorar el aprendizaje de las destrezas matemáticas en los niños objeto de este trabajo.

Hernández et. al. (2014), al respecto del enfoque mixto señalan que dentro de un mismo trabajo de investigación es viable la aplicación de un enfoque y luego del otro, ya sean combinados o de forma independiente tal como se opta en este trabajo.

Método

Desde del enfoque cuantitativo, el método que se desarrolla es el hipotético-deductivo que permite una secuenciación lógica y ordenada del proceso de investigación iniciando con la fase conceptual que implica el ordenamiento de las preguntas e inquietudes que presenta el tema de estudio, la definición de la línea teórica general con los conocimientos en los que se basa y que llevan a la formulación de la hipótesis; por medio de un procedimiento racional y contrastándola con la experiencia (el contacto con la realidad de estudio), de consecuencias operacionales.

Al mismo tiempo, con el análisis estadístico de los datos cuantitativos obtenidos, a partir de los que se interpretan los resultados, se llega la comprobación o refutación de la hipótesis. El fin del análisis es señalar la implicancia de la relación entre las variables propuestas en el problema objeto de estudio, para realizar las conclusiones finales.

A manera de síntesis cabe mencionar que este método va de lo general a lo particular, dando énfasis a lo empírico sobre lo teórico; se orienta a la comprobación de hipótesis mediante procesos estadísticos, explica y controla el fenómeno en relación con la teoría para generar un conocimiento objetivo del tema estudiado cuya meta es llegar a soluciones del planteamiento del problema con la mayor objetividad posible. (Dávila, 2022)

En lo concerniente al componente cualitativo, para la mencionada autora, el método elegido es el dialéctico que armoniza teoría y praxis y el proceso metodológico corresponde a la investigación-acción, en la que además de conocer el fenómeno en estudio se busca: “mejorar la forma cómo se hacen las cosas, al mismo tiempo que se profundiza la comprensión de la misma y el entendimiento de los contextos donde se desarrolla” (Bancayán y Vega, 2020); además afirman que “La investigación acción está siendo considerada como una metodología válida para mejorar el proceso educativo” (p. 234-235)

A diferencia del enfoque cuantitativo, en la investigación-acción el investigador y el grupo de estudio están involucrados, se genera la autorreflexión de los participantes sobre sus prácticas, en este caso académicas; hay una concienciación de los elementos o factores, así como de las situaciones concurrentes. El investigador no desempeña el rol de un especialista, más bien, en la investigación-acción se llega al conocimiento mientras se hace.

Tipo

De acuerdo al diseño mixto de este estudio se opta por la investigación descriptiva aplicable tanto al enfoque cuantitativo como al cualitativo. Por medio de ella se

establecen de manera sistemática los componentes que hacen parte de la realidad, para poder organizarlos en el marco de la teoría obtenida en fuentes bibliográficas en la que se fundamenta la investigación.

Guevara et. al. (2020), indican que en la investigación descriptiva es necesaria la verificación, la precisión de la información y los datos, evitando hacer inferencias en cuanto al objeto de estudio; por lo que los instrumentos de recolección de información para ser confiables se someten a una validación.

El tipo descriptivo se complementa con la investigación de campo, consecuente con la metodología de investigación-acción cuyo punto común es el desarrollo del estudio en el lugar mismo del fenómeno objeto de investigación y difieren en que el investigador se encuentra más involucrado en el grupo estudiado. Guevara et. al. (2020), manifiesta que la observación es el instrumento más idóneo en la investigación descriptiva, tanto la de orden cuantitativa como la cualitativa; mientras con la primera se recogen datos de valores y datos numéricos, con la segunda se enfocan las características del problema.

Población y muestra

Debido a que los estudiantes de los Cuartos Años de Educación Básica de la Unidad Educativa Atenas constituyen un grupo manejable, en esta investigación se trabaja sobre la población total por lo que no se calcula una muestra. Hernández et. al. (2014), dicen que no siempre se calcula una muestra, ésta se usa para disminuir tiempo y recursos en el proceso, condiciones no presentes en este caso. La población de estudio está distribuida según se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 1. Población del Cuarto Año de Educación Básica Nivel Elemental de la Unidad Educativa “Atenas”, Ambato, 2023-2024

Grado	Niñas	Niños	Total
4to. “A”	13	11	24
4to. “B”	12	12	24
4to. “C”	15	9	24
Población Total			72

Fuente: elaboración propia a partir del Registro de Matrícula UEA

Técnicas e instrumentos

Encuesta

Esta técnica de investigación es de las más usadas porque facilita la obtención eficaz de datos. Alba y García (2019), expresan que la encuesta tiene la ventaja de aplicarla a todos los participantes, preguntarles lo mismo, en orden similar; es decir, reciben las mismas instrucciones, el mismo enunciado de preguntas relacionadas a las variables inmersas en el problema de investigación.

Mientras, el cuestionario es el instrumento con el que se obtiene la información organizada acerca de las variables que persigue el objetivo de la encuesta. En esta investigación la encuesta (Anexo 1) se aplica a las tres docentes involucradas en el grupo objetivo para obtener información sobre las didácticas que aplican en su labor, consideraciones sobre el proceso CPA, la receptibilidad de los estudiantes ante las metodologías de enseñanza de matemáticas.

Observación

En el orden educativo la observación es una técnica fundamental al ser una actividad eminentemente social; Arias (2020), considera que la observación en este contexto se efectúa: “con el propósito de realizar un juicio valorativo de las competencias adquiridas y evidenciadas por el estudiante durante el proceso de aprendizaje, basándose en la descripción de lo observado” (p. 81); dada la interrelación personal intrínseca en el proceso enseñanza-aprendizaje, en esta investigación se opta por el tipo de observación participativa en coincidencia con la idea de que quien investiga debe interactuar con las personas observadas, al tomar el registro correspondiente, según lo señalan (Trujillo, et. al. 2019)

La aplicación de la observación se realiza en las etapas de la praxis y en la de valoración final del proceso didáctico. Los instrumentos aplicados son fichas de guía de observación (Anexos N° 2 y N° 3)

Pruebas pedagógicas

Constituyen una parte de la evaluación, que: “es un proceso que permite recoger información confiable para emitir un juicio sobre el aprendizaje” (Castro y Moraga, p. 8, 2020). Son instrumentos destinados a medir destrezas y conocimientos que ayudan en la constatación del nivel de dominio alcanzado por los estudiantes a lo largo del proceso de aprendizaje; en este trabajo se aplican en dos momentos, una al inicio (Anexo N° 4), de tipo diagnóstica, con el objetivo de conocer las condiciones con las que parten los niños antes del desarrollo de la didáctica propuesta, y una al final (Anexo N° 5) para evaluar la aplicación del Método Singapur.

En ambos casos se trata de pruebas estandarizadas o formales que evalúan las destrezas matemáticas sobre la adición y la resolución de problemas que guardan interrelación entre el currículo nacional y el de Singapur; la evaluación diagnóstica incluye ítems de respuesta breve, de complementación, de opción, de selección, y de respuesta abierta.

A su vez, la evaluación posterior se estructura en torno a la resolución de problemas; consta con dificultades progresivas: inicial, media, superior e indaga sobre las habilidades implícitas en la estrategia CPA y su objetivo es comprobar en qué grado el Método Singapur, como estrategia didáctica, influye en el desarrollo de habilidades para resolver problemas matemáticos que incluyen la adición.

Evaluación diagnóstica

El cuestionario consta de dos secciones: de la primera sobre datos personales, se desprende que las docentes tienen más de diez años de experiencia cada una; las tres poseen título docente, pero ninguna ha recibido capacitación o formación específica en el área de matemáticas, es decir, tienen la formación general de un profesor de educación primaria.

La segunda sección averigua cuestiones propias del proceso pedagógico en el aula con los siguientes resultados:

Cuadro 6. Resultados de la encuesta proceso pedagógico aplicado en aula

N°	Preguntas	Respuestas de las docentes		
		4to. A	4to. B	4to. C
5	Método aplicado	Centrado en el producto	Centrado en el producto	Centrado en el producto
6	Prioridad en el proceso enseñanza aprendizaje	Conceptos y contenidos	Conceptos y contenidos	Conceptos y contenidos
7	Uso de material concreto y objetos del aula.	No indispensable	No indispensable	No indispensable
8	Representaciones gráficas como estrategia para resolver problemas matemáticos	A veces	A veces	A veces
9	Trabajo grupal para resolver problemas matemáticos	No	No	No
10	Motivación de estudiantes en el aprendizaje	Poco motivados	Poco motivados	Poco motivados

Fuente: elaboración propia

Las respuestas de las docentes exponen que la práctica pedagógica se encuentra separada del modelo paradigmático que la institución educativa ha definido; de ahí que el método aplicado no tome en cuenta el entorno del estudiante en el proceso de aprendizaje, es decir, es descontextualizado. Al poner énfasis en el producto y en el proceso, resulta mecanicista, sin propender al desarrollo de las competencias matemáticas; en tanto que se priorizan los conceptos y contenidos que resultan enunciados repetidos de memoria, pero sin un vínculo significativo en la práctica, con el consiguiente desinterés de los niños por las matemáticas.

Así el trabajo en el aula se manifiesta cercano al conductismo, el estudiante es poco protagonista de su aprendizaje, en tanto que las maestras no usan el trabajo grupal, la graficación no es una estrategia aplicada en la interpretación del problema matemático y el material concreto tampoco lo consideran necesario en el proceso matemático.

Validación de instrumentos

La validez corresponde al grado en que un determinado instrumento “mide la variable que se busca medir” Hernández et. al. (2014, p. 200); señala, además, diferentes tipos de validez: de criterio, de constructo, de expertos y validez total.

Para este objeto se eligió la validación por tres expertos (Anexo N° 6); el instrumento mide adecuación (claridad, opciones de respuestas correctas y orden

lógico de respuestas) y pertinencia (para el logro del objetivo general y el segundo objetivo específico) de los ítems con una escala de Likert de seis niveles que van de Muy en desacuerdo a Muy de acuerdo. Además, valora la estructura de la prueba, de los ítems y el contenido del cuestionario. El dictamen se resume en la siguiente tabla:

Tabla 2. Validación de instrumentos por expertos.

Experto	Indicadores	Grado de Acuerdo	Validación	Validación General del Cuestionario	Validez de contenido del cuestionario
Experto 1	Adecuación	6	100%	sí	Excelente
	Pertinencia	6	100%		
Experto 2	Adecuación	6	100%	sí	Excelente
	Pertinencia	6	100%		
Experto 3	Adecuación	6	100%	sí	Excelente
	Pertinencia	6	100%		

Fuente: elaboración propia

Esta tabla permite observar que los expertos seleccionados (Rector, Vicerrector y Coordinador del Área de Matemáticas) poseedores de la experiencia y conocimientos pertinentes al caso, estiman que los ítems están enunciados con claridad, las opciones de respuesta son adecuadas; los contenidos propuestos son relevantes y se encuentran acordes a las destrezas del grado educativo; por lo tanto, determinan que es un instrumento de evaluación válido, consistente y preciso.

Resultados de la evaluación diagnóstica

En términos generales, la evaluación diagnóstica entrega resultados poco favorables, pues las destrezas evaluadas se ubican mayormente en el nivel Inicio; en Cuarto "A" el 87.5% (21 de 24 estudiantes); en Cuarto B el 54,17% (13 de 24 estudiantes), y en Cuarto C el 66.66% (16 de 24 estudiantes).

La siguiente tabla es el resumen de evaluación de las destrezas y los niveles obtenidos en cada una:

Tabla 3. Resultados de evaluación diagnóstica por destrezas.

Paralelo	Destrezas evaluadas											Total +	Nivel	
	1	2	3	4 (Desglosada en subdestrezas)							Total +			Nivel
				a	b	c	d	e	f	g				
4to. "A"	23	20	15	0	3	0	15	2	2	6	86	Inicio		
	96 %	83 %	63 %	0%	13 %	0%	63 %	8%	8%	25%	36 %			
4to. "B"	20	16	9	11	13	4	17	5	0	10	105	Inicio		
	83 %	67 %	38 %	46 %	54 %	17 %	71 %	21 %	0%	42%	44 %			
4to. "C"	24	18	15	7	10	7	14	4	0	4	103	Inicio		
	100 %	75 %	63 %	29 %	42 %	29 %	58 %	17 %	0%	17%	43 %			
Total positivas c/destreza	67	54	39	18	26	11	46	11	2	20				
	93 %	75 %	54 %	25 %	36 %	15 %	64 %	15 %	3%	28%				
Nivel c/destreza	Domini o	Domini o	Ava nce	Inici o	Inici o	Inici o	Ava nce	Inici o	Inici o	Inicio				

Fuente: elaboración propia

Como se aprecia, en los tres paralelos el porcentaje es menor al 50% de desarrollo de las destrezas analizadas. Los niños presentan varias dificultades en la resolución de problemas, mientras seis de las siete subdestrezas están en nivel inicio y apenas una llega a nivel avance.

Luego del análisis efectuado se concluye que los estudiantes logran mejor las tres destrezas iniciales que responden a procesos algorítmicos. Por su parte, la cuarta destreza, se encuentra poco desarrollada, los subprocesos necesarios para resolver un problema están en nivel inicial, lo que implica que se debe trabajar los conceptos esenciales en la adición (aumentar, reunir, total, más). Se debe afianzar el proceso de interpretación de problemas por medio de modelado, así como la búsqueda de otras alternativas de solución.

2.3. Metodología de desarrollo

La propuesta de este trabajo investigativo considera la didáctica del Método Singapur, sin embargo, guarda también relación con el currículo nacional del que toma los contenidos que dan base a los conceptos implícitos en el proceso CPA sobre la suma, los que constan en el Anexo N° 10 y contemplan el Bloque 1 Álgebra y funciones, las destrezas con criterio de desempeño y los contenidos conceptuales correspondientes a la suma, en el Nivel Elemental del MEC para Matemáticas.

En cuanto a la intervención educativa, ésta se desarrolla en nueve clases distribuidas en tres para la fase concreta, tres para la pictórica y tres para la fase abstracta; una clase con cada paralelo en estudio por semana, lo que determinó un total de 9 semanas de trabajo.

Estrategia didáctica

Conforme a la investigación acción que da el lineamiento a la estrategia, el proceso tiene cuatro etapas o fases: diagnóstico, plan de acción, acción, y evaluación.

Diagnóstico

Evaluación diagnóstica

En esta fase se definen cuatro destrezas a evaluar tomadas del currículo nacional, se diseñan y aplican los instrumentos para recolectar la información y se analizan los resultados iniciales obtenidos.

La prueba diagnóstica (ver Anexo 1) evalúa estas habilidades matemáticas a partir del MEC (2016): 1. describir y reproducir patrones numéricos basados en sumas, 2. realizar adiciones con material concreto, mentalmente, gráficamente y de manera numérica, 3. aplicar las propiedades conmutativa y asociativa de la adición en estrategias de cálculo mental, 4. formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones cotidianas con números de hasta tres cifras.

La cuarta destreza se desglosa en siete subdestrezas para precisar habilidades en torno a la resolución de problemas relacionadas con el proceso CPA, éstas son: a) representar gráficamente problemas propuestos, b) reconocer los datos que resuelven el problema, c) identificar lo que se busca responder, d) elegir la estrategia de resolución, e) poner en palabras la respuesta al problema, f) aplicar estrategias de comprobación, y g) crear problemas a partir de datos.

Los ítems propuestos son impares para poder determinar si el ejercicio fue cumplido; si no se logra, la valoración es negativa. El porcentaje de positivas indica el nivel de desarrollo alcanzado para cada destreza: del 75 al 100% Nivel Dominio; entre el 51 y 74%, Nivel Avance; y entre 0 y 50%, Nivel Inicio. Este método de cálculo utilizado (ver Anexos 7, 8 y 9), se toma del documento del MEC con el que se registran las lagunas que los estudiantes presentan en el aprendizaje de las diferentes asignaturas del currículo nacional, lo que aporta los lineamientos técnicos propios de un documento oficial.

En resumen, los estudiantes manejan procesos mecanizados, pero no son capaces de aplicar habilidades de análisis, discriminación de información útil, tienen dificultad en plantear estrategias de resolución y comprobación de procesos.

Plan de acción

En esta etapa se estructura el trabajo con base en los resultados obtenidos de la evaluación diagnóstica y la encuesta a las docentes:

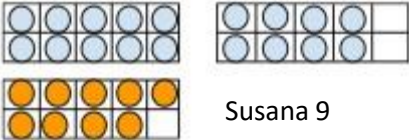
Estrategias. Se trabaja dos talleres de información con las docentes; el primero sobre generalidades del Método Singapur, los componentes, las fases del proceso de aprendizaje. En el segundo taller se desarrolla el proceso CPA de manera práctica; uso de material concreto en situaciones propuestas, uso de material base 10 en la resolución de problemas, manejo de representaciones gráficas, discusión de varias formas de llegar a la solución de un mismo problema; y modificaciones de los problemas propuestos.

En cuanto a los estudiantes, se diseña la planificación de aula en función de la solución de problemas. Las sesiones de clase duran 45 minutos y tienen los siguientes elementos: tema, objetivo, recursos, fases del aprendizaje Singapur, evaluación.

Acción

Sesiones de clase

Cuadro 7. Primera Clase Fase Concreta

Duración: 45 minutos
Tema: Sumas con material concreto
Objetivo: Familiarizar a los estudiantes con el material concreto como estrategia para resolver problemas.
Recursos: Rejillas de diez compartimentos, fichas de fomi, tecnología multimedia, caja con 6 series de boletos numerados del 1 al 4.
Fases del Aprendizaje
<p>Preparación</p> <ul style="list-style-type: none"> - La docente explica la forma de trabajo y menciona que es el Método Singapur. - Pide a cada estudiante tomar un boleto de la caja y formar grupo con los que tienen el mismo número. - Presenta el material de trabajo, reparte a cada estudiante 1 rejilla y 10 fichas. - Se realiza un momento de intercambio de impresiones referentes al material para identificar las características de cada uno.
<p>Participación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se proyecta una diapositiva con un problema muy sencillo, que los estudiantes leen: Marcelo tiene 18 caramelos, Susana tiene 9. ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos? Es importante mantener proyectado el problema para que los niños lo lean las veces que sean necesarias. - La docente induce la relación caramelos/fichas con la pregunta ¿cuál de los materiales entregados parecen caramelos? - Se indica que deben colocar en cada espacio de la rejilla un “caramelo” hasta tener la cantidad correspondiente a la de Marcelo y la de Susana juntos. - Como cada estudiante tiene solo una rejilla y 10 fichas, deben encontrar la forma de organizar las fichas y las rejillas juntando sus materiales, para encontrar la respuesta. Por ejemplo: <p style="text-align: center;">Gráfico 11. Material concreto (rejillas y fichas)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia</p>
<p>Dominio</p> <ul style="list-style-type: none"> - La maestra pregunta si todos los grupos ubicaron las fichas de la misma manera e invita a los niños a buscar otra forma de organizar los “caramelos” en las rejillas de tal manera que den el resultado. - Los estudiantes deben decidir cuál consideran la mejor y explicar el porqué.

- Finalmente, se pide a los grupos que comenten a la clase qué hicieron para organizar las fichas en las rejillas, cuáles fueron las dificultades que tuvieron y cómo se sintieron con esta modalidad de trabajo.

Conclusión:

El proceso matemático promueve la reflexión de los distintos caminos hacia la resolución de un problema.

Con esta estrategia, los estudiantes descubren que pueden llenar dos rejillas completas y una tercera con siete; es decir dos de diez (veinte) más las siete de la tercera, que es más fácil para sumar.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, Uso de material concreto. **Procesos:** razonamiento, heurísticos (buscar soluciones empíricas), comunicar y hacer conexiones. **Metacognición:** discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente. **Actitudes:** capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas.

Fuente: elaboración propia

Cuadro 8. Segunda Clase Fase Concreta

Duración: 45 minutos

Tema: Sumas con material concreto

Objetivo: Encontrar los datos importantes y ensayar varias estrategias para resolver problemas.

Recursos: Rejillas de diez compartimentos, fichas de foami, hojas impresas con el problema matemático a resolver, dinámica grupal "Busca tu otra mitad".

Fases del Aprendizaje**Preparación**

- Previamente la maestra prepara la dinámica para formar los grupos de trabajo, para ello debe hacer por ejemplo gráficos de 4 frutas, 4 hortalizas, 4 animales domésticos, etc. y cortarlos por la mitad.
- Ya en la clase reparte indistintamente los pares cortados y pide a los estudiantes que mantengan oculta la figura; a su orden deben descubrirla y buscar al compañero que tenga su "otra mitad". Es aconsejable hacer esta dinámica fuera del aula en un espacio más amplio.
- Luego explica que el objetivo de la clase es continuar el proceso de la clase anterior, y que por eso les entrega el material que usaron anteriormente y remarca que todos los niños deben participar en la actividad.

Participación

- A cada grupo reparte la hoja impresa con el problema (debe estar impreso en sentido horizontal y en un tamaño de fuente grande para que sea fácil la lectura) indicando que deben leer en voz alta las veces que necesiten hacerlo. Y unas pequeñas tarjetitas con los nombres de los tres niños del problema.
- Se modifica la complejidad del problema:
Jorge, Roberto y Rocío, juntos tienen 21 monedas. Si entre Jorge y Rocío tienen 13 monedas, ¿cuántas monedas tiene Roberto?
- Los niños deben discutir qué hacer para resolver el problema, la docente les pide identificar qué pregunta el problema, luego intentan, ensayan formas de organizar las fichas en las rejillas.
- La docente va a cada grupo realizando preguntas que guíen a los niños en el relacionamiento de los datos y las rejillas que los representan.
- Los niños deben llegar a completar 21 monedas en 3 rejillas. La docente propicia la discusión para que identifiquen que hay una rejilla por cada niño del problema y que coloquen un nombre en cada una.
- Si completaron dos rejillas cada una de 10 monedas, hay una tercera de 1. Ahora deben ubicar los nombres de acuerdo a lo que pide el problema hasta poner las rejillas de Jorge y Rocío con 13 monedas en total.
- Este proceso puede ser lento, la maestra debe propiciar que los integrantes de cada grupo hagan propuestas de solución mientras manipulan el material buscando opciones.

<ul style="list-style-type: none"> - En este momento es importante recordar a los niños que presentar una idea equivocada no está mal, que son solo intentos hasta encontrar el procedimiento adecuado.
<p>Dominio</p> <ul style="list-style-type: none"> - Una opción sería una rejilla de 10 y una de 3; sin embargo, puede haber otras respuestas, tantas como posibilidades de sumar 13 (9 y 4, 8 y 5, 7 y 6). En todos los casos, la respuesta al problema es que Roberto tiene 8. - La docente resume los procesos a la clase, conduce a reflexionar que hubo más de un camino hasta llegar a la respuesta. - Pide a los estudiantes decir cuál es la pregunta y qué datos son los importantes para llegar a la solución.
<p>Conclusión: El manejo del material concreto ayuda a organizar datos del problema y visualizar la solución o soluciones del mismo, desvirtuando la connotación negativa de error, a la vez que promueve conceptos (agrupar, decena, composición de un número) implícitos en el proceso.</p>
<p>Elementos trabajados del Método Singapur Conceptos numéricos y analíticos. Habilidades de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. Procesos: razonamiento, de pensamiento, heurísticos (buscar soluciones empíricas), comunicar y hacer conexiones. Metacognición: discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente. Actitudes: capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.</p>

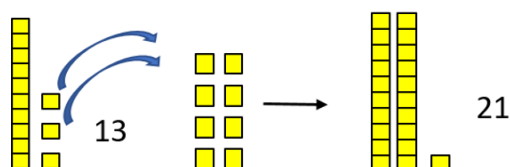
Fuente: elaboración propia

Cuadro 9. Tercera Clase Fase Concreta

Duración: 45 minutos
Tema: Sumas con material concreto
Objetivo: Familiarizar a los estudiantes con el material base 10 como estrategia para resolver problemas.
Recursos: Lápices de colores, ligas, rejillas de diez compartimentos, fichas de foami, material base 10, palitos de helado, vaso.
Fases del Aprendizaje
<p>Preparación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Para formar los grupos, se prepara palitos de helado pintados solo en las puntas. En este caso como son 24 estudiantes serán 4 paletas de cada color elegido (6 colores); la docente los coloca en un vaso en el que solo se vean los extremos sin pintar. Los niños deben tomar uno y unirse a los que tienen su mismo color. - Primero realizan ejercicios de sumas muy sencillas ($8+3$; $7+5$) solicitadas por la maestra, usando las rejillas. - Luego se les explica que van a trabajar con elementos nuevos mientras se entrega el material (solamente decenas y unidades sueltas) y se indica que se llama base 10. - Manipulan el material para diferenciar los elementos sueltos como unidades y las regletas de 10 como decenas.
<p>Participación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes manipulan las rejillas y el material base 10, encuentran semejanzas hasta descubrir que una rejilla completa es lo mismo que un bloque de 10, es decir una decena. - De igual manera con los bloques de 1, que al juntar 10 son una decena. - Después la docente les presenta problemas muy sencillos del tipo: Rocío tiene 6 caramelos y su hermano tiene 4, ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?, porque la intención es facilitar el uso del material base 10. - Poco a poco se introducen sumas que pasan la decena, por ejemplo: Si Luis compra 13 chupetes y Ricardo 8, ¿Cuántos chupetes tienen en total? - Los estudiantes verifican que el 13 se forma de un bloque de 10 y tres bloques de 1; por su parte el 8 se forma de 8 bloques de 1.
Dominio

- Para sumar inicialmente los estudiantes cuentan de uno en uno; pero luego descubren inducidos por las docentes, que tomando dos bloques unitarios del número 13, forman otro bloque de 10 (completan una decena); ahora hay dos bloques de 10 y un bloque de 1, es decir, 21.

Gráfico 12. Representación de cantidades en bloques base 10



Fuente: Elaboración propia

- Esta es la secuencia REJILLAS-BLOQUES BASE10.
- Es importante que los niños afiancen el concepto de la decena y el mecanismo de completar la misma con las unidades sueltas como se muestra en la figura 11.
- Se recomienda que inicialmente problemas sencillos en los que las sumas sean en el círculo de las decenas y una vez que los niños dominen los conceptos y procesos, continuar con problemas que incluyan la centena.

Conclusión:

La secuencia rejillas-bloques base 10 facilita el manejo de los números conectados para comprender el paso de la decena; permite disminuir hábitos como el conteo por medio de los dedos.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos y analíticos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. **Procesos:** razonamiento, de pensamiento, heurísticos (buscar soluciones empíricas), comunicar y hacer conexiones. **Metacognición:** discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente, discutir varias soluciones. **Actitudes:** capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.

Fuente: elaboración propia

Sesiones de Clase Fase Pictórica

Cuadro 10. Primera Clase Fase Pictórica

Duración: 45 minutos

Tema: Estrategias de la fase pictórica.

Objetivo: Practicar números conectados y material base 10 como estrategia para resolver problemas matemáticos.

Recursos: <https://www.youtube.com/watch?v=9KkeA7TPJqE>, equipo multimedia, material base 10, hojas impresas con problemas matemáticos sencillos, lápiz, borrador, lápices de colores.

Fases del Aprendizaje

Preparación

- Se indica a los estudiantes que se numeren del 1 al 4 para formar los grupos de trabajo y que se reúnan los que dijeron el mismo número.
- La docente explica que continúa el trabajo con el material base 10 que conocieron la clase anterior y que para iniciar van a observar un video; esto como introducción a las distintas formas de sumar 10.
- Luego les pide tomar las cartas (naipes) que están sobre sus mesas y que van del 1 al 9. Les propone un concurso, ganará el equipo que encuentre todas las combinaciones de dos números y de tres números que sumen 10; les indica que, igual que en el video, solo

pueden repetir dos veces el mismo número y que tienen 3 minutos para completar la tarea.

- Concluido el tiempo los niños enuncian sus respuestas; la docente escribe en la pizarra las correctas para unificar el criterio.
- Esta clase de concursos los motiva y favorece la atención para las actividades siguientes.

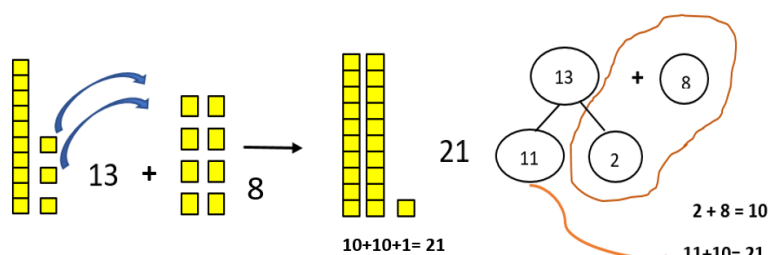
Participación

- Se pide que lean el problema y que engloben, con un color diferente, las cantidades importantes para resolverlo:
- Mamá va a la librería y compra una novela en 13 dólares y un libro de cocina en 8, ¿Cuánto dinero debe pagar por ambos libros?
- Pueden hacerlo de forma individual y luego comparar respuestas, o discutir entre todos desde el inicio cuáles son los datos.
- Lo siguiente es usar el material bloque 10 para representar las cantidades señaladas como se observa en la Figura 12 (13 y 8).
- La docente pregunta si es posible completar una decena con los bloques unitarios del 13.
- Ahora deben reemplazar las 10 unidades que se juntaron por un bloque de 10 (segunda parte de la Figura 12).
- Como guía les señala el ejercicio inicial y les recuerda que en la pizarra tienen ya las combinaciones que suman 10.

Dominio

- Los estudiantes deben completar las cantidades respectivas como en el diagrama de la tercera parte de la Figura 12.
- Luego se les conduce a notar que al “ceder” 2 bloques unitarios del 13, lo que hacen es descomponerlo en 11 y 2. Este último sumado al 8 completan la segunda decena, es decir, la composición del 10.
- Así tienen ahora dos decenas y una unidad suelta, lo que faculta sumar $10+10+1=21$.

Gráfico 13. Transición base 10 a números conectados



Fuente: Elaboración propia

- Para reforzar se trabaja con otros problemas similares; el objetivo es que logren formar nuevas decenas por completación,




Conclusión: El material base 10 facilita la visualización de la formación de nuevas decenas como estrategia para sumar.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos y analíticos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. **Procesos:** razonamiento, de pensamiento, comunicar y hacer conexiones. **Metacognición:** discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente. **Actitudes:** capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.

Fuente: elaboración propia

Cuadro 11. Segunda Clase Fase Pictórica

Duración: 45 minutos
Tema: Estrategias de la fase pictórica.
Objetivo: Practicar la transición de lo concreto a lo pictórico.
Recursos: Video "Reto de memoria visual" (https://www.youtube.com/watch?v=F9jqGrZz69g), equipo multimedia, material base 10, hojas impresas con problemas matemáticos sencillos, lápiz, borrador, lápices de colores.
Fases del Aprendizaje
<p>Preparación</p> <ul style="list-style-type: none"> - La docente inicia la clase proponiendo a los estudiantes un reto de memoria visual tendiente a activar la atención, para lo que se utiliza el video (consignado en los recursos) con ejercicios que van de menor a mayor nivel. - Al terminar la actividad, la docente implica la idea del uso de figuras que va a tener la clase. - Se entregan las hojas con un sencillo ejercicio que permite poner énfasis, por ahora, en la interpretación gráfica de los datos del problema. - Esta vez, la formación de grupos puede ser a libre elección de los niños.
<p>Participación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Esta clase opera sobre la transición al modelado, propio de la parte pictórica. - Como en la clase anterior deben identificar los datos que resuelven el problema marcándolos con un color distinto cada uno. - Ahora se pide a los estudiantes que hagan un gráfico representativo de cada dato; en esta parte los niños dibujan por sí solos. Además, deben rotularlos. - El problema de esta clase plantea: La maestra reparte al grupo A de estudiantes 7 lápices color rojo para pintar flores, y al grupo B le da 8 lápices verdes para que pinten árboles. ¿cuántos lápices tienen entre todos? - Guiados por la docente, discuten qué información del problema es importante para solucionarlo. En el ejemplo propuesto se mencionan flores y árboles que constituyen información irrelevante al caso. - Aquí la maestra recalca que es importante establecer qué pregunta el problema. - Los gráficos de los estudiantes quedan así: <p style="text-align: center;">Gráfico 14. Graficación del problema por parte de los niños</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Grupo A</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>todos</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">  <p>Grupo B</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">Fuente: Elaboración propia</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cabe recalcar que la dificultad propuesta es mínima porque lo que se busca es familiarizar a los estudiantes con el proceso, trabajar la transición de lo concreto a lo pictórico. - Al inicio dibujan los objetos como los conocen, aún no hacen una representación o modelado de ellos.
<p>Dominio</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ahora los estudiantes usan el material base 10 para sumar siguiendo los pasos ya tratados la clase anterior (Figura 12), de esta manera se va integrando los procesos. - A continuación, los deben realizar la operación matemática que resuelve el problema, es decir, poner en lenguaje matemático los gráficos.

- Después tienen que volver a lo que pregunta el problema para escribir la respuesta completa; en este caso es: Entre todos tienen 15 lápices.

Conclusión:

El ritmo inicial del trabajo es lento, pero esto garantiza la efectividad posterior; por tanto, se harán ejercicios de refuerzo igualmente sencillos.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos y analíticos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. **Procesos:** razonamiento, de pensamiento, comunicar y hacer conexiones. **Metacognición:** discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente. **Actitudes:** capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.

Fuente: elaboración propia

Cuadro 12. Tercera Clase Fase Pictórica

Duración: 45 minutos

Tema: Estrategias de la fase pictórica.

Objetivo: Introducir y practicar el modelo de barras en la solución de problemas con sumas.

Recursos: Video “Método de barras resolución de problemas suma” (<https://www.youtube.com/watch?v=dcK2jSxirsE>), material base 10, hojas impresas con actividad “Encuentra las 5 diferencias”, pizarrón, lápiz, borrador, lápices de colores.

Fases del Aprendizaje**Preparación**

Para esta tercera clase, al proceso bloques base 10-números conectados, se agrega el modelo de barras parte-todo.

- La docente entrega una hoja que los estudiantes deben mantenerla boca abajo hasta que ella anuncie que pueden virarla. La consigna es encontrar las 5 diferencias que existen. Tienen 3 minutos y gana quien acierte las diferencias. Esta actividad potencia atención, percepción y memoria visual, capacidad analítica, agilidad mental y de trabajo, propicias para el tema de la clase.
- Después, presenta el tema de la clase, indica que van a resolver problemas usando el modelo de barras que es una forma más fácil de representar con gráficos los datos de un problema.
- Recuerda los pasos que han realizado en las clases anteriores, por ejemplo, en el problema de los 7 lápices rojos y 8 verdes, van a “guardar” cada uno en una caja en lugar de dibujar cada lápiz. Mientras, dibuja en la pizarra los grupos de lápices y los encierra en rectángulos (las cajas).
La docente hace notar que cuando trabajen con cantidades mayores sería complicado dibujar por ejemplo 300 casas y por eso se usan las barras.

Participación

- Los estudiantes tienen en sus mesas el ejercicio de la clase anterior, proceden a dibujar los rectángulos igual que ella en la pizarra.
- Aquí deben diferenciar las partes que tiene el problema; son dos, una tiene más que otra, incluso se pueden diferenciar por el color. Ya tenemos dos barras que son las partes.
- La docente pregunta qué pide el problema, qué es lo que pregunta. Hace notar que la pregunta es el dato que no se sabe y que por eso es lo que se debe buscar.
- ¿Cómo sería la caja que lo represente? Así conduce a los estudiantes a la tercera barra, el tercer rectángulo, en el que estarían todos los lápices entre rojos y verdes. ¿Esta caja es más grande o más pequeña que las anteriores? ¿Por qué? De esta manera los niños relacionan que la suma es la operación que soluciona el problema.

Dominio

- Solicita que ahora que pinten cada barra totalmente con rojo y verde como muestra la segunda parte de la Figura 14. Finalmente escriben en cada parte el dato respectivo y en la barra mayor la interrogante.

Gráfico 15. Transición a modelo partes-todo



Fuente: Elaboración propia

- Lo que sigue es realizar la operación apoyados en el material base 10 y responder la pregunta de manera completa, en relación a la pregunta en el problema: entre todos tienen 15 lápices de colores, y no solo 15.
- Para reforzar se desarrolla el proceso con otro problema de igual dificultad, pero ya solo graficando las barras por cada dato y la incógnita.
- Al finalizar la clase la docente destaca la correspondencia de los datos del problema con las barras graficadas y la respuesta lograda.
- Los estudiantes expresan a la clase si con las barras les resulta mejor identificar los datos que resuelven el problema.

Conclusión:

Con este modelo de barras a los niños les resulta más fácil comprender la estructura del problema, discriminan la información relevante de la secundaria, identifican lo que deben responder y deciden con más seguridad la operación que resuelve el problema. Sin embargo, consecuente con la metodología Singapur, este modelo no es rígido, no excluye otras posibles formas gráficas de interpretar un problema, siempre que conduzcan a resolverlo de manera efectiva.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos y analíticos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. **Procesos:** razonamiento, de pensamiento, comunicar y hacer conexiones. **Metacognición:** discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente, descubrir cómo aprendo. **Actitudes:** capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.

Fuente: elaboración propia

Sesiones de Clase Fase Abstracta

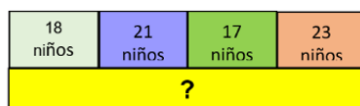
Cuadro 13. Primera Clase Fase Abstracta

Duración: 45 minutos
Tema: El problema matemático
Objetivo: Integrar los pasos de resolución de problemas con las estrategias estudiadas.
Recursos: Material base 10, útiles de dibujo, hojas de trabajo, medios audiovisuales, objetos del aula.
Fases del Aprendizaje
<p>Preparación</p> <ul style="list-style-type: none"> - En la fase abstracta las docentes apoyan a los estudiantes en los pasos reflexivos y organizados para resolver problemas que en forma intuitiva ya se han desarrollado durante las dos primeras partes del proceso CPA. - Aquí es importante que los estudiantes trabajen en grupo o en parejas para propiciar la discusión y la toma de decisiones. Estos grupos deben cambiar de integrantes en cada clase. - Luego de formar los seis grupos, la maestra indica que ha recortado el problema matemático en seis partes que las coloca en desorden sobre una mesa; un representante de cada grupo toma una al azar y deben colocarse en fila, leer a la clase del primero al último, así hasta lograr coherencia en el texto. - El resto de niños de la clase participa sugiriendo los lugares en que deben ubicarse sus compañeros. La actividad no debe llevar más de cinco minutos. - Cuando lo logren la docente escribe el problema en la pizarra. - La actividad apoya el primer paso de la resolución que es comprender el problema.

Participación

- Los estudiantes leen el problema que está impreso en sus hojas de trabajo y encierran con un color diferente los datos necesarios y la interrogante que:
Los niños de cuarto año quieren saber cuántos estudiantes usan transporte en la Preescolar de la escuela. Saben que hay 4 busetas; en una van 18 niños, la segunda lleva 21, en la tercera están 17 y en la última van 23. ¿Cuántos niños usan transporte en Preescolar?
- Esto conduce al siguiente paso: **idear un plan**; la maestra pregunta si ya han visto un problema similar y les pide compararlos para decidir si el plan antes utilizado cabe para este nuevo.
- Aquí deben aplicar el modelo de barras; los estudiantes discuten y eligen en sus grupos cuántas barras deben dibujar en concordancia con los datos (cuántas busetas hay, cuántos niños por buseta) y la barra de la pregunta a resolver; enlistan los datos que tienen y eligen la operación que puede solucionar el problema.

Gráfico 16. Estrategia de resolución del problema con el modelo de barras



Datos:
 Buseta 1: 18 niños
 Buseta 2: 21 niños
 Buseta 3: 17 niños
 Buseta 4: 23 niños
 Incógnita: cuántos niños van en transporte.
 Operación: suma

Fuente: Elaboración propia

- El tercer paso es **ejecutar el plan**, es decir realizar la suma. Los estudiantes realizan el algoritmo que conocen.
- En el grupo explican el proceso, es indispensable que verbalicen lo que hicieron. Deben responder la pregunta de manera completa, en este caso: En Preescolar usan transporte 79 niños.

Dominio

- El paso final es **comprobar la solución**, aquí se les pide que verifiquen el resultado con el material base 10; esto ayuda a los niños que fallaron al sumar.
- La docente pregunta si consideran que la respuesta tiene sentido y lo expliquen.
- Para terminar, reemplazan la incógnita por el resultado hallado.
- En el caso de no lograr resolver el problema, deben volver al primer paso.

Conclusión:

Por medio del proceso de resolución de problemas se fomenta el pensamiento crítico y el análisis. Les permite desarrollar habilidades para discriminar información relevante, plantear estrategias y evaluar los resultados.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos y analíticos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. **Procesos**: razonamiento, de pensamiento, comunicar y hacer conexiones. **Metacognición**: discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente, descubrir cómo aprendo. **Actitudes**: capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.

Fuente: elaboración propia

Cuadro 14. Segunda Clase Fase Abstracta

Duración: 45 minutos
Tema: El problema matemático
Objetivo: Aplicar el modelado antes-después en la resolución de problemas con sumas.
Recursos: Dinámica grupal El Rompecabezas, material base 10, útiles de dibujo, hojas de trabajo, medios audiovisuales, objetos del aula.
Fases del Aprendizaje
<p>Preparación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se inicia con la formación de grupos. Se debe preparar 6 juegos de rompecabezas, que son gráficos, por ejemplo, de pizza, frutas, animales, etc., divididos en 4 piezas cada uno. La docente entrega aleatoriamente las piezas a los niños, que deben mantenerlas ocultas, hasta que empiece a sonar una canción que es cuando buscan sus similares, al dejar de sonar la canción deben detenerse. Ganará el equipo que primero logre armar su rompecabezas. - Después de conformados los grupos, la docente explica el tema de la clase, entrega las hojas de trabajo con el problema que deben resolver. - Lo primero es leerlo visualmente, luego de manera oral para propiciar el paso comprender el problema.
<p>Participación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Para esta clase se cambia la estructura del planteamiento del problema propuesto, así se evita el tratamiento repetitivo de problemas tipo y se propicia el análisis de información. - Luego de leer el problema los estudiantes deben encerrar o subrayar con diferentes colores las cantidades implícitas, así como lo que pregunta el problema: <p>El día <u>martes</u> se vendieron <u>132 sánduches de pollo</u> en el bar de la escuela; al día siguiente vendieron <u>59 más</u>. Entonces, <u>¿cuántos sánduches se vendieron el miércoles?</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Una vez identificados los datos, deben hacer el modelado antes-después con la guía de la profesora. Esto es idear un plan. <p style="text-align: center;">Gráfico 17. Modelo de barras alternativo antes-después</p> <p style="text-align: center;">Fuente: Elaboración propia</p> <ul style="list-style-type: none"> - Este momento los niños asocian las barras con el dato que representan, nominan los días y las cantidades de sánduches respectivas. - Aquí es importante que establezcan que el martes es el dato antes y que al miércoles deben aumentar 50 que es el después. - Al comparar las barras, la del miércoles es más grande, esto sugiere la idea de aumento, por lo tanto, indica que la operación que resuelve el problema es la suma. - El modelado los guía a visualizar la incógnita. - Este momento los estudiantes enlistan los datos: Martes: 132 sánduches Miércoles: martes + 50 sánduches Incógnita: ¿cuántos sánduches se vendieron el miércoles?

<ul style="list-style-type: none"> - El tercer paso es ejecutar el plan, es decir realizar la suma. Los estudiantes hacen el algoritmo que conocen. - En el grupo conversan sobre el proceso que siguen y cuál es la respuesta, que debe ser siempre completa.
<p>Dominio</p> <ul style="list-style-type: none"> - Después se les pide que verifiquen el resultado con el material base 10; esto ayuda a los niños que fallaron al sumar (comprobar la solución). - Si hubo una respuesta incorrecta, los estudiantes verbalizan cuál fue su equivocación; de esta manera les queda claro lo que no deben hacer una próxima vez. - Para terminar, reemplazan la incógnita por el resultado hallado. - En el caso de no lograr resolver el problema, deben volver al primer paso. - Los estudiantes dialogan para encontrar semejanzas y diferencias entre el modelo parte-todo y el antes-después, estableciendo que hay más de una forma de representar y resolver los problemas.
<p>Conclusión:</p> <p>El seguir un proceso estructurado, facilita a los estudiantes comprender los conceptos involucrados en el problema, el significado implícito en los números y operaciones no solo la aplicación de algoritmos de manera mecánica.</p>
<p>Elementos trabajados del Método Singapur</p> <p>Conceptos numéricos y analíticos. Habilidades de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. Procesos: razonamiento, de pensamiento, comunicar y hacer conexiones. Metacognición: discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente, descubrir cómo aprendo. Actitudes: capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.</p>

Fuente: elaboración propia

Cuadro 15. Tercera Clase Fase Abstracta

Duración: 45 minutos
Tema: El problema matemático
Objetivo: Estimular la capacidad para crear problemas matemáticos que incluyan la suma.
Recursos: Dinámica grupal ¿Qué pasaría si...?, material base 10, útiles de dibujo, hojas de trabajo, medios audiovisuales, objetos del aula.
Fases del Aprendizaje
<p>Preparación</p> <p>En esta clase el reto para los estudiantes es proponer un problema matemático a partir de una situación dada, es decir, una situación intra matemática.</p> <ul style="list-style-type: none"> - La clase inicia con una dinámica, para lo que se preparan tarjetas o diapositivas con preguntas como: ¿Qué pasaría si Caperucita no hubiera tenido abuelita?, ¿Qué pasaría si fueras un juguete?, ¿Qué pasaría si pudieras volar?, ¿Qué pasaría si el aula fuera más pequeña?, ¿Qué pasaría si tú eres el profesor? Los estudiantes responden espontáneamente primero y luego deben ellos hacer las preguntas para que respondan sus compañeros. Se recomienda no pasar de 10 preguntas entre las presentadas por los docentes y las hechas por los niños. - Los docentes definen los grupos de trabajo y explica que en esta clase van a crear un pequeño problema matemático similar a los que ya han trabajado en las clases anteriores. - Entregan las hojas de trabajo mientras explica que la actividad consiste en imaginar una situación sencilla en la que deben estar los niños de los gráficos.

Gráfico 18. Representación gráfica para crear un problema

Fuente: Elaboración Propia

Participación

- Para realizarlo, deben conversar entre los integrantes del grupo y tomar las decisiones para presentar el problema escrito que debe incluir lo que sucede o hacen los niños (la **situación**); los datos del problema (la **información**) y lo que pregunta el problema (el **requerimiento**)
- Los docentes guían a los estudiantes para que se hagan preguntas como: ¿Quiénes son estos niños?, ¿Qué hacen?, ¿Dónde están?, ¿Cuántos son?, a partir de las que pueden tomar decisiones para la redacción y descubrir la posible pregunta del problema, que en este caso debe ser de suma.

Dominio

- Después de escribir el problema lo leen y verifican si tiene toda la información dada en el gráfico y si la pregunta es sobre una suma.
- Luego para resolver el problema enlistan los datos, identifican la incógnita y la operación que lo resuelve (Figura 15). Esto individualmente, luego comparan respuestas con los demás integrantes del grupo.
- Cada grupo lee el problema que creó y descubre semejanzas, diferencias y otras posibilidades de percibir una situación.

Conclusión:

La creación de problemas contribuye a la capacidad de hacer preguntas, de identificar aspectos matemáticos en el entorno, de potenciar procesos lógicos de pensamiento, de vincular las matemáticas con otras disciplinas del conocimiento, de desarrollar la creatividad y mejorar la autoestima de los niños, sus opiniones son tomadas en cuenta y descubren que son capaces de crear problemas por sí mismos.

Elementos trabajados del Método Singapur

Conceptos numéricos y analíticos. **Habilidades** de visualización espacial, análisis matemático, uso de material concreto, cálculo numérico. **Procesos**: razonamiento, de pensamiento, comunicar y hacer conexiones. **Metacognición**: discutir varias soluciones, pensar en voz alta, reflexionar continuamente, descubrir cómo aprendo. **Actitudes**: capacidad de disfrute de las matemáticas, perseverar sobre la resolución de problemas, creer que las matemáticas son útiles.

Fuente: elaboración propia

Evaluación: La segunda es una evaluación final realizada después del periodo en el que se ejecuta en el aula el proceso CPA. Ésta permite determinar en qué grado la aplicación del Método Singapur como estrategia de enseñanza influye en el aprendizaje de Matemáticas, en cuanto a la resolución de problemas que incluyen la suma. Se estructuran ejercicios con problemas matemáticos distribuidos en diez preguntas con ítems impares para comprobar el uso del modelado de barras, los

pasos para resolver el problema, la búsqueda de otras estrategias de solución, el cumplimiento de verificación o comprobación de respuestas y la predisposición para realizar los problemas planteados. Aspectos que guardan relación con las destrezas del currículo nacional.

De manera similar se contabilizan la cantidad de aciertos y se define el nivel que alcanzan las habilidades evaluadas. Se organiza la información para el posterior análisis e interpretación de los resultados.

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Aplicación de la propuesta con el método Singapur

Para lograr el cumplimiento de los procesos didácticos en estudio, se propicia la cultura positiva en el aula que se vuelve el espacio interactivo a través de diferentes actividades que contemplan procedimientos, conceptos y actitudes en las que el estudiante es protagonista del proceso de aprendizaje. Desde los primeros minutos de la clase los estudiantes son movidos a formar parte, deben dejar sus ubicaciones usuales para formar un grupo de trabajo que además cambia de integrantes de una clase a la siguiente. Incluso el aula está en movimiento y ellos tienen enfoques espaciales distintos.

Registro fotográfico 1. Fase de preparación del aprendizaje Modelo Singapur



Fuente: elaboración propia

Por otra parte, la acción concreta se efectúa sobre los objetos matemáticos como la suma, esta actividad propicia aproximaciones a las propiedades, las nociones y las relaciones entre ellas. A través del material Base 10 los estudiantes tienen la experiencia intuitiva de conceptos como suma/adición, realizan conexiones con conocimientos previos suma-aumento-más, desde su funcionalidad, como proceso y no solo como un signo. Visualizan y manipulan unidades, decenas, centenas, entienden la idea de agrupar; descubren relaciones de equivalencia (10 unidades “cambio” por 1 decena, 20 unidades por 2 decenas), etc.

Por su parte, los docentes desempeñan el rol de guías, hacen preguntas para orientar el trabajo, estimulan la participación de todos; promueven preguntas de los estudiantes y el uso de lenguaje matemático.

Registro fotográfico 2. Uso de material concreto Base 10



Fuente: elaboración propia

Como ya se ha establecido, la resolución de problemas es el centro, la situación matemática, que contiene el conflicto cognitivo al que se enfrentan los niños. Siempre la clase tiene un problema a resolver en el grupo; el objetivo es que todos accedan a toda la información, materiales y trabajen juntos hasta dominar el tema apoyándose entre sí. Es decir, los estudiantes piensan entre todos, ensayan la estrategia de solución, deciden qué hacer, reconocen elementos imprescindibles; operan así de forma intuitiva mientras van construyendo el conocimiento.

Registro fotográfico 3. Fase de participación del Método Singapur



Fuente: elaboración propia

Registro fotográfico 4. Diapositiva con el problema para resolver



Registro fotográfico 5. Hoja de trabajo del proceso de modelado realizado por los estudiantes



La formalización de los aspectos tratados en la clase es importante como actividad final del proceso para unificar procesos y conceptos; así también, los estudiantes verbalizan lo realizado, expresan las dificultades que tuvieron y qué les resultó más fácil de tratar. Esto es determinante en el reconocimiento metacognitivo del aprendizaje individual.

Registro fotográfico 6. Fase de dominio del Método Singapur



Fuente: elaboración propia

Observación

Al docente

Se aplica una ficha de observación al docente en el aula (Anexo 2) al inicio del proceso con el Método Singapur y otra en la etapa final, con los siguientes resultados:

Tabla 4. Resultados de la observación a docentes en el aula

Indicadores	Paralelos					
	4to "A"		4to. "B"		4to. "C"	
Proceso de aprendizaje	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
Preparación						
Organiza a los estudiantes en grupos de trabajo.	1	3	1	2	1	3
Da a conocer el tema y objetivo de la clase.	2	3	1	2	1	3
Trabaja los conocimientos previos.	2	2	2	3	1	2
Considera el entorno y el perfil del estudiante.	1	2	2	2	1	2
Toma en cuenta el contexto de interés del estudiante.	1	3	2	3	1	2
Incluye el uso de la tecnología.	2	2	2	2	2	3
TOTAL	9	15	10	14	7	15
Participación						
Utiliza material concreto para desarrollar conceptos y relaciones.	1	2	1	3	1	3
Fomenta el involucramiento del estudiante en el proceso de aprendizaje.	1	3	2	3	2	3
Realiza preguntas orientadoras para que los estudiantes establezcan relaciones entre conceptos.	1	3	2	2	1	2
Guía a los estudiantes a crear modelos y establecer patrones.	1	2	2	3	2	2
Toma en cuenta el ritmo de aprendizaje del estudiante.	0	2	1	2	1	2
Estimula la explicación oral de decisiones sobre información importante y estrategias de resolución.	0	2	1	3	1	2
TOTAL	4	14	9	16	8	14
Dominio						
Resume y conecta los aspectos clave con la nueva lección.	2	2	2	3	1	2
Motiva a los estudiantes la práctica de los nuevos conocimientos. (Práctica motivada)	1	2	2	3	1	3
Realiza la revisión heurística de conceptos aplicados a nuevas situaciones. (Revisión reflexiva)	0	1	0	1	1	2
Propone problemas matemáticos del entorno. (aprendizaje extendido)	1	2	1	2	2	2
Gestiona la discusión de diferentes algoritmos de resolución.	1	2	1	2	1	3
Cierra la actividad de la clase unificando y generalizando criterios.	1	2	1	2	1	2
TOTAL	6	11	7	13	7	14

Fuente: Elaboración propia

En términos generales, la observación permite ver un avance en los indicadores evaluados; esto indica que las docentes logran un mejor manejo de los procesos implícitos en el Método Singapur. De los 24 puntos posibles, en la fase de Preparación alcanzan sobrepasar el 50%, en la de Participación igualmente, destacando el paralelo "B" con 16 puntos de 24. Si bien la fase de dominio también alcanza mejoría, es la que menos se desarrolla por parte de las docentes en el proceso aplicado.

En resumen, hay un avance en el manejo del método, sin embargo, es necesario afianzar los puntos bajos como las preguntas orientadoras, el modelado, y la heurística de las posibles estrategias de resolución.

A los estudiantes

Tabla 5. Resultados de la observación a estudiantes en el aula.

Indicadores	Paralelos					
	4to "A"		4to. "B"		4to. "C"	
Proceso de aprendizaje	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
Preparación						
Manipula material concreto y encuentra propiedades matemáticas inherentes.	1	2	1	3	1	2
Descubre nuevos conceptos a partir del material concreto y los relaciona con los conocimientos previos.	1	2	1	2	1	2
TOTAL	2	4	2	5	2	5
Participación						
Interactúa con los integrantes de su grupo.	1	2	1	3	1	3
Comparte en el grupo elementos descubiertos en el material concreto.	0	2	1	2	1	2
Ensayo estrategias de resolución en las actividades propuestas por el docente.	1	2	1	2	1	2
Expone al grupo sus ideas.	1	2	1	3	1	2
Apoya las decisiones consensuadas.	0	2	1	2	1	2
TOTAL	3	10	5	12	5	11
Dominio						
Crea, grafica, construye, modelos para resolver un problema matemático.	0	2	1	2	0	2
Incluye el conocimiento nuevo en la resolución de un problema matemático.	1	2	1	2	2	2
Ensayo y propone estrategias de resolución del problema.	0	1	1	2	1	2
Discute con el grupo y decide la mejor estrategia.	1	2	1	2	1	2
Cumple los pasos para resolver un problema.	1	2	1	2	2	2
Verifica los procesos y comprueba la respuesta obtenida.	1	2	1	12	1	2
TOTAL	5	11	6	13	6	12

Fuente: Elaboración propia

Los resultados indican que la aplicación del método mejora las habilidades relacionadas con la resolución de problemas. En todos los casos, los indicadores evaluados doblan su desempeño al final; no obstante, se debe destacar que en la fase de dominio las habilidades de modelado y la de ensayar estrategias de

solución deben ser reforzadas, son las de menor desempeño de acuerdo a los resultados de la observación.

3.2. Aplicación del post test (evaluación final)

Análisis global

Al terminar el proceso de la aplicación del Método Singapur para la solución de problemas con sumas, se obtiene los siguientes resultados:

Tabla 6. Resultados de evaluación final de destrezas

Destreza: Formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones cotidianas con números de hasta tres cifras.									
Subdestrezas								Total positivas	Nivel de logros
Paralelo	a	b	c	d	e	f	g		
4to. "A"	13	13	12	17	10	14	10	89	Avance
	54%	54%	50%	71%	42%	58%	42%	53%	
4to. "B"	15	15	16	19	13	13	15	106	Avance
	63%	63%	67%	79%	54%	54%	63%	63%	
4to. "C"	15	14	14	15	13	14	11	96	Avance
	63%	58%	58%	63%	54%	58%	46%	57%	
Total positivas c/destreza	43	42	42	51	36	41	36		
	60%	58%	58%	71%	50%	57%	50%		
Nivel c/destreza	A	A	A	A	A	A	A		

Fuente: elaboración propia

En general los tres paralelos se ubican en Avance; es decir, aparecen similitudes en el nivel de desarrollo entre el 51% y el 74% conforme al documento de valoración del MEC que se utiliza para el test final (Anexos 11, 12 y 13). El paralelo "B" es el que mayor cantidad de aciertos logra, 104 respuestas positivas; mientras en el paralelo "A" el de menor rendimiento, alcanza 89.

En cuanto a las subdestrezas, en el 4to. "A", la de mejor puntaje es la destreza d), elegir la estrategia de resolución del problema, con el 71% positivo y en

contraposición, las destrezas menos logradas son la e), aplicar estrategias de comprobación, y la g), poner en palabras la respuesta al problema, ambas con el 42% de aciertos.

Esto sugiere que, aunque los niños pueden encontrar soluciones a un problema, todavía tienen dificultades para hallar cómo verificar el resultado y el proceso aplicado. Además, incluso si saben lo que se pregunta, aún necesitan desarrollar la capacidad de dar una respuesta completa.

En relación al 4to. "B", las subdestrezas muestran un desarrollo más regular sin picos altos ni bajos, con un desarrollo cercano al 60%; esto explica que sea el paralelo con el mejor desempeño. Sin embargo, cabe destacar que las subdestrezas menos desarrolladas corresponden a la e) y f), en coincidencia con el paralelo "A".

En cuanto al 4to "C", la subdestreza g): Crear problemas a partir de datos, requiere más trabajo, tiene menor valoración (46%), mientras las demás rondan el 60%. Los niños de este paralelo interpretan mejor los modelos gráficos de un problema (63%) que es la subdestreza a): Representar gráficamente problemas propuestos.

Análisis global comparativo pretest-postest

Tabla 7. Comparativo por subdestrezas de resolución de problemas, pretest-postest

Evaluación diagnóstica				Evaluación final			
Sub destrezas	Total positivas	%	Nivel	Sub destrezas	Total positivas	%	Nivel
a	18	25%	Inicio	a	43	60%	Avance
b	26	36%	Inicio	b	42	58%	Avance
c	11	15%	Inicio	c	42	58%	Avance
d	46	64%	Avance	d	51	71%	Avance
e	11	15%	Inicio	e	36	50%	Avance
f	2	3%	Inicio	f	41	57%	Avance
g	20	28%	Inicio	g	36	50%	Avance

Fuente: elaboración propia

La tabla muestra los datos de la población investigada, de ahí que el total de positivas se calcula sobre los 72 estudiantes de los tres paralelos. Se observa que las destrezas van del nivel inicio al de avance; los niños en general mejoran; sin embargo, las destrezas e) y g) no sobrepasan la media. Esto puede tener explicación en el hecho de que son las más relacionadas con destrezas de lenguaje como la comprensión lectora.

Cabe resaltar que la destreza mejor lograda es la f) que sube de 3% a 57%, lo que puede deberse a que ésta es una habilidad que se trabaja poco en el currículo nacional, mientras el Método Singapur motiva a los estudiantes a buscar nuevas formas de lograr la solución de un problema.

Análisis comparativo pre test-post test por paralelo

Tabla 8. Análisis comparativo destrezas pretest- post por paralelo

Paralelo	Evaluación diagnóstica		Evaluación final	Paralelo	Evaluación Diagnóstica	Evaluación final	Paralelo	Evaluación Diagnóstica	Evaluación final
	Sub destreza	Total positivas %	Total positivas %		Total positivas %	Total positivas %		Total positivas %	Total positivas %
4to. "A"	a	0 0%	13 54%	4to. "B"	11 46%	15 63%	4to. "C"	7 29%	15 63%
	b	3 13%	13 54%		16 67%	15 63%		10 42%	14 58%
	c	0 0%	12 50%		4 17%	16 67%		7 29%	14 58%
	d	15 63%	17 71%		17 71%	16 67%		14 58%	15 63%
	e	2 8%	10 42%		5 21%	13 54%		4 17%	13 54%
	f	2 8%	14 58%		0 0%	13 54%		0 0%	14 58%
	g	6 25%	10 42%		10 42%	15 63%		4 17%	11 46%
	Total positivas	28 16%	89 53%		60 36%	106 53%		46 27%	96 57%

Fuente: elaboración propia

Al comparar los resultados de la prueba inicial diagnóstica y la evaluación aplicada después de realizado el proceso CPA, en cada paralelo, deja las siguientes consideraciones:

Cuarto “A”

Los estudiantes al principio del proceso no pueden interpretar con gráficos un problema (subdestreza a) como se desprende del cero inicial que después de la intervención alcanza el 54%; asimismo, tienen dificultad para identificar la incógnita que deben responder, lo que tiene relación con la incapacidad para identificar los datos (subdestreza b). No obstante, sí son capaces de determinar que la suma es la operación que resuelve el problema, subdestreza que se ubica en el nivel Avance.

En resumen, luego de aplicar el Método Singapur, se observa mejora en las habilidades tratadas en esta investigación que aumentan más del triple, del 16% en la diagnosis al 53% en la evaluación final.

Cuarto “B”

La tabla comparativa muestra que la habilidad más efectiva, en este paralelo, es la aplicación de estrategias de comprobación (subdestreza f) que empieza en cero y alcanza un porcentaje de finalización superior al 50%. También, mejora la habilidad para identificar lo que pregunta el problema (subdestreza c) de 17% a 67% en la evaluación final; y la de poner en palabras la respuesta (subdestreza e) que logra un desempeño final de 54%.

Aquí destaca la destreza d), que sube al nivel Dominio con un 79% de aciertos, después de la aplicación del Método Singapur.

La mejora de habilidades en el 4to. “B” casi duplica las respuestas positivas, del 36% antes del proceso CPA al 53% final.

Cuarto “C”

La evaluación diagnóstica en este paralelo arroja lagunas en las estrategias de comprobación de procesos y de la misma suma; luego de la aplicación del método pedagógico propuesto las habilidades mejoran notablemente, por lo que llega al nivel avance con el 58% de logro.

Según los resultados de la diagnosis, están poco desarrolladas las destrezas poner en palabras la respuesta y escribir un problema a partir de datos propuestos; mientras la primera presenta una mejora del 17% al 54%, la segunda tiene un desempeño menor y no alcanza el 50%.

Las habilidades de mayor desempeño son las de representación gráfica (a) y de elección de estrategia para resolver el problema (d); ambas superiores al 50%.

El progreso en las habilidades matemáticas relacionadas a la solución de problemas en este paralelo se duplica, por lo que del nivel Inicio (27%) va al de Avance (57%) en la evaluación final.

Estimaciones finales

Si bien es notoria la mejoría en el desempeño de las habilidades tratadas en el presente estudio, cabe anotar que el más beneficiado es el 4to. “A” que, de apenas 28 respuestas positivas al inicio, avanza a 89 positivas al concluir el proceso CPA. Si se considera que es el paralelo de menor rendimiento, se evidencia lo eficaz de una metodología que procura el desarrollo de destrezas de comprensión, conceptualización y actitudinales, frente a otro que se enfoca en el resultado en sí mismo.

Ciertamente, si como ya se ha dicho en este trabajo, la Matemática, los conceptos que ella entraña, ayudan a explicar y entender el mundo circundante, entonces es necesario que el docente piense la Matemática y diseñe el proceso enseñanza aprendizaje más que como un sistema cognitivo deductivo, como el espacio en el

que el estudiante interactúa con lo matemático siempre desde experiencias cercanas, familiares, propias, para que asuma la Matemática más que como una asignatura que se desarrolla en el interior del aula, como la herramienta útil que le sirve para entender y organizar una circunstancia en la realidad.

Es pertinente resaltar que en el currículo del MOE la educación matemática es la clave para todo el sistema educativo en su conjunto, la estructura curricular desde los grados primarios a los de enseñanza media propone una relación más natural con las matemáticas, cercana a las experiencias diarias de los alumnos; la didáctica transforma el habitual proceso enseñanza-aprendizaje para proveer a los estudiantes situaciones para descubrir, razonar, comunicar, discutir diferentes opciones de solución y establecer las conexiones existentes entre ellas.

De la misma manera, otro aspecto relevante en la enseñanza de matemáticas en el currículo del MOE es la metacognición, un proceso no limitado a elementales preguntas al estudiante sobre si entendió un algoritmo. Para lograr la metacognición el docente debe trabajar sobre situaciones en diferentes contextos, de manera que estén expuestos a modelos no lineales para que este cambio promueva la búsqueda de soluciones acordes a cada caso, de esta forma se propende la habilidad para seleccionar y aplicar estrategias propias de resolución del problema, lo que el MOE entiende como la capacidad del control de los propios procesos de pensamiento.

Lo anterior conduce a las debilidades o desventajas posibles que presenta el método en el contexto educativo ecuatoriano; implementarlo exige tener al alcance mucho material didáctico manipulativo cuya inversión no sería asumida por el Ministerio y se trasladaría el pago a los padres de familia, que no siempre pueden afrontarlo.

Por otra parte, si bien hay varios trabajos sobre el Método Singapur, éste es una marca registrada; es decir, la capacitación también demanda un gasto personal difícil para un maestro. Igual con los textos; así, solo las instituciones privadas de mayor poder adquisitivo tendrían acceso completo a él.

Una debilidad ya propia del método, se refiere a la implementación de la tecnología multimedia, pues en el currículo del MOE no se hace una exposición detallada sino más bien solo se señala como una herramienta a incorporar. Este aspecto, en general, es otra debilidad del sistema educativo ecuatoriano, cuyas instituciones educativas ni siquiera cuentan con servicio de internet ni con los equipos en aula.

CONCLUSIONES

- La fundamentación teórica del Método Singapur facilita comprender la pedagogía de la enseñanza de matemáticas a partir de la resolución de problemas como punto central y cuya aplicación se organiza en tres aspectos: el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto, el método de barras y la metacognición en la que tiene énfasis la verbalización; todo ello vinculado a situaciones de la vida diaria, ya sean ficticias o reales, que los estudiantes deben interpretar y expresar en lenguaje matemático.
- De esta manera, la didáctica del Método Singapur propicia no solo habilidades cognitivas sino también aspectos importantes como actitudes, valores humanos, éticos; con lo que se potencia pensar sobre el pensamiento.
- Asimismo, el papel del docente es trascendental en el desarrollo de este método, debe salir del tradicionalismo de la clase magistral hacia una didáctica interactiva, dinámica, que promueve la acción y el debate en los estudiantes.
- A partir de la evaluación diagnóstica y de lo observado en el inicio de la aplicación del Método Singapur se encuentran falencias en las destrezas y subdestrezas vinculadas a la solución de problemas con sumas, tanto en conceptos como en procesos:
- Las habilidades de cálculo numérico están poco desarrolladas, los estudiantes tienen dificultad en el paso de la decena en sumas con reagrupación. La visualización espacial es escasa, por ello la dificultad en reconocer, interpretar o construir modelos en el contexto de la solución de problemas con suma. Los estudiantes tienen poco desarrolladas habilidades para ordenar información, identificar datos y la pregunta del problema. El análisis y validación de estrategias de resolución es insuficiente.

- Luego de la intervención realizada se concluye que es viable establecer el Método Singapur como estrategia de enseñanza de matemáticas en esta institución educativa.
- El desarrollo de la estrategia del Método Singapur se pone en práctica en cuatro fases (investigación-acción): diagnóstico, plan de acción, acción y evaluación, proceso que propicia la aplicación en los cuartos años de EGB de la Unidad Educativa “Atenas”.
- A través de la técnica de observación se evidencia que las docentes mejoran la didáctica CPA, al inicio poco conocida, pero que con la aplicación programada logran entenderla y aplicarla con mayor eficiencia. Además, las condiciones de infraestructura, acceso a material concreto, a tecnología telemática y un entorno favorable, benefician la posibilidad de una práctica institucional desde los grados inferiores en pro de un aprendizaje matemático más armonioso con el estudiante.
- Finalmente, con base en los resultados del postest, se concluye que el Método Singapur resulta idóneo en la mejora de las destrezas atinentes a la resolución de problemas matemáticos con suma, en los estudiantes de cuarto año de la Unidad Educativa Atenas, que en los tres paralelos pasan del nivel Inicio al nivel Avance: Cuarto “A” de 16% en el diagnóstico a 53% en la evaluación final; Cuarto “B” de 36% a 53%; y Cuarto “C” de 27% a 57% de valoración positiva.
- Mientras, previo a la aplicación del método en estudio, solo una habilidad (Elegir la estrategia de resolución del problema) obtuvo 64% de valoración positiva, en el postest todas alcanzan el 50%; y cinco de las siete subdestrezas trabajadas logran superarlo con un máximo de 71% final.

RECOMENDACIONES

- Estimular en los docentes la investigación pedagógica y ampliar y profundizar la presente investigación del Método Singapur en otros aspectos del proceso enseñanza-aprendizaje de matemáticas en la educación primaria.
- Enfocar el proceso enseñanza-aprendizaje en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas dentro de las que se trabajen los contenidos.
- Complementar el proceso aquí desarrollado con la tecnología multimedia, específicamente, en lo referente al procesamiento de imágenes visuales tridimensionales, como complemento al manejo de material concreto.
- Promover en las instituciones educativas el uso de material concreto en el desarrollo didáctico de conceptos y procesos matemáticos, con especial énfasis en los años iniciales de escolaridad.
- Capacitar a los docentes en métodos didácticos, como el Método Singapur, en los que el centro del proceso sea el estudiante y esté involucrado en la práctica en el aprendizaje de competencias matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Aburto, P. (2021). La planificación didáctica. Universidad Nacional Autónoma de Managua. <https://onx.la/2e9c5>
- Agudelo, R., Guerrero, J. (1973). El sistema psicológico de B.F. Skinner. Revista Latinoamericana de Psicología. (5)(2). P. 191-216
<https://www.redalyc.org/pdf/805/80550206.pdf>
- Alba, G., García, M. (2019). El Método Singapur para el desarrollo de competencias En la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios. (Trabajo de fin de carrera Universidad Nacional de Educación UNAE).
<http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1106>
- Álvarez, E. (s.f.). La educación matemática El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Revista Iberoamericana de Educación
- Aparicio, A. (2021). Perú Estado del arte sobre los resultados de la implementación del Método Singapur en el área de Matemática en educación primaria en Perú y Colombia 2015-2020. (Tesis de Fin de Carrera Universidad Cayetano Heredia, Perú). <https://n9.cl/z5yeg>
- Arias, J.L. (2020). Técnicas e instrumentos de investigación científica. Enfoques Consulting EIRL. <https://n9.cl/ae3yh>
- Bain, K. (2007). Lo que hacen los mejores profesores universitarios. Universidad de Valencia.
- Bancayán, C., Vega, P. (2020). La investigación-acción en el contexto educativo. Paideia XXI. (10). (1). P. 233-247. <https://lc.cx/nYUtW9>

Benoit, (2020). La formulación de preguntas como estrategia didáctica para motivar la reflexión en el aula. Cuadernos de investigación educativa. (11). (2). <https://n9.cl/0yl4q>

Bruner, J. (2012). La importancia de la educación. Paidós.

Castro, C., Moraga, A. (2020). Evaluación y retroalimentación para los aprendizajes IACC. https://lc.cx/fFa_Sj

Dávila, A. (2022). El investigador y el paradigma de investigación. Revista Investigación, Transcomplejidad y Ciencia. (3) (2). p. 44-59. <https://n9.cl/j3ssu>

De la Torre, L. (2020). Aplicación del Método Singapur para facilitar la resolución de problemas en primaria. (Tesis de Fin de Carrera Universidad del País Vasco). <https://onx.la/e3448>

Donayre, S. (2021). Aplicación del Método Singapur en el aprendizaje de matemáticas del tercer grado de primaria, I E N°2033 Comas, 2021. (Tesis de Maestría Universidad César Vallejo). <https://onx.la/4558e>

Elliot, J. (2010) La investigación acción en educación. Morata. Madrid.

Feldman, D. (2010). Didáctica general: aportes para el desarrollo curricular. Ministerio de Educación de Argentina. <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL002480.pdf>

Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia. (14 de enero de 2021). Priorizar la educación para todos los niños y niñas es el camino a la recuperación. (Comunicado de prensa). <https://n9.cl/hsvky>

- Guevara, G., Verdesoto, A., y Castro N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). RECIMUNDO, 4(3), 163-173. <https://lc.cx/GFHFu3>
- Gil, B. (2022). El Método Singapur como propuesta metodológica en la transición de primaria a ESO. (Tesis de Maestría Universidad de Valladolid). <https://onx.la/134e2>
- Hernández, Fernández y Baptista. (2014). Metodología de la Investigación. Mc. Graw Hill.
- Huayapa, A. (2021). Avances en la producción científica del Método Singapur para el aprendizaje matemático en los países miembros de la alianza del Pacífico 2015-2019. (Tesis de Fin de Carrera Universidad Cayetano Heredia, Perú). <https://n9.cl/2o8bs>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa y Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos, Informe General PISA 2018, <https://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/informe-general-pisa-2018/>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2023). Informe nacional Ser Estudiante del subnivel Básica Elemental. Año lectivo 2021-2022. Quito-Ecuador. <https://n9.cl/70s2oy>
- Mateo, M. (20 de diciembre de 2022). Banco Interamericano de Desarrollo. Más allá de los buenos deseos: terminar con la desigualdad requiere transformar la educación. Enfoque Educación. <https://n9.cl/0qusa>
- Ministerio de Educación de Colombia y Alianza Educativa Colegios Pioneros (s. f.). El Método Singapur para la enseñanza de matemáticas. <https://onx.la/0b020>
- Ministerio de Educación de Ecuador. (2016). Currículo de los niveles de educación obligatoria. <https://onx.la/40086>

Ministry of Education Singapore. (2021). Primary school subjects and syllabuses Mathematics. <https://n9.cl/09c2v>

Miranda, S., Ortiz, J. (2020). Los paradigmas de la investigación: un acercamiento teórico para reflexionar desde el campo de la investigación educativa. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo, 11(21).
<https://www.ride.org.mx/index.php/RIDE/article/view/717/2573>

Montanero, M. (2019). Didáctica general. Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones. <https://n9.cl/zr8b2h>

Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos. (2019). What students Know and can do. (1). <https://n9.cl/fqhid>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, (noviembre de 2019), Actas de la Conferencia General 40ª reunión, https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000372579_spa.page=40

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2020). Medición de los objetivos mundiales de educación: La contribución de TIMSS, <https://onx.la/d3f65>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2021). Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019), Reporte Nacional de resultados, Ecuador. <https://onx.la/4e841>

Picco, S. (2020). Reflexiones acerca de la actualidad de la didáctica. Epistemologías de la didáctica: sentido y aplicaciones en las prácticas investigativas y de enseñanza. USTA. <https://n9.cl/711ayt>

Polya, G. (1989). How to solve it. (PDF). Princeton University.

- Rojas, A. (2019). Planeamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje. EUNED.
- Sanaguano, R. (2022). Método Singapur como estrategia enseñanza-aprendizaje de tablas de multiplicar en niños de edad escolar. (Tesis de Maestría Universidad Católica del Ecuador Sede Ambato). <https://n9.cl/19ml6>
- Sánchez, F. (2019). Fundamentos epistémicos de la investigación cualitativa y cuantitativa: consensos y disensos. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 13(1).
[|http://www.scielo.org.pe/pdf/ridu/v13n1/a08v13n1.pdf](http://www.scielo.org.pe/pdf/ridu/v13n1/a08v13n1.pdf)
- Santos, M. (1995). ¿Qué Significa el Aprender Matemáticas? Una Experiencia con Estudiantes de Cálculo. *Educación Matemática*. (7) (1) p. 46-62
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problema solving*. Academic Press.
- Tapia R., Murillo, J. (2020). Método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de matemáticas. *Revista Muro de la Investigación*. (5). (2). P. 1-12.
<https://onx.la/d35d2>
- Thompson, A. (1985) "Teacher's conceptions of mathematics and the teaching of Problema solving". Routledge.
- Trujillo, C., Naranjo, M., Lomas, K., Merlo, M. (2019). *Investigación Cualitativa*. UTN Universidad Técnica del Norte. <https://n9.cl/lmus3>
- Urbano, S., Fernández, J. y Fernández, P. (2016). El modelo de barras: una estrategia para resolver problemas de enunciado en Primaria. *Revista Internacional de Ciencia, Matemáticas y Tecnología* (3) (1). <https://n9.cl/iixyg>

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., (s.f.) La educación matemática; el papel de la resolución de problemas en el Aprendizaje. Revista Iberoamericana de Educación. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/203Vilanova.PDF>

Walker, W. (2022). Una síntesis crítica mínima de las portaciones de los paradigmas interpretativo y sociocrítico a la investigación educacional. Enfoques, (34), (2). <https://n9.cl/gwt4o>

Zapatera, A. (noviembre de 2020). El método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. Revista de Psicología. (2) p. 263-274. <https://n9.cl/dw1bt>

ANEXOS

ANEXO 1 Encuesta



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO

ENCUESTA

Este cuestionario fue diseñado con el objetivo de obtener información acerca de las didácticas matemáticas en el proceso enseñanza aprendizaje sobre la suma que aplican los docentes de los Cuartos Años de Básica Elemental de la Unidad Educativa “Atenas”, dentro de la investigación para optar por el título de Magíster en Educación.

La información obtenida será utilizada solamente con fines académicos y tiene carácter confidencial. Agradecemos su colaboración.

Fecha:

Datos Personales

1. Grado a su cargo 4to.
2. Años de experiencia docente
3. ¿Tiene título docente?
Sí No
4. ¿Ha recibido formación específica sobre el área de matemáticas?
Sí No

Área de matemáticas

5. Señale el método más aproximado a su práctica docente:
 - a) Centrado en el proceso
 - b) Centrado en el producto
 - c) Centrado en el entorno del estudiante
6. ¿A qué considera que se le da prioridad en el proceso enseñanza-aprendizaje de matemáticas?
 - a) Los conceptos y contenidos
 - b) Las habilidades matemáticas

7. ¿Considera indispensable el uso de material concreto y objetos del aula en el aprendizaje de matemáticas?
Sí No
8. ¿Los estudiantes hacen representaciones gráficas como estrategia para resolver problemas matemáticos?
a) Siempre
b) A veces
c) Nunca
9. ¿Trabaja de manera grupal la resolución de problemas matemáticos?
Sí No
10. ¿Los estudiantes se sienten motivados a aprender matemáticas?
a) Poco motivados
b) Medianamente motivados
c) Muy motivados

ANEXO 2. Ficha de observación a docentes



FICHA DE OBSERVACIÓN

Este documento se diseña con el objetivo de observar una clase de matemáticas de los docentes de Cuarto Año de Básica Elemental de la Unidad Educativa "Atenas", dentro de la investigación para optar por el título de Magíster en Educación.

GRADO:		FECHA:	
DOCENTE:		TEMA:	

ESCALA DE VALORACIÓN	Excelente	Muy Buena	Buena	Regular	No realiza					
	4	3	2	1	0					
INDICADORES A EVALUAR EN EL DOCENTE:						0	1	2	3	4
Proceso de aprendizaje										
Preparación:										
Organiza a los estudiantes en grupos de trabajo.										
Da a conocer el tema y objetivo de la clase.										
Trabaja los conocimientos previos.										
Considera el entorno y el perfil del estudiante.										
Toma en cuenta el contexto de interés del estudiante.										
Incluye el uso de la tecnología.										
Participación:										
Utiliza material concreto para desarrollar conceptos y relaciones.										
Fomenta el involucramiento del estudiante en el proceso de aprendizaje.										
Realiza preguntas orientadoras para que los estudiantes establezcan relaciones entre conceptos.										
Guía a los estudiantes a crear modelos y establecer patrones.										
Toma en cuenta el ritmo de aprendizaje del estudiante.										
Estimula la explicación oral de decisiones sobre información importante y estrategias de resolución.										
Dominio:										
Resume y conecta los aspectos clave con la nueva lección.										
Motiva a los estudiantes la práctica de los nuevos conocimientos. (Práctica motivada)										
Realiza la revisión heurística de conceptos aplicados a nuevas situaciones. (Revisión reflexiva)										
Propone problemas matemáticos del entorno. (aprendizaje extendido)										
Gestiona la discusión de diferentes algoritmos de resolución.										
Cierra la actividad de la clase unificando y generalizando criterios.										

COMENTARIOS	
FIRMAS DERESPONSABILIDAD	
DOCENTE	EVALUADOR

ANEXO 3 Ficha de observación a estudiantes



FICHA DE OBSERVACIÓN

Este documento se diseña con el objetivo de observar una clase de matemáticas de los estudiantes de Cuarto Año de Básica Elemental de la Unidad Educativa "Atenas", dentro de la investigación para optar por el título de Magíster en Educación.

GRADO:		FECHA:	
DOCENTE:		TEMA:	

ESCALA DE VALORACIÓN	Excelente 4	Muy Buena 3	Buena 2	Regular 1	No realiza 0				
					0	1	2	3	4
INDICADORES A EVALUAR EN EL ESTUDIANTE:					0	1	2	3	4
Proceso de aprendizaje									
Preparación:									
Manipula material concreto y encuentra propiedades matemáticas inherentes.									
Descubre nuevos conceptos a partir del material concreto y los relaciona con los conocimientos previos.									
Participación:									
Interactúa con los integrantes de su grupo.									
Comparte en el grupo elementos descubiertos en el material concreto.									
Ensaya estrategias de resolución en las actividades propuestas por el docente.									
Expone al grupo sus ideas.									
Apoya las decisiones consensuadas.									
Dominio:									
Crea, grafica, construye, modelos para resolver un problema matemático.									
Incluye el conocimiento nuevo en la resolución de un problema matemático.									
Ensaya y propone estrategias de resolución del problema.									
Discute con el grupo y decide la mejor estrategia.									
Cumple los pasos para resolver un problema.									
Verifica los procesos y comprueba la respuesta obtenida.									

COMENTARIOS	
FIRMAS DERESPONSABILIDAD	
DOCENTE	EVALUADOR

ANEXO 4 Prueba de diagnóstico



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO
PRUEBA DE DIAGNÓSTICO

Este cuestionario fue diseñado con el objetivo de determinar el nivel de destrezas y conocimientos sobre la suma que poseen los estudiantes de Cuarto Año de Básica Elemental de la Unidad Educativa “Atenas”, dentro de la investigación para optar por el título de Magíster en Educación.

La información obtenida será utilizada solamente con fines académicos y tiene carácter confidencial. Agradecemos su colaboración.

Estudiante:.....

Sexo: F M

Edad:.....

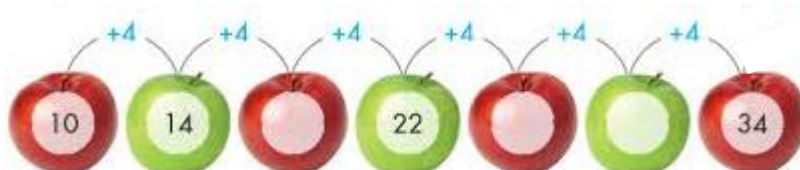
Paralelo:.....

Fecha:.....

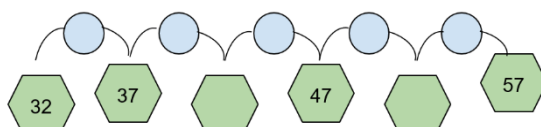
PRIMERA PARTE

Destreza: Describir y reproducir patrones numéricos basados en sumas.

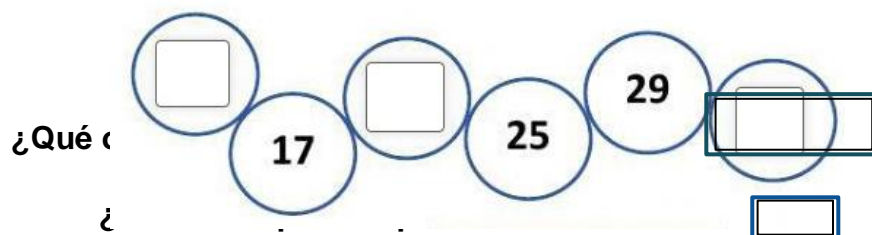
1. **Completa la secuencia cumpliendo el patrón numérico.**



2. **¿Cuál es el patrón numérico? Cuando lo descubras, completa la serie.**



3. Completa la sucesión y responde:

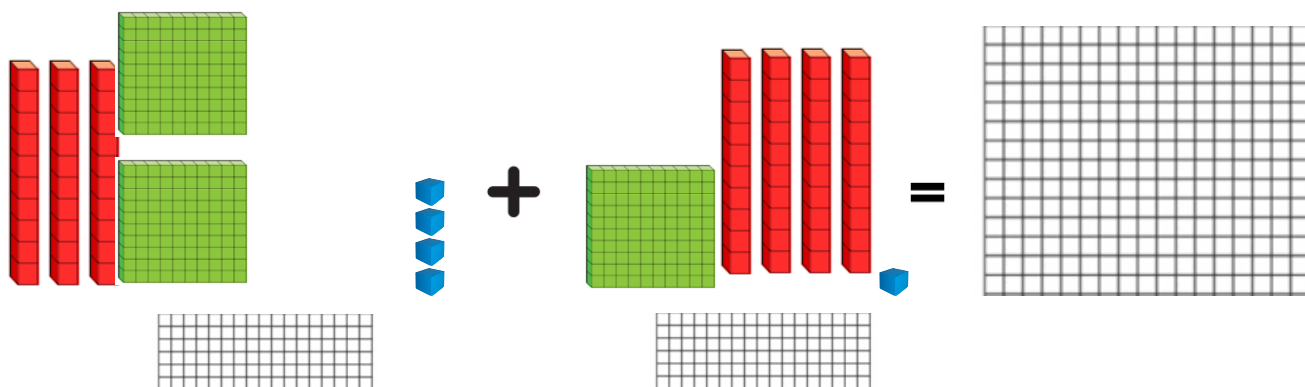


Destreza: Realizar adiciones con material concreto, mentalmente, gráficamente y de manera numérica.

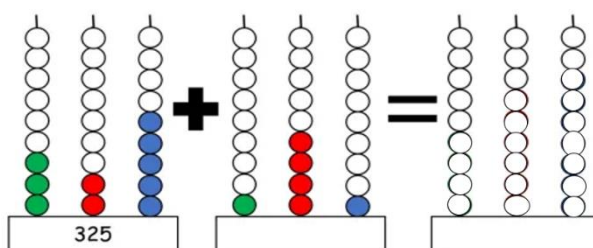
4.Cuál es el operador que completa esta operación

$$30 \quad \square \quad 24 = 54$$

5. Escribe en números el valor de cada gráfico y realiza la operación indicada.



6. Completa el gráfico y resuelve.



Destreza: Aplicar las propiedades conmutativa y asociativa de la adición en estrategias de cálculo mental.

7. Completa los espacios vacíos aplicando la propiedad conmutativa de la suma.

a) $250 + 500 = 500 + \square$

b) $625 + \square = \square + 310$

c) $\square + \square = \square + 200$

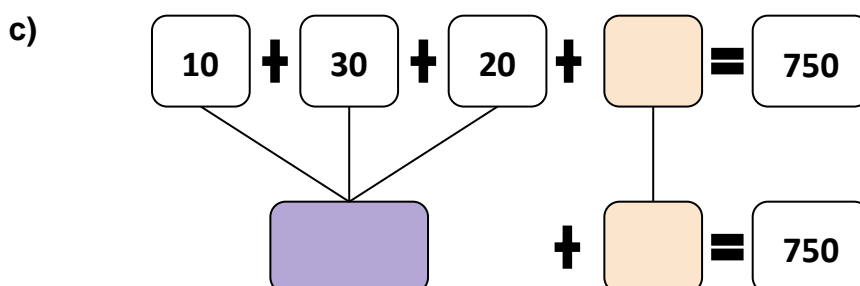
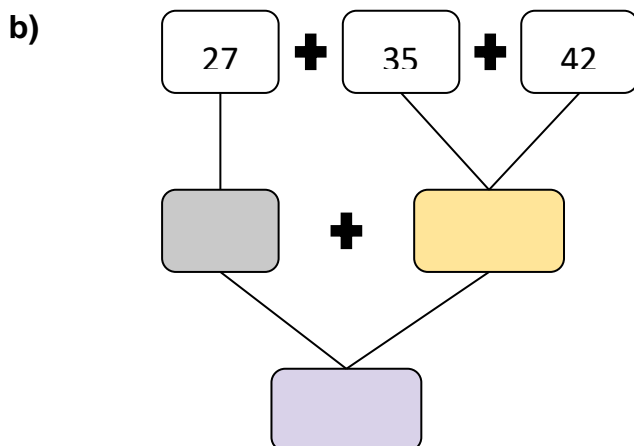
Diagram details: In part (a), lines connect 250 to the second 500 and 500 to the empty box. In part (b), lines connect 625 to the empty box and 310 to the empty box. In part (c), lines connect the two empty boxes to the 280 result box.

8. Resuelve las operaciones aplicando la propiedad asociativa de la suma.

a) $7 + 6 + 9 + 20 = \square$

$\square + 20 = \square$

Diagram details: Lines connect 7, 6, and 9 to the first empty box. Lines connect the first empty box and 20 to the second empty box.



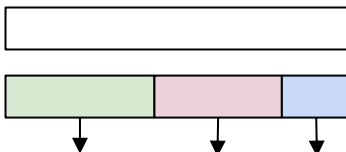
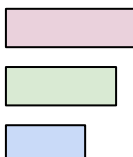
Destreza: Formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones cotidianas con números de hasta tres cifras.

9. En la Unidad Educativa Atenas realizan una campaña de reciclaje. Los niños de cuarto grado deciden trabajar en equipo para recoger más y ganar las pizzas que son el premio. En el 4to. A recogen 285 botellas, el 4to. B reúne 152, y el 4to. C, sólo recolectó 80. ¿Cuántas botellas tienen entre todos?

Responde:

- a) Marca el gráfico que representa lo que dice el problema.



1. 
2. 

b) ¿Cuáles son los datos para resolver el problema?

.....

c) ¿Qué debes responder en el problema?

.....

d) ¿La estrategia que soluciona el problema es? Encierra tu respuesta en un círculo.

SUMAR RESTAR

e) Ahora realiza la operación que resuelve el problema.

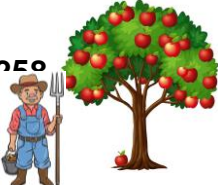
f) Responde la pregunta del problema.

.....

g) ¿Qué puedes hacer para comprobar que el resultado que sacaste es correcto?


10. Observa el gráfico y crea un problema usando los datos observados.

153 250




José Alberto

+



= ?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ANEXO 5. Evaluación final



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO

PRUEBA DE EVALUACIÓN FINAL

Este cuestionario fue diseñado con el objetivo de determinar el nivel de destrezas y conocimientos sobre la resolución de problemas con suma que logran los estudiantes de Cuarto Año de Básica Elemental de la Unidad Educativa “Atenas”, después de la aplicación del proceso Concreto-Pictórico-Abstracto del Método Singapur, dentro de la investigación para optar por el título de Magíster en Educación.

La información obtenida será utilizada solamente con fines académicos y tiene carácter confidencial. Agradecemos su colaboración.

Estudiante:.....

Sexo: F M

Edad:.....

Paralelo:.....

Fecha:.....

Destreza: Formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones cotidianas con números de hasta tres cifras.

Subdestreza a: Representar gráficamente problemas propuestos.

1. Marca el modelo que corresponde al siguiente problema:

Los estudiantes de una escuela deben recolectar víveres para donar a familias afectadas por inundaciones. El primer día reúnen 94 libras de arroz, el segundo día recogen 25 libras más que el día anterior. ¿Qué cantidad de libras de arroz recolectaron el segundo día?

a)

Primer día	Segundo día
94 libras	25 libras
?	

b)

Primer día	94 libras
Segundo día	94 libras 25 libras
}	
?	

c)

94 libras	25 libras	25 libras
?		

Subdestreza b: Reconocer los datos que resuelven el problema.

2. El siguiente problema tiene 3 partes que están desordenadas; elige el orden en el que debería ir cada una para que se entienda bien:

A ¿Cuántas golosinas tienen entre los dos amigos?	B Y su amigo Pedro 6 chupetes de fresa	C En el bar de la escuela Juan compra 8 galletas
--	---	---

1.
2.
3.

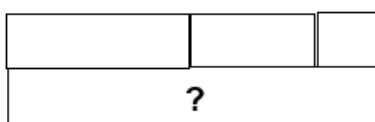
3. Enlista los datos que solucionan el problema anterior.

Datos

.....


4. Completa el diagrama con los datos que encuentres en el problema:

Magdalena está llenando un álbum de cromos de los campeonatos mundiales de fútbol; ya pegó 123 y Roberto le regaló 10, pero le faltan todavía 94 cromos para llenarlo, ¿cuántos cromos tiene en total el álbum?



Subdestreza c: identificar lo que se busca responder en el problema.

5. La maestra presentó a la clase este gráfico de un problema, ¿cuál es la pregunta que deben responder sus estudiantes?

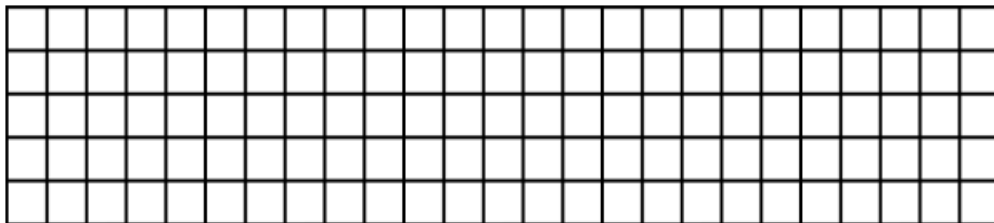
Gatos	Perros	Hampsters
		
12	10	
26 mascotas		

- a) La cantidad de mascotas entre perros y gatos.
- b) La cantidad de hampsters.
- c) La cantidad de todas las mascotas.

Subdestreza d: Elegir la estrategia de resolución del problema.

¿Cuánto dinero reunieron los hermanos para comprar la nueva casa de Max?

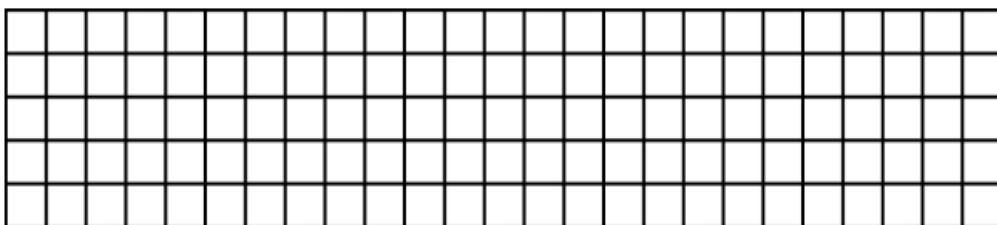
Adriana	Luis
$14 + 14$	$12 + 12$
?	



Respuesta:

.....

c) Elena debe preparar 120 *cupcakes* para la fiesta de cumpleaños de su hijo Emilio; ya tiene listos 82, ¿Cuántos *cupcakes* le falta hacer?



.....

Subdestreza g: Crear problemas a partir de datos.

10. Observa el gráfico y escribe un problema en el que la operación que lo resuelva sea la suma.

Debes incluir información y datos:

- Quiénes están.
- Qué hacen
- Lo que les pasa, es decir, cuál es la situación en que se encuentran.
- La información del problema.
- La pregunta del problema.

ANEXO 6 Validación de instrumento de evaluación**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN****MÉTODO SINGAPUR COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE
MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE CUARTO AÑO EN EL ÁREA DE BÁSICA
ELEMENTAL DE LA UNIDAD EDUCATIVA “ATENAS” 2023****AUTOR: JOSÉ URBINA****VALIDACIÓN POR EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
DIAGNÓSTICA****Resumen**

La educación en general se ha visto diezmada a consecuencia de la pandemia de COVID-19 y la difícil economía del país. UNICEF en un comunicado de prensa de enero de 2021 da cuenta de que el cierre de instalaciones educativas ha afectado alrededor de cuatro millones y medio de estudiantes; el mismo comunicado indica que pre-pandemia, 7 de cada 10 niños de séptimo grado de Básica se ubican en el nivel insatisfactorio o en el elemental en matemáticas.

En Ecuador, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL) en el año lectivo 21-22 aplicó la prueba “Ser Estudiante”, los resultados en matemáticas demuestran que en comparación con el año lectivo 20-21 en el subnivel Elemental la diferencia es de 24 puntos (de 700 a 676) por lo que no se logra el mínimo de competencia.

En la Unidad Educativa Atenas, a priori, es evidente esta disminución en el dominio de competencias básicas sobre todo comparado con el desempeño anterior a la pandemia por Covid-19. Por otra parte, los docentes aplican métodos y estrategias mecánicas, los estudiantes se ven forzados a memorizar conceptos, fórmulas y métodos que resultan incomprensibles e incluso inconexos.

Frente a esta situación como punto de partida, la presente investigación se plantea responder como interrogante primordial ¿Cómo mejorar el aprendizaje de matemáticas en los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas de la ciudad de Ambato?

Por medio del desarrollo de la investigación propuesta se pretende demostrar la hipótesis que afirma que: la aplicación del método Singapur como estrategia, mejora el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.

Objetivos

General

Aplicar el Método Singapur como estrategia para el aprendizaje de matemáticas con los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.

Específicos

- Fundamentar teóricamente la aplicación del método Singapur en el aprendizaje de matemáticas.
- Diagnosticar el nivel de aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la - Unidad Educativa Atenas.
- Establecer el método Singapur como estrategia de enseñanza de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.
- Evaluar la influencia del método Singapur como estrategia de enseñanza en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de cuarto año de

Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.

Hipótesis

La aplicación del método Singapur como estrategia, mejora el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica del área de Básica Elemental de la Unidad Educativa Atenas.

Metodología

En esta investigación se establecen dos aspectos; en el primero, que tiene que ver con los procesos investigativos del objeto de estudio, tiene un enfoque cuantitativo porque se establecen resultados porcentuales a partir de los datos recolectados sobre el método Singapur dirigido a los maestros mediante la aplicación de una encuesta y a los niños por medio de prueba de diagnóstico y de evaluación final

Esta investigación sigue la lógica hipotético-deductiva, porque: identifica el problema, propone una hipótesis que lo soluciona, deduce las consecuencias observables de esta hipótesis, pone a prueba las consecuencias y confirma la hipótesis si la consecuencia es verdadera, caso contrario la rebate.

Desde el método hipotético deductivo esta investigación cumple con la finalidad de entender los fenómenos y explicar las causas que lo producen, pero y sobre todo que es lo que finalmente pretende este trabajo, aportar una solución que mejore el aprendizaje de matemáticas desde edades tempranas.

En lo que se refiere al desarrollo de la puesta en práctica en campo, que es el segundo aspecto en cuestión, este trabajo se orienta por la investigación-acción que de acuerdo a su creador Kurt Lewin, se define como un proceso circular de exploración, actuación y evaluación de los resultados. La investigación-acción implica asumir la enseñanza como un proceso constante de investigación, el docente va más allá de entrar al aula e impartir un conocimiento; convierte su actividad en una práctica auto reflexiva que propende la inclusión de mejoras progresivas y sistemáticas para optimizar el proceso enseñanza-aprendizaje.

La finalidad de la investigación-acción se aplica perfectamente al propósito de esta investigación; Gollete y Lesgard Hervert (1988) sostienen que con ella se logra al mismo tiempo desarrollar destrezas, enriquecer la teoría y resolver problemas. Esta integralidad además involucra a los sujetos inmersos en la situación, que en este caso son profesores y estudiantes, quienes se benefician mutuamente en el proceso al que se incorpora análisis crítico para alcanzar una última instancia cíclica de planificación-acción-observación-reflexión en búsqueda del cambio educativo en la práctica.

El proceso que establece esta metodología de investigación tiene cuatro fases que cumplen con la necesidad investigativa de la etapa de campo de este trabajo:

- *diagnóstico*: determinar la situación inicial de los niños en cuanto a sus dominios de matemáticas en base a una evaluación diagnóstica.
- *desarrollo de plan de acción*: recolección de información teórica, talleres de información y toma de decisiones, diseño de planificación de aula.
- *acción*: aplicación del plan de acción, observación de efectos en los participantes.
- *evaluación*: valorar el plan de acción y los efectos.

Participantes

El presente trabajo investigativo se desarrolla en los estudiantes de Cuarto Año de Educación Básica de la Unidad Educativa Atenas de la Ciudad de Ambato-Ecuador, 2023. Se considera trabajar con la población completa, es perfectamente manejable, por lo que no es necesario obtener una muestra. Son 72 estudiantes repartidos en tres paralelos con 24 alumnos cada uno.

Entorno

La Unidad Educativa Atenas es una institución educativa privada, fundada en 1976; está ubicada en la ciudad de Ambato, capital de la Provincia de Tungurahua, en la zona central de la Región Sierra del Ecuador. Consta de los tres niveles educativos del currículo nacional: Educación Inicial, Educación General Básica y Bachillerato

con una población estudiantil de alrededor de ochocientos estudiantes y una planta docente y administrativa superior a cien colaboradores.

Acorde a sus estándares de calidad, en el 2006 es la primera institución de la zona en lograr la Certificación Internacional de Calidad ISO 9001 y en el 2013 pasa a formar parte de manera oficial del Programa de Bachillerato Internacional, oferta que permite a los estudiantes obtener además del Bachillerato nacional, el Diploma BI. Tendiente a proveer a niños y adolescentes de las mejores oportunidades para su desarrollo integral, la U.E. Atenas trabaja con plataformas educativas de prestigio internacional y participa en programas de intercambio para la práctica del inglés como segunda lengua.

El modelo pedagógico institucional es socio-conceptual crítico-constructivista, mismo que se vincula a la filosofía, el ideario y las políticas y objetivos de calidad que persigue la Fundación Cultural y Educativa Ambato, a la que pertenece.

Complementan la calidad de la oferta educativa los laboratorios de TIC, de Física y Química, así como las modernas y amplias instalaciones que permiten a los niños y adolescentes relacionarse con un entorno natural con el que aprenden la valoración y respeto por la naturaleza.

Intervenciones

Se aplican dos evaluaciones: una de tipo diagnóstica al inicio del proceso, previo al desarrollo del Método Singapur en el aula; ésta tiene por objetivo determinar el nivel de conocimientos y destrezas matemáticas que los niños poseen. Consta de 10 preguntas que responden a cuatro destrezas del currículo nacional, relacionadas con el desarrollo de solución de problemas con suma, que es el tema de esta investigación. Las destrezas seleccionadas son: describir y reproducir patrones numéricos basados en sumas, realizar adiciones con material concreto, mentalmente, gráficamente y de manera numérica. aplicar las propiedades conmutativa y asociativa de la adición en estrategias de cálculo mental, formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones cotidianas con números de hasta tres cifras.

Los ítems propuestos son impares para poder determinar si el ejercicio fue cumplido, y si no se logra, la valoración es negativa. El porcentaje de positivas indica el nivel de desarrollo alcanzado para cada destreza: del 75 al 100% Nivel Dominio; entre el 51 y 74%, Nivel Avance; y entre 0 y 50%, Nivel Inicio.

La segunda es una evaluación final aplicada después del periodo en el que se ejecuta en el aula el proceso Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA). Ésta permite determinar en qué grado la aplicación del Método Singapur como estrategia de enseñanza influye en el aprendizaje de matemáticas, en cuanto a la resolución de problemas que incluyen la suma. Se estructura de ejercicios con problemas matemáticos para comprobar el uso del modelado de barras, los pasos para resolver el problema, la búsqueda de otras estrategias de solución, el cumplimiento de verificación o comprobación de respuestas y la predisposición para realizar los problemas planteados. Aspectos que guardan relación con las destrezas del currículo nacional.

De manera similar se contabilizan la cantidad de aciertos y se define el nivel que alcanzan las habilidades evaluadas.

	de los estudiantes de Cuarto Año EGB)											
Observaciones y recomendaciones sobre la pregunta N° 3												
Motivos por los que se considera no adecuada.												
Motivos por los que se considera no pertinente.												
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)												
N	Evaluación	1	2	3	4	5	6	SU M A	PRO MEDI O	VALI DACI ÓN		
	Adecuación											
	La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)											
	Las opciones de respuesta son adecuadas.											
	Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico											
	Pertinencia											
4	Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: (Aplicar el Método Singapur como estrategia para el aprendizaje de matemáticas)											
	Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO N.º 2 de la investigación: (Diagnosticar el nivel de aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de Cuarto Año EGB)											
Observaciones y recomendaciones sobre la pregunta N° 4												
Motivos por los que se considera no adecuada.												
Motivos por los que se considera no pertinente.												
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)												
N	Evaluación	1	2	3	4	5	6	SU M A	PRO MEDI O	VALI DACI ÓN		
	Adecuación											
	La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)											
	Las opciones de respuesta son adecuadas.											
	Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico											
	Pertinencia											
5	Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: (Aplicar el Método Singapur como estrategia para el aprendizaje de matemáticas)											
	Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO N.º 2 de la investigación: (Diagnosticar el nivel de aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de Cuarto Año EGB)											
Observaciones y recomendaciones sobre la pregunta N° 5												
Motivos por los que se considera no adecuada.												
Motivos por los que se considera no pertinente.												
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)												
N	Evaluación	1	2	3	4	5	6	SU M A	PRO MEDI O	VALI DACI ÓN		

supresión)	
------------	--

Valoración General del Cuestionario

Por favor, maque con una X la respuesta escogida de entre las opciones que se presentan:

	Sí	No
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para que los resultados puedan responderlo adecuadamente. (Ver Anexo 1)		
El número de preguntas del cuestionario es excesivo.		
Las preguntas constituyen un riesgo para el encuestado. (En el supuesto de contestar Sí, por favor, indique inmediatamente abajo cuáles)		

Preguntas que el experto considera que pudieran ser un riesgo para el encuestado:	
N° de la(s) pregunta(s)	
Motivos por los que se considera que pudiera ser un riesgo.	
Propuesta de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

	Evaluación General del Cuestionario			
	Excelente	Buena	Regular	Deficiente
Validez de contenido del cuestionario.				

Observaciones y recomendaciones en general del cuestionario:	
Motivos por los que se considera no adecuado.	
Motivos por los que se considera no pertinente.	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Identificación del experto

Nombre y apellidos	
Filiación (ocupación, grado académico y lugar de trabajo)	
e-mail	
Teléfono o celular	
Fecha de la validación (día, mes y año)	
Firma	


Muchas gracias por su valiosa contribución a la validación de este cuestionario.

ANEXO 7 Cuadro de resultados de evaluación diagnóstica

RESULTADOS EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA 4TO. "A"


ASIGNATURA:		Matemáticas										GRADO:		CUARTO "A"	
DOCENTE :												AÑO ACADEMICO:		2023 - 2024	
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO															
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA															
CUADRO DE RESULTADOS POR DESTREZAS															
		DESTREZAS EVALUADAS										VALORACIÓN			
N°	ESTUDIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P	N	NIVEL DE DESARROLLO	
1	A8	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	6	4	A	
2	A15	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	5	5	A	
3	A18	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	5	5	A	
4	A1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	4	6	I	
5	A2	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
6	A3	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
7	A7	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
8	A12	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
9	A13	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
10	A14	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	4	6	I	
11	A17	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
12	A20	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	4	6	I	
13	A21	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	4	6	I	
14	A24	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
15	A5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	7	I	
16	A9	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	3	7	I	
17	A12	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	7	I	
18	A19	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	3	7	I	
19	A22	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	7	I	
20	A23	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	3	7	I	
21	A4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	8	I	
22	A6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	8	I	
23	A11	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8	I	
24	A16	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8	I	
25															
TOTAL POSITIVAS		23	20	15	0	3	0	15	2	2	6	86	154		
% POSITIVAS		96%	83%	63%	0%	13%	0%	63%	8%	8%	25%	36%	64%		
AN	NIVELES	VALORACIÓN NORMATIVA (HORIZONTAL)					VALORACIÓN CRITERIAL (VERTICAL)								
D	NIVEL DE DOMIN	De 8 a 10					Del 75% al 100%								
A	NIVEL DE AVANC	De 5 a 7					Del 51% al 74%								
I	NIVEL DE INICIO	De 0 a 4					Del 0% al 50%								

RESULTADOS EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA 4TO. "B"

 PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR		EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA											CUARTO "B"		NIVEL DE DESARROLLO
ASIGNATURA:		Matemáticas					GRADO:					CUARTO "B"		NIVEL DE DESARROLLO	
DOCENTE :							AÑO ACADEMICO:					2023 - 2024			
		DESTREZAS EVALUADAS										VALORACIÓN			
N°	ESTUDIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P	N	NIVEL DE DESARROLLO	
1	B7	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	9	1	D	
2	B21	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	8	2	D	
3	B23	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	8	2	D	
4	B14	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	7	3	A	
5	B15	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	7	3	A	
6	B2	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	6	4	A	
7	B3	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	5	5	A	
8	B6	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	5	5	A	
9	B13	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
10	B16	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	4	6	I	
11	B24	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
12	B4	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	4	6	I	
13	B5	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	4	6	I	
14	B20	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I	
15	B22	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	4	6	I	
16	B1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	3	7	I	
17	B9	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	7	I	
18	B10	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3	7	I	
19	B12	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	3	7	I	
20	B18	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3	7	I	
21	B8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	8	I	
22	B11	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	8	I	
23	B17	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	2	8	I	
24	B19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	9	I	
25															
TOTAL POSITIVAS		20	16	9	11	13	4	17	5	0	10	105	135		
% POSITIVAS		83%	67%	38%	46%	54%	17%	71%	21%	0%	42%	44%	56%		
NIVELES		VALORACIÓN NORMATIVA (HORIZONTAL)					VALORACIÓN CRITERIAL (VERTICAL)								
D	NIVEL DE DOMINIO	De 8 a 10					Del 75% al 100%								
A	NIVEL DE AVANZADO	De 5 a 7					Del 51% al 74%								
I	NIVEL DE INICIO	De 0 a 4					Del 0% al 50%								

ANEXO 9 Cuadro de resultados de evaluación diagnóstica

RESULTADOS EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA 4TO. "C"

 PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO														
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA CUADRO DE RESULTADOS POR DESTREZAS														
ASIGNATURA:		Matemáticas					GRADO:			CUARTO "C"				
DOCENTE :							AÑO ACADEMICO:			2023 - 2024				
		DESTREZAS EVALUADAS										VALORACIÓN		
N°	ESTUDIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P	N	NIVEL DE DESARROLLO
1	C2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8	2	D
2	C5	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	2	D
3	C6	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	2	D
4	C13	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	2	D
5	C4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7	3	A
6	C9	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	7	3	A
7	C12	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	6	4	A
8	C10	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5	5	A
9	C1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I
10	C11	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4	6	I
11	C20	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	4	6	I
12	C21	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	4	6	I
13	C22	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	4	6	I
14	C24	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	6	I
15	C14	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	7	I
16	C17	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	7	I
17	C18	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	7	I
18	C19	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	7	I
19	C23	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8	I
20	C3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	8	I
21	C8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	8	I
22	C15	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8	I
23	C7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	I
24	C16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	I
25														
TOTAL POSITIVAS		24	18	15	7	10	7	14	4	0	4	103	137	
% POSITIVAS		100%	75%	63%	29%	42%	29%	58%	17%	0%	17%	43%	57%	

ANEXO 10 Matriz de objetivos, destrezas y contenidos de la suma (MEC)

NIVELES		VALORACIÓN NORMATIVA (HORIZONTAL)	VALORACIÓN CRITERIAL (VERTICAL)
D	NIVEL DE DOMINIO	De 8 a 10	Del 75% al 100%
A	NIVEL DE AVANCE	De 5 a 7	Del 51% al 74%
I	NIVEL DE INICIO	De 0 a 4	Del 0% al 50%

MATRIZ DE OBJETIVOS, DESTREZAS Y CONTENIDOS DE LA SUMA (MEC)




TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN
MÉTODO SINGAPUR COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE CUARTO AÑO EN EL ÁREA DE BÁSICA ELEMENTAL
DE LA UNIDAD EDUCATIVA "ATENAS" 2023
AUTOR: JOSÉ URBINA

MATRIZ CORRESPONDIENTE A LA SUMA NIVEL ELEMENTAL MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CULTURA DE ECUADOR			
	OBJETIVOS	DESTREZAS CO CRITERIO DE DESEMPEÑO BÁSICOS IMPRESCINDIBLES	CONTENIDOS CONCEPTUALES
BLOQUE 1 ÁLGEBRA Y FUNCIONES	O.M.2.1. Explicar y construir patrones de figuras y numéricos relacionándolos con la suma, la resta y la multiplicación, para desarrollar el pensamiento lógico-matemático.	M.2.1.3. Describir y reproducir patrones numéricos basados en sumas y restas, contando hacia adelante y hacia atrás.	Números naturales Patrones: Patrones numéricos crecientes con sumas y multiplicaciones
	O.M.2.3. Integrar concretamente el concepto de número, y reconocer situaciones del entorno en las que se presenten problemas que requieran la formulación de expresiones matemáticas sencillas, para resolverlas, de forma individual o grupal, utilizando los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división exacta.	M.2.1.12. Representar, escribir y leer los números naturales del 0 al 9 999 en forma concreta, gráfica (en la semirrecta numérica) y simbólica M.2.1.19. Relacionar la noción de adición con la de agregar objetos a un conjunto.	Operaciones en \mathbb{N} del 0 al 9 999: - Adición: Propiedades conmutativa y asociativa.
	O.M.2.4. Aplicar estrategias de conteo, procedimientos de cálculos de suma, resta, multiplicación y divisiones del 0 al 9 999, para resolver de forma colaborativa problemas cotidianos de su entorno.	M.2.1.14. Reconocer el valor posicional de números naturales de hasta cuatro cifras, basándose en la composición y descomposición de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, mediante el uso de material concreto y con representación simbólica. M.2.1.24. Resolver y plantear, de forma individual o grupal, problemas que requieran el uso de sumas y restas con números hasta de cuatro cifras, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.	

ANEXO 11 Cuadro de resultados de evaluación final

RESULTADOS EVALUACIÓN FINAL PARALELO "A"

 PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO															
EVALUACIÓN FINAL DESTREZAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON SUMA CUADRO DE RESULTADOS POR DESTREZAS															
ASIGNATURA:		Matemáticas					GRADO:		CUARTO "A"						
DOCENTE :							AÑO ACADEMICO:		2023 - 2024						
DESTREZA GENERAL															
Formular v resolver problemas de adición a partir de situaciones															
SUBDESTREZAS													VALORACIÓN		NIVEL DE DESARROLLO
Nº	ESTUDIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P	N		
1	A1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9	1	D	
2	A8	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	8	2	D	
3	A15	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	8	2	D	
4	A18	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	8	2	D	
5	A2	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	7	3	A	
6	A3	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	6	4	A	
7	A7	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	6	4	A	
8	A5	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	5	5	A	
9	A9	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	5	5	A	
10	A11	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	5	5	A	
11	A12	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	5	5	A	
12	A13	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	5	5	A	
13	A14	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	5	5	A	
14	A17	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	5	5	A	
15	A19	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	5	5	A	
16	A20	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	5	5	A	
17	A21	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	5	5	A	
18	A22	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	5	5	A	
19	A24	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	5	5	A	
20	A23	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	4	6	I	
21	A4	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	4	6	I	
22	A6	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	4	6	I	
23	A10	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	3	7	I	
24	A16	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	4	6	I	
25															
TOTAL POSITIVAS		13	12	11	16	12	11	22	10	14	10	131	109		
% POSITIVAS		54%	50%	46%	67%	50%	46%	92%	42%	58%	42%	55%	45%		
NIVELES		VALORACIÓN NORMATIVA (HORIZONTAL)					VALORACIÓN CRITERIAL (VERTICAL)								
D	NIVEL DE DOMIN	De 8 a 10					Del 75% al 100%								
A	NIVEL DE AVANC	De 5 a 7					Del 51% al 74%								
I	NIVEL DE INICIO	De 0 a 4					Del 0% al 50%								

ANEXO 12. Cuadro de resultados de evaluación final

RESULTADOS EVALUACIÓN FINAL PARALELO "B"

ASIGNATURA:		Matemáticas					GRADO:		CUARTO "B"					
DOCENTE :							AÑO ACADEMICO:		2023 - 2024					
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR														
EVALUACIÓN FINAL														
CUADRO DE RESULTADOS POR DESTREZAS														
DESTREZA GENERAL														
Formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones														
SUBDESTREZAS												VALORACIÓN		NIVEL DE DESARROLLO
Nº	ESTUDIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P	N	
1	B23	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	9	1	D
2	B2	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	8	2	D
3	B3	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	8	2	D
4	B7	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	8	2	D
5	B14	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	8	2	D
6	B15	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	8	2	D
7	B21	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	8	2	D
8	B4	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	7	3	A
9	B5	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	7	3	A
10	B6	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	7	3	A
11	B13	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	6	4	A
12	B16	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	6	4	A
13	B20	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	6	4	A
14	B24	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	6	4	A
15	B1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	6	4	A
16	B8	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	6	4	A
17	B9	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	6	4	A
18	B10	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	5	5	A
19	B11	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	5	5	A
20	B12	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	5	5	A
21	B8	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	5	5	A
22	B17	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	5	5	A
23	B18	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	5	5	A
24	B19	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	5	5	A
25														
TOTAL POSITIVAS		15	15	15	16	16	18	19	13	13	15	155	85	
% POSITIVAS		63%	63%	63%	67%	67%	75%	79%	54%	54%	63%	65%	35%	
	NIVELES	VALORACIÓN NORMATIVA (HORIZONTAL)					VALORACIÓN CRITERIAL (VERTICAL)							
	D NIVEL DE DOMIN	De 8 a 10					Del 75% al 100%							
	A NIVEL DE AVANC	De 5 a 7					Del 51% al 74%							
	I NIVEL DE INICIO	De 0 a 4					Del 0% al 50%							

ANEXO 13. Cuadro de resultados de evaluación final

RESULTADOS EVALUACIÓN FINAL PARALELO "C"

 PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE ECUADOR SEDE AMBATO														
EVALUACIÓN FINAL														
CUADRO DE RESULTADOS POR DESTREZAS														
ASIGNATURA:		Matemáticas					GRADO:		CUARTO "C"					
DOCENTE :							AÑO ACADEMICO:		2023 - 2024					
DESTREZA GENERAL														
Formular y resolver problemas de adición a partir de situaciones cotidianas con números de hasta tres cifras.														
SUBDESTREZAS												VALORACIÓN		NIVEL DE DESARROLLO
Nº	ESTUDIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P	N	
1	C2	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	8	2	D
2	C4	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	8	2	D
3	C6	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	8	2	D
4	C13	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	2	D
5	C5	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	7	3	A
6	C9	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	7	3	A
7	C1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	6	4	A
8	C10	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	6	4	A
9	C11	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	6	4	A
10	C12	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	6	4	A
11	C20	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	6	4	A
12	C21	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	6	4	A
13	C22	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	6	4	A
14	C3	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	5	5	A
15	C8	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	5	5	A
16	C14	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	5	5	A
17	C17	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	5	A
18	C18	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	5	5	A
19	C7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	5	5	A
20	C15	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	4	6	I
21	C16	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	4	6	I
22	C19	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	4	6	I
23	C23	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	4	6	I
24	C24	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	4	6	I
25														
TOTAL POSITIVAS		15	15	12	15	14	15	14	13	14	11	138	102	
% POSITIVAS		63%	63%	50%	63%	58%	63%	58%	54%	58%	46%	58%	43%	
NIVELES		VALORACIÓN NORMATIVA (HORIZONTAL)					VALORACIÓN CRITERIAL (VERTICAL)							
D	NIVEL DE DOMINIO	De 8 a 10					Del 75% al 100%							
A	NIVEL DE AVANCE	De 5 a 7					Del 51% al 74%							
I	NIVEL DE INICIO	De 0 a 4					Del 0% al 50%							